

ІНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧНОЇ ФІЗИКИ ІМ. М.М. БОГОЛЮБОВА
НАН УКРАЇНИ

ІНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧНОЇ ФІЗИКИ ІМ. М.М. БОГОЛЮБОВА
НАН УКРАЇНИ

Кваліфікаційна наукова
робота на правах рукопису

Солоха-Климчак Мар'яна Дмитрівна

УДК 539.142

ДИСЕРТАЦІЯ
ДИНАМІКА ДВО- ТА ТРИКЛАСТЕРНИХ ЯДЕРНИХ СИСТЕМ В
МІКРОСКОПІЧНИХ МОДЕЛЯХ.

01.04.02 – Теоретична фізика

10 Природничі науки

(104 – Фізика та астрономія)

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

підпис, ініціали та прізвище здобувача

Науковий керівник:

Нестеров Олександр Володимирович
доктор фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник

Київ – 2023

Анотація

Солоха-Климчак М. Д. Динаміка ядерних систем в дво- та трикластерних мікроскопічних моделях. – ІТФ ім. М.М. Боголюбова НАН України, Київ, 2023. Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 01.04.02 «Теоретична фізика» (104 – Фізика та астрономія). – інститут теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова Національної академії України, Київ, 2023.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 01.04.02 – Теоретична фізика. – Рукопис.

Неперервний спектр легких атомних ядер є дуже цікавим і важливим об'єктом дослідження і вже багато років привертає увагу теоретиків та експериментаторів. Пояснення цьому просте. Легкі ядра, як правило, мають лише невелике число станів дискретного спектра. Переважна більшість їх збуджених станів знаходиться у неперервному спектрі. Не зважаючи на важливість дослідження станів неперервного спектра легких атомних ядер довгий час теоретичні дослідження обмежувалися лише колом задач, пов'язаних з проблемою зв'язаних станів. Їхній час життя обумовлений існуванням зв'язку нуклонів атомних ядер з електромагнітним полем або з полями слабкої взаємодії. Проте станів дискретного спектра відносно небагато, а всі інші стани належать неперервному спектру і проявляють себе в ядерних реакціях. А якщо стани, які лежать вище порогу розпаду ядра і розглядались, то знову ж таки як дискретні.

Як з практичної, так і з теоретичної точки зору, наприклад, велике значення має дослідження перерізів реакцій термоядерного синтезу при малих енергіях. Реакції синтезу легких ядер вже багато років вивчаються в лабораторних умовах. Однак реальні умови протікання таких реакцій при реалізації керованого термоядерного синтезу і в зірках є такими, що початкова енергія взаємодіючих ядер надто мала (вона не перевищує декілька KeV), для того щоб безпосередньо при цих енергіях виміряти ефективні перерізи термоядерних реакцій на сучасних прискорювачах. Заважає сильне кулонівське відштовхування. Тому для оцінки експериментальних перерізів

при малих енергіях доводиться вдаватися до інтерполяції вбік малих енергій. При цьому завжди залишається питання про те, чи нема в експериментально недосяжній області резонансів, які можуть суттєво впливати на величину ефективних перерізів.

Задача, що на даний час стоїть перед теорією полягає у вивченні хвильових функцій ядерних систем в станах неперервного спектра і зміни їх структури в залежності від енергії та інших інтегралів руху; розрахунку матричних елементів S -матриці, що становлять інтерес для численних застосувань, в тому числі для ядерного синтезу та астрофізики; обчисленні ефективних перерізів пружного та непружного розсіяння, визначенні положень і ширин резонансів. Як вже відмічалось раніше, дати відповіді на перераховані питання за допомогою лабораторних досліджень з тих чи інших причин не завжди вдається.

Перші послідовні кроки в розвитку мікроскопічної теорії ядерних реакцій здійснювалися тоді, коли у другій половині минулого століття було запропоновано метод резонуючих груп (МРГ або, інакше метод взаємодіючих груп нуклонів, кластерів). В рамках МРГ об'єдналися ідеї моделі оболонки для опису структури взаємодіючих підсистем та основні положення теорії розсіяння, представлені в термінах S -матриці. Однак та форма МРГ, яка розроблялась на початковому етапі вимагала для розв'язання складних інтегро-диференціальних рівнянь звернення до дуже потужних ЕОМ, що було доступно лише невеликій кількості теоретиків Японії та США. В Радянському Союзі розрахунки на основі МРГ не проводились. Але навіть у тому вигляді, в якому розрахунки проводились за кордоном, вони не давали повної картини для результатів. Таким чином, замість розв'язання рівнянь МРГ автори зазвичай звертались до варіаційного принципу для фази розсіяння, що не гарантувало правильного відтворення хвильових функцій для станів неперервного спектра.

Ситуація корінним чином змінилася на початку 80-х років минулого століття, коли в ІТФ НАН України була запропонована алгебраїчна версія

МРГ - АВМРГ і стало ясно, що мікроскопічна теорія ядерних реакцій суттєво спрощується, якщо звернутися до повного базису станів гармонічного осцилятора для опису відносного руху кластерів, з яких складається ядерна система. Парадоксальність припущення про можливість використання базису гармонічного осцилятора для побудови розкладу хвильових функцій неперервного спектра безпосередньо пов'язана з швидким спаданням базисних функцій при збільшенні відстані між кластерами. Однак парадокс знімається якщо звернути увагу на те, що збіжність розкладу визначається не асимптотикою базисних функцій, а асимптотикою коефіцієнтів розкладу. Асимптотика останніх і була встановлена у відділі структури атомних ядер ІТФ. Співробітниками відділу було доведено тотожність асимптотики дискретного представлення і асимптотики континуального як для зв'язаних станів, так і для станів неперервного спектра.

АВМРГ отримала свій розвиток і була поставлена на строгу математичну основу, коли виявилось зрозумілим те, що базисні стани гармонічного осцилятора, які використовуються в реальних розрахунках набувають простого компактного вигляду при здійсненні інтегрального перетворення, яке переводить базисні функції гармонічного осцилятора з координатного простору в простір Фока-Баргмана. Тоді функціональні ряди для хвильових функцій АВМРГ стають рядами Тейлора, збіжність яких визначається єдиною особливою точкою, що знаходиться на нескінченності. Головний результат такого перетворення – простий алгоритм визначення дозволених принципом Паулі станів, що вишукано вирішує проблему побудови системи алгебраїчних рівнянь АВМРГ. Після того, як розв'язані рівняння АВМРГ для образу хвильової функції в просторі Фока-Баргмана, можна за допомогою оберненого інтегрального перетворення відтворити оригінал, визначений в координатному представленні. Звичайно, ні спектр енергій зв'язаних станів ядерної системи, ні елементи S -матриці неперервного спектра від представлення не залежать.

АВ МРГ було використано для вивчення властивостей зв'язаних станів як звичайних легких ядер, так і легких ядер з великим надлишком нейтронів і протонів у двокластерному та трикластерному представленні; ядерних реакцій з урахуванням одного або декількох вихідних бінарних каналів; зв'язку кластерних (бінарних) та колективних (монопольних, квадрупольних) ступенів вільності; процесів, пов'язаних з повним розвалом ядерних систем; впливу кластерної поляризації кластерів на протікання бінарних ядерних реакцій; реакцій з трикластерними вихідними каналами; дії принципу Паулі в багатоканальних та багатокластерних системах.

На даному етапі вже можна стверджувати, що АВМРГ склалась як конкретна реалізація матричної квантової механіки з коректно заданими граничними умовами для станів як дискретного, так і неперервного спектра. При цьому АВ МРГ розвивається сама в межах своїх можливостей, так і слугує поштовхом для появи нових підходів ідейно пов'язаних з нею.

Як видно з попереднього тексту при розгляді властивостей станів дискретного та неперервного спектра до останнього часу використовувався формалізм S-матриці. Тому на першому етапі дисертаційної роботи демонструються можливості використання T-матриці в рамках АВ МРГ. Досліджено T-матрицю для станів дискретного та неперервного спектра у представленні дискретного осцилятора. Дослідження проведено для модельних задач - частинки в полі центрального потенціалу. Отримано систему лінійних рівнянь для визначення коефіцієнтів розкладу T-матриці по осциляторним функціям. Вибралось чотири потенціали (гаусівський, експоненціальний, Юкави та квадратна прямокутна яма), щоб продемонструвати особливості T-матриці та її залежність від форми потенціалу. Також досліджено залежність коефіцієнтів розкладу T-матриці від осциляторного радіуса та числа базисних функцій залучених до розрахунку.

На другому етапі розглядався зв'язок між квантовим і класичним або квазікласичним описами що є дуже цікавою і складною проблема сучасної фізики. Ця проблема є привабливою як для модельних систем (одна частинка

в потенціальному полі), так і для систем з кількома тілами. Пропонується аналіз квантових систем з фазовими портретами у просторі Фока-Баргмана. Якщо відома хвильова функція стану квантової системи, що характеризується енергією E , то ми фактично маємо і розподіл густини $\rho_E(x) = |\Psi_E(x)|^2$ як функцію координат у координатному представленні або якщо ми працюємо у імпульсному представленні – функцію розподілу густини імпульсу

$\rho_E(p) = |\Psi_E(p)|^2$ у імпульсному представленні. Тоді як у представленні Фока-Баргмана, $\rho_E(\xi, \eta)$ визначається у фазовому просторі у термінах координати ξ та імпульсу η . Іншими словами, якщо ми знаємо хвильову функцію будь-якого стану в представленні Фока-Баргмана, то можна знайти $\rho_E(\xi, \eta)$ над фазовими траєкторіями в цьому стані, або фазовий портрет стану, можна обчислити $\rho_E(\xi, \eta)$ над фазовими траєкторіями у цьому стані, або фазовий портрет стану. Для того, щоб побудувати фазові траєкторії в класичній механіці, необхідно знайти залежність імпульсу від координат для заданих значень енергії та інших інтегралів руху. Тоді фазовий портрет фазовий портрет відповідає набору фазових траєкторій для різних енергій. У представленні Фока-Баргмана фазовий портрет квантової системи містить усі можливі траєкторії для фіксованих значень енергії та інших інтегралів руху. В якості конкретних прикладів раховані фазові портрети для вільної одновимірної частинки, для зв'язаного стану і стану неперервного спектру одновимірної частинки з від'ємною парністю у полі потенціалу Гауса та для стану $J^\pi = 1^+$ ядра ${}^6\text{Li}$ у двокластерному представленні $\alpha+d$ в рамках АВ МРГ.

На третьому етапі, в рамках мікроскопічних трикластерних алгебраїчних моделей з можливим урахуванням типів кластеризації $(D + n) + \Lambda$, $(D + \Lambda) + n$ і $(n + \Lambda) + D$ розглянуті властивості станів дискретного спектру і станів неперервного спектру в каналі ${}^3\text{H} + \Lambda$ гіперядра ${}^4_\Lambda\text{H}$. Гіперядра це такі ядра, які поряд з нуклонами містять в собі хоча б один гіперон. Зацікавленість в їх вивченні має місце тому, що наряду з чисто нуклонними системами являють собою системи сильно взаємодіючих частинок і їх вивчення може надати додаткову інформацію про властивості сильної взаємодії. В роботі

продемонстровано, що кластерна структура ${}^4_{\Lambda}\text{H}$ практично повністю визначається кластеризацією $(D + n) + \Lambda$ при цілком відчутному впливі поляризації бінарної підсистеми $(D + n)$ за рахунок взаємодії з Λ -частинкою. При цьому слід відмітити, що проведені розрахунки, певною мірою, слугують тестовими для потенціалів N- Λ . Для взаємодії нуклонів із Λ - гіпероном обирались потенціали із серії YNG, до якої входять отримані на основі уявлень про однобозонний обмін потенціали YNG -ND, -NF, -NS, -JA і -JB. Тут YNG означає, що це гіперонний, (Y) - нуклонний (N) потенціал, заданий у вигляді суперпозиції гаусових функцій (G), а N і J після тире в назві - те, що потенціал отримано на основі результатів Німегенської (Nijmegen) групи або Юліхської (Jülich) групи відповідно. В процесі розрахунків виявилось, що використання потенціалів YNG-ND-JA і JB призводить до неправильного порядку рівнів 0^+ і 1^+ , а використання YNG-NS дає занадто велике спін-спінове розщеплення цих рівнів. Тому здебільшого використовувався потенціал YNG-NF, лише іноді зупиняючись на його порівнянні з потенціалом YNG-NS.

Структура дисертації. Робота складається з вступу, трьох розділів. В першому розділі демонструються можливості використання Т-матриці в рамках АВ МРГ. В другому розділі розглядається зв'язок між квантовим і класичним або квазікласичним описами системи на основі представлення Фока-Баргмана. Третій розділ присвяно дослідженню властивостей гіперядра ${}^4_{\Lambda}\text{H}$ в рамках трикластерних алгебраїчних моделей.

Ключові слова: Т-матриця, осциляторний базис, розсіяння, збіжність, представлення Фока-Баргмана, фазові портрети, гіперядра, кластерні моделі, Метод резонуючих груп, трикластерні мікроскопічні моделі, алгебраїчні моделі, кластерна поляризація

Матеріали дисертації представлено у провідних реферованих закордонних та українських журналах.

Список публікацій здобувача:

1. V.S. Vasilevsky, M.D. Soloha-Klymchak , T-matrix in discrete oscillator representation, Ukr. J. Phys. 60 (2015). No. 4, 297-308.
2. Yu.A. Lashko, G.F. Filippov, V.S. Vasilevsky, M.D. Soloha-Krymchak, Phase portraits of quantum systems, Few-body Systems 55 (2014) 817-820.
3. A.V. Nesterov, M. Solokha-Klymchak, Properties of ${}^4_{\Lambda}\text{H}$ hypernucleus in three-cluster microscopic models, Ukr. J. Phys Vol. 66. (2021), No. 10, 846-856.

ABSTRACT

Solokha-Klymchak M. - Bogolyubov Institute for Theoretical Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv 2023.01.04.02 "Theoretical physics"(104 - Physics and Astronomy)Bogolyubov Institute for Theoretical Physics, of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv 2023
Dissertation in the specialty 01.04.02 - Theoretical physics. - Manuscript

The continuous spectrum of light atomic nuclei is a very interesting and important object of research and has attracted the attention of theorists and experimenters for many years. The explanation is simple. Light nuclei, as a rule, have only a small number of states of the discrete spectrum. The vast majority of their excited states are in the continuous spectrum. Despite the importance of studying the states of the continuous spectrum of light atomic nuclei for a long time, theoretical studies were limited only to problems related to the problem of bound states.

Their life time is determined by the existence of a connection between the nucleons of atomic nuclei with an electromagnetic field or with fields of weak interaction. However, there are relatively few states of the discrete spectrum, and all other states belong to the continuous spectrum and manifest themselves in nuclear reactions. And if the states that lie above the nuclear decay threshold were considered, then again as discrete.

From both a practical and a theoretical point of view, for example, the study of cross-sections of thermonuclear fusion reactions at low energies is of great importance. Reactions of the synthesis of light nuclei have been studied in laboratory conditions for many years. However, the real conditions of such reactions during controlled thermonuclear fusion and in stars are such that the initial energy of the interacting nuclei is too small (it does not exceed a few KeV) in order to directly measure the effective cross sections, to estimate experimental cross sections at low energies, one has to resort to interpolation to the side of low energies. At the same time, there is always the question of whether there are no resonances in the experimentally unattainable region that can significantly affect the size of the

effective cross sections. thermonuclear reactions on modern accelerators at these energies. Strong Coulomb repulsion interferes.

Therefore, to estimate experimental cross sections at low energies, one has to resort to interpolation to the side of low energies. At the same time, there is always the question of whether there are no resonances in the experimentally unattainable region that can significantly affect the size of the effective cross sections.

The task currently facing the theory is to study the wave functions of nuclear systems in the states of the continuous spectrum and changes in their structure depending on the energy and other integrals of motion; calculation of matrix elements of the S-matrix, which are of interest for numerous applications, including nuclear fusion and astrophysics; calculation of effective cross sections of elastic and inelastic scattering, determination of positions and widths of resonances. As already noted earlier, it is not always possible to give answers to the listed questions with the help of laboratory tests for one reason or another.

The first successive steps in the development of the microscopic theory of nuclear reactions were made when, in the second half of the last century, the method of resonating groups (MRG or, otherwise, the method of interacting groups of nucleons, clusters) was proposed. The ideas of the shell model for describing the structure of interacting subsystems and the main provisions of the scattering theory, presented in terms of the S-matrix, were combined within the framework of the MWG. However, the form of MRG that was developed at the initial stage required the use of very powerful computers to solve complex integro-differential equations, which was available only to a small number of theorists in Japan and the USA.

In the Soviet Union, calculations based on MRG were not carried out. But even in the form in which the calculations were carried out abroad, they did not give a complete picture of the results. Thus, instead of solving the MRG equations, the authors usually turned to the variational principle for the scattering phase, which did not guarantee the correct reproduction of the wave functions for the states of the continuous spectrum.

The situation changed radically at the beginning of the 80s of the last century, when the algebraic version of MRG - AVMRG was proposed in the BITP of the National Academy of Sciences of Ukraine, and it became clear that the microscopic theory of nuclear reactions is significantly simplified if one turns to the full basis of states of a harmonic oscillator to describe the relative motion of clusters, of which the nuclear system consists. Paradoxical assumption about the possibility of using the basis of the harmonic oscillator for constructing the distribution of wave functions of the continuous spectrum is directly related to the rapid decrease of the basis functions as the distance between the clusters increases. However, the paradox is removed if we pay attention to the fact that the convergence of the expansion is determined not by the asymptotics of the basis functions, but by the asymptotics of the expansion coefficients. The asymptotics of the latter were established in the department of the structure of atomic nuclei of the BITP. Employees of the department proved the identity of the asymptotics of the discrete representation and the asymptotics of the continuous one both for bound states and for states of a continuous spectrum. AVMRG received its development and was put on a strict mathematical basis when it became clear that the basic states of the harmonic oscillator, which are used in real calculations, acquire a simple compact form when the integral transformation is carried out, which translates the basic functions of the harmonic oscillator from the coordinate space into the Fock space Bargman. Then the functional series for the AVMRG wave functions become Taylor series, the convergence of which is determined by a single singular point located at infinity.

The main result of such a transformation is a simple algorithm for determining the states allowed by the Pauli principle, which elegantly solves the problem of constructing a system of algebraic equations of the ABMRG. After the ABMRG equations for the image of the wave function in the Fock-Bargman space are solved, the original defined in the coordinate representation can be reproduced using the inverse integral transformation. Of course, neither the energy spectrum of the bound states of the nuclear system, nor the elements of the S-matrix of the continuous spectrum do not depend on the representation

абаа AB MRG was used to study the properties of bound states of both ordinary light nuclei and light nuclei with a large excess of neutrons and protons in the two-cluster and three-cluster representation; nuclear reactions taking into account one or more output binary channels; connection of cluster (binary) and collective (monopole, quadrupole) degrees of freedom; processes associated with the complete breakdown of nuclear systems; influence of cluster polarization of clusters on the course of binary nuclear reactions; reactions with three-cluster output channels; actions of the Pauli principle in multichannel and multicluster systems.

At this stage, it can already be stated that AVMRG has developed as a concrete implementation of matrix quantum mechanics with correctly defined boundary conditions for both discrete and continuous spectrum states. At the same time, AV MRG develops itself within the limits of its capabilities, and serves as an impetus for the emergence of new approaches ideologically related to it.

абааAs can be seen from the previous text, when considering the properties of discrete and continuous spectrum states, the S-matrix formalism was used until recently. Therefore, at the first stage of the dissertation work, the possibilities of using the T-matrix in the framework of AV MRG are demonstrated. The T-matrix for discrete and continuous spectrum states in the representation of a discrete oscillator is studied. The study was carried out for model problems - particles in the central potential field. A system of linear equations was obtained for determining the coefficients of the expansion of the T-matrix by oscillator functions. Four potentials (Gaussian, exponential, Yukawa, and square rectangular well) were chosen to demonstrate the features of the T-matrix and its dependence on the shape of the potential. The dependence of the expansion coefficients of the T-matrix on the oscillator radius and the number of basis functions involved in the calculation was also investigated.

At the second stage, the relationship between quantum and classical or quasi-classical descriptions was considered, which is a very interesting and complex problem of modern physics. This problem is attractive both for model systems (one particle in a potential field) and for many-body systems. An analysis of quantum

systems with phase portraits in the Fock-Bargman space is proposed. If the wave function of the state of the quantum system characterized by energy E is known, then we actually have the density distribution $\rho_E(x) = |\Psi_E(x)|^2$ as a function of the coordinates in the coordinate representation or if we work in the impulse representation - the function of the distribution of the impulse density $\rho_E(p) = |\Psi_E(p)|^2$ in the impulse representation. Whereas in the Fock-Bargman representation, $\rho_E(\xi, \eta)$ is defined in phase space in terms of the coordinate ξ and the momentum η . In other words, if we know the wave function of any state in the Fock-Bargman representation, then we can find $\rho_E(\xi, \eta)$ over the phase trajectories in this state, or the phase portrait of the state, we can calculate $\rho_E(\xi, \eta)$ over the phase trajectories in this state, or a phase portrait of the state.

In order to construct phase trajectories in classical mechanics, it is necessary to find the dependence of momentum on coordinates for given values of energy and other integrals of motion. Then the phase portrait corresponds to a set of phase trajectories for different energies. In the Fock-Bargman representation, the phase portrait of a quantum system contains all possible trajectories for fixed values of energy and other integrals of motion. As specific examples, phase portraits are calculated for a free one-dimensional particle, for the bound state and the state of the continuous spectrum of a one-dimensional particle with negative parity in the Gaussian potential field, and for the state of the nucleus in the two-cluster representation $\alpha+d$ within the framework of AB MRH.

At the third stage, within the framework of microscopic three-cluster algebraic models with possible consideration of clustering types $(D + n) + \Lambda$, $(D + \Lambda) + n$ and $(n + \Lambda) + D$, the properties of discrete spectrum states and continuous spectrum states in the ${}^3\text{H} + \Lambda$ hyperkernel ${}^4_\Lambda\text{H}$ Hypernuclei are nuclei that, along with nucleons, contain at least one hyperon. The interest in their study is due to the fact that, along with pure nucleon systems, they are systems of strongly interacting particles, and their study can provide additional information about the properties of the strong interaction. The work demonstrated that the cluster structure ${}^4_\Lambda\text{H}$ is almost completely determined by the clustering $(D + n) + \Lambda$ under the quite

perceptible influence of the polarization of the binary subsystem ($D + n$) due to the interaction with the Λ -particle. At the same time, it should be noted that the performed calculations, to a certain extent, serve as a test for the N - Λ potentials. For interaction of nucleons with Λ - hyperon potentials were chosen from the YNG series, which includes the YNG -ND, -NF, -NS, -JA and -JB potentials obtained on the basis of ideas about one-boson exchange. Here, YNG means that it is a hyperonic, (Y) is a nucleon (N) potential given in the form of a superposition of Gaussian functions (G), and N and J after the dash in the name means that the potential is obtained based on the results of the Nijmegen group or the Jülich group, respectively. In the process of calculations, it turned out that the use of YNG-ND-JA and JB potentials leads to an incorrect order of the 0^+ and 1^+ levels, and the use of YNG-NS gives too large a spin-spin splitting of these levels. Therefore, the YNG-NF potential was mostly used, only occasionally stopping at its comparison with the YNG-NS potential.

