

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧНОЇ ФІЗИКИ ІМ. М. М. БОГОЛЮБОВА

БАСЬКОВ Роман Анатолійович

УДК 538.9

**ПОШИРЕННЯ ЛАЗЕРНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ У
ТУРБУЛЕНТНІЙ АТМОСФЕРІ**

01.04.02 — теоретична фізика

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ — 2021

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Інституті фізики Національної академії наук України.

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник
Чумак Олександр Олександрович,
Інститут фізики НАН України, головний науковий
співробітник.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор
Вільчинський Станіслав Йосипович,
Київський національний університет імені Тараса
Шевченка, завідувач кафедри квантової теорії поля;
доктор фізико-математичних наук, професор
Гомонай Олена Василівна,
Інститут фізики університету Майнца імені Йоганна
Ґутенберга, науковий співробітник.

Захист відбудеться «27» квітня 2021 р. об 11 годині на засіданні спеціалізованої
вченої ради Д 26.053.01 Інституту теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова
НАН України за адресою: 03143 м. Київ, Метрологічна, 14-б.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Інституту теоретичної фізики
ім. М. М. Боголюбова НАН України.

Автореферат розісланий «25» березня 2021 р.

Учений секретар
спеціалізованої вченої ради

Кузьмичев В. Є.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Опис фізичного механізму поширення лазерного випромінювання в земній атмосфері є предметом жвавого інтересу як для науковців, так і для інженерів. Зокрема таке зацікавлення зумовлене вже наявними і потенційними застосуваннями квантових і класичних систем зв'язку, а також систем віддаленого зондування. Проте низка ефектів, пов'язаних із наявністю атмосфери, є причиною погіршення оптичного пропускання світлового пучка та зміни просторово-часових властивостей випромінювання. Випадкові флуктуації показника заломлення спотворюють фронт фази випромінювання, спричиняючи флуктуації інтенсивності (сцинтиляції), блукання пучка (beam wandering), флуктуації часу приходу фотонів на детектор, збільшення ширини пучка, довжини світлових імпульсів та інші ефекти. Сцинтиляції можуть значно зменшити відношення сигнал-шум (SNR) та погіршити робочі характеристики систем лазерного зв'язку. Наявні строги математичні підходи застосовні лише для асимптотичних випадків режиму слабкої та сильної оптичної турбулентності. Водночас максимальні сцинтиляції спостерігають в області помірної турбулентності. Основною ціллю дисертаційної роботи було побудувати теоретичну модель, що дозволила б максимально строго описати область помірної турбулентності та перейти до інших режимів поширення випромінювання.

Окрім того, розглядаються ефекти, пов'язані з поширенням лазерних пучків у неоднорідному середовищі: асиметрія функції розподілу фотонів у фазовому просторі, розширення пучка, збільшення характерних поперечних імпульсів фотонів, усереднення флуктуацій інтенсивності по апертурі приймача, збільшення довжини світлових імпульсів, кореляції четвертого порядку оптичних полів, усереднення флуктуацій інтенсивності по апертурі. Перелічені ефекти є важливими для практичних застосувань лазерних пучків у атмосфері.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Робота виконувалась у відділі теоретичної фізики Інституту фізики НАН України. Дослідження, що складають зміст дисертації, виконувались у рамках наступних бюджетних тем. У 2010–2011 рр.: 1.4.1. ВЦ/138 «Нанофізика квантоворозмірних та низьковимірних структур, у тому числі на поверхні твердого тіла, в металоорганічних, полімерних та рідкокристалічних системах, молекулярна наноелектроніка» (№ держ. реєст. 0107U002165), 1.4.1. В/133 «Оптичні та транспортні властивості нелінійних і просторово обмежених систем» (№ держ. реєст. 0107U002349); у 2012–2016 рр.: 1.4. В/161 «Явища переносу і дисипації в нелінійних та обмежених середовищах» (№ держ. реєст. 0112U003150), 1.4. ВЦ/156 «Дослідження конденсованих систем на нанометровому рівні з метою з'ясування розмірних фізичних ефектів, розроблення фізичних основ нових електронних і іонних технологій» (№ держ. реєст. 0112U002509); у 2017–2020 рр.: 1.4. В/183 «Релаксаційні та розмірні явища в лінійних та нелінійних середовищах» (№ держ. реєст. 0117U002613), 1.4. ВЦ/188 «Фундаментальні про-

цеси, що визначають властивості новітніх фізичних об'єктів та матеріалів для електроніки, оптоелектроніки, фотоніки та спінтроніки» (№ держ. реєст. 0117U002612). Частину роботи виконано в рамках гранту НАН України, «Ефекти безладу, колективного розсіювання та нерівноважних сил, індуковані рухом пучка частинок» (№ держ. реєст. 0120U100155) у 2020 році.

Мета і завдання дослідження. Метою роботи було вивчити, як оптична неоднорідність атмосфери впливає на динаміку поширення лазерного випромінювання, зокрема, як наявність флуктуації показника заломлення впливають на флуктуації інтенсивності за різних режимів атмосферної турбулентності. *Завдання* полягало в проведенні аналітичних та числових розрахунків у широкому діапазоні значень параметрів пучка та атмосфери, виявленні нових особливостей поведінки, встановлення їх механізму.

Об'єктами дослідження є лазерне випромінювання в атмосфері, явище взаємодії випромінювання з неоднорідностями атмосфери, ефект насичення флуктуацій інтенсивності.

Предметом дослідження є просторово-часові характеристики лазерного випромінювання при поширенні в атмосфері, вплив неоднорідності атмосфери, пов'язаної із флуктуаціями показника заломлення, на кореляційні властивості і флуктуації інтенсивності випромінювання.

Методи дослідження. В роботі застосовувались як аналітичні методи, так і методи числового моделювання. Для опису лазерного випромінювання в атмосфері використано підхід функції розподілу фотонів у координатно-імпульсному (фазовому) просторі. У випадку великих відстаней поширення або ж сильної турбулентності для знаходження функції розподілу використовувалось наближене беззіткневе рівняння Больцмана. В ньому вплив атмосфери на світлові пучки враховувався як дія плавної випадкової сили на фотонні траєкторії. Розв'язок такого рівняння базувався на методі характеристик. Загальніший і більш детальний опис пучка в атмосфері дає рівняння Больцмана-Ланжевена, яке було одержано в дисертації з використанням гамільтоніана системи. Поставлені задачі розв'язувались, використовуючи теорію збурень та багатократні Фур'є-перетворення. Для отримання усереднених по флуктуаціях показника заломлення величин використовувались наявні моделі спектрів для коваріації показника заломлення. Джерело частково когерентного випромінювання характеризувалось моделлю фазового змішувача з відомими статистичними характеристиками. Для проведення числових розрахунків використовувався обчислювальний кластер. Чисельні алгоритми програмувались за допомогою мов Fortran та Python. Для паралельних обчислень використано пакети MPI та OpenMP.

Наукова новизна отриманих результатів. В дисертаційній роботі отримано такі результати:

1. Отримано аналітичний вираз для опису ефекту видовження лазерних імпульсів при поширенні в земній атмосфері на великі відстані. У термінах випадкової сили, пов'язаної із флуктуаціями показника заломлення, пояснено два незалежних механізми, що дають внесок у збільшення довжини імпульсів.
2. Продemonстровано вплив кореляцій фотонів у турбулентній атмосфері на величину сцинтиляційного індексу при переході помірної-сильної та сильної турбулентності. Показано, що кореляції фотонів дають значний внесок у величину сцинтиляційного індексу при наближенні до області помірної турбулентності.
3. Продemonстровано ефект впливу величини початкового радіуса та ступеня когерентності пучка на статистичні властивості лазерного випромінювання в атмосфері, зокрема при переході від сильної та слабкої до помірної турбулентності.
4. З перших принципів виведено кінетичне рівняння для функції розподілу фотонів у фазовому просторі ($\mathbf{r}-\mathbf{q}$ простір), що описує поширення лазерного випромінювання при будь-яких параметрах атмосфери. Це кінетичне рівняння дозволяє описати лазерне випромінювання у термінах інтегралів зіткнень і ланжевенівського джерела флуктуацій. Вихід за межі нульового наближення теорії збурень дозволив отримати розв'язок кінетичного рівняння, де вже в першому порядку з'явилися якісно нові результати в зоні переходу слабка-помірна турбулентність.
5. Отримано вираз для середньої функції розподілу фотонів у атмосфері; показано, що в конфігураційному просторі існують області, які дають найбільший вклад у величину функції розподілу. Показано анізотропію функції розподілу, яка пов'язана із дрейфом фотонів у координатному просторі.
6. Отримано явний вираз для кореляційної функції четвертого порядку для оптичних полів у атмосфері в наближенні великих відстаней поширення. Продemonстровано особливості цієї кореляційної функції та можливість її застосування для практичних задач, а саме:
 - показано, що кореляція інтенсивності в точках $\mathbf{r}$ і $\mathbf{r}'$ визначаються значеннями функції розподілу в точці $(\mathbf{r}+\mathbf{r}')/2$. Вивчаючи флуктуації на краях пучка, можна отримати інформацію про його центральну область;
 - для гаусових пучків показано, як співвідносяться між собою квантові і класичні флуктуації. Зокрема одержано умову, коли ці флуктуації дають однаковий внесок;
 - чисельними методами знайдено залежності сцинтиляційного індексу від усереднення по апертурі приймача у випадку насичених флуктуацій.

