

**Національна академія наук України
Інститут теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова**

Стародуб Іван Олексійович

УДК 530.182, 538.945

**Динаміка солітонів у просторово-неоднорідних джозефсонівських
переходах**

01.04.02 – теоретична фізика

**Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук**

Київ – 2015

Дисертацією є рукопис

Робота виконана в Інституті теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України.

Науковий керівник:

доктор фізико-математичних наук,

Золотарюк Ярослав Олександрович,

Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України, провідний науковий співробітник відділу нелінійної фізики конденсованого стану

Офіційні опоненти:

доктор фізико-математичних наук, професор **Шека Денис Дмитрович,**
професор кафедри математики та теоретичної радіофізики факультету радіофізики, електроніки та комп'ютерних систем Київського національного університету імені Тараса Шевченка

доктор фізико-математичних наук, доцент **Гомонай Олена Василівна,**
професор кафедри інформаційної безпеки Фізико-Технічного Інституту Національного Технічного Університету України «Київський Політехнічний Інститут»

Захист відбудеться «_____» _____ 2015 р. об ____ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.191.01 Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова Національної Академії Наук України за адресою: вул. Метрологічна 14-б, м. Київ, 03680, Україна.

З дисертацією можна ознайомитись у науковій бібліотеці Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова Національної Академії Наук України за адресою: вул. Метрологічна 14-б, м. Київ, 03680, Україна.

Автореферат розісланий «_____» _____ 2015 р.

Вчений секретар

спеціалізованої вченої ради Д 26.191.01,

доктор фіз.-мат. наук

В. Є. Кузьмичев

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність роботи

Солітон - стійка усамітнена хвиля, що розповсюджується з постійною швидкістю та формою в нелінійному середовищі. Однією з характерних особливостей таких хвиль є те, що при взаємодії одна з одною або іншими збудженнями вони зберігають свою форму та структуру. Вперше солітони спостерігалися як усамітнені хвилі на поверхні води. Пізніше, внаслідок багатьох досліджень було виявлено існування солітонів в різноманітних структурах: в кристалічній ґратці твердого тіла, бозе-ейнштейнівських конденсатах газів, магнітних матеріалах, в оптичних хвилеводах, атмосфері Землі, лазерних та нервових імпульсах, надпровідниках, в плазмі. Динаміка солітонів, які мають фізичний зміст кванту магнітного потоку, що рухається вздовж діелектричного прошарку в довгому джозефсонівському контакті (ДДК) є предметом значної кількості теоретичних та експериментальних досліджень. Солітони в довгому джозефсонівському контакті також називають джозефсонівськими вихорами або флюксонами. Науковий інтерес до даної тематики підживлюється можливістю використання джозефсонівських вихорів як носіїв інформації та їх подальшого застосування для побудови різноманітних інформаційно-цифрових пристроїв. В реальності джозефсонівські контакти не можуть бути просторово однорідними, неоднорідність у них може виникати як дефект в процесі виготовлення або створюватися з метою отримання контакту з певними властивостями. Значна кількість відомих на цей час робіт у даній області спрямована на дослідження динаміки солітона в одновимірному довгому джозефсонівському контакті та його взаємодії з домішкою точкового розміру. Розглядалися також одновимірні контакти з домішкою типу сходинок нескінченного розміру, що моделює границю розподілу двох контактів, а також сходинок скінченної довжини. Випромінювання, що відбувається в процесі взаємодії флюксона з однією домішкою, періодичним масивом домішок та випадковим чином розташованими домішками теоретично досліджувалося та вимірювалося експериментально. Проте всі реальні джозефсонівські контакти є двовимірними, тобто мають скінченну ширину в напрямку, перпендикулярному напрямку руху солітона. Розглядалися контакти з різною геометрією, для якої є можливість більш строгого опису в рамках одновимірної моделі, це кільцеві контакти та контакти з перекриттям (overlap). Для достатньо вузьких контактів одновимірне наближення ще можливе, проте поперечна ступінь вільності грає суттєву роль. Тому важливим є дослідження поведінки джозефсонівського вихору в двовимірному контакті з просторовими неоднорідностями скінченого розміру, теоретичний опис його динаміки та ефектів, що виникають в процесі його руху вздовж контакту.