The work consists of an introduction and three sections. The first section demonstrates the possibilities of using the T-matrix within the framework of AV MRG. The second chapter examines the connection between quantum and classical or quasi-classical descriptions of the system based on the Fock-Bargman representation. The third section is devoted to the study of the properties of the hypernucleus ${}^4_{\Lambda}\text{H}$ within the framework of three-cluster algebraic models

Key words: T-matrix, oscillator basis, scattering, convergence, Fock-Bargman representation, phase portraits, hypernuclei, cluster models, Resonant group method, three-cluster microscopic models, algebraic models, cluster polarization.

Dissertation materials are presented in leading refereed foreign and Ukrainian journals.

List of publications:

1. V.S. Vasilevsky, M.D. Soloha-Klymchak , T-matrix in discrete oscillator representation, Ukr. J. Phys. 60 (2015). No. 4, 297-308.
2. Yu.A. Lashko, G.F. Filippov, V.S. Vasilevsky, M.D. Soloha-Krymchak, Phase portraits of quantum systems, Few-body Systems 55 (2014) 817-820.
3. A.V. Nesterov, M. Solokha-Klymchak, Properties of ${}^4_{\Lambda}\text{H}$ hypernucleus in three-cluster microscopic models, Ukr. J. Phys Vol. 66. (2021), No. 10, 846-856.

ЗМІСТ

Перелік умовних позначень, скорочень і термінів.....	19
Вступ.....	20
Розділ 1 Т-матриця в дискретному осциляторному представленні.....	25
1.1. Вступ.....	25
1.2. Формулювання моделі. Основні рівняння.....	26
1.3. Дискретне представлення	29
1.4. Потенціал прямокутної ями	33
1.5. Аналіз результатів.....	35
1.5.1 Збіжність	38
1.5.2. Зв'язаний стан.....	39
1.5.3. Стани неперервного спектру.....	41
1.5.4 Асимптотика.....	48
1.6. Висновки.....	51
Розділ 2. Фазові портрети квантових систем.....	53
2.1 Вступ.....	53
2.2 Модель.....	54
2.3 Результати.....	56
Розділ 3 Властивості гіперядра ${}^4_{\Lambda}\text{H}$ в 3-кластерних мікроскопічних моделях.....	61
3.1 Вступ.....	61
3.2. Моделі, що використовуються для розгляду властивостей системи	62
3.2.1 Алгебраїчна модель осциляторний базис – АМОБ.....	66
3.2.2 Алгебраїчна модель гаусівський осциляторний базис –АМГОБ...	68
3.3. Вхідні параметри моделей та результати розрахунків.....	71
3.4 Результати розрахунків у АМОБ.....	74
3.5 Результати розрахунків до АМГОБ.....	78
3.6 Порівняння з результатами експерименту та інших теоретичних робіт.....	82
3.7.	
Висновки.....	85
Список використаних джерел.....	86
Додаток А. Список публікацій за темою та відомості про апробацію...	90

Перелік умовних позначень, скорочень і термінів

МРГ – метод резонуючих груп,

АВМРГ – алгебраїчна версія методу резонуючих груп,

АМОБ – алгебраїчна модель осциляторний базис,

АМГОВ – алгебраїчна модель гаусівський осциляторний базис,

ΛN – взаємодія – взаємодія між Λ -частинкою та нуклоном,

YNG : гіперон (Y) – нуклонний (N) потенціал, заданий у вигляді суперпозиції гауссівських функцій (G)

Вступ

Актуальність роботи. Як вже відмічалось, Алгебраїчна версія методу резонуючих груп [4,5] пройшла вже достатньо протяжній шлях свого розвитку. Так у фізиці легких атомних ядер вона вже використовувалась для вивчення бінарних одноканальних та багатоканальних реакцій [6,7,8], зв'язку колективних збуджень та бінарних каналів реакцій легких атомних ядер [9,10], задачі трикластерного континууму [11,12,13]. Ідейно близьким до АВ МРГ є, метод J-матриці [14,15] (J-матриця це матриця Якобі – тридіагональна матриця якою є в обох випадках матриця кінетичної енергії). А весь шлях розвитку цієї моделі можна прослідкувати по книзі [15].

Але як і у кожного підходу при його розвитку мають місце свої внутрішні питання, відповіді на які є актуальними. Тому в першому розділі роботи розглядаються питання збіжності результатів за використанням T-матриці при дослідженні станів дискретного та неперервного спектрів. Розгляд обмежено модельними задачами частинки в полі центральних потенціалів.

Встановлення співвідношення між квантовими та класичними і квазикласичними методами опису фізичних систем є дуже цікавою та актуальною і складною проблемою сучасної фізики [14].

Відомо, що маємо точну багаточастинкову хвильову функцію, то з точки зору квантової механіки, ми маємо вичерпну інформацію про систему яка розглядається. Але якщо нас цікавить лише усереднення одночастинкових та двочастинкових операторів нам достатньо знати одночастинкову матрицю густини. Тут для того щоб зробити перехід до класичного або квазикласичного опису найчастіше використовується функція Вігнера [15,16], що являє собою функцію розподілу у конфігураційному просторі. Але квантова функція Вігнера має певну дивність у своїй поведінці. Вона отримує від'ємних значень у залежності від енергії.

Головною проблемою ядерної фізики є те, до теперішнього часу невідомий потенціал обумовлюючий сильну взаємодію. Тому виявлення нових особливостей цього потенціалу є найактуальнішою задачею сучасної ядерної фізики.

На протязі довгого часу для дослідження були доступні лише звичайні атомні ядра, тобто ті, які складаються з протонів і нейтронів. Але в п'ятдесятих роках минулого сторіччя було виявлено існування ядер, що складаються не тільки з протонів і нейтронів, а й такі, які містять в собі гіперони (кваркова структура: u -кварк, d -кварк + один з дивних кварків). Такі ядра називають гіперядрами. Зі звичайними ядрами їх споріднює те, що частинки з яких складаються ядра та гіперядра є сильно взаємодіючими. Тому дослідження гіперядер і зокрема зіставлення їх властивостями з властивостями звичайних ядер може дати додаткову інформацію про сильну взаємодію. При цьому роль теоретичних досліджень тут є дуже важливою оскільки експериментальні дослідження гіперядер ускладнені їх малим часом життя.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами темами

Виконана робота пов'язана з такими бюджетними темами:

Дисертаційна робота виконувалась у відділі Структури атомних ядер Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України в рамках держбюджетних науково-дослідних робіт “Закономірності та властивості непервного спектру легких атомних ядер, які проявляються в процесах їх зіткнень та розпаду” (2012-2016 рр.). та у відділі Теорії ядра і квантової теорії поля Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України в рамках держбюджетних науково-дослідних робіт (2022–2026) рр.): “Структура екзотичних ядер і гіперядер та динаміка реакцій за їх участю”.

Мета і задачі дослідження. Дослідити динаміку 2-кластерних та 3-кластерних ядерних систем.

Для реалізації мети ми виконали такі задачі:

1.Розробили алгоритм використання Т матриці для задач, в процесі розв'язання яких хвильова функція розкладається по базису гармонічного осцилятора, як це робиться в АВ МРГ. Розглянули збіжність хвильової функції та Т-матричного розкладу по осциляторних функціях. Цей розгляд обмежили модельною задачею частинки в полі центрального потенціалу. Аналіз проводили в рамках матричної квантової механіки.

2. Дослідили фазові траєкторії для двох модельних задач: одновимірний вільний рух частинку у полі одновимірного гармонічного осцилятора:

- Показали, що фазовий портрет для станів континууму містить як скінченні так і нескінченні траєкторії.

- У міру збільшення енергії внесок фінітних траєкторій скорочується, а інфінітні траєкторії згущуються навколо класичних фазових траєкторій.

- Побудували фазові траєкторії для основного та збудженого стану ($J^\pi = 1^+$) реальної ядерної системи ${}^6\text{Li}$, характеристики яких відтворювались в двокластерному представленні $\alpha+d$ АВ МРГ.

- Продемонстрували, що фазовий портрет для зв'язаного стану фазовий портрет містить лише фінітні фазові траєкторії, тоді як для високозбудженого стану нагадує фазовий портрет вільної частинки з незначним ефектом принципу Паулі

3. Продемонстрували, що кластерне представлення $(D+n)+\Lambda$ безумовно відіграє домінуючу роль в описі властивостей гіперядра . Це обумовлено тим, що найнижчим порогом розпаду є поріг ${}^3\text{H} + \Lambda$, а енергія відриву гіперона становить близько 2 MeV. При цьому, те, що гіперядро можливо представляти як кор ${}^3\text{H}$ та Λ -гіперон, треба розглядати як перше наближення. Тому, що хоча взаємодія значно слабша та короткодіюча, ніж NN взаємодія, Λ -частинка може певною мірою поляризувати підсистему ${}^3\text{H}$.

Об'єктом дослідження є:

-З ціллю розширення можливостей АВ МРГ досліджувалась можливість використання Т-матриці за допомогою її розкладу по осциляторному базису.

-Можливості використання фазових портретів для показу зв'язку між квантовими та класичними чи квазікласичними системами.

-Властивості гіперядра ${}^4_{\Lambda}\text{H}$.

Предметом дослідження є Т-матриця в осциляторному представленні. Фазові траєкторії для модельних та двокластерних задач. Властивості станів дискретного та неперервного спектра гіперядра ${}^4_{\Lambda}\text{H}$.

Методи дослідження.

Для розв'язання поставлених задач в одновимірному, двовимірному та тривимірному випадках використовувалось алгебраїчна версія методу резонуючих груп (АВ МРГ) та супутні методи математичної фізики та лінійної алгебри.

Наукова новизна одержаних результатів.

Розроблено техніка використання методу Т-матриці в задачах в яких пошук хвильової функції здійснюється за допомогою її розкладу по осциляторному базису. Техніку перевірено на тривимірних модельних задачах.

За допомогою методу Фока-Баргмана побудовано фазові портрети для модельних систем та для реальної фізичної системи ${}^6\text{Li}$ у двокластерному представленні $\alpha+d$.

В рамках єдиного підходу за використанням трикластеної моделі досліджено властивості станів дискретного спектру та спектру неперервного в каналі ${}^3\text{H}+\Lambda$ з врахуванням поляризації ядра мішені ${}^3\text{H}=d+n$.

Особистий внесок здобувача.

1 розділ

Приймала участь в аналітичних обчисленнях та провела всі необхідні числові розрахунки.

2 розділ

Провела всі необхідні числові розрахунки та ілюстраційну роботу при підготовці статті для друку. Приймала участь у написанні тексту.

3 розділ

Отримала твірні матричні елементи необхідні для числової реалізації задачі. Провела значну частину числових розрахунків. Приймала участь в обговоренні тексту статті.

Практичне значення отриманих результатів.

Робота має теоретичний характер. Отримані результати можуть бути використані:

1. При подальшому використанні методу Т-матриці в осциляторному представлені не тільки для розгляду модельних задач, а й для реальних фізичних систем.
2. При подальшому дослідженні зв'язку між квантовою, квазикласичною та класичною механіками.
3. Для порівняння з результатами робіт інших авторів з ціллю продовження дослідження гіперядер, що дозволить виявити певні риси сильної взаємодії.

Апробація результатів дисертації.

1. Боголюговські читання, Інститут теоретичної фізики НАН України, Київ, Україна, 16–17 жовтня 2023 р.
2. Міжнародна конференція “50 років академічної науки на Закарпатті” (ІЕФ-2020), Ужгород, 24-25 травня 2021 року.
3. Щорічна наукова конференція ІЯД, Київ, 27 вересня – 1 жовтня 2021 р.
4. Міжнародна наукова конференція молодих вчених та аспірантів ІЕР, м. Ужгород, 15-18 травня 2023 р

5. The 22nd European Conference on Few body Problems in Physics, September 9-13, 2013, Krakow, Poland.

Структура дисертаційної роботи. Робота складається з вступу, трьох розділів. В першому розділі демонструються можливості використання Т-матриці в рамках АВ МРГ. В другому розділі розглядається зв'язок між квантовим і класичним або квазікласичним описами системи на основі представлення Фока-Баргмана. Третій розділ присвяно дослідженню властивостей гіперядра ${}^4_{\Lambda}\text{H}$ в рамках трикластерних алгебраїчних моделей. Висновків та списку літератури. Також робота містить список літератури та додаток А. Об'єм роботи становить 87

сторінок. Використане 25 рисунків та 5 таблиць.

Розділ 1. Т-матриця в дискретному осциляторному представленні

1.1 Вступ

Ми розглянули збіжність хвильової функції та розклад Т-матриці по осциляторних функціях. Цей розгляд було обмежено модельною задачею частинки в полі центрального потенціалу. Аналіз проводився в матричній формі квантової механіки, яка включає нескінченний набір функцій осцилятора для реалізації дискретного представлення.

Ця матрична форма добре відома як алгебраїчний варіант методу резонуючих груп або метод J-матриці. Методи були сформульовані в [1, 2] та [3, 4] відповідно. Зараз вони широко поширені і використовуються для опису ядерних, атомних і молекулярних систем. У посил. [5], можна знайти інформацію стосовно вирішення проблем в рамках методу резонуючих груп та численні застосування до вирішення реальних фізичних задач різних розділів квантової фізики.

Зазвичай розклад хвильової функції по осциляторному або будь-якому іншому квадратично інтегрованому базису розглядається в межах методу J-матриці. Дискретна форма Т-матриці ще не досліджена. Наприклад, в [6] для побудови використано осциляторний базис хвильових функцій і обчислено фазовий зсув для потенціалу Гаусса. У тій роботі також була отримана Т-матриця, але лише в просторі імпульсу. Ми ж розглядаємо стани, як дискретних, так і безперервних спектрів. Однак, основну увагу буде приділено станам розсіювання.

Ми збираємося продемонструвати те як залежить збіжність Т-матриці від форми потенціалу, осциляторної довжини базису та енергії стану. Для цієї мети ми вибрали чотири потенціали, які імітують різні фізичні системи. Зверніть увагу, що, розв'язуючи модельні задачі, ми можемо виявити їх цікаві особливості та особливості систем, що розглядаються. Ці особливості спостерігаються в більш складних та реалістичних системах. Наприклад, це було виявлено в [7,8], при вивченні простих проблем моделі.

Було виявлено, що результат в методі J-матриці в деяких випадках збігається повільно. Це означає, що потрібно задіяти дуже великий базис осциляторних функцій досягти бажаної точності обчислень. Ефективний метод сформульовано в [8–10]. Це дозволяє зменшити набір функцій осцилятора в три-п'ять разів, щоб отримати фазові зсуви з більшою точністю.

Коротко розглянемо основні рівняння, які використовуються для опису квантових систем. Ці рівняння буде перетворено з неперервного (координатного або імпульсного) до дискретного, осциляторного представлення. Аналіз T-матриці в дискретному представленні показано в розділі 3 для чотирьох потенціалів (Гауса, Юкави, експоненціального, прямокутної ями).

1.2. Формулювання моделі. Основні рівняння.

Ми використовуємо систему одиниць, вибираючи константу $\frac{\hbar^2}{m} = 1$. Це призводить до перенормування оператора потенціальної енергії

$$\hat{V} \Rightarrow \frac{m}{\hbar^2} \hat{V}(r)$$

У цьому представленні оператор кінетичної енергії є $\hat{T} = -\frac{1}{2} \nabla^2$

у координатному просторі та $\hat{T} = \frac{1}{2} p^2$ у просторі імпульсу, а енергія - $E = \frac{1}{2} k^2$

У цьому пункті ми розглянемо центральні потенціали. Таким чином, орбітальний момент імпульсу L є хорошим квантовим числом.

Щоб визначити спектр зв'язаних станів та їх хвильових функцій параметри розсіювання та відповідних функцій для неперервних станів спектру, слід розв'язати рівняння Шредінгера

$$(\hat{H} - E) \Psi_{kL}(r) = 0 \tag{1.1}$$

або рівняння Ліпмана–Швінгера

$$\Psi_{kL}(x) = \psi_{kL}(x) - \int G(x, x') V(x'', x') \Psi_{kL}(x'') x'^2 dx'' x'^2 dx' \tag{1.2}$$

Останнє можна записати в координатному просторі

($x = r$) або в просторі імпульсу ($x = p$). В координатному просторі, маємо

$$\Psi_{kL}(r) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} j_L(kr), \quad 1.3$$

$$G(r, r') = j_L(kr_<) n_L(kr_>), \quad 1.4$$

$$\hat{V}(x', x'') = \delta(r' - r'') \hat{V}(r'), \quad 1.5$$

$$r_< = \min(r, r') \quad , \quad r_> = \max(r, r')$$

$$\Psi_{kL}(p) = \delta(p - k), \quad 1.6$$

$$G(p, p') = \left(\frac{1}{2} p^2 - \frac{1}{2} k^2 + i\varepsilon \right) \delta(p - p'), \quad 1.7$$

$$\hat{V}(p, p') = \frac{2}{\pi} p p' \int_0^\infty j_L(pr) \hat{V}(r) (p'r) r^2 dr \quad 1.8$$

Зауважимо, що перехід з координатного простору до імпульсного визначається інтегралом Фур'є–Бесселя

$$\Psi_{kL}(p) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} p \int_0^\infty j_L(pr) \Psi_{kL}(r) r^2 dr \quad 1.9$$

Є ще одне рівняння, яке також використовується для визначення спектру зв'язаних та неперервних станів. Це рівняння для Т-матриці на енергетичній поверхні (див., наприклад, [11, 12]), яке також називається рівнянням Ліпмана Швінгера

$$t_L(p, k) = V_L(p, k) + \int_0^\infty dp' p'^2 \frac{V_L(p, p') t_L(p', k)}{E - \frac{1}{2} p'^2 + i\varepsilon} \quad 1.10$$

Існує декілька еквівалентних визначень Т-матриці, зокрема ті, що містять інтеграли з оператором потенціальної енергії та хвильової функції

$$t_L(p, k) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} p \int_0^{\infty} dr r^2 j_L(pr) \hat{V}(r) \Psi_{kL}(r) \quad 1.11$$

у просторі координат або в просторі імпульсу,

$$t_L(p, k) = \int_0^{\infty} dp' p'^2 \hat{V}(p, p') \Psi_{kL}(p') \quad 1.12$$

Наведемо наступне важливе співвідношення, яке зв'язує Т-матрицю і хвильову функцію в просторі імпульсу:

$$\Psi_{kL}(p) = \delta(p - k) - \frac{t_L(p, k)}{\frac{1}{2} p^2 - \frac{1}{2} k^2} \quad 1.13$$

Обчисливши Т-матрицю, ми можемо легко побудувати хвильову функцію системи в імпульсному просторі.

Загальновідомо, що для визначення спектру та хвильових функцій, розв'язуючи рівняння Шредінгера, потрібно накласти адекватні граничні умови, при цьому необхідні граничні умови включені в рівняння Ліпмана-Швінгера.

У цій роботі ми використовуємо представлення стоячої хвилі, що означає, що асимптотична частина хвильові функції є функціями Бесселя та Неймана відповідно.

$$\Psi^{(a)}_{kL}(r) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} k j_L(kr) - \tan \delta_L \sqrt{\frac{2}{\pi}} k n_L(kr)$$

де δ_L – фазовий зсув, а $j_L(kr)$ і $n_L(kr)$ сферичні функції Бесселя та Неймана.

Крім того, S-матриця зазвичай визначається за допомогою хвильової функції в представленні біжучої хвилі

$$\Psi^{(a)}_{kL}(r) = [\psi_L^{(-)}(kr) - S_L \psi_L^{(+)}(kr)]$$

Тут $S_L = \exp\{2i\delta_L\}$ матриця розсіяння і

$$\psi_L^{(\pm)}(kr) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{\pi}} k [-n_L(kr) \pm ij_L(kr)]$$

де збігаюча $\psi_L^{(-)}(kr)$ і розбігаюча і $\psi_L^{(+)}(kr)$ хвилі.

Зауважимо, що $\sqrt{\frac{2}{\pi}}k$ за означенням асимптотична частина хвильової функції для стану неперервного спектру вибирається для нормування хвилі функції $\Psi_{kL}(r)$ за умовою

$$\langle \Psi_{kL} | \Psi_{k'L} \rangle = \delta(k - k') \quad 1.14$$

Легко показати, що Т-матриця $T^{(RW)}$, побудована в представленні біжучої хвилі, пов'язана з Т-матрицею $T^{(SW)}$ зі стоячою хвилею одним простим відношенням

$$T^{(RW)} = -ie^{i\delta_L} \sin \delta_L T^{(SW)}$$

Тому ми вважаємо за краще працювати з дійсною функцією $T^{(SW)}$

1.3. Дискретне представлення

Щоб перетворити рівняння Шредінгера та рівняння Ліпмана–Швінгера для хвильової функції або Т-матриці для дискретного представлення використовуємо повний набір осциляторних функцій $\{\Phi_{nL}(x, b)\}$ в просторі координат і $\{\Phi_{nL}(p, b)\}$ просторі імпульсів. Явний вигляд функцій такий:

$$\Phi_{nL}(r, b) = (-1)^n N_{nL} b^{-3/2} \rho^L e^{-\frac{1}{2}\rho^2} L_n^{L+1/2}(\rho^2) \quad 1.15$$

$$\rho = r/b$$

$$\Phi_{nL}(p, b) = N_{nL} b^{-3/2} \rho^L e^{-\frac{1}{2}\rho^2} L_n^{L+1/2}(\rho^2) \quad 1.16$$

$$\rho = pb$$

Тут

$$N_{nL} = \sqrt{\frac{2\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+L+3/2)}}$$

Ці функції задовільняють умову повноти

$$\sum_{n=0}^{\infty} \Phi_{nL}(r, b) \Phi_{nL}(r', b) = \delta(r - r') \quad 1.17$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \Phi_{nL}(p, b) \Phi_{nL}(p', b) = \delta(p - p') \quad 1.18$$

Щоб перетворити будь-яке рівняння для хвильової функції ми будемо використовувати Т-матрицю в осциляторному представленні, ортогональність базисних функцій і співвідношення повноти. Ми також можемо використати той факт, що всі величини, які з'являються в рівняннях. (1.1), (1.2) і (1.10), можна представити як

$$F(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_{nL}(x, b) F_{nL}(b), \quad 1.19(a)$$

$$\hat{O}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_{nL}(x, b) \langle n | \hat{O} | m \rangle \Phi_{mL}(x, b), \quad 1.19(b)$$

$$\hat{O}(x, x') = \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_{nL}(x, b) \langle n | \hat{O} | m \rangle \Phi_{mL}(x', b), \quad 1.19(c)$$

де x означає r або p . У рівняннях (1.19) за замовчуванням передбачається, що функція $F(x)$, локальний оператор $\hat{O}(x)$ і нелокальний $\hat{O}(x, x')$ підкоряються всім необхідним умовам, щоб бути розкладеними в базисі осцилятора. Ми починаємо перетворення рівняння Шредінгера. Легко переконатися, що рівняння Шредінгера в представленні осцилятора

$$\sum_{m=0}^{\infty} [\langle n | \hat{H} | m \rangle - E \delta_{n,m}] C_m = 0 \quad 1.20$$

де $\{C_m\}$ коефіцієнти розкладу хвильової функції по базису гармонічного осцилятора:

$$\Psi_{kL}(r) = \sum_{m=0}^{\infty} C_m \Phi_{nL}(r, b) \quad 1.21$$

$$C_m = \langle \Phi_{nL} | \Psi_{nL} \rangle$$

Тепер ми звернемо нашу увагу на рівняння Ліппмана–Швінгера для хвильової функції. Інтегральне рівняння (1.2) перетворюється на систему лінійних рівнянь

$$C_n = C_n^{(B)} - \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{m'=0}^{\infty} \langle n | G | m \rangle \langle m | \hat{V} | m' \rangle C_{m'} \quad 1.22$$

Тут $\{C_n^{(B)}\}$ – хвильова функція вільного руху (функція Бесселя) (1.3) в осциляторному представленні. Через особливості функцій осцилятора і гамільтоніана осцилятора, коефіцієнти розкладу $C_n^{(B)}$ збігаються з функціями осцилятора в імпульсному просторі (докладніше див. у [1, 3, 4, 13])

$$C_n^{(B)} = \langle \Phi_{nL} | \psi_{kL} \rangle = \Phi_{nL}(p = k, b) \quad 1.23$$

Щоб розв'язати систему (1.22) потрібно знайти матричні елементи оператора потенціальної енергії

$$\begin{aligned} \langle n | \hat{V} | m \rangle &= \int_0^{\infty} dr r^2 \Phi_{nL}(r, b) \hat{V}(r) \Phi_{mL}(r, b) \\ &= \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} dp p^2 \Phi_{nL}(p, b) \hat{V}(p, k) \Phi_{mL}(k, b) k^2 dk \end{aligned}$$

і матричні елементи функції Гріна для вільного руху Гамільтоніану на осциляторних функціях

$$\begin{aligned} \langle n | G | m \rangle &= \int_0^{\infty} dp p^2 \Phi_{nL}(p, b) \left[E - \frac{1}{2} p^2 + i\varepsilon \right]^{-1} \Phi_{mL}(p, b) = \\ &= \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} dr r^2 \Phi_{nL}(r, b) G(r, r') \Phi_{mL}(r', b) r'^2 dr' \dots \dots \quad 1.24 \end{aligned}$$

З формули (1.14), можна знайти явну форму матричних елементів $\langle n|G|m \rangle$; вони задовольняють рекурентні співвідношення. Є два різні способи представлення Т-матриці у дискретній (осциляторній) формі. По-перше, ми можемо використовувати розклад

$$t_L(p, k) = \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_{nL}(p, b) t_{nL}(b, k) \quad 1.25$$

Очевидно, що коефіцієнти розкладу $t_L(b, k)$ визначаються як

$$t_L(b, k) = \int_0^{\infty} dp p^2 \Phi_{nL}(p, b) t_L(p, k) \quad 1.26$$

Таким чином ми маємо справу з невизначеним вектором

$$t_L(p, k) = \sum_{n,m=0}^{\infty} \Phi_{nL}(p, b) t_{nm}(b) \Phi_{mL}(k, L) \quad 1.27$$

де матричні елементи $t_{nm}(b)$ визначаються як

$$t_{mn}(b, k) = \int_0^{\infty} dp p^2 \Phi_{nL}(p, b) t_L(p, k) \times \Phi_{mL}(k, b) k^2 dk \quad 1.28$$

Зауважимо, що коефіцієнти розкладу Т-матриці в обох представленнях залежать від довжини осцилятора. У наступному розділі ми вивчимо, як сильно залежать коефіцієнти розкладу Т-матриці від довжини осцилятора b .