Практичне значення отриманих результатів. Робота має теоретичний характер. Результати досліджень, представлені в дисертаційній роботі, доповнюють і розширюють теорію поширення лазерного випромінювання в атмосфері. Рівняння Больцмана-Ланжевена для функції розподілу фотонів є новим способом опису поширення лазерного випромінювання в неоднорідній атмосфері, застосовним практично для довільних параметрів атмосфери та пучка. Його розв'язки можуть слугувати для опису еволюції пучка за широкого спектру значень сили турбулентності і його початкової конфігурації. Зокрема отримані результати для помірної турбулентності дозволяють частково описати лазерне випромінювання для найбільш необхідних з практичної точки зору атмосферних каналів. Такі результати можна використати для побудови класичних та квантових систем зв'язку, систем віддаленого зондування, для астрономічних досліджень тощо. Отримання явного виразу для кореляційної функції четвертого порядку дозволяє відстежувати зміну просторово-часових властивостей лазерного випромінювання. Такі результати важливі для теорії детектування у атмосферних каналах, де враховується скінченний розмір детектора та часова когерентність випромінювання.

Особистий внесок здобувача. Результати, включені до дисертаційної роботи, опубліковані в ряді наукових робіт у співавторстві. В усіх роботах дисертант брав безпосередню участь в постановці задачі, розробці методів її розв'язку, обговоренні, проведенні розрахунків, їх інтерпретації, формулюванні результатів та написанні статей. Результати чисельних розрахунків були отримані автором особисто.

При виконанні роботи [1] здобувач отримав вираз для довжини лазерних імпульсів у атмосфері, показав фізичні механізми, які дають внесок у видовження імпульсів, порівняв результати з попередніми теоріями.

В роботі [2] здобувач зробив наступний крок в ітераційній процедурі врахування впливу атмосфери на пучок, продемонстрував додатковий вклад кореляцій фотонних траєкторій у значення сцинтиляційного індексу за різних параметрів атмосфери, спільно з науковим керівником сформулював пояснення фізичного механізму впливу кореляцій траєкторій на сцинтиляції.

В роботі [3] дисертант використав теорію збурень та числові обчислення для опису флуктуацій інтенсивності лазерного випромінювання в атмосфері за слабкої турбулентності та при переході слабко-помірна турбулентність. Здобувач брав безпосередню участь у проведенні аналітичних розрахунків з використанням методу функції розподілу фотонів та виведенні кінетичного рівняння Больцмана-Ланжевена для функції розподілу. Порівняв результати із результатами інших строгих теорій та експериментальними даними.

В роботі [4] здобувач, на основі кінетичного рівняння Больцмана-Ланжевена отримав вираз для квазікласичної функції розподілу фотонів у фазовому просторі, продемонстрував її асиметричність у фазовому просторі. Вона ви-

користана для знаходження аналітичних виразів для поперечного імпульсу і ширини лазерного пучка для асимптотичних випадків. Разом із науковим керівником автор дисертації показав, що для великих відстаней поширення підхід плавної випадкової сили і підхід з використанням інтегралу зіткнень дають однакові результати для середнього значення функції розподілу фотонів. Дисертант брав безпосередню участь у проведенні аналітичних розрахунків щодо отримання явного виразу для кореляційної функції четвертого порядку для оптичних полів у турбулентній атмосфері. Автором самостійно зроблено розрахунки для кореляційної функції усереднених (по площі вхідної апертури детектора) флуктуацій на великих відстанях. Вказано, що на їх основі можлива оптимізація експериментальних вимірювань.

Апробація матеріалів дисертації. Матеріали роботи було представлено на наукових семінарах відділу теоретичної фізики Інституту фізики НАН України, відділу синергетики Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України, на науковому семінарі робочої групи з квантової оптики в Інституті фізики університету Ростока (Німеччина), 40-й та 43-й підсумкових наукових конференціях Інституту фізики НАН України (2015, 2018 pp.); окремі результати доповідалися на міжнародних конференціях та семінарах:

- 9th International Young Scientists Conference Optics and High Technology Material Science (SPO 2008), 23 – 26 October 2008, Kyiv, Ukraine;
- VIII Kharkiv Young Scientists Conference “Radiophysics and Electronics, Biophysics”, 25 – 27 November, 2008, Kharkiv, Ukraine;
- NATO Advanced Study Institute on “Special Detection Technique (Polarimetry) and Remote Sensing” 12–25 September 2010, Kyiv, Ukraine.

Публікації. Представлені в дисертації матеріали опубліковано у 7 роботах. Серед них 4 статті у реферованих журналах [1, 2, 3, 4] та 3 тез конференцій [5, 6, 7].

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається із анотації, вступу, чотирьох розділів основної частини з 16 рисунками, висновків, переліку посилань зі 95 найменувань та двох додатків. Кожен розділ основної частини, окрім першого оглядового розділу, закінчується висновками, у яких сформульовано основні результати цього розділу. Повний об'єм дисертації становить 133 сторінки, перелік посилань займає 6 сторінок.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми дисертації та наукову новизну роботи, сформульовано мету дослідження та завдання для її досягнення, відзначено практичну цінність отриманих результатів, особистий внесок здобувача, надано інформацію щодо апробації результатів досліджень.

В розділі 1 зроблено огляд робіт щодо поширення лазерного випромінювання у турбулентній атмосфері. Зокрема висвітлено основні методи опису атмосферної турбулентності та відповідних флуктуацій показника заломлення, які виникають через температурні варіації у приземному шарі атмосфери. Описано ті строгі теорії, що стали класичними для галузі. Розглянуто межі їх застосованості, що лежать в областях слабкої та сильної турбулентності.

В розділі 2 розглядається формалізм методу функції розподілу фотонів у фазовому просторі і його застосування для опису лазерних пучків у атмосфері.

Функція розподілу фотонів у фазовому просторі (PDF) визначається подібно до функцій розподілу для (квазі)частинок у фізиці твердого тіла та фізиці плазми

$$\hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) = \frac{1}{V} \sum_{|\mathbf{k}| < k_0} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} b_{\mathbf{q}+\mathbf{k}/2}^\dagger b_{\mathbf{q}-\mathbf{k}/2}, \quad (1)$$

де V – об'єм нормування, а значення для $\mathbf{k}$ для лазерних пучків можна обмежити ($2\pi/d \ll k_0 \ll 2\pi/\lambda$, d – поперечні розміри пучка, λ – довжина хвилі випромінювання), $b^\dagger(b)$ – оператор народження(знищення). Функція розподілу є квантовим аналогом мікроскопічної функції розподілу частинок у фазовому просторі. Її наближені власні значення мають вигляд

$$\rho(\mathbf{r}, \mathbf{q}) = \sum_{i=0}^N \tilde{\delta}_{\mathbf{q}, \mathbf{q}_i} \tilde{\delta}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i - \mathbf{c}_{\mathbf{q}_i} t) \quad (2)$$

при поширенні у вакуумі ($\tilde{\delta}(\mathbf{r}) \approx V^{-1} \sum_{k < k_0} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$, $\mathbf{q} \approx \mathbf{q}'$, $\mathbf{c}_{\mathbf{q}} = \partial\omega_{\mathbf{q}}/\partial\mathbf{q}$). Для невизначеностей координати та імпульсу чинне співвідношення $\Delta r \Delta q \sim 1$.