Масиви джозефсонівських переходів також інтенсивно вивчалися протягом останніх кількох десятиліть внаслідок їх можливого застосування в квантовому обчисленні та створенні метаматеріалів. Тому не менш важливою задачею є проблема існування та рухливості солітонів в дискретних середовищах, яка викликає значний інтерес у зв'язку з широким застосуванням масивів джозефсонівських контактів, що являють собою надпровідний квантовий інтерферометр (НКВІН). Такі пристрої мають низку застосувань, а основні

дослідження в цій області стосуються одновимірних симетричних масивів джозефсонівських переходів та динаміки солітонів в них. Проте цікавими для практичних застосувань також є асиметричні масиви, що проявляють дещо інші властивості. Тому природнім є бажання дослідити динаміку солітонів в такого роду пристроях та вплив дискретності середовища на неї.

Зв'язок з науковими програмами, планами, темами

Результати, що увійшли в дисертаційну роботу, були отримані в рамках планової наукової тематики відділу нелінійної фізики конденсованого стану Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України (тема «Нелінійні механізми передачі енергії, заряду та інформації в наноструктурах та біомолекулах», 2007-2011 рр., шифр 1.4.7.2, номер державної реєстрації в УкрІНТЕІ РК 0106U007886, тема «Транспортні властивості та можливості керування ними за допомогою зовнішніх полів в наноструктурах», 2012-2016 рр., номер державної реєстрації в УкрІНТЕІ 0112U000053, тема «Мікроскопічні та феноменологічні моделі фундаментальних фізичних процесів у мікро- та макросвіті» 2012-2016 рр., шифр 1.4.1-1.4.9, номер державної реєстрації в УкрІНТЕІ 0112U000056, тема гранту докторам наук від президента України «Динаміка нелінійних когерентних збуджень під впливом зовнішніх періодичних полів» №Ф35/544-2011, 2011 р.)

Метою роботи і задачею дослідження було дослідження явищ, що виникають в процесі взаємодії солітона з неоднорідністю в джозефсонівському переході та їхнього впливу на його вольт-амперні характеристики (ВАХ).

Для її досягнення було поставлено наступні задачі:

1. Знайти пороговий струм закріплення солітона (мінімальний струм, необхідний для подолання солітоном перешкоди) на домішках різної форми та розміру, побудувати залежності порогового струму від ширини контакту.
2. Провести чисельне моделювання поведінки солітона в довгому двовимірному джозефсонівському переході та проаналізувати вплив двовимірності на його динаміку.
3. Знайти спектральну густину енергії та повну енергію випромінювання, що виникає внаслідок взаємодії флюксона з дефектами в контакті.
4. Проаналізувати вплив форми та розміру дефекту на енергію випромінювання.
5. Побудувати вольт-амперні характеристики контактів з неоднорідностями, співставити аналітичні та чисельні результати.
6. Дослідити вплив дискретності на динаміку солітона в асиметричному масиві точкових контактів та побудувати ВАХ такого контакту.

Об'єктом дослідження є довгий джозефсонівський контакт, масив контактів, солітон в довгому джозефсонівському переході або в масиві точкових переходів, а також лінійні та нелінійні збудження в цих структурах.

Предмет дослідження – динамічні ефекти, що виникають при взаємодії солітона з просторовою неоднорідністю або дискретністю середовища.

Методи дослідження. В роботі застосовувалися аналітичні та чисельні методи дослідження, зокрема, для аналітичних розрахунків використовувалися методи теорії диференціальних рівнянь та математичної фізики, методи солітонної теорії збурень, елементи теорії спеціальних функцій, псевдо-

спектральний метод розв'язку диференціальних рівнянь (метод Гальоркіна), метод Бенетіна для розрахунку показників Ляпунова. Чисельні розрахунки проводилися за допомогою методу Рунге-Кутта четвертого порядку, широко використовувалися методи комп'ютерного моделювання.

Наукова новизна одержаних результатів

В роботі отримані наступні важливі наукові результати:

1. Знайдено пороговий струм закріплення солітона на домішці та його залежність від ширини контакту і геометричних параметрів домішки.