Проектуючи рівняння (1.10) на базис осцилятора ми отримали системи лінійних неоднорідних рівнянь для вектора $t_n = t_{nL}(b, k)$,

$$t_n = V_n(b, k) + \sum_{m,m'}^{\infty} \langle n|\hat{V}|m \rangle \langle n|G|m' \rangle t_{m'} \quad 1.29$$

або

$$\sum_{m'=0}^{\infty} \left[\delta_{n,m'} - \sum_{m,m'=0}^{\infty} \langle n | \hat{V} | m \rangle \langle m | G | m' \rangle \right] t_{m'} = V_n(b, k) \quad 1.30$$

і для матриці $t_{mn} = t_{mn}(b)$

$$t_{nm} = V_{nm} + \sum_{m,m'=0}^{\infty} \langle n | \hat{V} | m \rangle \langle m | G | m' \rangle t_{m'm} \quad 1.31$$

або

$$\sum_{m'=0}^{\infty} \left[\delta_{n,m'} - \sum_{m,m'=0}^{\infty} \langle n | \hat{V} | m \rangle \langle m | G | m' \rangle \right] t_{m'm} = V_{nm} \quad 1.32$$

тут

$$\begin{aligned} V_{nL}(b, k) &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} dr r^2 \Phi_{nL}(r, b) \hat{V}(r) j_L(p, k) = \\ &= \int_0^{\infty} dp p^2 \Phi_{nL}(p, b) \hat{V}_L(p, k) j_L(p, k) = \sum_{m=0}^{\infty} \langle n | \hat{V} | m \rangle C_m^{(B)} \end{aligned}$$

Розглянемо коефіцієнти розкладу Т-матриці (1.26). Використовуючи означення Т-матриці (1.11), це рівняння можна переписати як

$$t_{nL}(b, k) = \langle \Phi_{nL} | \hat{V} | \Psi_{kL} \rangle = \int_0^{\infty} dr r^2 \Phi_{nL}(r, b) \hat{V} \Psi_{kL}(r) \quad 1.33$$

або

$$t_{nL}(b, k) = \sum_{m=0}^{\infty} \langle n | \hat{V} | m \rangle C_m. \quad 1.34$$

Тут, $\{C_m\}$ коефіцієнти розкладу хвильової функції $\Psi_{kL}(r)$ (див. Рівн. (1.21))

1.4. Потенціал прямокутної ями

Щоб перевірити наші числові результати, нам потрібно розглянути потенціал, який допускає простий вираз для Т-матриці. Існує лише обмежена кількість задач, які можна вирішити аналітично, і для яких Т-матриці можна

отримати в замкнутому вигляді аналітичної форми. Наприклад, Т-матриця в [15] була побудована для потенціалу дельта-оболонки. Ще одним із таких випадків є потенціал прямокутної ями

$$\hat{V}(r) = \begin{cases} V_0 & r \leq a \\ 0 & r > a \end{cases}$$

Цей випадок неодноразово розглядався детально, наприклад [16], де отримано Т-матрицю поза оболонкою. Ми також розглядаємо цей потенціал в

деталях, припускаючи, що V_0 є від'ємним, і потенціал є додатнім.

Отримані результати будуть інтенсивно використовуватися в пункті 3. Щоб визначити Т-матрицю для потенціалу прямокутної ями, ми повинні записати хвильову функцію. Хвильова функція для потенціалу у внутрішній області

$$0 \leq r \leq a$$

$$\Psi_{kL}(r) = \Psi_{kL}^{(i)}(r) = A_{kL} \sqrt{\frac{2}{\pi}} k j_L(k_0 r) \quad 1.35$$

де A_{kL} стала нормування і

$$k_0 = \sqrt{2(E + V_0)} \quad k = \sqrt{2E} \quad 1.36$$

В асимптотичній області ($r \geq a$) для станів неперервного спектру, ми маємо

$$\Psi_{kL}^{(a)}(r) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} k j_L(kr) - \tan \delta_L \sqrt{\frac{2}{\pi}} k j_L(kr) \quad 1.37$$

Зіставляючи внутрішню (1.35) та асимптотичну (1.37) частини хвильової функції та їх перші похідні також ми можемо визначити фазовий зсув δ_L і сталу A_{kL} . Т-матриця для потенціалу прямокутної ями визначається внутрішньою частиною (1.35) хвильової функції.

$$t_L = t_L(p, k) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} V_0 A_{kL} \int_0^a dr r^2 j_L(pr) j_L(k_0 r). \quad 1.38$$

Неважко перевірити, що для орбітального моменту $L=0$

$$t_0(p, k) = \frac{2}{\pi} \frac{k}{k_0} V_0 A_k \times \\ \times \frac{p \cos(pa) \sin(k_0 a) - k_0 \sin(pa) \cos(k_0 a)}{k_0^2 - p^2} \quad 1.39$$

$$\text{і } A_k = k / [k \sin(k_0 a) \sin(ka) + k_0 \cos(k_0 a) \cos(ka)]$$

на енергетичній поверхні маємо

$$t(k, k) = \frac{2}{\pi} \frac{k}{k_0} \tan \delta_0. \quad 1.40$$

Зверніть увагу, що вираз (1.39) представляє Т-матрицю не лише для станів розсіювання ($E \geq 0$), а й для зв'язаних станів ($-V_0 \leq E < 0$). Треба враховувати енергію зв'язаного стану (або імпульс k_0) і відповідний нормуючий коефіцієнт A_{kL} .

1.5. Аналіз результатів

Чисельний аналіз Т-матриці буде проведено лише для s-стану ($L = 0$), де взаємодія сильніша, ніж в інших орбітальних станах ($L > 0$) і не зменшується відцентровим силовим бар'єром. Для вивчення властивостей Т-матриці використовуються чотири потенціали. Це гауссівський (G), експоненціальний (E), потенціал Юкави (Y) і прямокутної ями (SW):

$$\hat{V}(r) = V_0 \exp \left\{ - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right\}, \quad (G)$$

$$\hat{V}(r) = V_0 \exp\left\{-\frac{r}{a}\right\}, \quad (\text{E}) \quad 1.41$$

$$\hat{V}(r) = V_0 \exp\left\{-\frac{r}{a}\right\} \left(\frac{a}{r}\right), \quad (\text{Y})$$

$$\hat{V}(r) = \begin{cases} V_0 & r \leq a, \\ 0 & r > a, \end{cases} \quad (\text{SW})$$

У цьому розділі ми використовуємо ядерні одиниці для отримання енергії

(MeV) і довжини (Фм), так що постійна $\frac{\hbar^2}{2m} = 41/47 \text{ MeV} \cdot \text{фм}^2$.

У цьому розділі для зручності ми будемо позначати Т-матрицю як $t(p, E)$, явно вказуючи енергію стану дискретного або неперервного спектру.

Для всіх потенціалів беремо радіус потенціалу $a = 1$ фм, а глибину $V_0 = -85 \text{ MeV}$.

При такому виборі параметрів отримуємо єдину оцінку стану для всіх потенціалів, енергії яких наведено в таблиці 1. Вони встановлені чисельним розв'язанням системи рівнянь (1.20) з максимальною кількістю осциляторних функцій (див. текст нижче). Можна побачити, що ми отримали глибоко зв'язаний стан для потенціалу Юкави, слабо зв'язаний стан для потенціалу Гауса та помірно зв'язаний стан для експоненціального і прямокутного потенціалів. Результати показані в таблиці, отримані з $n=300$, функцій та довжини осцилятора $b = a = 1 \text{ фм}$.

Далі ми будемо використовувати чотири значення осциляторного радіуса $b = 0,5; 1,0; 1,5; 2,0$ для вивчення залежності коефіцієнтів розкладу Т-матриці від осциляторного радіуса. Розрахунки організовані наступним чином.

Спочатку ми будуємо $N \times N$ матрицю гамільтоніана, де $1 \leq N \leq 500$.

Таблиця 1. Енергія зв'язаного стану

Potential	G	E	Y	SW
$E, \text{ MeV}$	-3.564	-7.006	-26.744	-9.388

Не зупиняємось тут на обчисленнях матричних елементів оператора потенціальної енергії між осциляторними функціями. Використовуємо техніку твірних функцій, подробиці про які можна знайти в [17, 18]). По-друге, ми обчислюємо власні значення (спектр) і власні функції матриці за допомогою дискретної форми рівняння Шредінгера (1.20). Тоді отримуємо Т-матрицю зв'язаних і псевдозв'язаних станів в представленні осцилятора, за допомогою рівняння (1.34). По-третє, вирішуємо систему лінійних рівнянь (1.22), які визначають хвильову функцію і фазовий зсув станів розсіювання з фіксованим значенням енергії E , а потім ми будуємо Т-матрицю за допомогою рівняння (1.34). Нарешті, в четвертому етапі ми розв'язуємо систему лінійних рівнянь (1.29) і отримуємо безпосередньо Т-матрицю для фіксованої енергії E

1.5.1 Збіжність

Перш за все, ми розглянемо, чи є базис осцилятора досить великий, щоб забезпечити збіжні результати для енергії зв'язаного стану та фазовий зсув станів безперервного спектру. На рис. 1.1 наведено залежність енергії зв'язаного стану E від кількості функцій осцилятора N , залучених до обчислень. Отримані результати для двох потенціалів (гаусівського і експоненціального) і для чотирьох різних значень довжини осцилятора b .

Видно, що сто функцій дають дуже стабільне значення енергії основного стану для всіх довжин осцилятора.

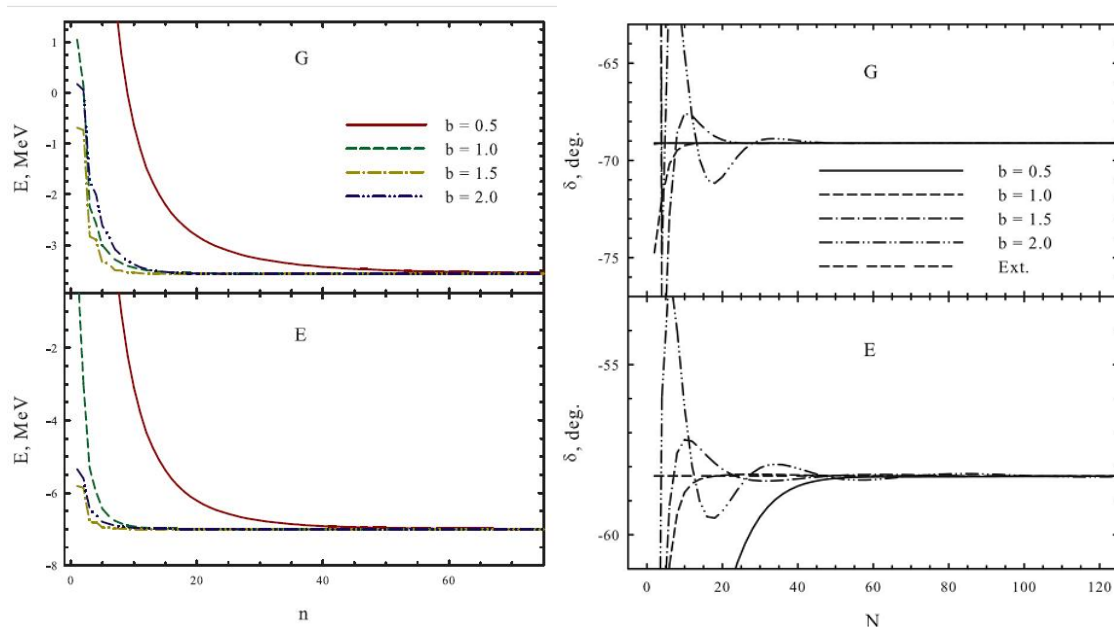


Рис. 1.1. Енергія зв'язку зв'язаного стану як функція головного квантового числа осцилятора n . Результати отримані для гаусівського та експоненціального потенціалу (Ліворуч).

Рис. 1.2. Фазовий зсув як функція головного квантового числа осцилятора n . Результати отримані для гаусівського та експоненціального потенціалу. Результати отримані для гаусівського та експоненціального потенціалу з енергією $E = 5.0$ MeV. (Праворуч).

Залежність фази від зміни кількості використовуваних функцій осцилятора в розрахунках показано на рис. 1.2. Фазовий зсув показаний для енергії $E = 5.0$ MeV. Точні значення фазового зсуву обчислюються в рамках методу фазових функцій [19, 20]. Щоб отримати фазовий зсув незалежно від N , нам потрібно використовувати більше осциляторних, ніж для обчислень для зв'язаного стану.

1.5.2. Основний стан

У цьому розділі ми розглянемо Т-матрицю зв'язаних станів. На рис. 1.3 ми показуємо Т-матрицю для неперервних станів з Юкавським і експоненціальним потенціалами. Продемонструємо швидкість спадання Т-матриці, виведемо перенормовані коефіцієнти розкладу $t_n/t_0 = t_n(b, E)/t_0(b, E)$.

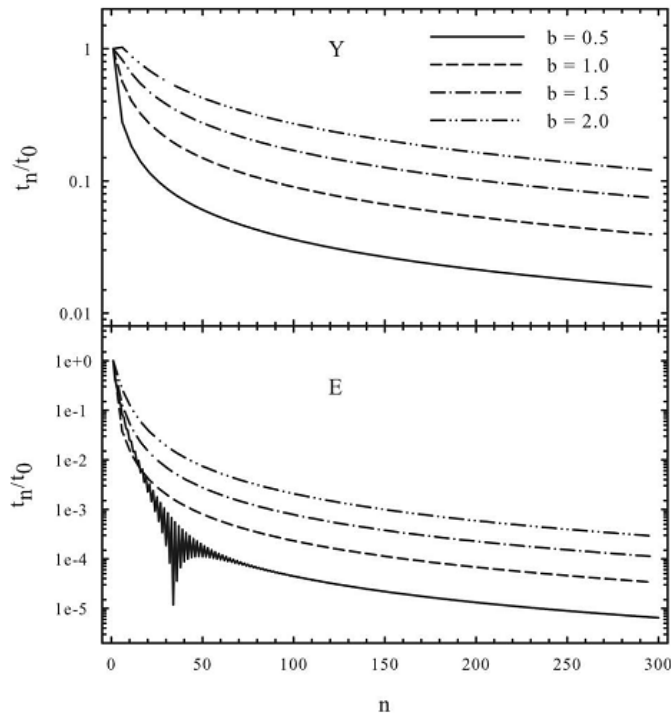


Рис. 1.3. Т-матриця для зв'язаних станів, розрахована за Юкавою і експоненціальний потенціал

для потенціалу Юкави, зв'язаний стан є глибоко зв'язаний з енергією -26,74 MeV. Це пояснює, чому Т-матриця для цього потенціалу спадає дуже швидко, оскільки n збільшується.

Загальна риса Т-матриці для потенціалів Юкави та експоненціального потенціалу полягає в тому, що чим більша довжина осцилятора b , тим повільніше спадають коефіцієнти розкладу Т-матриці. Така ж тенденція спостерігається і для потенціалу Гаусса та прямокутної ями.

За допомогою (1.25) можна легко побудувати Т-матрицю зв'язаного стану в імпульсному просторі. На рис. 1. 4 ми показуємо Т-матрицю $t(p, E)$ як функцію імпульсу p для зв'язаного стану для чотирьох потенціалів. Отримані результати з довжиною осцилятора $b = 1$ Фм і з $n = 300$ функцій осцилятора. Однак за допомогою інших значень довжини осцилятора, ми отримуємо ті самі результати. Варто відзначити, що Т-матриця для сильно зв'язаних станів (потенціал Юкави) дуже розсіяна у просторі імпульсу. Це показує той факт,

що поведінка Т-матриці в просторі імпульсу посилюється хвильовою функцією у внутрішній та асимптотичній областях.

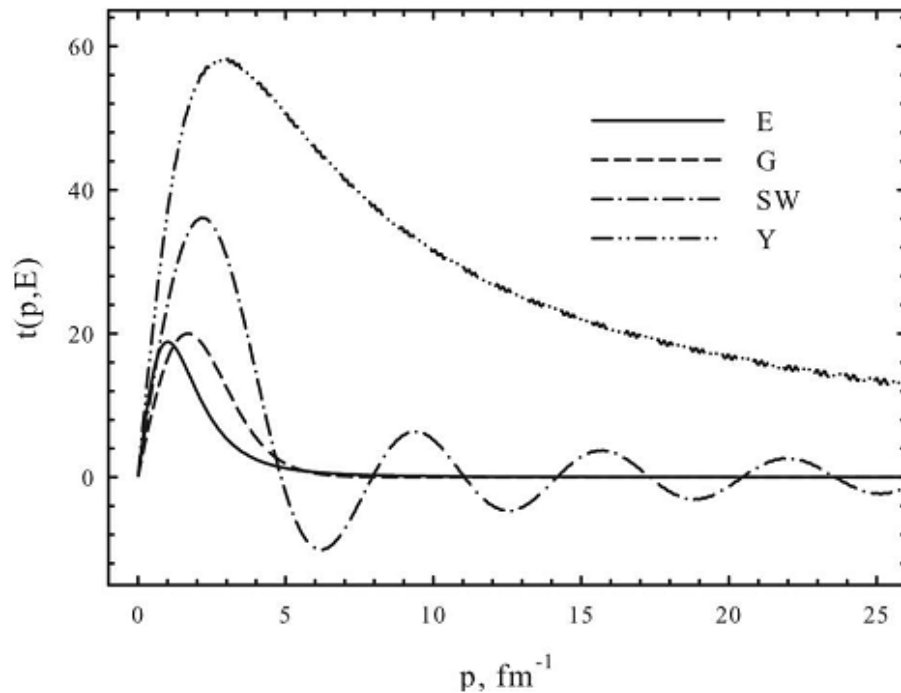


Рис. 1.4. Т-матриця зв'язаного стану як функція від імпульсу P , обчисленого за допомогою чотирьох потенціалів асимптотичній області (див. рівняння (1.11)).

У деяких випадках внутрішня частина хвильової функції дає більший внесок, ніж асимптотична частина. Те саме стосується потенціалу квадратної ями, де Т-матриця є повною і визначається внутрішньою частиною хвильової функції (як було зазначено вище (див. рівняння (1.38))). Навпаки для випадку потенціалів Юкави та прямокутної ями, Т-матриця для гаусівського та експоненціального потенціалів представлено малими значеннями імпульсу $0 \leq p \leq 7 \text{ Фм}^{-1}$.

1.5.3. Стани неперервного спектру.

Ми вибрали п'ять значень енергії ($E = 1, 5, 10, 15, \text{ і } 20 \text{ MeV}$) для дослідження залежності коефіцієнтів розкладау Т-матриці неперервного спектру. Діапазон енергії $0 < E \leq 20 \text{ MeV}$, обраний у наших розрахунках, представляє область, де дія потенціальної енергії сильніша, ніж в області

високих енергій. Оскільки ми зацікавлені в дослідженні швидкості зменшення t_n , ми відобразимо перенормовані коефіцієнти розкладу $\bar{t}_n = t_n/t_0$.

На рис. 1.5 ми показуємо коефіцієнти розкладу Т-матриці для потенціалу Гауса для чотирьох значень енергії $E = 1, 5, 10$ і 15 MeV. Видно, що $\bar{t}_n$ дуже швидко падає до нуля, якщо n збільшується. Чим менша довжина осцилятора, тим швидше спадають коефіцієнти розкладу Т-матриці для потенціалу Гауса. Зверніть увагу, що факт зменшення $\bar{t}_n$ майже незалежить від енергії, яка використовується в наших розрахунках. Порівнюючи рис. 1.5 з рис. 1.6, 1.7 і 1.8, ми можемо бачити швидке зменшення коефіцієнтів розкладу спостерігається лише для потенціалу Гауса, тоді як інші потенціали демонструють набагато повільніше спадання.