Опис еволюції лазерних пучків за допомогою функції розподілу фотонів у фазовому просторі можна узагальнити на випадок поширення пучків у неоднорідному середовищі. Для цього слід врахувати вплив розсіяння фотонів на неоднорідностях і відповідну зміну розподілу фотонів за імпульсами і координатами. Для фотонного поля в середовищі з випадково неоднорідним показником заломлення гамільтоніан має вигляд

$$H = \sum_{\mathbf{k}} \hbar\omega_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}}^\dagger b_{\mathbf{k}} - \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} \hbar\omega_{\mathbf{k}} n_{\mathbf{k}'} b_{\mathbf{k}}^\dagger b_{\mathbf{k}+\mathbf{k}'}, \quad (3)$$

де перший доданок описує електромагнітне поле у вакуумі, а другий враховує вплив флуктуацій показника заломлення на нього. Величини $b_{\mathbf{k}}^\dagger, b_{\mathbf{k}}$ – оператори народження та знищення фотонів з хвильовим вектором $\mathbf{k}$, енергія фотона $\hbar\omega_{\mathbf{k}} = \hbar kc$, де c – швидкість світла у вакуумі, а $n_{\mathbf{k}'}$ – Фур'є-образ для флуктуацій показника заломлення $\delta n(\mathbf{r})$. Використавши рівняння Гайзенберга,

кінетичне рівняння для функції розподілу записується як

$$\partial_t f(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) + \mathbf{c}_q \partial_{\mathbf{r}} f(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) - i\omega_0 \sum_{\mathbf{k}'} e^{-i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}} n_{\mathbf{k}'} \left[f(\mathbf{r}, \mathbf{q} + \frac{\mathbf{k}'}{2}, t) - f(\mathbf{r}, \mathbf{q} - \frac{\mathbf{k}'}{2}, t) \right] = 0. \quad (4)$$

де останній член зліва описує взаємодію лазерного пучка з неоднорідною атмосферою, ω_0 – центральна частота випромінювання. У випадку великих відстаней поширення характерні імпульси фотонів значною мірою стохастизуються і стають достатньо великими ($\mathbf{q} \gg \mathbf{k}'$) через багатократні зіткнення з неоднорідностями. У цьому випадку “турбулентний” член зводиться до плавної випадкової сили, що діє на фотони

$$\partial_t \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) + \mathbf{c}_q \cdot \partial_{\mathbf{r}} \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) + \mathbf{F}(\mathbf{r}) \cdot \partial_{\mathbf{q}} \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) = 0. \quad (5)$$

Це рівняння є беззіткневим рівнянням Больцмана з випадковою пальною силою $\mathbf{F}(\mathbf{r})$, яка не залежить від імпульсів і діє на точкоподібні частинки. Його розв’язують методом характеристик і тоді еволюція функції розподілу виражається через еволюцію фотонних “траєкторій”

$$\frac{\partial \mathbf{r}(t')}{\partial t'} = \mathbf{c}[\mathbf{q}(t')], \quad \frac{\partial \mathbf{q}(t')}{\partial t'} = \mathbf{F}[\mathbf{r}(t')]. \quad (6)$$

Далі використовується ітераційна процедура по $\mathbf{F}(\mathbf{r})$. У дисертації було показано, що концепція фотонних траєкторій застосовна при відносно малій невизначеності імпульсу $\mathbf{q}$, яку можна оцінити за допомогою співвідношення приросту поперечного імпульсу, $\Delta \mathbf{q}$, та радіусу пучка, R . Значення величини

$$\mathbf{q} \langle \Delta q^2 \rangle R^2 \approx 15 \cdot q_0^2 l_0^{-2/3} C_n^4 z^4 \quad (7)$$

мають бути достатньо великими. Такий критерій обґрунтовує застосовність підходу рівняння Больцмана без зіткнень для сильної та переходу помірної-сильної турбулентності ($q_0 = \omega_0/c$, l_0 - внутрішній радіус турбулентності, C_n^2 - структурна константа показника заломлення, z - відстань поширення).

У рамках дисертаційної роботи розглянуто більш загальний підхід, коли всі компоненти хвильових векторів фотонів $\mathbf{q}$ мають довільні значення. У кінетичному рівнянні (4) останній член у правій стороні описує процес “зіткнень” з атмосферними неоднорідностями. Амплітуда цього процесу задається величиною $n_{\mathbf{k}'}$. Два оператора у квадратних дужках у рівнянні (4) також залежать від $\mathbf{k}'$. З рівняння Гайзенберга для цих операторів можна отримати їх явну залежність від випадкових флуктуацій показника заломлення та кінетичне рівняння. Останнє одержимо після підстановки їх у (4). Воно має вигляд рівняння Больцмана-Ланжевена

$$\partial_t \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) + \mathbf{c}_q \cdot \partial_{\mathbf{r}} \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) = \hat{K}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) - \hat{\nu}_q \left\{ \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) \right\}, \quad (8)$$

де

$$\hat{K}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) = \frac{i\omega_0}{V} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} n_{\mathbf{k}'} \left[e^{i(\omega_{\mathbf{q}+\frac{\mathbf{k}}{2}} - \omega_{\mathbf{q}-\frac{\mathbf{k}}{2}+\mathbf{k}'})(t-t_0)} (b_{\mathbf{q}+\frac{\mathbf{k}}{2}}^\dagger b_{\mathbf{q}-\frac{\mathbf{k}}{2}+\mathbf{k}'})|_{t=t_0} - e^{i(\omega_{\mathbf{q}+\frac{\mathbf{k}}{2}-\mathbf{k}'} - \omega_{\mathbf{q}-\frac{\mathbf{k}}{2}})(t-t_0)} (b_{\mathbf{q}+\frac{\mathbf{k}}{2}-\mathbf{k}'}^\dagger b_{\mathbf{q}-\frac{\mathbf{k}}{2}})|_{t=t_0} \right], \quad (9)$$

$$\hat{\nu}_{\mathbf{q}} \{ \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) \} = \frac{2\pi\omega_0^2}{c} \int d\mathbf{k}'_{\perp} \psi(\mathbf{k}'_{\perp}) (\hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) - \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{q} + \mathbf{k}'_{\perp}, t)), \quad (10)$$

де $\psi(\mathbf{k}'_{\perp})$ – спектр флуктуацій показника заломлення. Позначення $(\perp)$ позначає перпендикулярні до осі z компоненти відповідних векторів. Член $\hat{\nu}_{\mathbf{q}} \{ \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) \}$ (інтеграл зіткнень) відображає дисипацію функції розподілу, пов'язану із стохастизацією хвильових векторів фотонів $\mathbf{q}_{\perp}$. Термін “дисипація” не означає зменшення загальної кількості фотонів. Натомість можемо бачити, що сума всіх членів, пов'язаних із зіткненнями (10), по $\mathbf{q}$ дає нуль, тобто загальна кількість фотонів зберігається. Ланжевенівське джерело флуктуацій у рівнянні (8) представлено членом $\hat{K}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t)$, яке є вираженням випадкових “зіткнень” фотонів із неоднорідностями.

Розділ 3 присвячено опису ефектів, пов'язаних з першим моментом для інтенсивності. Зокрема рівняння Больцмана-Ланжевена використовується для отримання середнього значення функції розподілу. Для асимптотичних наближень середня PDF використовується для виведення аналітичних виразів для поперечного імпульсу, радіуса пучка, інтенсивності. Також середня PDF описує детальну динаміку випромінювання у фазовому просторі.