2. Аналітично отримано густину випроміненої енергії, що виникає при розсіянні джозефсонівського вихору на неоднорідностях різної геометричної форми та скінченного розміру.

3. Отримано залежність випроміненої енергії від швидкості солітона, яка має один або декілька локальних максимумів, присутність яких пояснена явищем інтерференції випромінених хвиль, а їх кількість та величина залежать від параметрів домішки.

4. Показано існування щілини у ВАХ асиметричного масиву точкових контактів типу НКВІН, величина якої залежить від параметру асиметрії потенціалу та дисипації в середовищі.

5. Продемонстровано існування «вкладених» солітонів, що рухаються без випромінювання на певних швидкостях в асиметричному масиві точкових контактів.

Практичне значення одержаних результатів

Отримані результати є внеском у дослідження поведінки джозефсонівських вихорів в довгих контактах зі штучними або випадковими дефектами та їхнього впливу на характеристики такого контакту. Результати дисертаційної роботи можуть бути використані при аналізі експериментальних даних та як основа для побудови послідовного теоретичного опису різноманітних ефектів, що виникають в джозефсонівських переходах. Практичну цінність отримані результати мають при побудові квантових комп'ютерів, де керування динамікою солітонів в джозефсонівських контактах дає можливість створення кубітів. Різноманітні застосування пов'язані також з тим, що, як показано в даній роботі, солітон можна деформувати та надавати йому потрібної форми, внаслідок чого вздовж нього збуджуються коливні моди, що можна використати при побудові різних інформаційно-цифрових пристроїв. Результати останнього розділу роботи, який стосується масиву точкових контактів, також можуть бути застосовані до масиву надпровідник-ферромагнетик-надпровідник (SFS) та надпровідник-ферромагнетик-діелектрик-надпровідник (SFIS) контактів.

Особистий внесок здобувача

Дисертація є результатом наукових досліджень, виконаних та опублікованих в ряді наукових робіт. В усіх роботах дисертант приймав особисту участь в постановці задачі, розробці методів її дослідження, обговоренні, аналізі та інтерпретації одержаних результатів, формулюванні висновків та підготовці статей до публікації.

В роботі [1] здобувачем проведено аналітичні та чисельні розрахунки порогового струму закріплення флюксона на домішках, змодельовано динаміку солітона в квазіодноримірному довгому контакті Джозефсона.

У роботах [2, 3] автор приймав активну участь в постановці задачі, аналітично розрахував густину енергії електромагнітного випромінювання, що виникає в результаті взаємодії флюксона з домішками різних форми та скінченного розміру в довгому двовимірному джозефсонівському переході. Аналітично та чисельно побудував вольт-амперні характеристики контактів.

В роботі [4] дисертант розрахував енергію, випромінєну в процесі розсіяння солітона на домішці, з урахуванням локальної зміни магнітного поля та ємності контакту в області знаходження домішки.

В роботі [5] здобувач аналітично та чисельно побудував вольт-амперні характеристики для асиметричного масиву точкових джозефсонівських контактів, знайшов солітонний розв'язок у континуальному наближенні.

Апробація результатів дисертації

Результати дисертаційної роботи доповідались і обговорювались на таких конференціях: Міжнародна конференція молодих вчених «Фізика низьких температур», (14-18 травня 2012, Харків), Міжнародна конференція «Проблеми теоретичної фізики», (8-11 жовтня 2013, Київ), Конференція молодих вчених «Сучасні проблеми теоретичної фізики» (23-26 жовтня 2013, Київ), Міжнародна конференція молодих вчених і аспірантів «ІЕФ-2013» (20-23 травня 2013, Ужгород), Международная научная конференция молодых ученых и специалистов «ОМУС-2014», (24-28 лютого 2014, м. Дубна, Московська область).

Публікації

Основні результати дисертації опубліковані в 9 наукових роботах, із них 5 статей у наукових фахових журналах [1-5] та 4 тез доповідей [6-9], зроблених на 5 наукових конференціях.