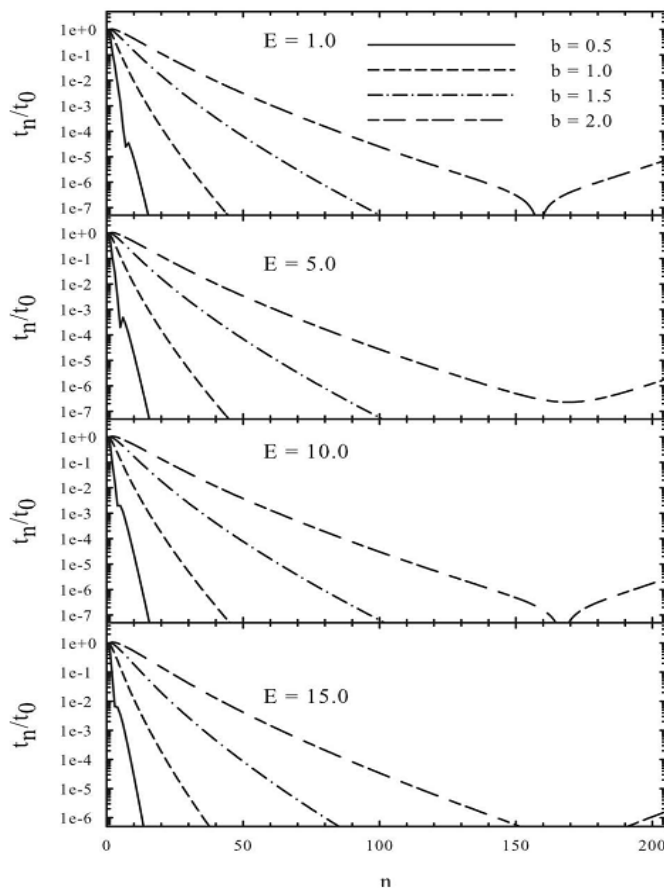


Рис. 1.5. Коефіцієнти розкладу Т-матриці для станів безперервного спектру, отримані за допомогою потенціалу Гауса

На відміну від потенціалів Гауса та прямокутної ями, коефіцієнти розкладу Т-матриці для експоненціального потенціалу та потенціалу Юкави сильніше залежато від енергії. Це чітко показано на рис. 1.8, де коефіцієнти розкладу для Т-матриці відображаються для фіксованої довжини осцилятора b і для п'яти різних значень енергії E . Т-матриця як функція імпульсу P для потенціалу прямокутної ями показані на рис. 1.9. Ці результати отримані для $n=300$ функцій осцилятора. На рис. 1.9 порівнюємо розраховану Т-матрицю з точним

(позначеним як Ext), представленим рівняння (1.39). Видно, що розрахована Т-матриця збігається з точним у широкому діапазоні імпульсів P . Верхня межа діапазону залежить від кількості функцій n і осциляторної довжини b .

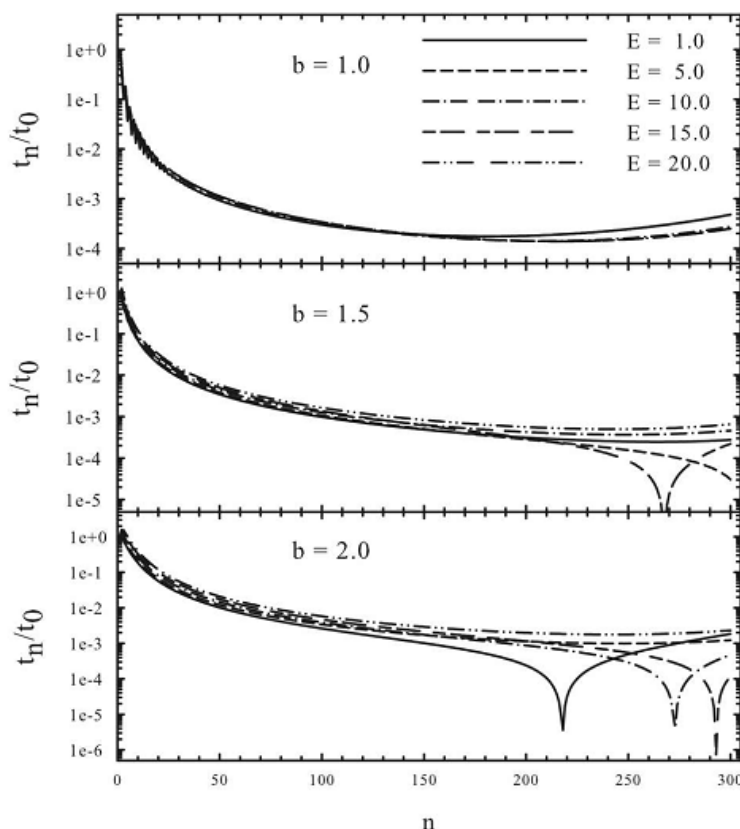


Рис. 1.6. Коефіцієнти розкладу Т-матриці як функція n розраховано з експоненціальним потенціалом

і, враховуючи властивості осциляторних функцій, можна виразити як

$$p \leq \frac{\sqrt{4N + 2L + 3}}{b}$$

1.42

Таким чином, чим менша довжина осцилятора, тим більший діапазон імпульсів, який можна охопити N функцій осцилятора. Дійсно, з

$b = 20 \text{ фм}^{-1}$, ненульові значення Т-матриці отримують при $p \leq 17 \text{ фм}^{-1}$, що відповідає формулі (1.42). Досі, щоб дійсно переконатись, ми використовували великий базис функцій ($n = 300$) для опису межі і станів неперервного спектру. Зараз ми хочемо визначити мінімальний набір функцій осцилятора, що дає розв'язок з необхідною точністю.

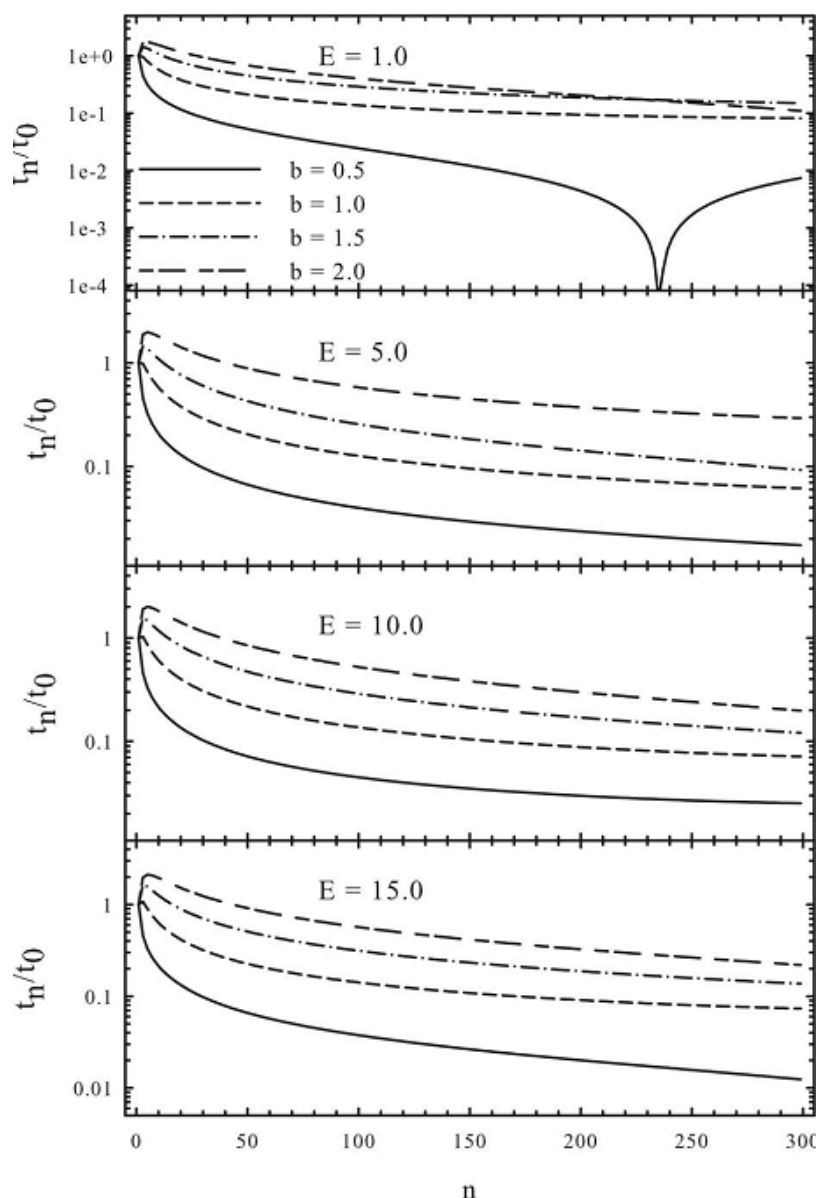


Рис. 1.7. Коефіцієнти розкладу t_n/t_0 , отримані за допомогою Юкави потенціалу Юкави

Ми знову звернемо увагу на потенціал прямокутної ями, оскільки хвильова функція і Т-матриця для цього потенціалу отримана в простій аналітичній формі. Це допомагає нам перевірити точність наших розрахунків. Точна (1.39) та розрахована Т-матриці, визначені з $n = 25, 50$ та 75 осциляторними функціями, показані на рис. 1.10. Як видно, 25 функцій не може забезпечити хорошу точність для Т-матриці. Розрахована Т-матриця помітно відхиляється від точної, тоді як Т-матриця, розрахована за допомогою $n = 50$ і $n = 75$ є достатньо близькою до точної Т-матриці.

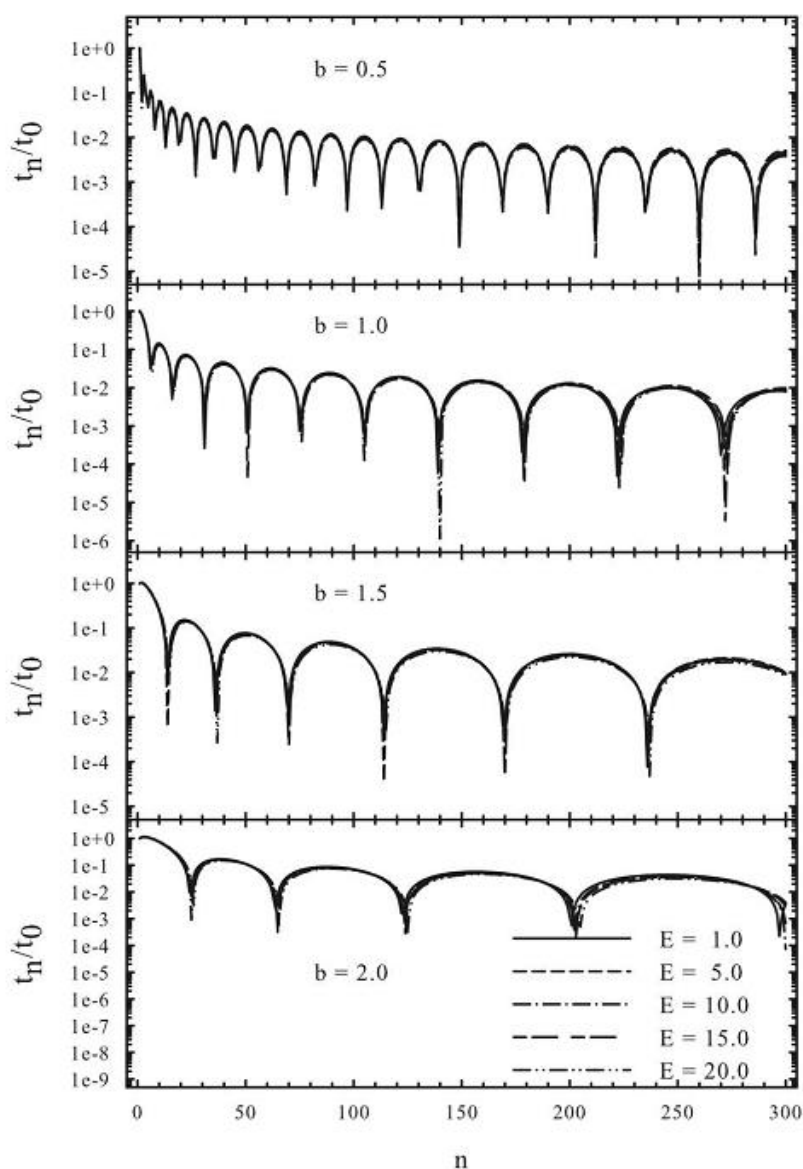


Рис. 1.8. Потенціал прямокутної ями. Перенормовані коефіцієнти розкладу Т-матриці як функції від n

Зауважимо, що чим більша кількість осциляторних функцій бере участь у обчисленнях, тим більшим є діапазоном імпульсів P , де Т-матриця описується цими функціями. Зверніть увагу, що ця кількість функцій узгоджується з результатами, представленими на Рис. 1.1 і 1.2 щодо збіжності розрахунків зв'язаного стану і фазового зсуву. Подібна картина спостерігається і для Гаусівського та експоненціального потенціалу. На жаль, ми цього не робимо щоб знати точну Т-матрицю для них обох. Для цих потенціалів, Т-матриця,

розрахована з $n=300$ функцій осцилятора, яку можна розглядати як «точні». Така кількість функцій забезпечує нам_стабільний розв'язок і точний зсув фази. З цим визначенням розрахунки з $n = 50$ і $n = 75$ базисних функцій майже не відрізняються для «точного» значення Т-матриці. Що стосується потенціалу Юкави, то тут потрібно мінімум $n = 125$, щоб бути близьким до «точної» Т-матриці.

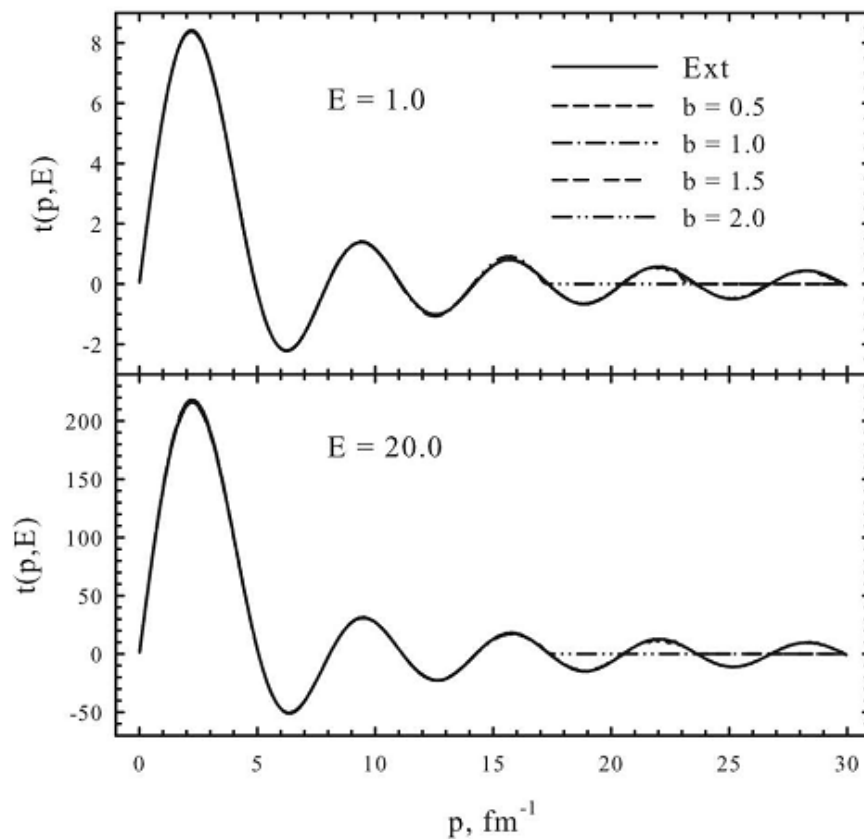


Рис. 1.9. Збіжність Т-матриці для потенціалу прямокутної ями розраховано для двох значень енергії $E = 1$ і $E = 10$ MeV

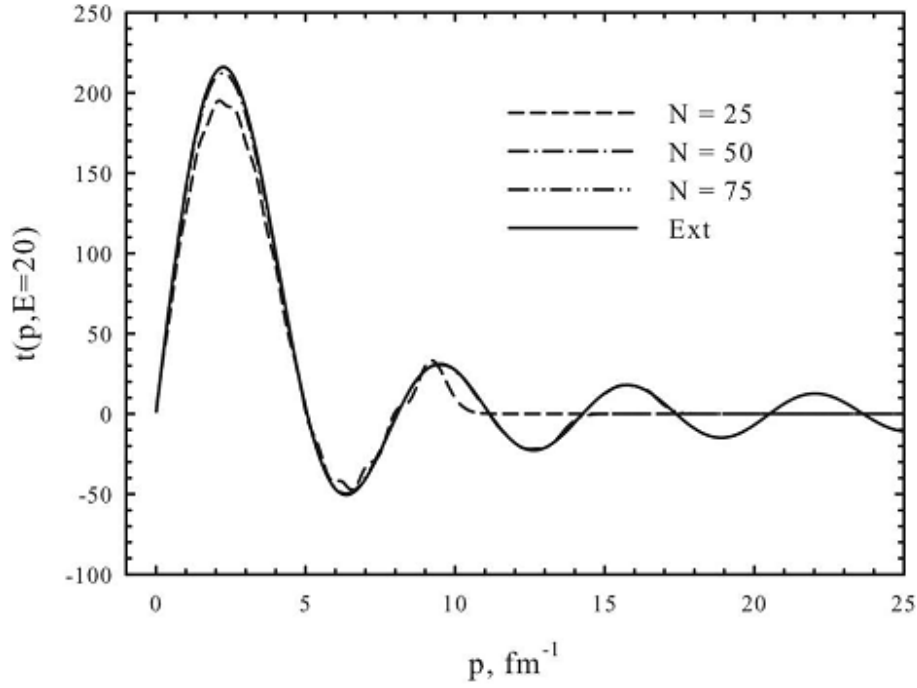


Рис. 1.10. Збіжність Т-матриці для потенціалу прямокутної ями. Результати отримані для $E = 20 \text{ MeV}$ і з довжиною осцилятора $b = 1 \text{ фМ}$.

1.5.4 Асимптотика

У цьому розділі ми розглянемо асимптотичну поведінку Т-матриці як функції n для великих значень n . У роботах [1, 2] показано, що коефіцієнти розкладу для хвильових функцій мають такий вигляд асимптотичної форми

$$C_n = \langle n | \Psi_{kL} \rangle \approx \sqrt{2R} \Psi_{kL}(bR_n) \quad 1.43$$

Таким чином коефіцієнти розкладу $t_n = t_{nL}(b, k)$ для Т-матриці можуть бути записані як

$$\begin{aligned} t_n &= t_{nL}(b, k) = \langle n | \hat{V} | \Psi_{kL} \rangle \approx \\ &\approx \sqrt{2R_n} V(bR_n) \Psi_{kL}(bR_n) = V(bR_n) C_n \end{aligned} \quad 1.44$$

$$R_n = \sqrt{4n + 2L + 3} \quad 1.45$$

є визначаючим моментом для класичного гармонічного осцилятора в тривимірному просторі. У [8], [21], було виявлено, що

є ще один внесок (який отримав назву короткодіючий (CP) внесок, в асимптотичну поведінку у рівняннях (1.43) і (1.44) називають дальним (LR) до асимптотичної форми, яка пов'язує коефіцієнти розкладе C_n і t_n

Хвильової функції і Т-матриці

$$\langle n | \Psi_{kL} \rangle \approx (-1)^u \sqrt{2R} \Psi_{kL}(bR_n) \quad 1.46$$

$$\langle n | \hat{V} | \Psi_{kL} \rangle \approx (-1)^u \sqrt{2R} \Psi_{kL}(R_n/b, k) \quad 1.47$$

Рівняння (1.43) і (1.44) встановлюють деякі співвідношення між коефіцієнтами розкладу C_n і t_n хвильової функції. Т-матриця для великих значень імпульсу $\rho = R_n/b$.

Розглянемо обчислення t_n для потенціалу прямокутної ями докладніше. Щоб визначити t_n , обчислимо інтеграл

$$\begin{aligned} t_n = t_n(b, k) &= V_0 A_{kL} \sqrt{\frac{2}{\pi}} k \int_0^a dr r^2 \Phi_{nL}(r, b) j_L(k_0 r) = \\ &= V_0 A_{kL} \sqrt{\frac{2}{\pi}} k b^3 \int_0^{a/b} d\rho \rho^2 \Phi_{nL}(\rho, 1) j_L(bk_0 \rho), \end{aligned}$$

Де $\rho = r/b$. Якщо $a/b \gg 1$ або $a/b > \sqrt{4n+2l+3}$

то інтеграл можна продовжити до нескінченності, а він дає коефіцієнти розкладу для функцій Бесселя. Таким чином, ми отримуємо дальнє наближення. Для малих значень співвідношення $a/b \ll 1$ або $a/b \ll \sqrt{4n+2l+3}$, ми можемо використати наближену формулу для осциляторних функцій (поліномів Лагерра).

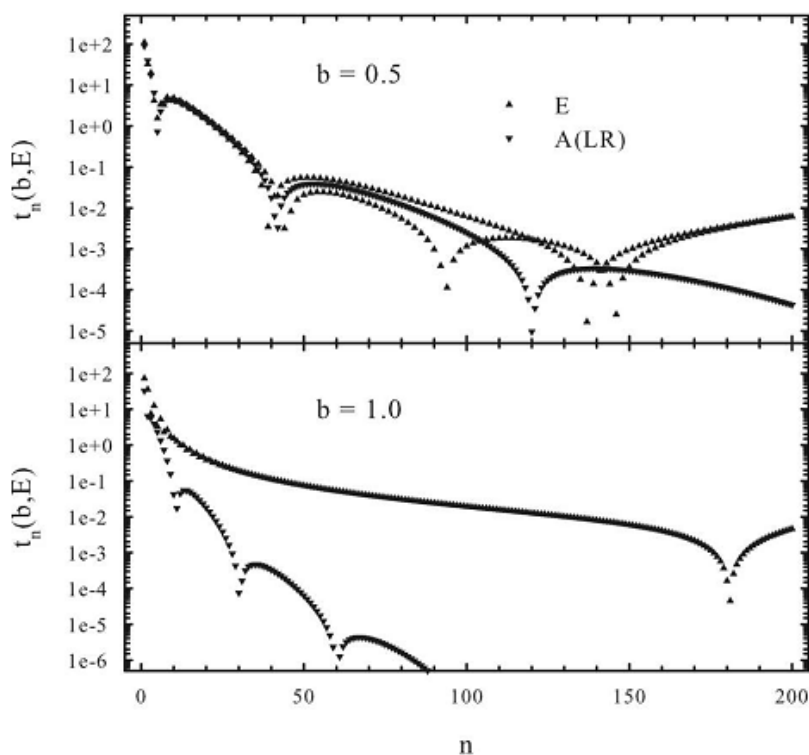


Рис. 1.11. Точна (E) та асимптотична (A(LR)) форми коефіцієнтів розкладу t_n , розрахованих з експоненціальним потенціалом для енергії $E = 10,0$

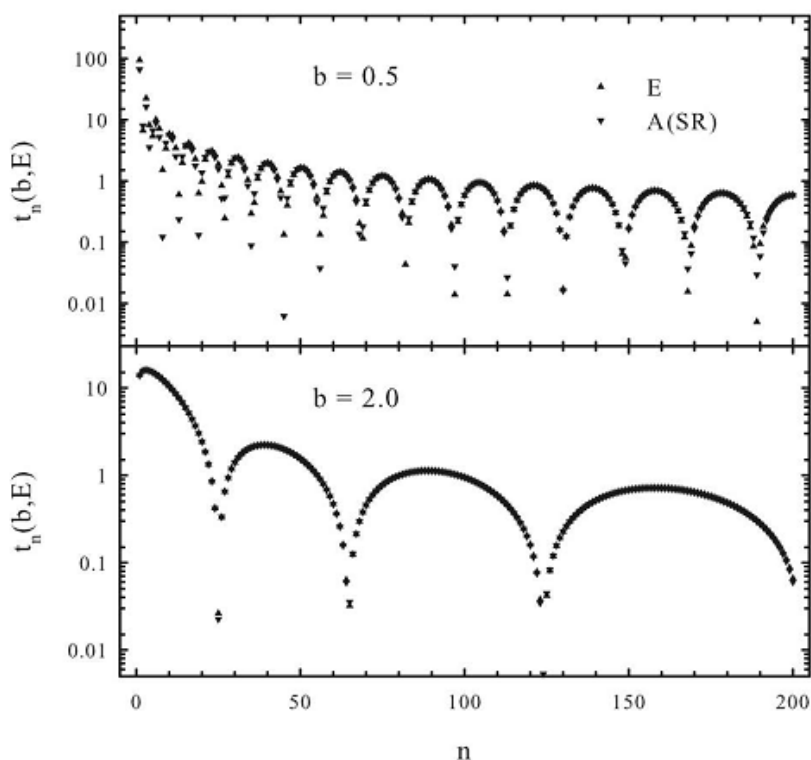


Рис. 1.12. Коефіцієнт розкладання для точної Т-матриці (E) порівняно з асимптотичною ближньою формою (A(SR)). Розрахунки зроблені для $E = 10,0$ з потенціалом прямокутної ями

У [8] також було продемонстровано, що в деяких випадках (які залежать від значення довжини осцилятора b і форма потенціалу), внесок CP більший за LR . Крім того, у деяких випадках потрібно враховувати обидва. На жаль, ми не знаємо точної асимптотичної форми хвильової функції $\Psi_{kL}(\rho)$ у просторі імпульсу та T -матриці для великих значень P . Це ускладнює реалізацію ближнього наближення. Зауважимо, що знання асимптотики для хвильової функції та T -матриця дозволили нам сформулювати стратегії (див. [7], а також [10]) отримати збіжні результати для фазового зсуву з мінімальним набором функцій осцилятора. Маємо явні форми хвильової функції і T -матрицю лише для потенціалу прямокутної ями. Ми використовуватимемо його для перевірки асимптотичної поведінки T -матриці.