При усередненні рівняння Больцмана-Ланжевена (8), ланжевенівське джерело, яке лінійно виражається через гаусівську величину $n_{\mathbf{k}'}$, зникає і кінетичне рівняння для $f(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) \equiv \langle \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) \rangle$ зводиться до

$$[\partial_t + \mathbf{c}_{\mathbf{q}} \cdot \partial_{\mathbf{r}} + \hat{\nu}_{\mathbf{q}}] f(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) = 0. \quad (11)$$

Використовуючи серію Фур'є-перетворень, розв'язок (11) для параксіальних пучків записується як

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) = \int d\mathbf{k} \int d\mathbf{p} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\mathbf{q}(\mathbf{p} - \mathbf{k}ct/q_0)} e^{-\int_0^t \gamma(\mathbf{k}, \mathbf{p}, t')} \Phi(\mathbf{k}, \mathbf{p}, t=0), \quad (12)$$

функція $\Phi(\mathbf{k}, \mathbf{p}, t=0)$ описує початкову конфігурацію лазерного випромінювання. Частота релаксації γ враховує вплив атмосфери на лазерний пучок і задається виразом

$$\gamma(\mathbf{k}, \mathbf{p}, t) = \frac{4\pi\omega_0^2}{c} \int d\mathbf{k}'_{\perp} \psi(\mathbf{k}'_{\perp}) \sin^2 \left[\left(\mathbf{p} - \mathbf{k} \frac{ct}{q_0} \right) \cdot \frac{\mathbf{k}'_{\perp}}{2} \right]. \quad (13)$$

Незалежні змінні $\mathbf{p}, \mathbf{k}, t$ визначають вектор $\mathbf{P}(t) = \mathbf{p} - \mathbf{k}tc/q_0$, від якого залежить параметр релаксації: $\gamma \equiv \gamma(\mathbf{P}(t))$.

Навіть із загального розв'язку, можемо зробити певні висновки про особливості розподілу фотонів у фазовому просторі. Перший підінтегральний множник у (12) є осцилюючою функцією. Проте він дорівнює одиниці, якщо $\mathbf{r} = \mathbf{q}ct/q_0$. Як результат, $f(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t)$ має більші значення, якщо вектори $\mathbf{r}$ and $\mathbf{q}$ однаково напрямлені. Дрейф фотонів зі швидкістю $\mathbf{q}c/q_0$ характеризує асиметрію їх розподілу у фазовому просторі $(\mathbf{r}, \mathbf{q})$.

Використовуючи, відповідно, визначення середнього поперечного імпульсу та ширини радіуса

$$\langle \mathbf{q}^2 \rangle = \frac{\iint d\mathbf{r} d\mathbf{q} q^2 f(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t)}{\iint d\mathbf{r} d\mathbf{q} f(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t)}, \quad \langle \mathbf{r}^2 \rangle = \frac{\iint d\mathbf{r} d\mathbf{q} r^2 f(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t)}{\iint d\mathbf{r} d\mathbf{q} f(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t)} \quad (14)$$

можна для асимптотичних випадків отримати аналітичні вирази для відповідних параметрів. Послугуючись параметром $\nu = 2\pi\omega_0^2 c^{-1} \int d\mathbf{k}_\perp \psi(\mathbf{k}_\perp)$, який є зручним для опису релаксації системи, оскільки не містить залежності від параметрів пучка, а лише враховує статистичні властивості атмосфери, для когерентного випромінювання з гаусівським профілем ($\Phi(\mathbf{k}, \mathbf{p}, t=0) \propto e^{-k^2 r_0^2/8 - p^2/2r_0^2}$, r_0 – початковий радіус пучка), можна показати, що і для великих ($\nu t \gg 1$) і для малих ($\nu t \ll 1$) часів поширення, поперечний імпульс виражається як

$$\langle \mathbf{q}^2 \rangle = \frac{2}{r_0^2} + 4\alpha t, \quad (15)$$

де $\alpha = \frac{\pi\omega_0^2}{2c} \int d\mathbf{k}' k'^2 \psi(k')$, або ж для спектру Татарського

$$\langle \mathbf{q}^2 \rangle = \frac{2}{r_0^2} + 0.066\pi^2 \Gamma\left(\frac{1}{6}\right) C_n^2 q_0^2 l_0^{-\frac{1}{3}} z. \quad (16)$$

Для ширини пучка у випадку великих відстаней поширення можемо отримати

$$\langle \mathbf{r}^2 \rangle = \frac{r_0^2}{2} \left(1 + \frac{4z^2}{r_0^4 q_0^2} + \frac{8z^3 c \alpha}{3r_0^2 \omega_0^2} \right). \quad (17)$$

Результати для $\langle \mathbf{q}^2 \rangle$, $\langle \mathbf{r}^2 \rangle$ відповідають результатам, отриманими іншими методами.

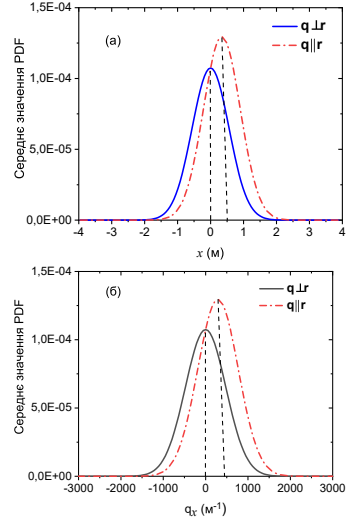


Рис. 1: Профіль PDF у (а) $\mathbf{r}$ -просторі; (б) $\mathbf{q}$ -простір.

Аналітичний вираз для PDF у випадку великих часів поширення можна легко записати, проінтегрувавши вираз (12) для гаусівських пучків по $\mathbf{p}$ та $\mathbf{k}$

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) \approx 3C \left(\frac{2\pi q_0}{ct^2 \alpha} \right)^2 \exp \left[- \left(\mathbf{r} - \frac{\mathbf{q}ct}{2q_0} \right)^2 \frac{4}{\langle \mathbf{r}^2 \rangle_T} - \frac{4q^2}{\langle \mathbf{q}^2 \rangle_T} \right]. \quad (18)$$

Константу C можна виразити через повний потік фотонів. У дисертації показано, що використання підходу випадкової плавної сили дає ідентичний результат для асимптотичного значення PDF, підтверджуючи їх еквівалентність у цьому граничному випадку.

Із (18), просторовий розподіл симетричний відносно напрямленості вектора $\mathbf{q}$ і досягає максимуму при значеннях $\mathbf{r} = \frac{\mathbf{q}ct}{2q_0}$ [див. Рис. 1 (($y = 0$, $q_x = 0$, $q_y = \sqrt{\langle \mathbf{q}^2 \rangle_T}/2$ – суцільна крива, $q_x = \sqrt{\langle \mathbf{q}^2 \rangle_T}/2$, $q_y = 0$ – штрих-пунктирна))]. Просумувавши обидві сторони рівності (18) по $\mathbf{q}$, отримуємо асимптотичне значення для інтенсивності, $\hat{I}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{q}} \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t)$, яка виражається як

$$\langle \hat{I}(\mathbf{r}, t) \rangle = C \frac{4\pi S}{\langle \mathbf{r}^2 \rangle_T} e^{-\frac{\mathbf{r}^2}{\langle \mathbf{r}^2 \rangle_T}}, \quad (19)$$

S – константа, розмірності площі, що пов'язана із граничними умовами на вихідній апертурі.

У **підрозділі 3.2** розглянуто ефекти збільшення довжини лазерних імпульсів при поширенні на великі відстані в атмосфері. Такий ефект може стати важливим, зокрема, у криптографії, де окремі імпульси використовуються як носії інформації. В такому разі ефект видовження імпульсів може призводити до перекриття сусідніх імпульсів і флуктуацій часу їх приходу на детектор, тим самим спотворюючи інформацію. Для великих відстаней використовувався розв'язок безіткневого рівняння Больцмана і концепція фотонних траєкторій. У цьому випадку інтенсивність можна записати як

$$\hat{I}(\mathbf{r}) = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{q}, \mathbf{k}} e^{-\mathbf{k} \cdot \left(\mathbf{r} - \int_0^t dt' \mathbf{c}(\mathbf{q}(t')) \right)} b_{\mathbf{q} - \int_0^t dt' \mathbf{F}_{\perp}[\mathbf{r}(t')] + \frac{\mathbf{k}}{2}}^{\dagger} b_{\mathbf{q} - \int_0^t dt' \mathbf{F}_{\perp}[\mathbf{r}(t')] - \frac{\mathbf{k}}{2}}, \quad (20)$$

де $\mathbf{r}$, $\mathbf{q}$ – значення координати та імпульсу в початковий момент часу. Для знаходження середнього значення $\langle \hat{I}(\mathbf{r}) \rangle$ врахуємо залежність групової швидкості світла, що входить у вираз (20) від флуктуацій показника заломлення. Для оцінки видовження світлових імпульсів необхідно врахувати флуктуації швидкості в поздовжньому напрямку зі збереженням квадратичних по флуктуаціях членів. Тоді швидкість світла в атмосфері з флуктуючим показником заломлення набуває вигляду

$$\mathbf{c}(\mathbf{q}(t')) = c[1 - \delta n(t') - \frac{q_{\perp}^2(t')}{2q_0^2}] \mathbf{e}_z + c \frac{\mathbf{q}_{\perp}(t')}{q_0} [1 - \delta n(t')],$$

де поздовжня складова хвильового вектора q_z виражається через поперечну і враховуються лінійні та квадратичні вклади малих величин δn та $\mathbf{F}_\perp$ у виразі для імпульсів $\mathbf{q}_\perp(t)$.