Структура дисертаційної роботи

Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел із 106 найменувань. Обсяг дисертації становить 132 сторінки машинописного тексту, враховуючи 36 рисунків, 1 таблицю та список використаних джерел.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЇ

У вступі обґрунтована актуальність обраної теми, сформульовані мета та задачі дослідження, показана наукова та практична цінність отриманих результатів, визначений особистий внесок здобувача, подано інформацію про апробацію результатів дисертації та її структуру.

У першому розділі подано огляд літератури, що стосується проблематики дисертації, наведено відомі результати, отримані в цій галузі. Зокрема, представлено опис динаміки солітона в довгому джозефсонівському переході, основним рівнянням якої є рівняння синус-Гордона (СГ), записане на різницю фаз надпровідного конденсату ϕ в лівому та правому надпровідному прошарку джозефсонівського контакту. Оскільки всі реальні джозефсонівські контакти є двовимірними, а солітон в контакті завжди відчуває дисипацію, викликану потоком електронів, рівняння динаміки було узагальнено на випадок двовимірного контакту з дисипацією. В цьому розділі описано процес взаємодії солітона з просторовими неоднорідностями, що фізично являють собою області

локального розширення або звуження діелектричного прошарку, вздовж якого рухається флюксон. Проаналізовано вплив дискретності середовища на динаміку соліона та представлена пов'язана з цим проблема існування та рухливості солітонів в дискретних середовищах на прикладі масиву точкових джозефсонівських контактів, що формують надпровідний квантовий інтерферометр (НКВІН). Показано, що динаміка флюксона в такому пристрої описується дискретним рівнянням синус-Гордона (ДПСГ).

Оригінальні результати представлені в розділах 2,3,4.

У другому розділі розвинено метод для знаходження енергії випромінювання, що відбувається внаслідок взаємодії флюксона з просторовими неоднорідностями різної форми та розмірів та побудовано залежності випроміненої енергії від швидкості флюксона, що пропорційна струму.

Розглядався ДДК без дисипації і зовнішнього струму з просторовими неоднорідностями, розташованими в діелектричному прошарку контакту, які створюють локальну зміну критичного струму, магнітного поля та ємності в місці розташування внаслідок зміни товщини ізолюючого прошарку. Збурене безрозмірне рівняння СГ має вигляд:

$$\left\{ [1 + f_c(x, y)] \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} [1 + f_H(x, y)] \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} [1 + f_H(x, y)] \frac{\partial}{\partial y} \right\} \phi + [1 + f_l(x, y)] \sin \phi = 0,$$

де $x \rightarrow x/\lambda_j$; $y \rightarrow y/\lambda_j$; $t \rightarrow t\omega_j$; $\omega_j = \sqrt{2eI_c/\hbar C}$, $\lambda_j = \sqrt{\hbar/(2e\mu_0 I_c)}$, а функції f_l , f_H , f_c описують зміну критичного надпровідного струму, магнітного поля і ємності відповідно та задаються у вигляді $f_{l,H,C}(x, y) = \mu_{l,H,C} [\theta(x-x_1) - \theta(x-x_2)][\theta(y-g_-(x)) - \theta(y-g_+(x))]$, де θ є сходиною функцією Хевісайда, а домішка покриває площу, обмежену лініями $x=x_1$ та $x=x_2$ вздовж осі y і неперервною точно визначеною функцією $y = g_{\pm}(x)$. Параметри $\mu_{l,H,C}$ є константами та залежать від геометричних розмірів домішки. Метод пошуку енергії випромінювання полягає в представленні розв'язку рівняння СГ у вигляді суперпозиції точного незбуреного розв'язку та плазмонного випромінювання навколо:

$$\phi(x, y, t) = \phi_0(x, t) + \psi(x, y, t) = 4 \arctan \left[\exp \left((x - vt) / \sqrt{1 - v^2} \right) \right] + \psi(x, y, t).$$

При цьому, переходимо до системи координат, що рухається зі швидкістю флюксона: $\xi = (x - vt) / \sqrt{1 - v^2}$, y , $\tau = (t - vx) / \sqrt{1 - v^2}$. Показано, що функцію випромінювання можна обрати у вигляді:

$$\psi(\xi, y, \tau) = (2\pi)^{-3/2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} a(q_\xi, q_y, \tau) \exp(iq_\xi \xi + iq_y y) (q_\xi + i \tanh \xi) / \sqrt{1 + q_\xi^2} dq_\xi dq_y,$$