На рис. 1.11 порівнюємо розраховані (Е) і асимптотичні далекосяжні (A(LR)) форми T -матриці з експоненціальним потенціалом. Як видно, асимптотична дальня форма справедлива для малих значень b . Починаючи з $b = 1,0$, асимптотична форма є значною менше, ніж точна форма. Подібна картина спостерігається і для потенціалу Гауса. Однак для Юкава і потенціали прямокутної ями дальня форма дає дуже малий внесок у порівнянні з точною формою.

На рис. 1.12 ми демонструємо, як асимптотика ближнього наближення працює для потенціалу прямокутної ями. Ми показуємо результати для двох значень осциляторної довжини b : найменша ($b = 0,5$) і найбільша ($b = 2$). Як видно, асимптотична короткодіюча форма є дійсною для малих значень b . Для великих значень b , асимптотична форма збігається з точною для всього діапазону квантового числа n . Слід підкреслити, що далекосяжна асимптотика дає нульовий внесок у представлення результати через певну форму потенціалу прямокутної ями.

1.5.5. Висновки

Ми досліджували властивості Т-матриці в представленні дискретного осцилятора. Встановлено, що Т-матриця в представленні осцилятора може бути представлена у векторному та матричному вигляді. Векторна форма підходить для дослідження Т-матриці у напівоболонковому просторі, тоді як матрична форма більше підходить для повного оболонкового простору. Система лінійних рівнянь для коефіцієнтів розкладу Т-матриці виводиться як для векторної, так і для матричної форм. Ми розраховували коефіцієнти розкладу Т-матриці для чотирьох різних потенціалів. Показано, що швидкість зменшення коефіцієнтів розкладу Т-матриці залежить від форми потенціалу та осциляторної довжини. Також показано, що коефіцієнти розкладу Т-матриці незначно залежать від енергії станів безперервного спектру. Нагадаємо, що енергія станів розсіювання розглядається в діапазоні $0 \leq E \leq 20$, що характерно для низькоенергетичного ядерного процесу.

Показано, що розрахунки Т-матриці в дискретному представленні є надійним способом отримання інформації про поведінку квантової механічної системи. Ми ретельно дослідили асимптотичну властивість Т-матриці в дискретному просторі і встановили зв'язок з його асимптотичною формою в координатному та імпульсному просторі. Даний метод дискретизації може бути легко розширений для Т-матриці реальних фізичних систем як багатоканальних, так і багатокластерних систем.

Розділ 2. Фазові портрети квантових систем.

2.1. Вступ.

Зв'язок між квантовим і класичним чи квазікласичним описом є дуже цікавою і складною проблемою сучасної фізики [22]. Ця проблема є цікавою як для одночастинкових систем (одна частинка в потенційному полі), так і багаточастинкових. Пропонується аналіз квантових систем за використанням фазових портретів в просторі Фока–Баргмана. Якщо ми знаємо хвильову функцію стану квантової системи, що характеризується енергією E , то отримуємо розподіл густини $\rho_E(x) = |\Psi_E(x)|^2$ як функцію координат в координатному представленні, або як функцію імпульсів $\rho_E(p) = |\Psi_E(p)|^2$ в імпульсному представленні. Тоді як у представленні Фока–Баргмана розподіл $\rho_E(\xi, \eta)$ визначається у фазовому просторі через координату ξ та імпульс η . Іншими словами, якщо ми знаємо хвильову функцію будь-якого стану в представленні Фока–Баргманна, розподіл по фазових траєкторіях у цьому стані або фазовий портрет стану, можна знайти. Щоб побудувати фазові траєкторії в класичній механіці, необхідно знайти залежність імпульсу від координат при заданих значеннях енергії та інших інтегралів руху. Тобто фазовий портрет відповідає набору фазових траєкторій для різних енергій. У представленні Фока–Баргманна фазовий портрет квантової системи містить усі можливі траєкторії при фіксованих значеннях енергії та інших інтегралів руху.

2.2 Модель

Перехід від хвильової функції в представленні координат або імпульсу до хвильової функції в представленні Фока–Баргмана можна здійснити за допомогою інтегрального перетворення

$$\Psi_E(R) = \int K(R, x) \Psi_E(x) dx, \quad R = \frac{\xi + i\eta}{\sqrt{2}} \quad 2.1$$

ядро якого визначається модифікованими орбіталями Блоха—Брінка [23]:

$$K(R, x) = \frac{1}{\pi^{1/4}} \exp\left(-\frac{x^2}{2} + \sqrt{2}xR - \frac{R^2}{2}\right). \quad 2.2$$

У просторі Фока–Баргмана хвильові функції є цілими аналітичними функціями комплексної змінної R . Модифікована орбіталь Блоха—Брінка має деякі переваги. По-перше, це власна функція оператора координати у просторі Фока–Баргмана:

$$\hat{x}K(R, x) = xK(R, x), \quad \hat{x} = \frac{1}{\sqrt{2}}(R + \nabla_R). \quad 2.3$$

По-друге, модифікована орбіталь Блоха–Брінка є когерентним станом і створює повний базис $\{\Psi_n(x)\}$ одновимірного гармонічного осцилятора. Отже, варто розкласти хвильову функцію по базису гармонічного осцилятора,

$$\Psi_E(x) = \sum_{n=0} C_n \psi_n(x), \quad \text{або} \quad \Psi_E(R) = \sum_{n=0} C_n \psi_n(R), \quad 2.4$$

де n – кількість осциляторних квантів. Тоді рівняння Шредінгера зводиться до системи лінійних рівняння для коефіцієнтів розкладу C_n^E :

$$\sum_{\tilde{n}} \langle n | H | \tilde{n} \rangle C_{\tilde{n}}^E - E C_n^E = 0. \quad 2.5$$

Розв'язуючи цю систему рівнянь, ми отримуємо спектр і відповідні хвильові функції $\{C_n(E)\}$ в осциляторному представленні. Тоді легко побудувати хвильову функцію в координаті або просторі Фока–Баргмана [див. 24]. Розрахувавши хвильову функцію в просторі Фока–Баргмана, знаходимо розподіл густини:

$$dP_E(\xi, \eta) = \rho_E(\xi, \eta) \frac{d\xi d\eta}{2\pi} = |\Psi_E(R)|^2 d\mu_B = |\Psi_E(\xi, \eta)|^2 \exp\left(-\frac{\eta^2 + \xi^2}{2}\right) \frac{d\xi d\eta}{2\pi} \quad 2.6$$

$$dP^{3D}_E(\vec{\xi}, \vec{\eta}) = \rho^{3D}_E(\vec{\xi}, \vec{\eta}) \frac{d\vec{\xi} d\vec{\eta}}{(2\pi)^3} = |\Psi_E(\vec{R})|^2 \exp\left(-\frac{\eta^2 + \xi^2}{2}\right) \frac{d\vec{\xi} d\vec{\eta}}{(2\pi)^3}$$

інтегруючи наведений вище вираз за тілесними кутами Ω_η і Ω_ξ , ми отримуємо $\rho^{3D}_E(\xi, \eta)$, який залежить лише від абсолютних значень координати та імпульсу. Фазові траєкторії визначаються як безперервний набір точок у площині (ξ, η) для фіксованих значень розподілу $\rho_E(\xi, \eta) = \text{const}$. Таким чином, ймовірність реалізації фазової траєкторії пропорційна значенням $\rho_E(\xi, \eta)$. Що стосується класичних фазових траєкторій, то їх визначимо таким чином:

$$\frac{\langle R^* | \hat{H} | R \rangle}{\langle R^* | R \rangle} \equiv H(\xi, \eta) = E \quad 2.7$$

де $|R\rangle$ - модифікована орбіталь Блоха—Брінка [23]. Таке визначення використовується в залежності від часу варіаційному методі. Наприклад, у [25] автори означили класичні функції у фазовому просторі як математичне очікування між когерентними станами та отриманими класичними рівняннями руху через залежний від часу варіаційний принцип. Класичні траєкторії також визначаються аналогічним чином у антисиметричному методі молекулярної динаміки [25]. Основна ідея цього методу полягає в описі

нуклонів хвильовими пакетами, в яких залучені ефекти антисиметризації (але жоден з інших квантових ефектів).

2.3. Результати

Метод застосовано для вільного руху одновимірної квантової частинки та для руху в полі гаусівського потенціалу. Ми вибрали глибину гаусівського потенціалу таким чином, щоб отримати в нашій задачі один зв'язаний стан. Зібравши інформацію про прості модельні системи, ми збираємося поширити наші знання на двокластерні ядерні системи. Як приклад ми розглянули двокластерну систему $\alpha + d$.

Фазовий портрет вільної квантової частинки легко побудувати, якщо використати інтеграл перетворення (2.1) з хвильовою функцією $\Psi_E(x)$ як плоскою хвилею. Тоді для розподілу густини отримуємо

$$\rho_k(\xi, \eta) = \frac{1}{\pi^{3/2}} \exp\left(-(k - \eta)^2\right) \quad 2.8$$

Цей вираз не залежить від ξ і має максимум поблизу класичної траєкторії $\eta = k$. Щоб зрозуміти, як вимоги до симетрії впливають на розподіл густини для плоскої хвилі, на рисунку 2.1 ми показуємо фазовий портрет вільної одновимірної частинки з енергією $E = k^2/2$ і від'ємною парністю.

$$\rho_k^-(\xi, \eta) = \frac{1}{\pi^{3/2}} \exp\left(-(k - \eta)^2\right) (\cos(2k\eta) - \cos(2k\xi)) \quad 2.9$$

Як видно з рівняння (1.5), вимоги симетрії призводять до деяких коливань, які згладжуються, коли енергія збільшується. Положення максимумів розподілу густини $\rho_k^-(\xi, \eta = k)$ у просторі Фока–Баргмана та в просторі координат $\rho_k^-(x) = \sin^2 kx$ однакові, але амплітуди коливань різні. Крім того,

$\rho_k^-(\xi, \eta)$ має два максимуми при $\eta = \pm k$ протилежно $\rho_k(\xi, \eta)$, який має один максимум $\eta = k$. Отже, фазові портрети можуть надати додаткову важливу інформацію про квантові системи порівняно з хвильові функції в представленні координат або імпульсу. Фазовий портрет для станів континууму містить як нескінченні, так і скінченні траєкторії. У міру збільшення енергії E внесок фінітних траєкторій скорочується, а інфінітні траєкторії згущуються навколо класичних фазових траєкторій. Підкреслимо, що скінченні (фінітні) траєкторії для станів неперервного спектру не представляють жодного зв'язаного чи резонансного стану. Вони просто відображають квантові ефекти.

Побудовано фазові траєкторії для основного та збудженого стану ($J^\pi = 1^+$) ядра ${}^6\text{Li}$, характеристики яких відтворювались в двокластерному представленні $\alpha+d$ в АВ МРГ. Продемонстровано, що фазовий портрет для зв'язаного стану ${}^6\text{Li}$ містить лише фінітні фазові траєкторії, тоді як фазовий портрет для високозбудженого стану нагадує фазовий портрет вільної частинки з незначними малими ефектами принципу Паулі.

Фазовий портрет станів від'ємної парності для частинки в полі одновимірного потенціалу Гауса показано на рисунку 2.2. Розподіл густини для зв'язаного стану локалізовано в невеликій ділянці фазового простору, а всі фазові траєкторії є кінцевими. Мінімум розподілу для зв'язаного стану знаходиться при $\xi = 0$ зумовлено антисиметрією функції. Розподіл для континуального стану з енергією $E = k^2/2$ $k = 1,54$ показує, що квазікласичне наближення вже справедливе при цій енергії. Більшість траєкторій нескінченні, а максимум розподілу густини відповідає класичним траєкторіям $\eta = \pm k$. При $\xi = 0$ прискорення частинки спостерігається під дією потенціалу.

Особливий інтерес представляє побудова фазових портретів для двокластерних ядерних систем, оскільки їх розгляд дозволяє безпосередньо судити про характер взаємодії кластер–кластер та ефекти принципу Паулі в сукупній системі. Цієї мети можна досягти, використовуючи алгебраїчну версію методу резонансної групи в представленні Фока–Баргмана. На рисунку 3 ми демонструємо фазові портрети для ядра ${}^6\text{Li}$, описаного як

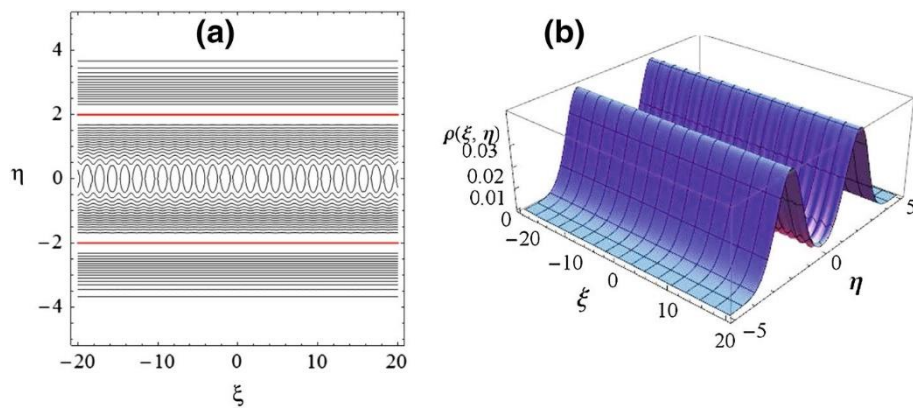


Рис. 2.1. Фазовий портрет (а) та розподіл густини (б) вільної одновимірної частинки з енергією $E = k^2/2$, $k = 2$ та від'ємною парністю, як функція безрозмірної координати ξ та імпульсу η . Лінії $\eta = \pm k$ являють собою класичні траєкторії

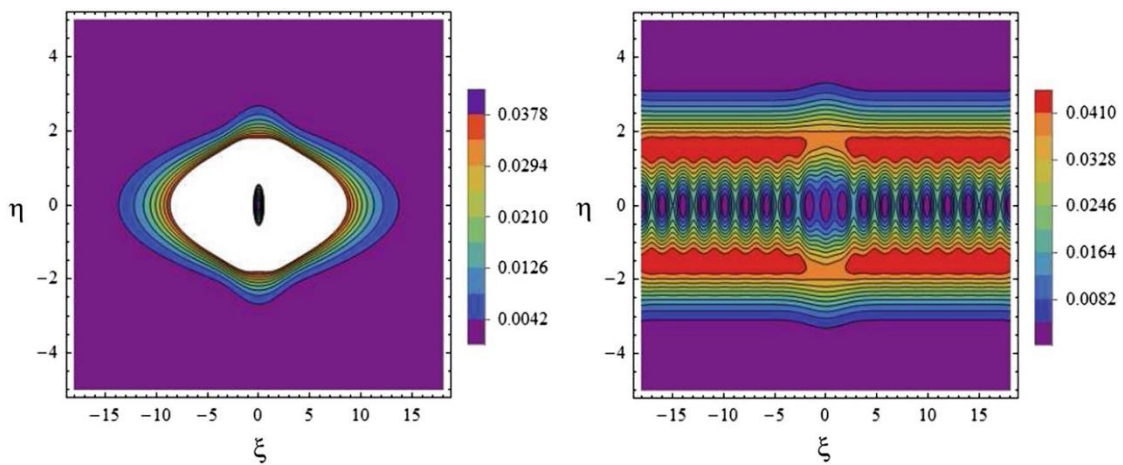


Рис. 2.2. Фазовий портрет для зв'язаного стану (ліворуч) і стану неперервного спектру (праворуч) одновимірної частинки з від'ємною парністю у полі потенціалу Гауса.

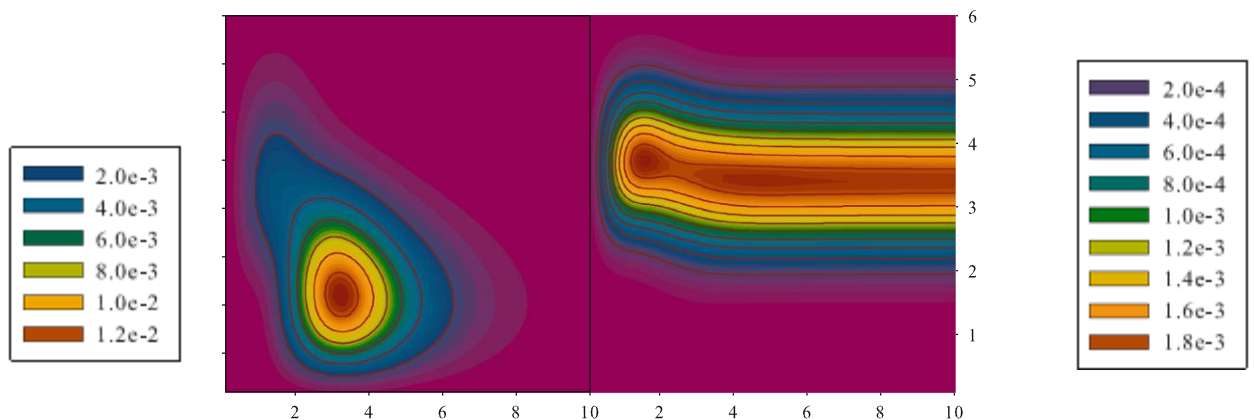


Рис. 2.3. Фазові портрети для стану $J^\pi = 1^+$ у ${}^6\text{Li}$. Фазові траєкторії показані для зв'язаного стану (ліворуч) і неперервного спектру стан (справа).

двокластерна система $\alpha + d$. Власні хвильові функції кластерів представляються у вигляді найпростіших функцій трансляційно-інваріантної моделі оболонок. Осциляторна довжина $r_0 = 1,37$ фм обрана для мінімізації $\alpha + d$ порогової енергії. Наведемо фазові портрети для двох станів $J^\pi = 0^+$ та $J^\pi = 1^+$, один з яких є основним станом з енергією, яку ми отримуємо близькою до експериментальної, а другий стан – стан неперервного спектру з енергією $E = 128,21 \text{ MeV}$ вище порогу $\alpha + d$. Розрахунки проводились з потенціалом Мінесоти з параметром $u = 0,98$. З рис. 2.3 видно, що фазовий портрет для зв'язаного стану ${}^6\text{Li}$ містить лише фінітні фазові траєкторії, тоді як фазовий портрет для високоезбудженого стану нагадує фазовий портрет вільної частинки з незначними малими ефектами принципу Паулі.

2.4 Висновки

Підсумовуючи, простір Фока–Баргмана забезпечує природний опис квантово-класичної відповідності та дозволяє нам встановити, при якій енергії квантові фазові траєкторії наближаються до своїх класичних.

Побудовано фазові траєкторії для основного та збудженого стану ($J^\pi = 1^+$) ядра ${}^6\text{Li}$, характеристики яких відтворювались в двокластерному представленні $\alpha+d$ в АВ МРГ. Продемонстровано, що фазовий портрет для зв'язаного стану ${}^6\text{Li}$ містить лише фінітні фазові траєкторії, тоді як фазовий портрет для високозбудженого стану нагадує фазовий портрет вільної частинки з незначними малими ефектами принципу Паулі.

Розділ 3. Властивості гіперядра ${}^4_{\Lambda}\text{H}$ в 3-кластерних мікроскопічних моделях.

3.1. Вступ

Ядра, що містять у собі поряд з нуклонами і гіперонами, тобто дивні баріони, до складу яких входить u і d кварки і один з дивних кварків, називаються гіперядрами. Вперше такі, а саме - гіперядра, були експериментально відкриті М. Данишем і Є. Пневським, які в 1953 серед продуктів розщеплення ядер частинками космічних променів виявили відносно довгоживучі фрагменти, що випускають півонії. Систематичне експериментальне вивчення властивостей гіперядер стало можливим після того, як у ЦЕРНі був створений пучок мезонів, що дозволило безпосередньо в атомних ядрах утворювати гіперони. Наприклад, для отримання Λ - гіперядер, використовуючи реакції

В результаті виник великий інтерес до дослідження властивостей гіперядерів, які не спадають уже протягом десятиліть. Основна причина тут полягає в тому, що поряд з нуклонними системами з'явилися нові доступні для вивчення системи сильно взаємодіючих частинок, що може дати можливість отримати нову інформацію про сильну взаємодію. Найбільшу перспективу тут має дослідження найлегших гіперядерів, оскільки вони живуть набагато довше, ніж важчі, а при теоретичному розгляді їх властивостей можна використовувати точніші моделі.

Із загальної кількості робіт представимо посилання на деякі з них [26-36], які можуть допомогти скласти деяке уявлення про нинішній стан досліджень властивостей легких гіперядер та нуклон-гіперонної взаємодії. Об'єктом нашого розгляду є гіперядро ${}^4_{\Lambda}\text{H}$, до складу якого входять протон, два нейтрони і Λ - гіперон. Останній, з точки зору уявлень про кваркову структуру адронів, має у своєму складі u -кварк, d -кварк і s -кварк $2.63 \cdot 10^{-10}$ секунди. Розпадається на нуклон і піона за рахунок слабкої взаємодії.