Для отримання явної залежності довжини імпульсу від відстані та сили турбулентності використовуємо загальний вираз

$$R_z^2 = \int z_c^2 \langle \hat{I}(z_c) \rangle dz \Big/ \int \langle \hat{I}(z_c) \rangle dz, \quad (21)$$

де z_c – відстань до центра імпульсу, $z_c = z - z_0 - L + 3L^2T$, L – відстань, на яку поширився імпульс, $L = ct$. [Відзначимо, що в цьому підрозділі позначення z зарезервовано за відповідною координатою у поздовжньому напрямку.] Середнє значення для інтенсивності можна отримати врахувавши початкову конфігурацію випромінювання та провівши серію незалежних усереднень. Оскільки отримання точного аналітичного розв'язку є занадто складною математичною задачею, то аналітичний розв'язок, який описує фізичну картину на якісному рівні, можна отримати лише в грубому наближенні. Воно полягає в тому, що різницю $q_\perp^2(t') - \langle q_\perp^2(t') \rangle$ вважатимемо малою і знехтуємо частиною кореляцій вищих порядків для фотонних траєкторій. Тоді можна одержати явний вираз для довжини імпульсу

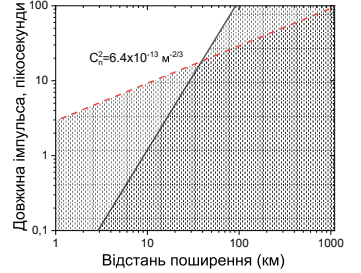


Рис. 2

$$R_z^2 = 2 \left(\frac{r_z^2}{8} + 0.7TLl_0^{1/3}L_0^{5/3} \right) \left(1 + \frac{80}{1.2 \left(r_z^2/8 + 0.7TLl_0^{1/3}L_0^{5/3} \right) / L^4T^2 + 35} \right), \quad (22)$$

де $T = 0.558C_n^2l_0^{-1/3}$. З (22) можна оцінити, за яких параметрів системи збільшення довжини імпульсу стає величиною одного порядку з початковою довжиною, $\tau_p \sim r_z/c$, тобто, коли ефект видовження стає значним. Такі умови визначаються співвідношеннями

$$TL^2/c \sim \tau_p, \quad \sqrt{TLl_0^{1/3}L_0^{5/3}}/c \sim \tau_p \quad (23)$$

і збігаються із оцінками у ранніх роботах, хоч і отримані іншим методом.

Видовження імпульсів у випадку великих відстаней поширення лазерного випромінювання пояснюється двома різними фізичними механізмами. Перший пов'язаний зі стохастизацією $\mathbf{q}_\perp$ і ростом з часом пропорційно $t^{1/2}$, а другий – з флуктуаціями модуля групової швидкості фотонів у напрямку поширення. Два механізми видовження імпульсів не корелюють між собою (із формули (22)

видно, що в ній відсутні характерні інтерференційні члени). На Рис. 2 показано, як внески у довжину імпульсу від різних механізмів (штрихована і суцільна лінії) визначають область, де ці величини слід брати до уваги (заштрихована область) при практичних застосуваннях.

У **розділі 4** розглянуто кореляційні властивості лазерного випромінювання у атмосфері. Саме детальний опис кореляцій інтенсивностей є визначальним для практичних застосувань. Основну увагу при дослідженні сцинтиляцій приділено опису флуктуацій інтенсивності в області помірної турбулентності. Оскільки, незважаючи на те, що задачі опису сцинтиляцій багато років, строгі теорії досі існують лише для слабкої та сильної турбулентності. Для асимптотичного випадку великих відстаней поширення розглянуто двоточкову кореляційну функцію четвертого порядку для оптичних полів, яка дозволяє описувати просторові властивості флуктуацій.

Флуктуації інтенсивності зазвичай описують за допомогою сцинтиляційного індексу

$$\sigma^2 = \frac{\langle I^2(\mathbf{r}) \rangle - \langle I(\mathbf{r}) \rangle^2}{\langle I(\mathbf{r}) \rangle^2}. \quad (24)$$

У випадку сильної та переходу помірна-сильна турбулентність у **підрозділі 4.1** для отримання кореляцій інтенсивності використано беззіткневе рівняння Больцмана для функції розподілу. Тоді розв'язок записується в термінах фотонних траєкторій, а вплив атмосферної неоднорідності зводиться до врахування членів вигляду

$$M = \exp \left(-i \int_0^t dt' \{ (\mathbf{p} + \mathbf{k}t' \frac{c}{q_0}) \mathbf{F}[\mathbf{r}(\mathbf{q}, t')] + (\mathbf{p}' + \mathbf{k}'t' \frac{c}{q_0}) \mathbf{F}[\mathbf{r}(\mathbf{q}', t')] \} \right). \quad (25)$$

При усередненні такого виразу по конфігураціях атмосфери потрібно знайти два типи кореляційних функцій, а саме: автокореляційні, де усереднюється випадкова сила для однієї фотонної траєкторії $\langle \mathbf{F}[\mathbf{r}(\mathbf{q}, t')] \mathbf{F}[\mathbf{r}(\mathbf{q}, t'')] \rangle$ та кореляційна функція, що враховує перехресні кореляції (між двома різними траєкторіями $\langle \mathbf{F}[\mathbf{r}(\mathbf{q}, t')] \mathbf{F}[\mathbf{r}(\mathbf{q}', t'')] \rangle$). Перехресна кореляція залежить від різниці двох траєкторій

$$\langle \mathbf{F}[\mathbf{r}(\mathbf{q}, t')] \mathbf{F}[\mathbf{r}(\mathbf{q}', t'')] \rangle \propto \langle \exp(-i\mathbf{g}[\mathbf{r}(\mathbf{q}, t') - \mathbf{r}(\mathbf{q}', t'')]) \rangle, \quad (26)$$

де $\mathbf{r}(\mathbf{q}, t')$ та $\mathbf{r}(\mathbf{q}', t'')$, в свою чергу, теж залежать від $\mathbf{F}[\mathbf{r}(\mathbf{q})]$ та $\mathbf{F}[\mathbf{r}(\mathbf{q}')]$, тобто наявна певна ітераційна залежність $\mathbf{F}$ від самої себе. В дисертації показано, що усереднення для $\mathbf{F}$, що знаходяться на різних рівнях “вкладеності”, можна робити незалежно, тобто послідовно, – у два етапи. Пояснюється це різними часовими масштабами і, відповідно, слабкою кореляцією двох випадкових сил. В попередніх дослідженнях було використано мультиплікативне наближення

$$\langle \exp(-i\mathbf{g}[\mathbf{r}(\mathbf{q}, t') - \mathbf{r}(\mathbf{q}', t'')]) \rangle \approx \langle \exp(-i\mathbf{g}\mathbf{r}(\mathbf{q}, t')) \rangle \langle \exp(i\mathbf{g}\mathbf{r}(\mathbf{q}', t'')) \rangle, \quad (27)$$

тобто вважалося, що різні траєкторії розійшлися достатньою мірою, щоб розглядати їх як некорельовані. В дисертаційній роботі додатково враховано кореляцію різних траєкторій і зроблено наступний крок в ітераційній процедурі по силі **F**. Таким чином вдалося врахувати частину області помірної турбулентності, де траєкторії фотонів знаходяться ще досить близько одна до одної. Критерієм застосовності такого наближення є оцінка меж чинності концепції фотонних траєкторій, яка приводилася у попередньому розділі. На Рис. 3 показано, що кореляції фотонних траєкторій дають суттєвий вклад у зоні помірної турбулентності. Пунктирні криві відповідають мультиплікативному наближенню (27); суцільні криві, відповідно, враховують перехресні кореляції. Також, використавши модель фазового дифузора для руйнації когерентності, представлено залежність значень сцинтиляційного індексу від часткової когерентності. Дві верхні криві відповідають когерентному пучку, нижче приведено криві для різних ступенів когерентності випромінювання.