де інтегрування відбувається по всьому простору хвильових векторів. Доведено, що спектральна густина випромінювання може бути виражена через амплітуду a наступним чином:

$$\varepsilon(q_x, q_y) = (4\pi)^{-1} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i\tilde{\omega}\tau) \left(\frac{\partial^2 a}{\partial \tau^2} + \tilde{\omega}^2 a \right) d\tau \right|^2, \quad \tilde{\omega} = \sqrt{1 + q_x^2 + q_y^2}.$$

Розглянемо конкретні випадки форми просторової неоднорідності.

• Прямокутна неоднорідність:

$$\varepsilon(q_x, q_y) = \frac{2\mu_I^2 \sin^2(q_y d_y / 2) \sin^2(d_x (\omega - q_x v) / (2v))}{v^4 q_y^2 [(\omega - v q_x)^2 - q_y^2 (1 - v^2)] (\omega - q_x v)^2 \cosh^2[\pi \sqrt{1 - v^2} \omega / (2v)]} \times \\ \times \left[(1 - v^2 - \mu_H / \mu_I + v^2 \mu_C / \mu_I) ((\omega - q_x v)^2 + q_y^2 v^2) / (1 + \mu_C) + 2(\mu_H / \mu_I) (\omega - q_x v)^2 \right]^2.$$

Ця функція симетрична по відношенню до дзеркальної симетрії $q_y \rightarrow -q_y$ і до перетворень $q_x \rightarrow -q_x$, $v \rightarrow -v$, тому розгляд $E(v)$ достатньо обмежити інтервалом $0 \leq v \leq 1$. Показано, що в одновимірній границі дана функція зводиться до вже відомого та вивченого раніше випадку. Густина енергії має безліч глобальних мінімумів і максимумів, поява яких пояснюється інтерференцією випромінених хвиль, а довжина домішки грає роль різниці їх ходу.

Як видно з Рис. 1 найбільший вплив на енергію випромінювання має параметр μ_I , вплив μ_H незначний і ним можна знехтувати, μ_C не змінює положення максимумів, але міняє їх абсолютні значення, а також суттєво змінює поведінку залежності в границі $v \rightarrow 1$, що пояснюється з математичної точки зору наявністю розбіжних членів у функції, яка описує неоднорідність. Цей параметр входить в доданок, який не дорівнює нулю лише на краях неоднорідності, де він пропорційний дельта-функції Дірака.

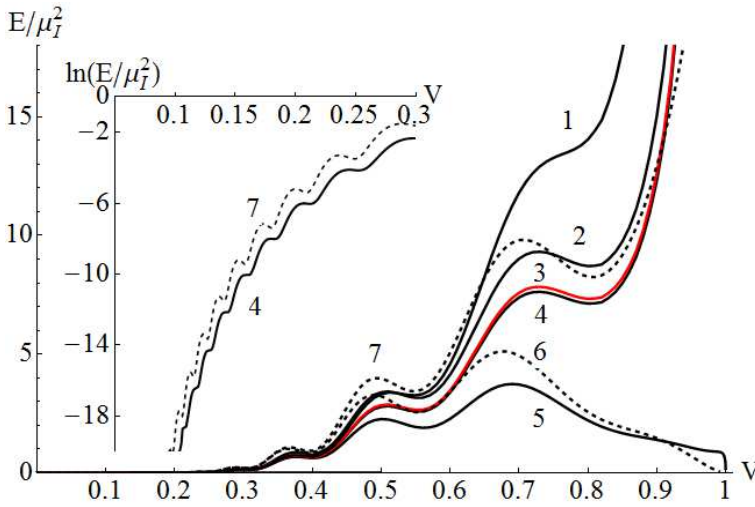


Рис.1 Повна випромінена енергія (нормована на μ_I^2) як функція швидкості флюксона для домішки з $d_x=8$, $d_y=8$, $\mu_H=0$, $\mu_C=0,1$, $\mu_C/\mu_I=1$ (1); $\mu_H=0$, $\mu_C=0,05$, $\mu_C/\mu_I=0,5$ (2); $\mu_H/\mu_I=0,01$, $\mu_C=0,05$, $\mu_C/\mu_I=0,5$ (3); $\mu_H=0$, $\mu_C=0,05$, $\mu_C/\mu_I=0,5$ (4); $\mu_H=\mu_C=0$ (5). Пунктирні криві позначають одновимірний випадок $\mu_H=\mu_C=0$ (6); $\mu_H=0$, $\mu_C=0,05$, $\mu_C/\mu_I=0,5$ (7). ці залежності домножені на 10 для кращої візуалізації.