Саме гіперядро ${}^4_{\Lambda}\text{H}$ ядерностабільне, тобто не розпадається з випромінюванням нуклонів і Λ - гіперону. З експерименту відомо, що має два зв'язані стани з повним орбітальним моментом $L=0$ при позитивній парності і з повними моментами $J^{\pi}=0^{+}$ і $J^{\pi}=1^{+}$. Енергії цих рівнів відносно порогу розпаду ${}^3\text{H}+\Lambda$ рівна -2.04 MeV і -1.05 MeV відповідно. Повна енергія зв'язку ядра переважно стані становить -10.52 MeV, а збудженому вона дорівнює -9.53 MeV. Час життя дорівнює $2.20 \cdot 10^{-10}$ с. У переважній кількості випадків розпад відбувається з допомогою слабого взаємодії по мезонному каналу

${}^4_{\Lambda}\text{H} \rightarrow {}^4\text{H} + \pi^{-}$. Час життя ${}^4_{\Lambda}\text{H}$ дещо менше часу життя вільного Λ - гіперону, що, мабуть, пов'язано з невеликою домішкою безмезонних каналів розпаду типу $\Lambda+N=N+N$, які також обумовлені слабкою взаємодією. Для порівняння зауважимо, що час життя ядра ${}^4\text{H}$ становить приблизно $1.39 \cdot 10^{-22}$ с. Основним каналом розпаду є канал ${}^4\text{H} \rightarrow {}^3\text{H}+n$. Відмінності у властивостях ядер обумовлені тим, що ядро ${}^4\text{H}$ має у своєму складі один протон і три нейтрони, один з яких відповідно до вимог принципу Паулі ми повинні посадити, як мінімум, у р-оболонку, в той час як Λ - гіперон і нуклони в гіперядрі можуть бути і в (0s)-стані.

У наступному пункті ми представимо моделі, що використовуються в роботі, а в третьому розглянемо вхідні параметри завдання та результати чисельних розрахунків, порівнявши останні з наявними експериментальними даними та теоретичними результатами інших авторів.

3.2. Моделі, що використовуються для розгляду властивостей системи

Моделі, що використовуються для розгляду властивостей є трикластерними алгебраїчними моделями, основою для яких служать уявлення про кластерну структуру легких атомних ядер, покладених, зокрема, в основу Методу резонуючих груп (англ. Resonating Group Method - RGM) (МРГ) [37] та його алгебраїчної версії (АВ МРГ) [38,39]. Остання полягає в тому, що функція відносного руху кластерів розкладається по осциляторному базису, що дозволяє спростити проведення чисельних розрахунків за рахунок того, що

значну частину обчислень можна зробити аналітично. Перша наша модель практично є нічим іншим як АВ МРГ в трьохкластерном варіанті, яку нижче ми називатимемо АМОБ (АМОВ) – Алгебраїчна модель осциляторний базис. У другій моделі функція відносного руху трикластерної системи розкладається як по бінарному гаусівському, так і бінарному осциляторному базису, що дозволяє розглядати зв'язані стани і всі можливі бінарні канали розсіювання третьої частки на бінарних підсистемах з урахуванням поляризації останніх, і багатокластерних систем, оскільки дозволяє досягти збіжності результатів з допомогою порівняно малого числа базисних функцій. При цьому можуть використовуватися одночасно три способи кластеризації: $(D+n)+\Lambda$, $(D+\Lambda)+n$ і $D+(n+\Lambda)$. Гаусівський базис вельми зручний для опису зв'язаних станів як двох, так і багатокластерних систем, оскільки дозволяє досягти збіжності результатів з використанням порівняно малого числа базисних функцій. Перевага осциляторного базису полягає в тому, що він дозволяє просто і самоузгоджено врахувати граничні умови і в задачах розсіювання. Тому ми використовуємо гаусівський базис для опису бінарних підсистем, в той час як осциляторний – для опису руху третьої частинки відносно бінарних підсистем. Це дає можливість в трикластерній системі розглядати всі можливі бінарні канали з врахуванням поляризації відповідних бінарних підсистем. Перевага осциляторного базису полягає в тому, що його використання дає можливість просто і самоузгоджено врахувати граничні умови, як в завданнях дискретного спектру, так і в задачах розсіювання.

Оскільки наші моделі є мікроскопічними, то їх основними вхідними параметрами є NN та ΛN потенціали. В якості першого ми обрали добре відомий модифікований потенціал Хасегави-Нагати [29], який є напівфеноменогічним. В якості другого – YNG-NF, один з потенціалів серії YNG [30], основою отримання яких є представлення про взаємодію між нуклонами і гіперонами на основі уявлень про однобозонний обмін. Забігаючи трохи наперед відмітимо, що з п'яти потенціалів цієї серії тільки потенціал NF, як показали розрахунки, здатний дати розумні результати при розрахунках

характеристик ${}^4\text{H}$. В якості варіаційного параметра може використовуватися осциляторний радіус b , який зокрема визначає розміри дейтронного кластера, а також хвильове число k_F , що міститься в параметрах ΛN потенціалу, яке на практиці відразу перетворилось у варіаційний параметр в розрахунках з такого роду потенціалами.

Моделі, що використовуються для розгляду властивостей є трикластерними алгебраїчними моделями, основою для яких служать уявлення про кластерну структуру легких атомних ядер, покладених, зокрема, в основу методу резонуючих груп (МРГ) [37] та його алгебраїчної версії (АВ МРГ) [38,39]. Остання полягає в тому, що функція відносного руху кластерів розкладається по осциляторному базису, що дозволяє спростити проведення чисельних розрахунків за рахунок того, що значну частину обчислень можна зробити аналітично. Перша наша модель практично є нічим іншим як АВ МРГ в трикластерному варіанті, яку нижче ми називатимемо АМОБ (АМОВ)– Алгебраїчна модель осциляторний базис. У другій моделі функція відносного руху трикластерної системи розкладається як побінарному гаусівському, так і бінарному осциляторному базису, що дозволяє розглядати пов'язані стани і всі можливі бінарні канали розсіювання третьої частки на бінарних підсистемах з урахуванням поляризації останніх, і багатокластерних систем, оскільки дозволяє досягти збіжності результатів з допомогою порівняно малого числа базисних функцій. Перевага осциляторного базису полягає в тому, що його використання дає можливість просто і самоузгоджено врахувати граничні умови, як в завданнях дискретного спектру, так і в завданнях розсіювання. Другу модель нижче ми називатимемо АМГОВ (AMGOB)- алгебраїчна модель гаусівський осциляторний базис.

3.2.1 Алгебраїчна модель осциляторний базис – АМОБ

Відповідно до вищесказаного, представлення нашої першої моделі почнемо із запису повної хвильової функції системи в МРГ для трикластерного випадку де A - антисиметризатор, що діє на координати

тотожних частинок, $\Psi_i(A_i)$ - функції, які задаються наперед у від оболокових функцій і описують внутрішній рух у кластерах, а $\Psi_{xy}(\vec{x}, \vec{y})$ - функція відносного руху кластерів, яка в процесі розв'язання задачі розкладається за базисом функцій шестивимірної гармонійної осцилятора представлених у гіперсферичних змін в координатному поданні вид:

$$|n_\rho, K, l_x, l_y, LM\rangle = N_{n_\rho K} \exp\left\{-\frac{1}{2}\rho^2\right\} \rho^K L_{K+2n_\rho}^{K+2}(\rho^2) \Phi_K^{l_x l_y LM}(\Omega).$$

Тут n_ρ - число квантів гіперрадіальних збуджень, K -гіпермомент, l_x, l_y - парціальні кутові моменти, L, M - повний кутовий момент і його проекція, ρ - гіперрадіус, $\Phi_K^{l_x l_y LM}(\Omega)$ - гіпергармоніка, яка залежить від п'яти гіперкутів $\Omega \equiv \{\hat{x}, \hat{y}, \alpha\} \equiv \{\theta_1 \varphi_1; \theta_2 \varphi_2; \alpha\}$. Зв'язок між модулями векторів Якобі та гіперрадіусом задається співвідношеннями $x = \rho \sin \alpha$, $y = \rho \cos \alpha$. Головне квантове число $N = K + 2n_\rho$. Також слід зазначити, що при фіксованих значеннях l_x і l_y гіпермомент може приймати значення $K = l_x + l_{2y}, l_x + l_y - 2, l_x + l_{2y} - 2, \dots$. Ця умова означає, що сума парціальних моментів не перевищує K . Парціальні кутові моменти l_x і l_y визначають парність трикластерного стану, тобто $\pi = (-1)^{l_x + l_y}$. При розгляді зв'язаних станів, використовуючи для вирішення рівняння Шредінгера розклад хвильової функції по базису, ми приходимо до системи лінійних однорідних алгебраїчних рівнянь.

$$\sum_{v'} [\langle v | \hat{H} | v' \rangle - E \langle v | v' \rangle] C_{v'} = 0.$$

У нашому випадку, як це впливає з вище сказаного, складовий індекс $v \equiv \{n_\rho, K, l_x, l_y, LM\}$. Сукупність коефіцієнтів $\{C_v\}$ являє собою хвильову функцію стану системи в осциляторному представленні. $\langle v | \hat{H} | v' \rangle$ і $\langle v | v' \rangle$ - матричні елементи гамільтоніана та одиничного оператора, що обчислюються на базисних функціях. Підхід з використанням K - гармонійного базису, з

певним успіхом використовувався раніше для опису властивостей пов'язаних станів трикластерних систем і станів безперервного спектру, що лежать у трикластерному континуумі баромінівських ядер [40, 41].

3.2.2 Алгебраїчна модель гаусівський осциляторний базис –АМГОВ

У цьому підході повна хвильова функція подається у вигляді

$$\Psi^J = \hat{A} \left[\Phi_1(A_1) \Phi_2(A_2) \Phi_3(A_3) \right]_S \left[f_1(\vec{x}_1, \vec{y}_1) + f_2(\vec{x}_2, \vec{y}_2) + f_3(\vec{x}_3, \vec{y}_3) \right]_L \Big\}_J,$$

Де $\hat{A}$ - оператор антисиметризації, що діє на змінні тождесних частинок; $\Phi_\alpha(A_\alpha)$ - оболонкові функції, що задають внутрішній рух у кластерах, що перераховуються індексом α ($\alpha = 1, 2, 3$); $f_\alpha(\vec{x}_\alpha, \vec{y}_\alpha)$; - компоненти Фаддєєва функції відносного руху, де $\vec{x}_\alpha$ - вектори Якобі, що задають взаємне розташування та кластерів β і γ , у той час як $\vec{y}_\alpha$ вектор Якобі, що зв'язує кластер α з центром мас кластерів β і γ . Для запису фаддєєвських компонентів використовуються біполярні сферичні гармоніки.

$$f_\alpha(\vec{x}_\alpha, \vec{y}_\alpha) \Rightarrow f_\alpha^{(L)}(\vec{x}_\alpha, \vec{y}_\alpha) = \sum_{\lambda_\alpha, l_\alpha} f_\alpha^{(\lambda_\alpha, l_\alpha, L)}(\vec{x}_\alpha, \vec{y}_\alpha) \left\{ Y_{\lambda_\alpha}(\hat{\vec{x}}_\alpha) Y_{l_\alpha}(\hat{\vec{y}}_\alpha) \right\}_{LM},$$

що призводить нас до сукупності чотирьох квантових чисел $\lambda_\alpha, l_\alpha, LM$.

Використовується схема LS - зв'язку, де спін системи $\vec{S}$, що є векторною сумою спінів кластерів, зв'язується з повним кутовим моментом $\vec{L}$ в повний момент $\vec{J}$. Що стосується – кластерів S повний орбітальний момент L повністю визначається міжкластерним рухом. Парність трикластерних станів визначається співвідношенням $\pi = (-1)^{\lambda_\alpha + l_\alpha}$, де λ_α і l_α парціальні кутові моменти. Ми будемо використовувати розклад фаддєєвських компонентів як по осциляторному

$$F_{nlm}(\vec{y}, b) = (-1)^n N_{nl} \frac{1}{b^{3/2}} r^l L_n^{l+1/2}(r^2) \exp\left\{-\frac{r^2}{2}\right\} Y_{lm}(\hat{\vec{y}}),$$

$$r = \frac{y}{b}, \quad N_{lm} = \sqrt{\frac{2\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+l+3/2)}},$$

і по гаусівському базису $\{G_{\lambda \mu_\alpha}(\vec{x}_\alpha b_{\nu_\alpha})\}$

$$G_{\lambda \mu}(\vec{x}, b_\nu) = \frac{1}{b_\nu^{3/2}} \sqrt{\frac{2}{\Gamma(\lambda + 3/2)}} r^\lambda \exp\left\{-\frac{1}{2} r^2\right\} Y_{\lambda \mu}(\hat{\vec{x}}), \quad r = \frac{x}{b_\nu},$$

Повна осциляторна функція

$$\Psi^J = \sum_\alpha \sum_{\lambda_\alpha l_\alpha} \sum_{\nu_\alpha n_\alpha} C_{\nu_\alpha \lambda_\alpha n_\alpha l_\alpha}^{(\alpha)} \times \\ \hat{A} \left\{ [\Phi_1(A_1) \Phi_2(A_2) \Phi_3(A_3)]_S [G_{\lambda_\alpha}(\vec{x}_\alpha, b_{\nu_\alpha}) F_{n_\alpha l_\alpha}(\vec{y}_\alpha, b)_L]_J \right\},$$

де $\{C_{\nu_\alpha \lambda_\alpha n_\alpha l_\alpha}^{(\alpha)}\}$ коефіцієнти розкладу при фіксованому значенні α ($\alpha = 1, 2, 3$) є не що інше, як компоненти Фаддєєва в дискретному поданні три набори яких однозначно визначають Ψ^J . Для розгляду зв'язаних та псевдозв'язаних станів двокластерних підсистем будуються функції

$$|\nu, \alpha\rangle = \hat{A} \{ \Phi_\beta(A_\beta) \Phi_\gamma(A_\gamma) G(\vec{x}_\alpha, b_\nu) \}.$$

Обчисливши матричні елементи двокластерного гамільтоніана $\langle \nu, \alpha | \hat{H}_\alpha^{(2)} | \tilde{\nu}, \alpha \rangle$ на цих функціях, без особливих труднощів можна отримати $E_\sigma^{(\alpha)} (\sigma = 0)$ - енергію зв'язку основного та $(\sigma > 0)$ збуджених (псевдозв'язаних) станів, а також і відповідні власні функції $\{U_\nu^{(\sigma, \alpha)}\}$. Тут все зводиться до вирішення порівняно простого узагальненого завдання на власні значення та власні вектори:

$$\sum_{\tilde{\nu}} \langle \nu, \alpha | H_\alpha^{(2)} - E_\sigma^{(\alpha)} | \tilde{\nu}, \alpha \rangle U_{\tilde{\nu}}^{(\sigma, \alpha)} = 0.$$

Для того, щоб розв'язувати рівняння для повної хвильової функції $\{C_{\nu_\alpha \lambda_\alpha n_\alpha l_\alpha}^{(\alpha)}\}$ в дискретному поданні, необхідно задати граничні умови. У цій роботі розглядаються лише бінарні канали, тому обговорюються лише двокластерні

асимптотики у граничних умовах. І тут тобто $x_\alpha \prec\prec y_\alpha$. третій кластер знаходиться на великій відстані від двох інших, що складають пов'язану підсистему. Якщо ми позначимо міжкластерну хвильову функцію для пов'язаного стану σ як $\phi_{o\lambda_\alpha}^{(\alpha)}(x_\alpha)$, як, то при великих значеннях модуля вектора Якобі y_α функція $f_\alpha^{(\lambda_\alpha, l_\alpha; L)}(\vec{x}_\alpha, \vec{y}_\alpha)$ в асимптотичній області факторизується і набуває вигляду

$$f_\alpha^{(\lambda_\alpha, l_\alpha; L)}(x_\alpha, y_\alpha) \approx \phi_{\sigma\lambda_\alpha}^\alpha(x_\alpha) [S_{c_0, c_\alpha} \psi_{l_\alpha}^{(-)}(p_\alpha y_\alpha) - S_{c_0, c_\alpha} \psi_{l_\alpha}^{(+)}(p_\alpha y_\alpha)]$$

для станів неперервного спектру і

$$f_\alpha^{(\lambda_\alpha, l_\alpha; L)}(x_\alpha, y_\alpha) \approx -\phi_{\sigma\lambda_\alpha}^\alpha(x_\alpha) [S_{c_0, c_\alpha} \Psi_{l_\alpha}^{(+)}(-i|p_\alpha|y_\alpha)]$$

для зв'язаних станів. Тут-сукупність всіх квантових чисел, необхідних для характеристики даного каналу, у той час як індекс задає вхідний канал. Імпульс визначається наступним співвідношенням:

$$p_\alpha = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E - E_\sigma^{(\alpha)})}.$$

Енергія стану $E_\sigma^{(\alpha)}$ двокластерної підсистеми визначає граничну енергію - c_α каналу. Факторизація хвильової функції $\{C_{\nu_\alpha \lambda_\alpha n_\alpha l_\alpha}\}$ має місце й у дискретному поданні. Вихід на асимптотику тут досягається за рахунок залучення великих значень:

$$\begin{aligned} C_{\nu_\alpha \lambda_\alpha n_\alpha l_\alpha}^{(\alpha)} &\approx U_{\nu_\alpha \lambda_\alpha}^{(\sigma, \alpha)} C_{n_\alpha l_\alpha}^{(\alpha)} = \\ &= U_{\nu_\alpha \lambda_\alpha}^{(\sigma, \alpha)} \sqrt{2r_{n_\alpha}} [S_{c_0 c_\alpha} \psi_{l_\alpha}^{(-)}(p_\alpha r_{n_\alpha}) - S_{c_0 c_\alpha} \psi_{l_\alpha}^{(+)}(p_\alpha r_{n_\alpha})], \end{aligned}$$

$$C_{\nu_\alpha n_\alpha}^{(\alpha)} \approx U_{\nu_\alpha \lambda_\alpha}^{(\sigma, \alpha)} C_{n_\alpha l_\alpha}^{(c_\alpha)} = -U_{\nu_\alpha \lambda_\alpha}^{(\sigma, \alpha)} \sqrt{2r_{n_\alpha}} [S_{c_0, c_\alpha} \psi_{l_\alpha}^{(+)}(-i|p_\alpha|r_{n_\alpha})],$$

де

$$r_{n_\alpha} = b\sqrt{4n_\alpha + 2l_\alpha + 3},$$

b - осциляторний радіус, $\psi_{l_\alpha}^{(-)}(p_\alpha r_{n_\alpha})$, $\psi_{l_\alpha}^{(+)}(p_\alpha r_{n_\alpha})$ - радіальні

Нормовані асимптотичні хвильові функції складають одиничний потік.

Коефіцієнти розкладу $U_{\nu_\alpha \lambda_\alpha}^{(\sigma, \alpha)}$ є розв'язком двокластерного гамільтоніану із заданим числом гауссівських функцій. Тому

$$\sum_{\nu_\alpha=1}^{N_\nu} U_{\nu_\alpha \lambda_\alpha}^{(\sigma, \alpha)} G_{\lambda_\alpha}(x_\alpha, b_{\nu_\alpha}) = \phi_{\sigma \lambda_\alpha}^{(\alpha)}(x_\alpha).$$

Формально тепер потрібно вирішувати нескінченну систему алгебраїчних рівнянь

$$\sum_{c_\alpha} \sum_{\tilde{n}_\alpha} \langle \sigma, \lambda_\alpha; n_\alpha, l_\alpha; \alpha | \hat{H} - E | \tilde{\sigma}, \tilde{\lambda}_\alpha; \tilde{n}_\alpha, \tilde{l}_\alpha; \tilde{\alpha} \rangle C_{\tilde{n}_\alpha}^{(c_\alpha)} = 0,$$

яку точно так само, як і в координатному поданні, потрібно доповнити граничними умовами, визначивши в дискретному просторі точку зшивання, що розділяє внутрішню та асимптотичну області хвильової функції. Тобто, наприклад, для станів безперервного спектру записати коефіцієнти розкладання таким чином

$$\{C_{n_\alpha}^{(c_\alpha)}\} = \{C_0^{(c_0)}, C_1^{(c_1)}, \dots, C_{N_i}^{(c_\alpha)}, \sqrt{2r_{n_\alpha}} [S_{c_0, c_\alpha} \psi_{l_\alpha}^{(-)}(p_\alpha r_{\tilde{n}_\alpha}) - S_{c_0, c_\alpha} \psi_{l_\alpha}^{(+)}(p_\alpha r_{\tilde{n}_\alpha})]\}$$

В результаті, якщо розглядається бінарних каналів N_c , ми отримаємо $N_c \times N_i + N_c \times N_c$ рівнянь визначення коефіцієнтів розкладу хвильової функції у внутрішній області й рівнянь визначення елементів матриці. Розв'язок цієї системи рівнянь при заданому потенціалі дозволяє отримати всю необхідну інформацію як про зв'язані стани компаунд-системи, так і про пружне розсіювання та реакції при заданому значенні енергії у вхідному каналі. АМГОВ була сформульована в роботі [42] і використовується для опису властивостей станів дискретного та безперервного спектру ядер р-оболонки [43-45].

3.3. Вхідні параметри моделей та результати розрахунків

Оскільки моделі, в рамках яких проводилися розрахунки, є мікроскопічними, то основними вхідними параметрами для них є потенціали, що задають взаємодію частинок, що входять до складу системи, що розглядається. Хасегави-Нагати (A. Hasegawa, S. Nagata) (MHN) [46], а для взаємодії нуклонів з Λ -гіпероном потенціали з серії YNG[21], в яку входять отримані на основі уявлень про однобозонний обмін потенціали YNG, -NS, -JA та -JB. Тут YNG означає, що це гіперон (Y) – нуклонний (N) потенціал, заданий у вигляді суперпозиції гауссівських функцій (G), а N і J після тире в назві – те, що потенціал отриманий на основі результатів Німегенської (Nijmegen) групи або Юліхської (Jülich) групи відповідно. Забігаючи кілька вперед, зауважимо, що в процесі розрахунків було отримано, що використання потенціалів YNG-ND-JA та JB призводить до інверсії рівнів 0^+ і 1^+ у ${}^4_\Lambda\text{H}$, а використання YNG-NS дає занадто велике спін-спинове тому в подальшому ми будемо використовувати потенціал YNG-NF, лише коротко зупинившись на його порівнянні з потенціалом YNG-NS.