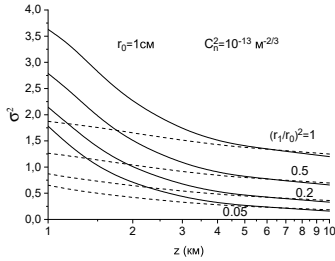


Рис. 3: Сцинтиляційний індекс для когерентного та частково когерентного пучків

У **підрозділі 4.2** для флуктуацій інтенсивності розглянуто випадок слабкої та переходу слабка-помірна турбулентність. Для цього рівняння Больцмана-Ланжевена розв'язано методом збурень, де малим параметром є Фур'є-образ флуктуацій показника заломлення $n_{\mathbf{k}}$. Для різних порядків наближення можна записати окремі рівняння еволюції для флуктуаційної частини та для середнього значення інтенсивностей

$$\hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) = \sum_{n=0}^{\infty} (f_n(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) + \delta \hat{f}_n(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t)). \quad (28)$$

У першому наближенні флуктуації інтенсивності повністю визначаються ланжевенівським джерелом

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{\mathbf{q}, \mathbf{q}'} \int_0^t \int_0^t dt' dt'' \langle : \hat{K}(\mathbf{r}_{\mathbf{q}}(t'), \mathbf{q}, t') \hat{K}(\mathbf{r}_{\mathbf{q}'}(t''), \mathbf{q}', t'') : \rangle}{(\sum_{\mathbf{q}} f_0(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t))^2}. \quad (29)$$

У наближенні великих початкових радіусів і $l_0 \rightarrow 0$ вираз (29) повторює результат Ритова для слабкої турбулентності. У дисертаційній роботі було розглянуто збурення з точністю до четвертого порядку

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{\mathbf{q}, \mathbf{q}_1} \langle \delta \hat{f}_1(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) [\delta \hat{f}_1(\mathbf{r}, \mathbf{q}_1, t) + 2\delta \hat{f}_2(\mathbf{r}, \mathbf{q}_1, t)] \rangle}{(\sum_{\mathbf{q}} f_0(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) + f_1(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t))^2}, \quad (30)$$

яке, окрім ланжевенівського джерела, враховує вклад інтегралу зіткнень. На Рис. 4 приведено якісне порівняння результатів різних теоретичних підходів із

експериментальними даними Consottrini *et al.*(1991). На графіку наведено результати підрозділу [вираз (30)] – суцільна лінія, врахування лише ланжевнівського джерела (підхід Ритова)[вираз (29)] – пунктирна лінія, асимптотичні формули методу Гьюгенса-Кірхгофа – штрихована лінія і результати, які отримано в рамках підходу описаного у підрозділі 4.2 – штрих-пунктирна лінія. Вставлений графік відтворює експериментальні значення σ^2 отриманні Consottrini *et al.* З рисунку видно, що отримані у цьому підрозділі результати суттєво відрізняються від результатів інших строгих методів у області помірної турбулентності, але збігаються для асимптотичних випадків слабкої та сильної турбулентності. В той же час, разом результати підрозділів 4.2 і 4.3 якісно повторюють експериментальні результати, а також демонструють тенденцію до “зшивання” кривих за помірної турбулентності.

Комбінуючи результати підходів підрозділів 4.1 та 4.2 отримано криві залежності сцинтиляційного індексу від початкового радіуса лазерного пучка. На Рис. 5 криві зліва демонструють результати підходу теорії збурень, криві справа враховують вклад перехресних кореляцій фотонних траєкторій. Можна помітити, що для значень сцинтиляційного індексу в області малих відстаней (слабкій турбулентності) залежність від початкового радіуса менш помітна, але вона більш виразна при підході по області переходу слабка-помірна турбулентність. Тут врахування інтегралу зіткнень дає значний ефект. В області, що близька до максимальних сцинтиляцій, криві крутіші, коли початкові радіуси менші. Це легко пояснюється близькістю траєкторій фотонів, які у цьому випадку мають більшу ймовірність розсіятись на однакових оптичних неоднорідностях. Саме це збільшує кореляції флуктуацій фотонів при випадкових розсіяннях.

У підрозділі 4.3 одержано кореляційну функцію четвертого порядку для оптичних полів у асимптотичному наближенні великих відстаней. Її застосовано для оцінки ефекту усереднення сцинтиляційного індексу по апертурі детектора та розгляду просторових властивостей лазерного випромінювання. Використавши ефект насичення флуктуацій при великих часах поширення, коли чотирихвильові кореляції можна описувати за допомогою парних кореляцій, і означення функції розподілу фотонів у фазовому просторі, четвертий момент для оптичних полів можна записати як

$$\langle \hat{I}(\mathbf{r}, t) \hat{I}(\mathbf{r}', t) \rangle = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \langle \hat{I}(\mathbf{r}, t) \rangle + \langle \hat{I}(\mathbf{r}, t) \rangle \langle \hat{I}(\mathbf{r}', t) \rangle \quad (31)$$

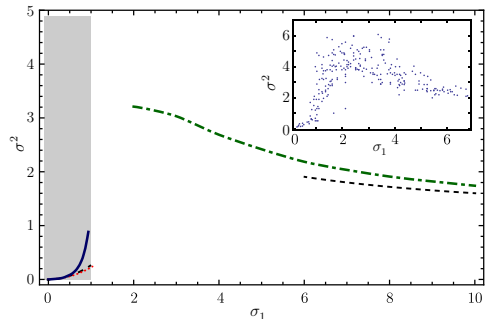


Рис. 4: Сцинтиляції як функція параметру Ритова.

$$+ \sum_{\mathbf{q}, \mathbf{q}'} \langle f(\frac{\mathbf{r} + \mathbf{r}'}{2}, \mathbf{q}) \rangle \langle f(\frac{\mathbf{r} + \mathbf{r}'}{2}, \mathbf{q}') \rangle e^{i(\mathbf{q}' - \mathbf{q}) \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}.$$

Вираз (31) є результатом перемішування чотирьох світлових хвиль при поширенні пучка на великі відстані в напрямку z . Він справедливий, коли флуктуаційні величини описуються нормальною (гаусовою) статистикою. Перший доданок в правій частині описує дробовий шум. Він важливий для випадку малої фотонної густини та має квантову природу. Другий доданок є добутком середніх інтенсивностей. Тут взагалі відсутній внесок флуктуацій інтенсивності в різних точках $\mathbf{r}$ та $\mathbf{r}'$. Він є квадратичною формою функції розподілу фотонів, яка в загальному випадку не зводиться до добутку інтенсивностей світлових потоків ($\langle \hat{I}(\mathbf{r}, t) \rangle$). Отже, флуктуаційна частина, якщо знехтувати дробовим шумом, повністю задається останнім членом. Характерною особливістю цього члена є залежність обох PDF лише від однієї просторової координати $(\mathbf{r} + \mathbf{r}')/2$, яка відрізняється і від $\mathbf{r}$, і від $\mathbf{r}'$. Ця особливість дає можливість, вивчаючи фотонні флуктуації на периферії пучка, отримати інформацію щодо центральної області.