для кращої візуалізації.

Ширина неоднорідності d_y змінює абсолютні значення екстремумів, адже відповідає за площу взаємодіючої поверхні. Довжина домішки d_x змінює кількість цих максимумів та відповідає за час взаємодії флюксона з неоднорідністю. Відповідні результати представлені на Рис.2 і Рис.3.

Розглянуто граничні випадки геометрії даної домішки, коли в одному з напрямків домішка стає нескінченно вузькою, при цьому амплітуду домішки необхідно перемасштабувати.

• Стрічкоподібна неоднорідність, витягнута вздовж напрямку x

($d_y \rightarrow 0$, $d_x = const$, $\mu^* = \mu d_y$):

$$\frac{\varepsilon(q_x, q_y)}{\mu^2} = \frac{\left[1 - v^2 - \mu_H / \mu_I + v^2 \mu_C / \mu_I \left[(\omega - q_x v)^2 + (v^2 - 1) q_y^2 \right] / (1 + \mu_C) + 2(\omega - v q_x)^2 \mu_H / \mu_I \right]^2}{2v^4 (\omega - q_x v)^2 \left[(\omega - q_x v)^2 + (v^2 - 1) q_y^2 \right] \cosh^2 \left[\pi \sqrt{1 - v^2} \omega / 2v \right] \sin^{-2} \left[d_x (\omega - q_x v) / 2v \right]}.$$

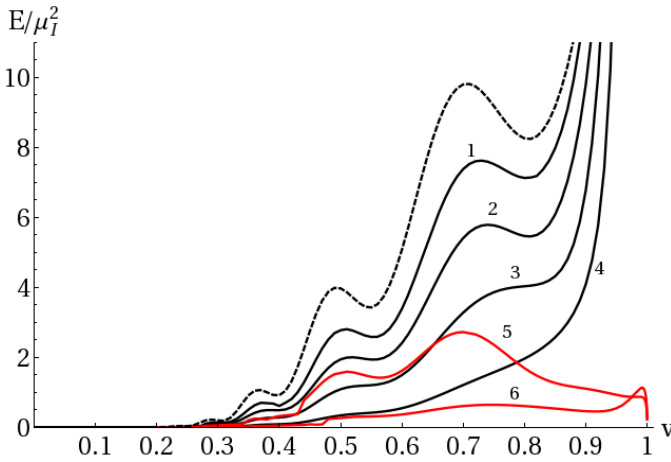


Рис.2 Загальна випромінена енергія як функція швидкості флюксона для $\mu_H=0$, $\mu_C=0,05$, $\mu_C/\mu_I=0,5$ та домішки $d_x=8$, $d_y=8$ (1); $d_y=6$ (2), $d_y=4$ (3), $d_y=2$ (4), $d_y=6$, $\mu_H = \mu_C=0$ (5), $d_y=2$, $\mu_H = \mu_C=0$ (6).