Відразу зауважимо, що компоненти потенціалів серії YNG містять у собі k_F (хвильове число Фермі), яке в практичних розрахунках відразу було перетворено на варіаційний параметр. Тому надалі ми вважатимемо його деяким k_{eff} . Вкажемо, що у своїх розрахунках для ${}^4_\Lambda\text{H}$, проведених у двокластерному варіанті методу генераторних координат з урахуванням кластеризації ${}^3\text{H}+\Lambda$, автори потенціалів YNG використовували значення $k_{eff}=0.80$ Фм. варіаційний параметр - осциляторний радіус b , який, зокрема, визначає розміри дейтронного кластера. Цікаво порівняти поведінку компонентів NN і ΛN потенціалів залежно від відстані між частинками, а для ΛN потенціалів і зіставити потенціали NSiNF. Для парних компонент, які в основному відповідають за тяжіння, це робиться на рисунках 3.1a і 3.1b при одному і тому ж значенні $k_{eff}=0.84$ Фм⁻¹. Незважаючи на те, що наші NN і ΛN потенціали побудовані на основі різних підходів, які обговорювалися вище, ми

маємо цілком адекватну картину з погляду уявлень про мезонний обмін. Нуклон - нуклонні сили протяжні та інтенсивні. Це можна пов'язати з тим, що на відміну від NN взаємодії, у разі ΛN сил в однобозонному обміні можуть брати участь бозони з ізоспіном рівним одиниці через заборону ізоспіну. У тому числі π - мезони які є найлегшими мезонами. Така сама ситуація має місце і

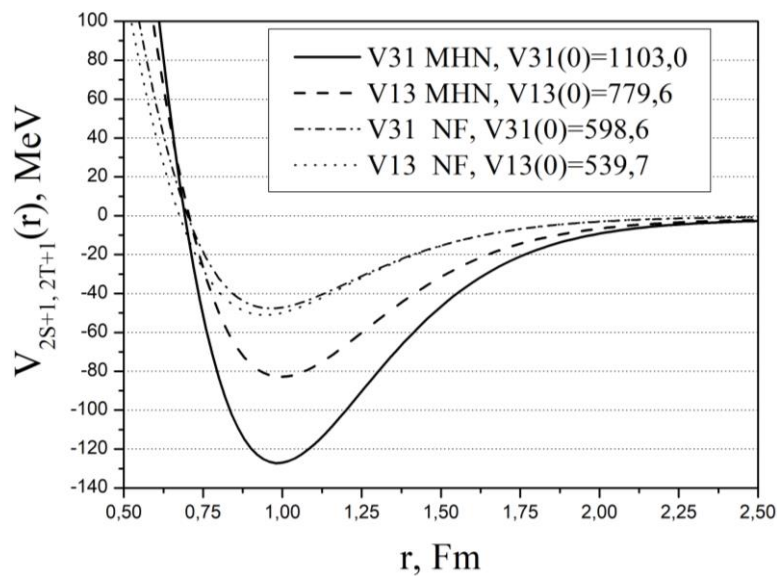


Рис. 3.1а. Парні компоненти потенціалів MHN та YNG-NF.

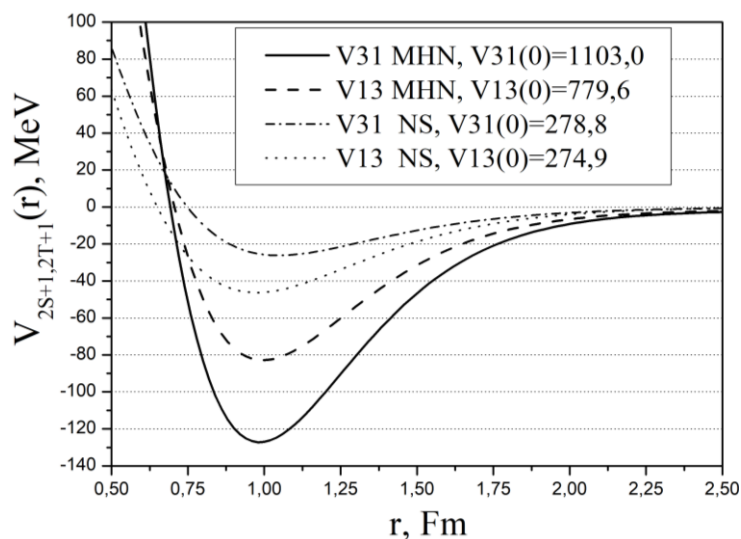


Рис. 3.1b. Парні компоненти потенціалів MHN та YNG-NS

для ρ -мезонів, за рахунок обміну якими багато в чому формується спін-орбітальна взаємодія. Порівнюючи парні компоненти N , неважко помітити, що відмінність між синглетними і триплетними по спіну компонентами потенціалу NS набагато більше таких у потенціалу NF , що повинно бути визначальним для спінового розщеплення станів 0^+ і 1^+ .

3.4. Результати розрахунків у АМОБ

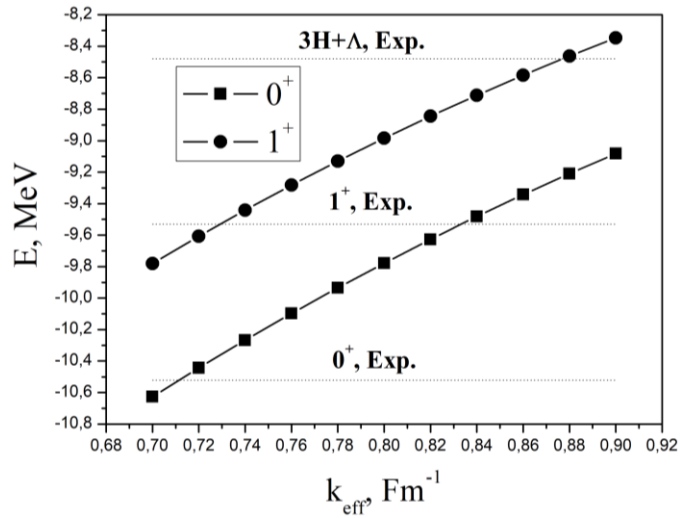
Розрахунки в АМОБ ми проводили лише одного типу кластеризації $(D+n) + \Lambda$, а розгляд результатів цих розрахунків ми розпочнемо з порівняння енергій зв'язку станів 0^+ і 1^+ отриманих з допомогою потенціалів NF і NS . Тут ми звернемо увагу, що розщеплення енергій станів 0^+ і 1^+ для NF становить 0.77 MeV, а для NS – 2.19 MeV. Якщо першого випадку має місце дещо занижене значення розщеплення стосовно експерименту, то у другому - воно кардинально завищено.

Таблиця 1. Енергії зв'язку ${}^4_\Lambda H$ (у MeV) та середньоквадратичні радіуси (у Фм) ядра при $k_{eff} = 0.84$ з використанням потенціалів YNG NF та YNG NS .

Модифікований потенціал Хасегави - Нагати							
Потенціал YNG NF				Потенціал YNG NS			
$J^\pi=0^+$		$J^\pi=1^+$		$J^\pi=0^+$		$J^\pi=1^+$	
E	$\langle r^2 \rangle^{1/2}$	E	$\langle r^2 \rangle^{1/2}$	E	$\langle r^2 \rangle^{1/2}$	E	$\langle r^2 \rangle^{1/2}$
-9.482	2.089	-8.711	2.209	-9.992	2.036	-7.800	2.468

Останнє може призвести до того, що стан 1^+ виявиться вищим за нижчий поріг ${}^3H + \Lambda$, що суперечить експерименту. Фіксуючи тут і скрізь нижче параметри NN потенціала, тобто потенціалу MHN в його оригінальному вигляді, цікаво

подивитися, як наші результати можуть залежати від вибору k_{eff} . Для цього ми розрахували енергії зв'язку та середньоквадратичні радіуси зв'язаних станів



при зміні k_{eff} межах від 0.70 до 0.90 Фм⁻¹. Результати представлені на рисунках 3.2 та 3.3.

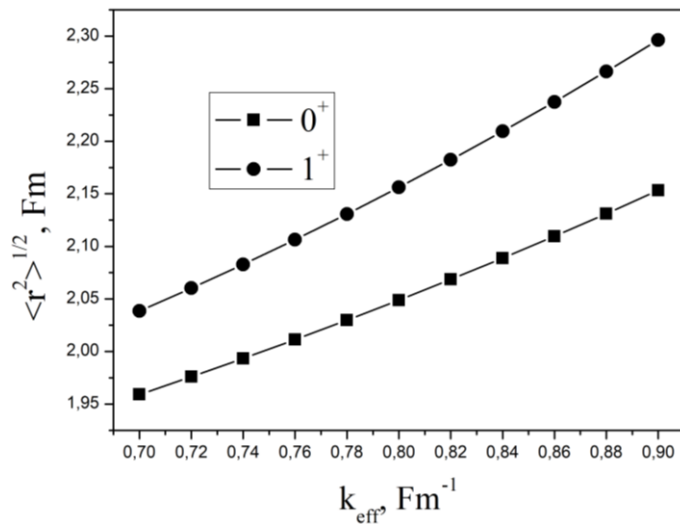


Рис. 3.2. Залежності енергії рівнів $J^\pi=0^+$ и $J^\pi=1^+$ від чисельного значення k_{eff} .

При зменшенні k_{eff} енергії зв'язку станів у масштабі енергій задачі досить швидко зростають, а величини квадратичних радіусів відповідно зменшуються. А ось відстань між рівнями на всьому інтервалі змінюється на

Рис.3.3 Залежність величин середньоквадратичних радіусів станів $J^\pi=0^+$ і $J^\pi=1^+$ від чисельного значення k_{eff} .

величину порядку 0.1 MeV. Таким чином, за рахунок вибору значення k_{eff} в розумних межах ми не можемо кардинально вплинути на взаємне розташування рівнів $J^\pi=0^+$ та $J^\pi=1^+$ при використанні потенціалу YNG NF, оскільки, мабуть, при зміні k_{eff} синглетні та триплетні по спіну компоненти потенціалу змінюються деяким чином узгоджено.

Для того, щоб скласти уявлення про взаємне розташування кластерів у системі звернемося до розгляду кореляційної функції. Вона зазвичай визначається в

такий спосіб: де $r_1 r_2 |\Psi_r(E_r, r_1, r_2)|^2$ зв'язано з координатами Якобі співвідношеннями $r_i = q_i / \sqrt{\mu_i}$, де μ_i - зведена маса.

Сенс кореляційної функції полягає в тому, що вона встановлює відповідність між значеннями r_1 і r_2 , які в нашому випадку задають відстань

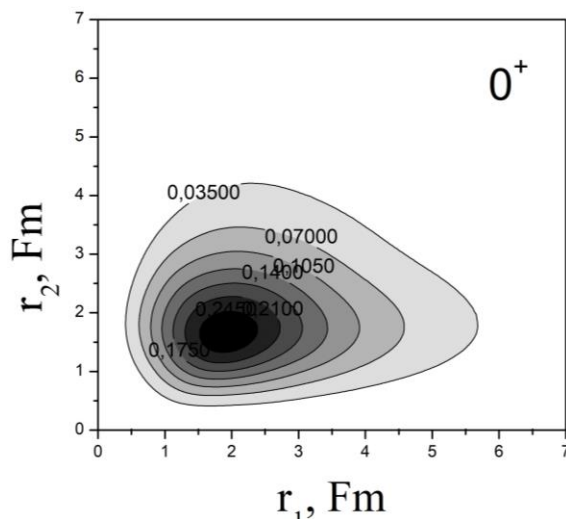


Рис. 3.4а. Кореляційна функція стану $J^\pi=0^+$.

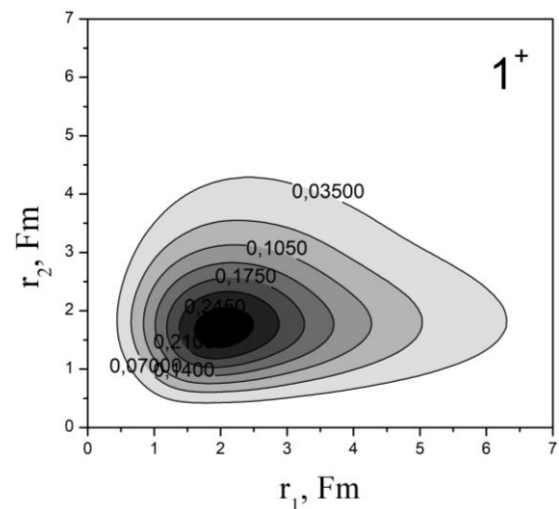


Рис. 3.4б. Кореляційна функція стану $J^\pi=1^+$.

частинкою і центром мас підсистеми D+n і D і n-кластерами відповідно

Кореляційні функції для станів 0^+ і 1^+ представлені на рисунках 3.4а і 3.4б.

Обидва графіка витянуті вдовж осі r_1 , що визначається гладкістю кластерної моди $^3\text{H} + \Lambda$, обумовленою відносно слабкою ΛN взаємодією, хоча відразу слід зазначити, що у хвильову функцію системи обох станів з дуже великими вагами входять функції основної оболонки з $N=0$. Вони становлять десь 85% та 81% для основного та збудженого стану відповідно. При цьому, як показує

порівняння малюнків, кореляційна функція для 1^+ помітно витягнуті вздовж r_1 , ніж для 0^+ тобто 1^+ -це швидше за все вебудження в каналі ${}^3\text{H} + \Lambda$.

Для того, щоб продемонструвати збіжність результатів з розширенням базису, ми наводимо малюнки 3.5 а і 3.5b, де представлені залежності власних значень гамільтоніана від номера оболонки залученої до розрахунку.

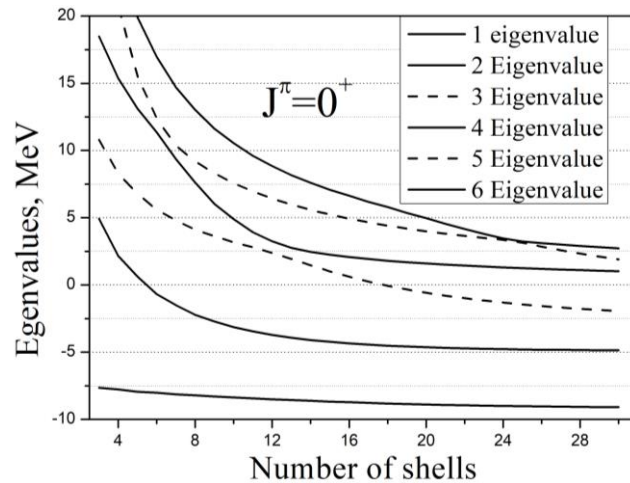


Рис.3.5а Збіжність власних значень гамільтоніану для $J^\pi=0^+$.

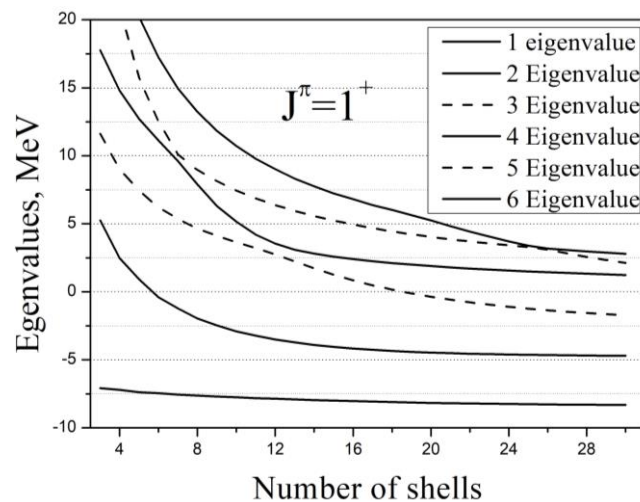


Рис. 3.5b. Збіжність власних значень гамільтоніану для $J^\pi=1^+$.

Тобто всіх парних оболонки з основними квантовими числами $N=0, 2, 4, \dots, 60$. Крім хорошої збіжності тут слід зазначити характерну поведінку власних значень, яка полягає в тому, що власні значення, що спускаються зверху, “заміщають” собою ті, які вийшли на “поличку”. Це характерна ознака того, що в нашій моделі можуть мати місце резонанси в трикластерному каналі.

3.5. Результати розрахунків до АМГОВ.

Модель АМГОВ, як уже зазначалося вище, може бути використана як для розгляду станів дискретного, так і станів безперервного спектру з урахуванням одного або декількох бінарних каналів та можливості обліку поляризації бінарних підсистем. Поки зупинимось на пов'язаних станах, які ми вже розглядали в попередньому розділі. Тут поки що енергію зв'язку будемо відраховувати від найнижчого порога розвалу.

На рисунках ба і бв декілька різних формах представлені залежності енергій зв'язку 0^+ і 1^+ від k_{eff} . Рисунок ба якісно повністю повторює малюнок 3.2, а обидва останні малюнки вказують на те, що при $k_{\text{eff}}=0.84 \text{ Фм}^{-1}$ ми отримуємо практично точно положення основного стану щодо найнижчого порогу розпаду ${}^3\text{H} + \Lambda$.

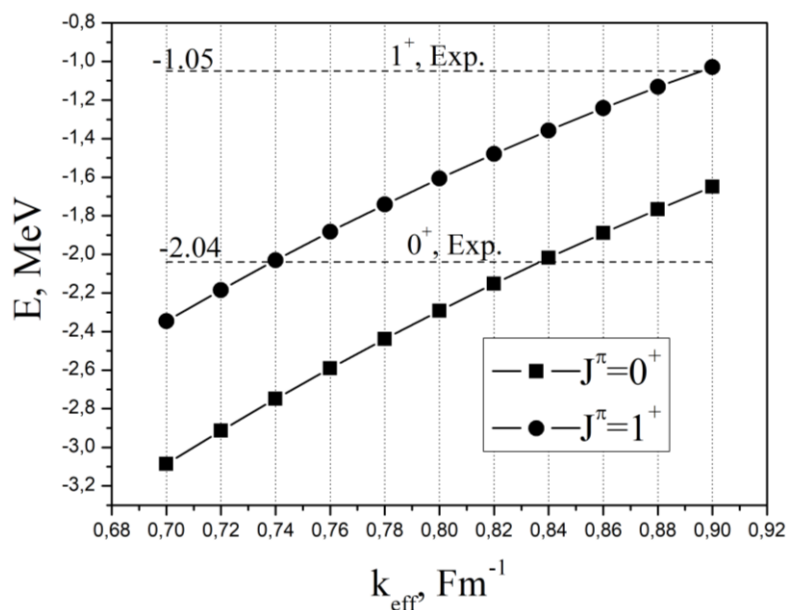


Рисунок ба. Залежності енергій рівнів $J^\pi=0^+$ і $J^\pi=1^+$ від числового значення k_{eff} . Енергії відраховуються від порогу ${}^3\text{H} + \Lambda$.

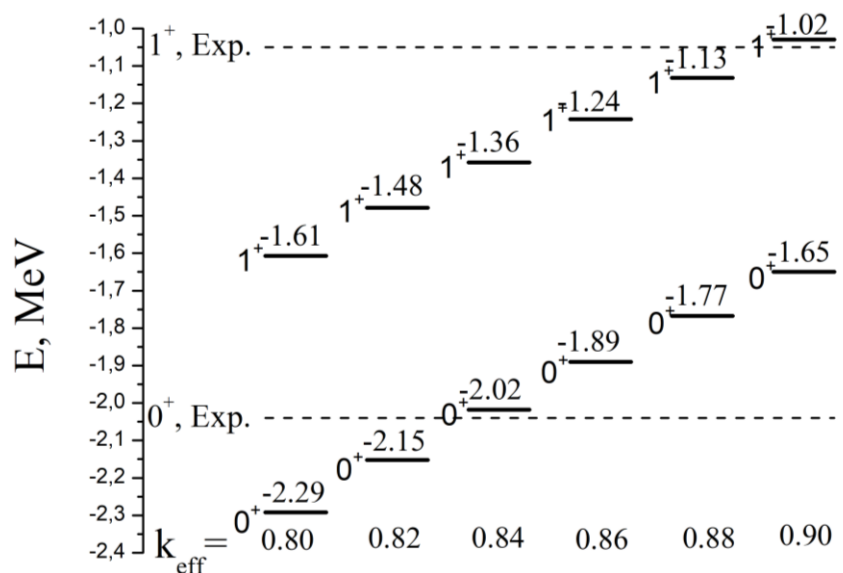


Рисунок 6b. Розміщення рівнів $J^\pi=0^+$ і $J^\pi=1^+$ при використуваних в розрахунках значеннях k_{eff} . Енергії відраховуються від порогу ${}^3\text{H} + \Lambda$.

Відповідно ми можемо спробувати подивитися розсіювання Λ -гіперона на ${}^3\text{H}$. Нарисунку 3.7 представлена залежність фаз розсіювання Λ -гіперону на ${}^3\text{H}$ з можливістю врахування різного ступеня поляризації останнього як бінарної підсистеми $D+n$. Тут, відповідно до позначень, введених у підрозділі 3.3, N – кількість гауссівських функцій, що залучаються до розрахунку, λ_{max} – максимальний парціальний момент

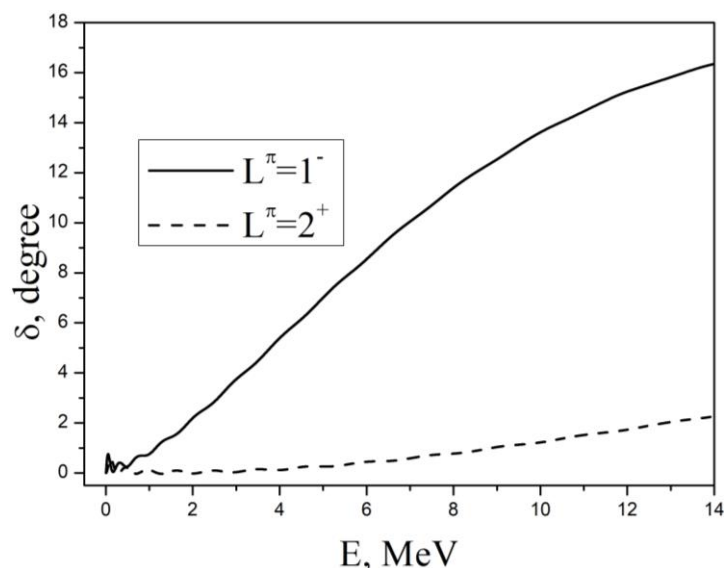


Рисунок 3.7. Вплив поляризації ${}^3\text{H}$ на фази розсіювання ${}^3\text{H} + \Lambda$ з $L^\pi = 0^+$.

З рисунка 3.7 видно, що врахування можливої поляризації бінарної підсистеми помітно змінює фази розсіювання, що призводить до збільшення притягання між ${}^3\text{H}$ і Λ . А рисунок 3.8, незважаючи на те, що фази розсіювання при малих енергіях вважаються не зовсім точно, вказує нам на те, що в станах з $L^\pi = 1^-$ і 2^+ кінематичні резонанси якої-небудь розумної ширини відсутні.

На жаль, останні результати ми не можемо порівняти ні з експериментальними, ні з іншими теоретичними даними через їхню

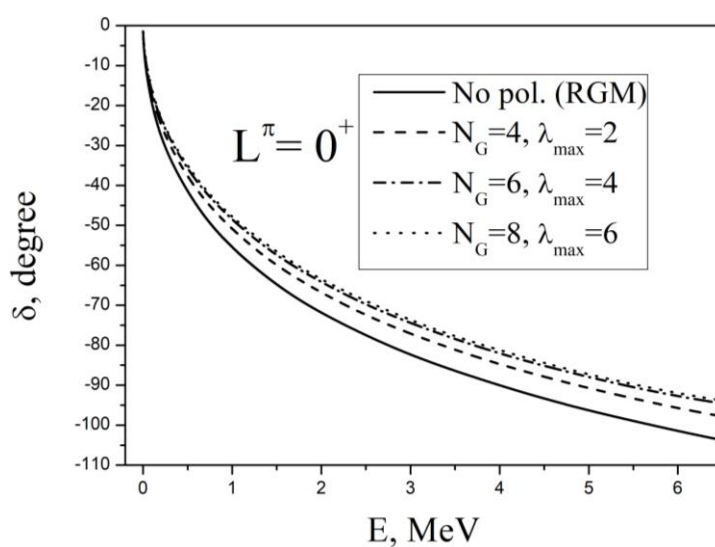


Рис. 3. 8. Фази розсіювання ${}^3\text{H} + \Lambda$ з $L^\pi = 1^-$ і 2^+ .