Для випадку гаусових пучків можна легко отримати аналітичний вираз для кореляційної функції четвертого порядку

$$\begin{aligned} \langle \hat{I}(\mathbf{r}, t) \hat{I}(\mathbf{r}', t) \rangle &= \langle \delta I_{shot}^2 \rangle + \langle \hat{I}(\mathbf{r}, t) \rangle \langle \hat{I}(\mathbf{r}', t) \rangle \\ &+ \left(\frac{C 4\pi S}{\langle \mathbf{r}^2 \rangle_T} \right)^2 \exp \left[-\frac{(\mathbf{r} + \mathbf{r}')^2}{2\langle \mathbf{r}^2 \rangle_T} - \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')^2 \langle \mathbf{q}^2 \rangle_T}{8} \right] \end{aligned} \quad (32)$$

де використано асимптотичний вираз для функції розподілу (18). Дробовий шум можна записати використавши вираз для середньої інтенсивності (19), в параксіальному наближенні він записується як

$$\langle \delta I_{shot}^2 \rangle = C \frac{4\pi S}{\langle \mathbf{r}^2 \rangle_T} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') e^{-\frac{\mathbf{r}^2}{\langle \mathbf{r}^2 \rangle_T}}. \quad (33)$$

В останньому члені (32) експоненту з $(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ можна представити у вигляді дельта-функції, коли значення поперечного імпульсу та розміри апертури детектора достатньо великі. У цьому випадку можна записати

$$\langle \delta \hat{I}(\mathbf{r}, t) \delta \hat{I}(\mathbf{r}', t) \rangle = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \langle \hat{I}(\mathbf{r}, t) \rangle \left(1 + \frac{8\pi}{\langle \mathbf{q}^2 \rangle_T} \langle \hat{I}(\mathbf{r}, t) \rangle \right), \quad (34)$$

де другий член у великих круглих дужках представляє відношення класичного та дробового (квантового) шуму. Тоді можна записати умову, коли ці флуктуації

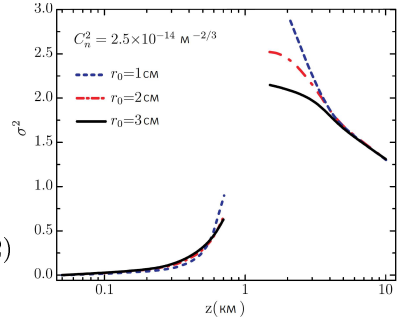


Рис. 5: Сцинтиляційний індекс для когерентного пучка vs. відстань поширення z для різних початкових радіусів пучка.

однакові: $\langle I(r_q, t) \rangle = \frac{\langle \mathbf{q}^2 \rangle_T}{8\pi}$. З неї видно, що на достатньо великих відстанях від центра пучка превалюють квантові флуктуації.

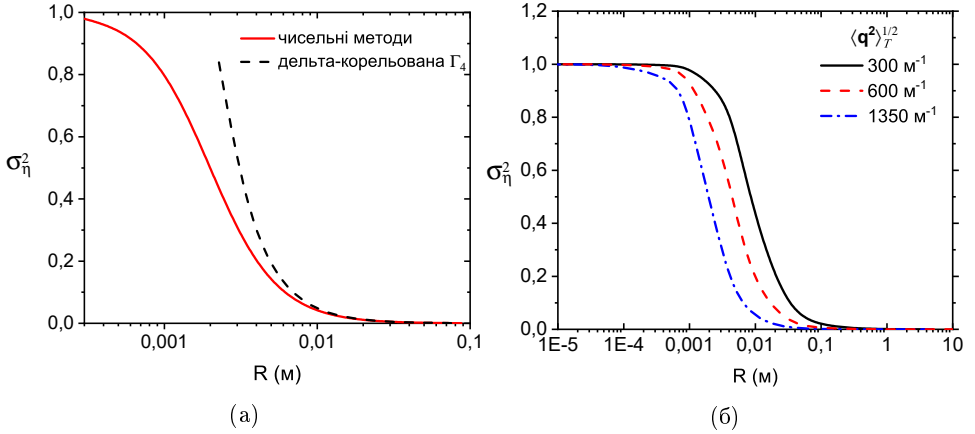


Рис. 6: Усереднений по апертурі сцинтиляційний індекс vs. радіус детектора.

Використавши вираз для четвертого моменту, можна знайти усереднений по апертурі сцинтиляційний індекс

$$\sigma_\eta^2 = \frac{\langle \eta^2 \rangle - \langle \eta \rangle^2}{\langle \eta \rangle^2}, \quad (35)$$

де $\eta \propto \int_{\mathcal{A}} d\mathbf{r} \hat{I}(\mathbf{r}, t)$ і враховано умову нормованості $\eta = 1$ для апертур $\mathcal{A}$, які значно більші за радіус пучка.. У загальному випадку для круглої апертури необхідно чисельно отримувати значення σ_η^2 . Але у випадку великої апертури можна використати дельта-корельовану функцію (34) і легко отримати

$$\langle \eta^2 \rangle - \langle \eta \rangle^2 = \frac{4}{\langle \mathbf{q}^2 \rangle_T \langle \mathbf{r}^2 \rangle_T} \left(1 - \exp \left[-\frac{2R^2}{\langle \mathbf{r}^2 \rangle_T} \right] \right). \quad (36)$$

Як видно із Рис. 6а чисельні результати і отриманий наближений аналітичний вираз добре узгоджуються для достатньо великих радіусів апертури R . Розв'язок чисельними методами показує залежність усереднених по апертурі сцинтиляцій від радіусу детектора (див. Рис. 6б). Можна побачити дві важливі властивості флуктуацій пропускання інтенсивності. Перша пов'язана із точковою апертурою. У цьому випадку сцинтиляційний індекс прямує до одиниці, вказуючи на ефект насичення флуктуацій. Друга властивість – зникнення флуктуацій для апертур, розміри яких набагато більші за радіус пучка. Це означає,

що повна кількість фотонів незмінна (відсутня дисипація в системі). Окрім того на Рис. 6б показано залежність сцинтиляцій від значень поперечного імпульсу.

ВИСНОВКИ

1. Отримано аналітичний вираз для опису ефекту видовження лазерних імпульсів при поширенні в земній атмосфері. Досліджено два фізичні механізми збільшення довжини імпульсів та вказані значення параметрів пучка і каналу поширення, коли цей ефект потрібно враховувати.
2. Продemonстровано значний вплив фазового дифузора на величину сцинтиляційного індексу. Дифузор, зменшуючи кореляції фотонних траєкторій, тим самим зменшував і сцинтиляційний індекс, особливо в режимі помірної турбулентності. В цій же області найбільше проявляється залежність сцинтиляційного індексу від радіуса апертури джерела.
3. Продemonстровано вплив кореляцій фотонів у турбулентній атмосфері на величину сцинтиляційного індексу при переході помірна-сильна та сильній турбулентностях. Показано, що механізм кореляції фотонів дає суттєвий додатковий внесок у величину сцинтиляційного індексу при наближенні до області помірної турбулентності.
4. Використовуючи гамільтоніан поля в турбулентній атмосфері, виведено кінетичне рівняння Больцмана-Ланжевена для функції розподілу фотонів у фазовому просторі (в $\mathbf{r-q}$ просторі). Його розв'язок методом ітерацій визначає середнє значення функції розподілу та її флуктуації. Вплив турбулентності враховується інтегралом зіткнень та ланжевенівським джерелом флуктуацій. Вже друга ітерація показала чітку тенденцію до "зшивки" значень сцинтиляційного індексу, знайденого за слабкої та сильної турбулентності.
5. Знайдений вираз для середньої функції розподілу фотонів у атмосфері демонструє істотну анізотропію у фазовому просторі внаслідок дрейфу фотонів у поперечному до осі пучка напрямку. Він використаний для знаходження густини потоку, ширини пучка, середньоквадратичного поперечного імпульсу фотонів.
6. Отримано явний вираз для кореляційної функції четвертого порядку для оптичних полів у атмосфері в наближенні великих відстаней поширення. Продemonстровано ряд особливостей кореляційної функції та її застосування для практичних задач:
 - показано, що кореляція інтенсивності в точках $\mathbf{r}$ і $\mathbf{r}'$ визначаються значеннями функції розподілу в точці $(\mathbf{r} + \mathbf{r}')/2$. Вивчаючи флуктуації на краях пучка можна отримати інформацію про центр пучка;
 - для гаусових пучків показано як між собою співвідносяться квантові і класичні флуктуації. Зокрема, представлено умову, коли ці флуктуації дають однаковий вклад;