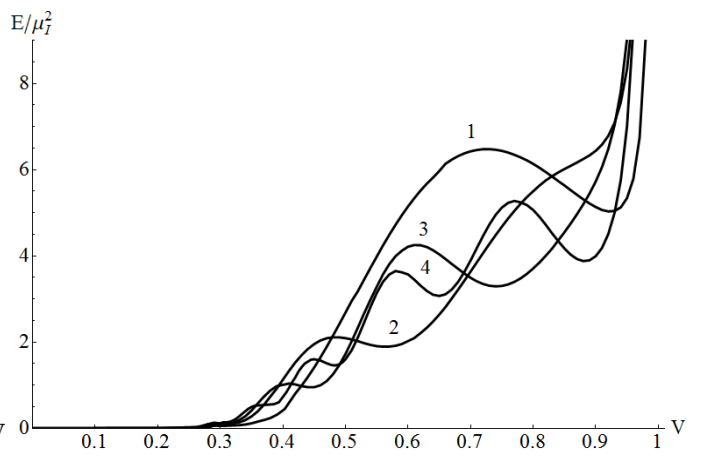


Рис.3 Загальна випромінена енергія як функція швидкості флюксона для $\mu_H=0$, $\mu_C=0,02$, $\mu_C/\mu_I=0,02$ та домішки $d_x=2$, $d_y=8$ (1); $d_x=4$ (2), $d_x=6$ (3), $d_x=10$ (4).

- Стрічкоподібна неоднорідність, витягнута вздовж напрямку у ($d_x \rightarrow 0$, $d_y = const$, $\mu^* = \mu d_x$):

$$\frac{\varepsilon(q_x, q_y)}{\mu^{*2}} = \frac{\left[1 - v^2 - \mu_H / \mu_I + v^2 \mu_C / \mu_I \left((\omega - q_x v)^2 + q_y^2 v^2 \right) / (1 + \mu_C) + 2(\mu_H / \mu_I) (\omega - q_x v)^2 \right]^2}{2v^6 q_y^2 \left[(\omega - v q_x)^2 - q_y^2 (1 - v^2) \right] \cosh^2 \left[\pi \sqrt{1 - v^2} \omega / 2v \right] \sin^{-2} (q_y d_y / 2)}.$$

Цей випадок детально розглянуто та продемонстровано існування одного чітко вираженого локального максимуму залежності повної енергії випромінювання від швидкості. Величина цього максимуму збільшується зі збільшенням розміру домішки. Показано, що при стягуванні неоднорідності в точку, тобто коли $d_x \rightarrow 0$, $d_y \rightarrow 0$, повністю відтворюється відомий результат, отриманий Маломедом (Physica D, Vol. 52, 1991) для точкової неоднорідності, а відповідна залежність стає монотонно зростаючою з максимумом, який прямує до константи в границі $v \rightarrow 1$.

- Ромбічна неоднорідність:

$$\varepsilon(q_x, q_y) = \frac{2\mu_I^2 d_x^2 \left[\left[1 - v^2 - (\mu_H + v^2 \mu_C) \mu_I^{-1} \right] \left((\omega - q_x v)^2 + q_y^2 v^2 \right) / (1 + \mu_C) + 2\mu_H (\omega - q_x v)^2 / \mu_I \right]^2}{d_y^2 v^2 \left[(\omega - v q_x)^2 - q_y^2 (1 - v^2) \right] \left[(\omega - q_x v)^2 d_x^2 d_y^{-2} - q_y^2 v^2 \right]^2} \times \left[\cos(q_y d_y / 2) - \cos(d_x (\omega - v q_x) / 2v) \right]^2 \operatorname{sech}^2 \left[\pi \sqrt{1 - v^2} \omega / (2v) \right].$$

Досліджено залежність максимуму випроміненої енергії від кута ромба $\arctan(d_y/d_x)$ на всьому інтервалі $[0, \pi/2]$. Показано, що в залежності від параметрів домішки існує один виражений максимум в околі кута $\pi/3$. Якщо ж $\mu_C \neq 0$, то залежність починається з деякого критичного кута, нижче якого максимумів енергії немає.