відсутність. Тому повернемося до результатів розрахунків пов'язаних станів до АМГОВ, де це можна зробити.

У таблиці 2 представлені розрахунки енергії зв'язку станів 0^+ і 1^+ в АМГОВ у трьох варіантах

Варіант 1 відповідає повному розрахунку моделі АМГОВ. Тобто одночасно враховуються всі варіанти кластеризації: $(D+n) + \Lambda$, $(D+\Lambda)+n$ і $D+(n+\Lambda)$ з урахуванням поляризації бінарних підсистем. Другий варіант відповідає обліку лише одного типу кластеризації, саме $(D+n)+\Lambda$ з поляризацією підсистеми $(D+n)$. Третій відрізняється від першого тим, що у ньому не враховується можливість поляризації бінарних підсистем.

Таблиця 2. Варіанти розрахунків енергії зв'язку (в MeV) станів $J^\pi=0^+$ и $J^\pi=1^+$ гиперядра ${}^4_\Lambda\text{H}$ при зміні значень k_{eff} в межах $0.8 \div 0.9 \text{ Фм}^{-1}$. (Див. текст.) Отримана нами енергія зв'язку ядра ${}^3\text{H}$ складає -7.01 MeV .

k_{eff}	0.80	0.82	0.84	0.86	0.88	0.90
$J^\pi=0^+$						
1	-9.296	-9.156	-9.022	-8.894	-8.771	-8.654
2	-9.261	-9.121	-8.988	-8.860	-8.738	-8.621
3	-6.744	-6.521	-6.304	-6.090	-5.882	-5.678
$J^\pi=1^+$						
1	-8.611	-8.483	-8.361	-8.246	-8.136	-8.033
2	-8.587	-8.460	-8.338	-8.223	-8.114	-8.013
3	-5.753	-5.528	-5.308	-5.092	-4.880	-4.674

Зіставляючи результати розрахунків 1 і 2, відзначимо те, що станів енергії $J^\pi=0^+$ і $J^\pi=1^+$ для них практично не відрізняються. Це означає, що домінуючу роль формуванні цих станів грає кластерна структура $(D+n) + \Lambda$. Отже, і результати, отримані в АМОВ у розділі 3.1, можна вважати якісно розумними. Розгляд

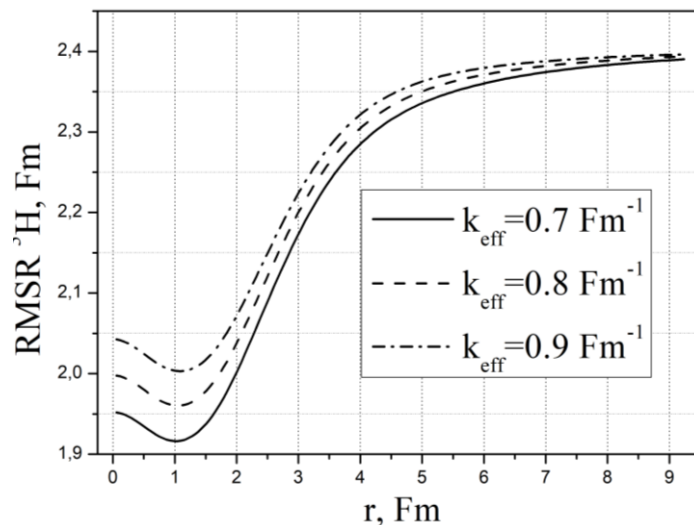


Рис. 3.9. Залежність середньоквадратичного радіусу ${}^3\text{H}$ від відстані центру мас останнього до Λ -частинки.

рядків 3 вказує на важливість хорошого опису бінарних підсистем і, як ми тепер розуміємо, саме підсистеми (D+n).

З вище сказаного випливає, що ми практично нічого не втратимо в точності розрахунків енергій зв'язку пов'язаних станів, якщо залучатимемо до розрахунку лише один тип кластеризації, тобто (D+n) + Λ , намагаючись при цьому наскільки це можливо відтворити енергію зв'язку ${}^3\text{H} = \text{D} + \text{n}$. Тут намагаємося максимально точно описати відносний рух кластерів D і n задіюємо варіювання осциляторного радіусу b. Значення останнього в попередніх розрахунках становило 1.67 Фм, що дозволяло легко відтворити енергію найнижчого порогу розпаду, але для покращення опису енергії зв'язку ${}^3\text{H}$ знадобилося $b=1.50$ Фм. У сукупності це дозволило збільшити енергію зв'язку ${}^3\text{H}$ з 7.01 до 7.74 МеВ.

Остаточні результати розрахунків енергій зв'язку для пов'язаних станів ми наведемо у наступному підрозділі, де порівняємо їх із результатами інших авторів. Тут же наведемо графік, що представляє залежність середньоквадратичного радіусу підсистеми ${}^3\text{H} = \text{D} + \text{n}$ як функцію відстані від центру мас зазначеної підсистеми до Λ -частинки для кількох значень k_{eff} . Видно, що незважаючи на те, що взаємодія ΛN слабше NN взаємодії, Λ -гіперон може досить помітно поляризувати ${}^3\text{H}$.

3.6. Порівняння з результатами експерименту та інших теоретичних робіт

Порівняння своїх результатів з результатами інших авторів почнемо з роботи [48], де, як стверджують автори, їх основною метою було: по-перше, вирішити чотиричастинкову задачу ${}^4\Lambda\text{H}$ з урахуванням каналів $\text{NNN}\Lambda(\Sigma)$ при використанні реалістичних NNi YN взаємодій і, по-друге, виявити роль зв'язку $\Lambda\text{N}-\Sigma\text{N}$ в гіперядрах з $A=4$. Розрахунки виконувались у рамках варіаційного методу з використанням гауссівських функцій від координат Якобі. Розрахунки виконувались у межах варіаційного методу з допомогою гауссівських функцій для координат Якобі. Як NN -потенціал, основним у використанні був потенціал AV8 , а ΛN -взаємодія задавалася за допомогою потенціалу NSC97f , який, як стверджують автори, є єдиним робочим потенціалом із серії NSC97a-f . Результати цієї роботи для повних енергій зв'язку, поряд з нашими та у таблиці 3.

Таблиця 3. Значення енергій зв'язку станів 0^+ і 1^+ , отримані в роботі [22] у чотирикластерній моделі з використанням NN -потенціалу AV8 та ΛN -потенціалу NSC97f з урахуванням усіх можливих дерев Якобі та наші результати тільки для одного типу кластеризації $(\text{D}+\text{n}) + \Lambda$. [22]
 $E(3\text{H}) = -7.77 \text{ MeV}$, у нас $E(3\text{H}) = -7.74 \text{ MeV}$.

Состояние	Результаты работы [22]	Наши результаты		Эксперимент
		АМОВ	АМГОВ	
0^+	-10.10	-10.12	-10.04	-10.52
1^+	-8.36	-9.30	-9.24	-10.53

Наші енергії зв'язку для ${}^3\text{H}$ близькі до тих, які отримані в [48], як і енергії основних станів. Тоді як стану 1^+ енергії досить сильно відрізняються. Швидше за все це пов'язано з тим, що сильно завищене спін-спинове розщеплення спочатку закладено в потенціалах NS .

Також для порівняння ми наводимо результати роботи [49] отримані з використанням моделі оболонки без кору (NCSM). Основа NCSM полягає у використанні розкладання багаточасткової хвильової функції ядра за

максимально широким базисом функцій моделі оболонок. Це, у поєднанні із залученням до розрахунку потенціалів, отриманих з допомогою киральної теорії збурень, як вважають автори, дозволяє їм говорити, що й розрахунки проводяться з урахуванням початкових принципів (*ab initio*).

У зв'язку з поганою збіжністю, яку автори пояснюють великою пористою гіперядра, вони екстраполювали свої результати на випадок прямування максимального значення головного осциляторного числа до нескінченності. Відповідні результати наведено у таблиці 4.

Таблиця 4. Екстрапольовані значення енергії основного та першого збудженого станів для різних значень регулятора Λ взаємодії [23]. Енергія зв'язку ^3H , отримана з використанням потенціалом NN [24], становить -8.47 MeV.

Стан	Λ , МєВ/с			
	550	600	650	700
0+	-11.20(6)	-10.95(4)	-10.83(5)	-10.85(3)
1+	-10.29(25)	-9.87(28)	-9.55(35)	-9.20(30)

Зауважимо, що автори роботи [48] набули практично експериментального значення енергії зв'язку ^3H . Але це зовсім не означає, що хіральна теорія збурень дає потенціали, що дозволяють набувати точних значень енергії зв'язку для тринуклонних систем. Просто в роботі [50] параметри потенціалів, які отримані за допомогою хіральної теорії збурень, уточнювали саме за тричастинковими експериментальними даними.

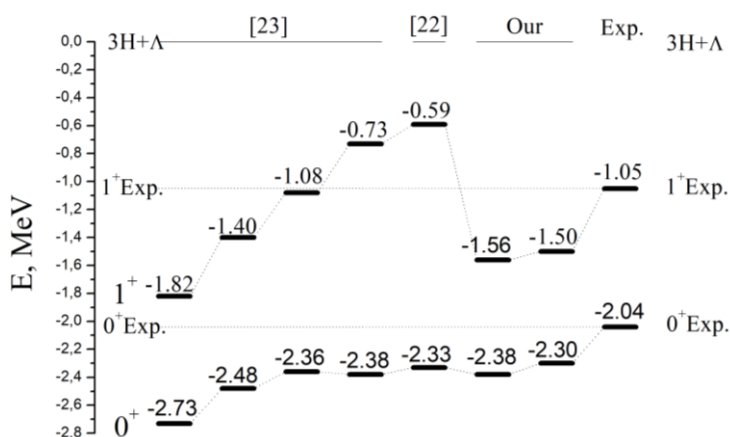


Рисунок 3.10. Порівняння наших результатів з результатами теоретичних робіт інших авторів та експериментальними даними. Енергія відраховується від порогів $^3\text{H} + \Lambda$.

Для того, щоб зробити порівняння наших результатів з теоретичними результатами інших авторів та експериментальними даними наочнішим, наведемо малюнок 10, на якому енергії зв'язку відраховуються від порогів розвалу ${}^3\text{H} + \Lambda$.

Зіставлення наших результатів з експериментальними даними, як і порівняння з результатами найбільш послідовних теоретичних робіт показує, що на даний час поки не вдається повністю описати порівняно простий спектр пов'язаних станів гіперядра ${}^4_\Lambda\text{H}$. В основному це пов'язано з невизначеністю з потенціалами взаємодії між частинками, і впершу чергу ΛN -потенціалу. При цьому результати наших розрахунків не випадають із низки результатів розрахунків, проведених у найбільш точних в даний час моделях, і дозволяють вказати на деякі особливості структури. А до того ж, з єдиних позицій, ми можемо одночасно розглядати стани дискретного та неперервного спектрів.

3.7. Висновки

Розглянуто властивості станів гіперядра ${}^4_\Lambda\text{H}$, в рамках двох трикластерних моделей, які в тексті іменувалися як АМОБ, де використовувалося тільки кластерне уявлення $(D + n) + \Lambda$ АМГОБ, де до розрахунку залучалися всі можливі способи кластеризації, тобто $(D+n) + \Lambda$, $(D+\Lambda)+n$ і $D+(n+\Lambda)$. За допомогою розрахунків в останній моделі продемонстровано, що кластерне представлення $(D + n) + \Lambda$ з урахуванням поляризації, безумовно, відіграє домінуючу роль в описі властивостей гіперядра ${}^4_\Lambda\text{H}$. При цьому важливим фактором є необхідність якнайкращого опису бінарної підсистеми $D+n$. Це стосується також і станів неперервного спектра.

Порівняння наших результатів з результатами, отриманими в послідовних моделях, показує, що вони цілком вписуються в загальний ряд останніх результатів.

Список використаних джерел

1. Филиппов Г. Ф., Охрименко И. П.: “О возможности использования осцилляторного базиса для решения задач непрерывного спектра”. Ядерная физика. **32**, вып.4(10), 932-939. (1980).
2. Филиппов Г. Ф.: “Об учете правильной асимптотики в разложениях по осцилляторному базису”. Ядерная физика. **33**, вып 4, 928-931, (1981).
3. Heller E. J. Yamani H. A.: “New L^2 approach to quantum scattering: Theory”. Phys. Rev. A, **9**, Issue 3, 1201–1208 (1974).
4. Yamani H. A., Fishman L.: “J - matrix method: Extensions to arbitrary angular momentum and to Coulomb scattering.” J. Math. Phys., **16**, Issue 4, 410–420. (1975).
5. The J-Matrix Method. Developments and Applications, edited by. Alhaidari A. D, Yamani H.A, Heller E.J, and Abdelmonem M.S., Springer, Berlin, (2008).
6. Rubtsova O. A. and V.I. Kukulin V.I.: “Green's function and scattering matrix in a discrete oscillator basis”. Phys. At. Nucl. **64**, 1799-1806, (2001).
7. Arickx F., Broeckhove J., Leuven P.V, Vasilevsky V., and Filippov G.: “Algebraic method for the quantum theory of scattering” Amer. J. Phys. **62**, 362-369 (1994).
8. Vasilevsky V.S., and Arickx F.: “Algebraic model for quantum scattering: Reformulation, analysis, and numerical strategies”, Phys. Rev. A **55**, 265-286 (1997).
9. Broeckhove J., V. Vasilevsky, F. Arickx, and A. Sytcheva, ArXiv Nuclear Theory e-prints, nucl-th/0412085 (2004).
10. Broeckhove J., Vasilevsky V.S., Arickx F., and Sytcheva A.M., in “The J-Matrix Method. Developments and Applications”, edited by A.D. Alhaidari, H.A. Yamani, E. Heller J., and Abdelmonem M.S., (Springer, Berlin, 2008), p. 117-129.
11. Newton R.G: “Scattering Theory of Waves and Particles” (McGraw-Hill, New York, 1966).

12. Friedrich H.: "Scattering theory" (Springer, Berlin, 2013).
13. Нечаев Ю. И. Смирнов Ю. Ф.: "О решении задачи рассеяния в осцилляторном представлении", Ядерная физика, **35**, вып. 6, 1385–1391, (1982).
14. Heller E. J.: "Theory of matrix Green's functions with applications to atomic polarizability and phase-shift error bounds" Phys. Rev. A **12**, 1222-1229 (1975).
15. Kok L.P., de Maag J.W., Brouwer H.H., and H. van Haeringen, "Formulas for the delta-shell-plus-Coulomb potential for all partial waves", Phys. Rev. C **26**, 2381-2396 (1982).
16. Dolinszky T.: "Compact solution of the Lippmann-Schwinger equation fully off the energy shell", Journal of Physics G Nuclear Physics, **10**, N12, 1639-1649, 1984.
17. Filippov G.F., Vasilevsky V.S., and L.L. Chopovsky, "Обобщенные когерентные состояния в задачах ядерной физики". Sov. J. Part. Nucl. **15**, 1338-1385, (1984).
18. G.F. Filippov, V.S. Vasilevsky, and Chopovsky L. L.: "Решение задач микроскопической теории ядра на основе техники обобщенных когерентных состояний", J. Part. and Nucl. **16**, вып 2, 349-406, (1985).
19. Calogero F., "Variable Phase Approach to Potential Scattering" (Academic Press, New York, 1967).
20. Babikov V.V.: "Phase Function Method in Quantum Mechanics" (Nauka, Moscow, 1976) (in Russian).
21. Broeckhove. J., Arickx F., Vanroose W., and Vasilevsky V.S.: "The modified J-matrix method for shortrange potentials" J. Phys. A Math. Gen. // J. Phys. A Math. Gen. **37**, Issue 31, 7769 – 7781, (2004).
22. Carruthers, P., Zachariasen, F. "Quantum collision theory with phase-space distributions". Rev Mod. Phys. **55**, 245–285 (1983).

23. Filippov, G.F., Lashko, Yu.A.: “Structure of light neutron-rich nuclei and nuclear reactions involving these nuclei”. *Phys. Part.Nucl.* **36**, 714–739 (2005)
24. Boll, B., Kramer, P.: “Effects of the Pauli principle for nucleons in a classical phase space”. *Physica* **114 A**, 463–467 (1982).
25. Ono, A., et al.: “Antisymmetrized version of molecular dynamics with two-nucleon collisions and its application to heavy ion reactions” *Prog. Theor. Phys.* **87**, 1185–1206 (1992)
26. Hiyama E, Yamada T.: “Structure of light hypernuclei”. *Prog. Part. Nucl.Phys.* **63**, 339-368, (2009).
27. Kanada-En'yo. Y.: “Excitation energy shift and size difference of low energy levels in p -shell Λ hypernuclei”. *Phys. Rev. C* **97**, 024330 (2018).
28. Kanada-En'yo Y.: “Structures of p-shell double Λ -hypernuclei studied with microscopic cluster models”. *Phys. Rev. C* **97**, 034324 (2018).
29. Margolin L. L. “Microscopic investigation of the structure characteristics and wave functions of the five-body hypernucleus ${}^5_{\Lambda}\text{He}$ ”. *European Physical Journal Web of Conferences*, **66**.
30. Hiyama, Y. Yamamoto, T. Motoba, Kamimura M.: “Structure of $A=7$ iso-triplet Λ -hypernuclei studied with the four-body cluster model”. *Phys. Rev. C* **80**, 054321 (2009).
31. Feliciello A., Nagae T.: “Experimental review of hypernuclear physics: recent achievements and future perspectives”. *Rep. Prog. Phys.* **78**, 096301 (2015).
32. Alberico.W. M., Garbarino V.: “Weak decay of Lambda hypernuclei”. *Phys. Rept.***369**, 1 (2002).
33. Usmani Q. N., Bodmer A. Sauli R, Z.: “Core nucleus polarization in Λ hypernuclei.” *Phys. Rev. C* **77**, 034312 (2008).
34. Rijken Th. A., Stoks V. G. J, Yamamoto Y.: “Soft-core hyperon-nucleon potentials”. *Phys. Rev C***59**, 21 (1999).
35. Nagels. M. M., Rijken Th. A., Yamamoto Y.: ”Extended-soft-core baryon-baryon model ESC16. II. Hyperon-nucleon interactions”. *Phys. Rev. C* **99**, 044003 (2019).
36. Wildermuth K., Y. G. Tang.: “Unified theory of the nucleus”. United States: Springer, 367p. (1977).

37. Филиппов Г. Ф., Охрименко. И. П.: “О возможности использования осцилляторного базиса для решения задач непрерывного спектра”. ЯФ **32**, 932-939, (1980)
38. Филиппов Г. Ф. “Об учете правильной асимптотики в разложениях по осцилляторному базису”. ЯФ **33**, 928-931, (1981).
39. Нестеров. А. В., Арикс, Я. Брукхов, Василевский В.: “Трехкластерное описание свойств легких нейтрон- и протон-избыточных ядер в рамках алгебраической версии метода резонирующих групп”. ЭЧАЯ **41**, 1337-1424, (2010).
40. Vasilevsky V. S., Nesterov A.V., F, Arickx Broeckhove J.: “II. Resonances in three-cluster continuum of ${}^6\text{H}$ and ${}^6\text{Be}$ ”. Phys. Rev. C **63**, 034607 (2001).
41. Vasilevsky V. S., Arickx F., Broeckhove J., Kovalenko T. P.: “A microscopic three-cluster model with nuclear polarization applied to the resonances of ${}^7\text{Be}$ and the reaction ${}^6\text{Li}(p, {}^3\text{He}){}^4\text{He}$ ”. Nucl. Phys. A **824**, 37-46, (2009).
42. Нестеров А. В., Василевский В. С., Коваленко Т. П.: “Влияние кластерной поляризации на спектр ядра ${}^7\text{Li}$ и реакцию ${}^6\text{Li}(n, {}^3\text{He}){}^4\text{He}$ ” ЯФ, **72**, 1505-1512 (2009).
43. Lashko Y.A., Filippov G. F., Vasilevsky V. S.: ”Microscopic three-cluster model of ${}^{10}\text{Be}$ ”, Nucl.Phys. A **958**, 78-85, (2017).
44. Vasilevsky V. S., Takibayev N., Duisenbay A. D.: ”Microscopic description of ${}^8\text{Li}$ and ${}^8\text{B}$ nuclei within a three-cluster model”, Ukr. J. Phys. **62**, 461- 467, (2017).
45. Hasegawa A., Nagata S.: “Ground state of ${}^6\text{Li}$ ”. Prog. Theor. Phys. **45**, 1786-1796, (1971).
46. Yamamoto Y., Motoba T., Himeno H., Ikeda K., Nagata S: “Hyperon-Nucleon and Hyperon-Hyperon Interactions in nuclei”. Prog. Theor. Phys. Supplement No 177, 361-482, (1994).
47. Hiyama E., Kamimura M., Motoba T., Yamada T., Yamamoto Y.: “ Λ - Σ conversion in ${}^4_\Lambda\text{He}$ and ${}^4_\Lambda\text{H}$ based on a four-body calculation”. Phys. Rev C **65**, 011301~R! (2001).
48. Wirth R., Gazda D., Navratil P., Roth R.: “Hypernuclear no-core shell model, Phys. Rev. C **97**, 064315 (2018).
49. Shirokov A., Vary M, J. P., Mazur A. I., Weber T. A.: ”Realistic nuclear Hamiltonian: Ab exitu approach”. Phys. Lett. B **644**, 33-36, (2007).

ДОДАТОК А. СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗА ТЕМОЮ ТА ВІДОМОСТІ ПРО АПРОБАЦІЮ

Результати дисертаційної роботи представлено у 3-ох роботах, що опубліковані у провідних відчизняних та зарубіжних журналах:

1. Vasilevsky V.S., Soloha-Klymchak M.D.: “T-matrix in discrete oscillator representation”, Ukr. J. Phys. 60 (2015). No. 4, 297-308.
2. Lashko Yu.A., Filippov G.F., Vasilevsky V.S., Soloha-Krymchak M.D.: “Phase portraits of quantum systems”, Few-body Systems 55 (2014) 817-820.
3. Nesterov A.V., Solokha-Klymchak M.: “Properties of ${}^4_\Lambda\text{H}$ hypernucleus in three-cluster microscopic models”, Ukr. J. Phys Vol. 66. (2021), No. 10, 846-856.

Апробація результатів дисертації.

Матеріали дисертації доповідались на семінарах ІТФ ім. М. М. Боголюбова та семінарах КАУ, а також на таких конференціях:

1. Боголюговські читання, Інститут теоретичної фізики НАН України, Київ, Україна, 16–17 жовтня 2023 р.
2. Міжнародна конференція “50 років академічної науки на Закарпатті” (ІЕФ-2020), Ужгород, 24-25 травня 2021 року.
3. Щорічна наукова конференція ІЯД, Київ, 27 вересня – 1 жовтня 2021 р.
4. Міжнародна наукова конференція молодих вчених та аспірантів ІЕР, м. Ужгород, 15-18 травня 2023 р
5. The 22nd European Conference on Few body Problems in Physics, September 9-13, 2013, Krakow, Poland.