- побудовано криві залежності сцинтиляційного індексу від усереднення по апертурі приймача у асимптотичному наближенні насичених флуктуацій.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. *Баськов Р. А.* Вплив турбулентної атмосфери на розширення світлових імпульсів / Р. А. Баськов, О. О. Чумак // Наукові записки. Фізико-математичні науки. Національний університет «Києво-Могилянська академія» — 2009. — Том 87. — с. 45.
2. *Chumak O. O.* Strong Enhancing Effect of Correlations of Photon Trajectories on Laser Beam Scintillations / O. O. Chumak and R. A. Baskov // Phys. Rev. A. — 2016. — Vol. 93. — P. 033821.
3. *Baskov R. A.* Laser-beam scintillations for weak and moderate turbulence / R. A. Baskov and O. O. Chumak // Phys. Rev. A. — 2018. — Vol. 97. — P. 043817.
4. *Baskov R.* Forth-order moment of the light fields in atmosphere / R. A. Baskov and O. O. Chumak // J. Opt. — 2020. — Vol. 22. — P. 105603.
5. *Baskov R.* The effect of the broadening of the pulses in the laser beam for long-distance propagation trough the turbulent atmosphere / R. Baskov, O. Chumak // Book of Abstracts: 9th International Young Scientists Conference Optics and High Technology Material Science (23–26 October, 2008, Kyiv, Ukraine). — Kyiv: 2008. — P. 156.
6. *Baskov R. A.* The effect of atmosphere turbulence on broadening of light pulses: long-distance propagation / R. A. Baskov, O. O. Chumak // Book of abstracts: VIII Kharkiv Young Scientists Conference “Radiophysics and Electronics, Biophysics” (25 – 27 November, 2008, Kharkiv, Ukraine). — Kharkiv: 2008. — P. 99.
7. *Baskov R. A.* Scintillations of laser radiation propagating in a turbulent atmosphere: the effect of bending of photon trajectories. / R. A. Baskov, O. O. Chumak // Book of abstracts: NATO ASI on “Special Detection Technique (Polarimetry) and Remote Sensing” (12–25 September, 2010, Kyiv, Ukraine). — Kyiv: 2010. — P. 26.

АНОТАЦІЯ

Баськов Р. А. Поширення лазерного випромінювання у турбулентній атмосфері. — Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 — теоретична фізика. — ІТФ ім. М. М. Боголюбова НАН України, Київ, 2021.

В дисертаційній роботі, методом функції розподілу фотонів у фазовому просторі, продемонстровано та вивчено часово-просторові властивості лазерного випромінювання, що поширюється в оптично неоднорідній атмосфері. Виведено кінетичне рівняння для функції розподілу, що описує еволюцію випромінювання за практично довільних параметрів лазерного пучка та атмосфери. Отримано вираз для середнього значення функції розподілу фотонів, висвітлено ефект збільшення довжини лазерних імпульсів. Для флуктуацій інтенсивності випромінювання отримано асимптотичний вираз для кореляцій четвертого порядку для оптичних полів у атмосфері і застосовано його до опису ефекту усереднення сцинтиляційного індексу по апертурі. Частково описано сцинтиляції в найбільш складній для строгого опису області помірної турбулентності.

Ключові слова: атмосферна оптика, квантова оптика, сцинтиляції, функція розподілу фотонів, атмосферна турбулентність, флуктуації інтенсивності.

АННОТАЦИЯ

Баськов Р. А. Распространение лазерного излучения в турбулентной атмосфере. — Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 — теоретическая физика. — ИТФ им. Н. Н. Боголюбова НАН Украины, Киев, 2021.

В диссертации, методом функции распределения фотонов в фазовом пространстве, продемонстрировано и изучено временно-пространственные свойства лазерного излучения распространяющегося в оптически неоднородной атмосфере. Получено кинетическое уравнение для функции распределения, описывающее эволюцию излучения практически при произвольных параметрах лазерного пучка и атмосферы. Получено выражение для среднего значения функции распределения, освещено эффект роста длины лазерных импульсов. Для флуктуаций интенсивности получено асимптотическое выражение для корреляций четвертого порядка для оптических полей в атмосфере, которое использовано для описания эффекта усреднения сцинтилляционного индекса по апертуре. Частично описано сцинтилляции в наиболее сложной для строгого описания области умеренной турбулентности.

Ключевые слова: атмосферная оптика, квантовая оптика, сцинтилляции, функция распределения фотонов, атмосферная турбулентность, флуктуации интенсивности.

ABSTRACT

Baskov R. A. Laser beam propagation in turbulent atmosphere — Manuscript.

Thesis for the Doctor of Philosophy degree (Candidate of Science in Physics and Mathematics) in speciality 01.04.02 — theoretical physics. — Bogolyubov Institute for Theoretical Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, 2021.

The thesis considers spatiotemporal characteristics of laser radiation in optically inhomogeneous atmosphere. The method of photon distribution function (PDF) is used for description of laser beams in atmosphere. The kinetic equation for PDF that gathers evolution of radiation for wide range of beam and atmosphere parameter is derived from first principles. The quasiclassical distribution function for photon density in the phase-space is obtained from solution of the kinetic equation. The effect of pulse broadening is elucidated in case of long-distance propagation. Considering intensity fluctuations, asymptotic fourth-order moment for light fields is obtained. Besides that fluctuations are rigorously described in the most challenging range of moderate turbulence, providing, in particular, results for transition regions weak-moderate and moderate-strong turbulence regimes.

An array of negative effects are caused by wide range of sizes of inhomogeneities, such as beam broadening, beam wandering, fragmentation of the beam etc. Despite the very small fluctuations in refractive index, their impact on the beam evolution can be quite significant because of accumulating effect which occurs along the propagation path. In particular, intensity fluctuations appear as one of the most destructive manifestations of spatiotemporal alterations in the laser beam.

The magnitude of intensity fluctuations are characterized by scintillation index which is defined in classical optics as inverse of signal-to-noise ratio.

Collisionless Boltzmann equation was used to study evolution of PDF for long-distance propagation. In this case, influence of turbulence is presented via smooth random force originating from gradient of refractive index and evolution of the laser beam could be described via photon “trajectories”. It is shown that considerable growth of scintillation index (by two to three times) found for moderate turbulence attributed to correlations between photon “trajectories”. It is demonstrated that the maximum of scintillations can be considerably decreased by an increase of the source aperture or the use of the fast phase diffuser.

Since classical force cannot adequately consider the collisions which are accompanied by a substantial change of the photon momentum, in thesis a more general approach which account for the effect of photon-eddy interactions by means of collision integral was proposed. Moreover, a random nature of photon-eddy collisions is accounted for by the Langevin source with known statistical properties. As a result, a linear Boltzmann-Langevin equation (BLE) describes both the average and fluctuating parts of photon distribution. Utilizing theory of perturbation for solution of BLE description of weak-to-moderate regime of turbulence was provided. The

scintillation index obtained in this regime has considerably bigger magnitude than one provided by other rigorous theories. Mainly, such discrepancy attributed to consideration of decrease of photon density due to contribution of collision integral term in BLE. At the same time results are in good agreement with other theories in case of weak turbulence. Overall for scintillation index, it is shown that results for weak, weak-to-moderate, moderate-to-strong, strong, regimes of turbulence are in good agreement with experimental data.

For long propagation path, the explicit expression for fourth-order moment of light is obtained as a sum of linear and quadratic forms of the average distribution function. This moment describes a spatial correlation of four light waves, giving the information about the photon distribution in the cross-section of the beam. The fourth moment can be measured using two small detectors outside the central part of the beam. The linear form describes the shot noise (quantum fluctuations) of photons. The range where the shot noise exceeds the classical noise is found analytically. Derived photon fluctuations are the valuable source of information about statistical properties and local structure of the laser radiation that can be used for applications.

Explicit fourth moment is used for obtaining the aperture averaging of fluctuations. The limited aperture of the receiver is typical for most applications, so a rigorous analytical result for transmittance of light fluctuations can be useful. In the asymptotic case, the gain in transverse momentum defines the correlation length for the fourth moment. The explicit value of the correlation length can be used for the optimal choice of the detector diameter.

The solution of the averaged kinetic equation for the case of the paraxial beam illustrates the significant anisotropy of the distribution function. The anisotropy is due to photon drift in the direction parallel to the vector $\mathbf{r}$. Explicit expression for pulse broadening is obtained for long-distance propagation, which, in particular, could be used to evaluate such negative effects as overlapping of consequent pulses or fluctuations of its arrival time. It is shown that there are two main mechanisms responsible for pulse broadening attributed to atmospheric turbulence: fluctuations of modulus of group velocity in longitudinal direction; increase of transverse momentum of photons.

Key words: atmospheric optics, quantum optics, scintillations, photon distribution function, atmospheric turbulence, intensity fluctuations.