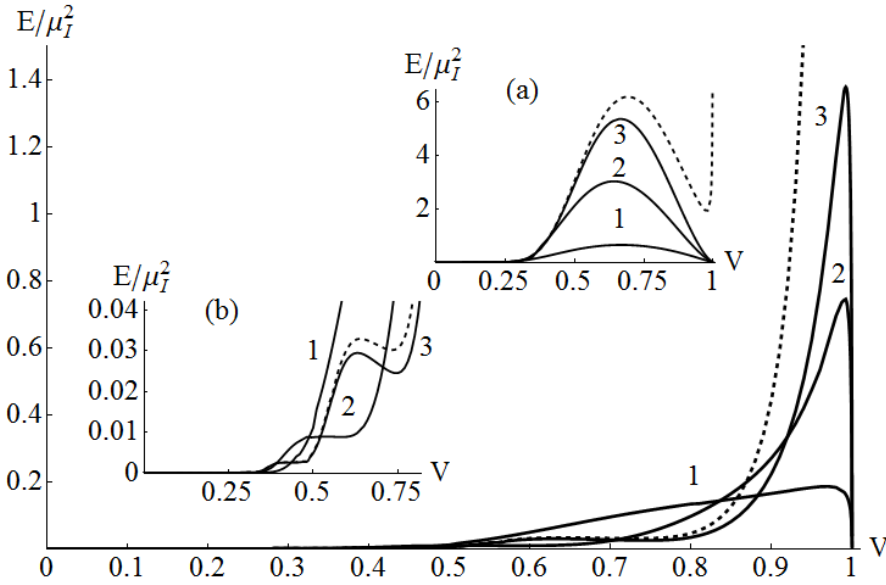


Рис.4 Залежність випроміненої енергії від швидкості флюксона для ромбічної домішки з фіксованим відношенням $d_x/d_y=4$ (повернута вузьким кінцем до напрямку руху флюксона): $\mu_H=0, \mu_C=0, d_x=4$ (1); $d_x=8$ (2); $d_x=12$ (3). Пунктирна лінія: $d_x=12, \mu_H=0, \mu_C=0,01, \mu_C/\mu_I=0,1$. Вставка (а) описує протилежний випадок $d_x/d_y=1/4, \mu_H=\mu_C=0, d_x=1$

(1), $d_x=2$ (2), $d_x=3$ (3), $\mu_H=0, \mu_C/\mu_I=0,1, d_x=3$ (пунктирна лінія). (b) показує деталі основного графіку.

У третьому розділі отримано аналітичні вирази для порогового струму закріплення флюксона на домішці, тобто мінімального струму, необхідного для проходження неоднорідності. Проведено чисельне моделювання динаміки флюксона в довгому двовимірному контакті Джозефсона за допомогою методу Рунге-Кутта 4-го порядку. Результати чисельного моделювання показали, що форма флюксона при взаємодії з неоднорідністю слабо змінюється в поперечному напрямку. Лише неоднорідність великого розміру та площі викликає деформацію солітона, який вигинається і вздовж якого в напрямку у виникають додаткові коливні моди. Проте ці деформації сильно залежать від дисипації в контакті, а тому при реальних її значеннях швидко згасають з часом і солітон повністю відновлює свою форму. З урахуванням результатів чисельного моделювання динаміку центру мас флюксона можна описати класичним ньютонівським рівнянням. Для знаходження аналітичних виразів струму закріплення γ_{thr} застосований метод балансу енергії, ідея якого полягає в тому, що для імовірного проходження домішки кінетична енергія солітона, враховуючи її втрати внаслідок дисипації, повинна дорівнювати максимальній енергії потенціального бар'єру, створеного неоднорідністю: $E_k + \Delta E = U_{max}$, де $E_k = mv_\infty^2 / 2$ - кінетична енергія

солітона, $\Delta E = m\alpha \int_{-\infty}^{X_{max}} (v_\infty - \dot{X}) dX$ описує втрати енергії через дисипацію, а

$v_\infty = [1 + (4\alpha / \pi\gamma)^2]^{-1/2}$ є рівноважною швидкістю солітона. Залишаючи лише члени першого порядку малості, отримано вирази для струму закріплення для різних форм просторових неоднорідностей:

$$\gamma_{thr} \approx \alpha\pi^{-1} \left(\sqrt{8\mu_I N / w} - 4\alpha \ln 2 \right) - \text{точкова неоднорідність (N- кількість домішок)}.$$

$$\gamma_{thr} = \alpha\pi^{-1} \left(\sqrt{8\mu_I d_y / w} - 4\alpha \ln 2 \right) - \text{стрічкоподібна неоднорідність}.$$

$\gamma_{thr} = \alpha\pi^{-1}\sqrt{d_y w^{-1}} \left[4\sqrt{\mu_l \tanh(d_x/2)} - \alpha \ln(\mu_l w / (\alpha^2 d_y)) \right]$ - прямокутна домішка з $d_x \rightarrow \infty$.

$\gamma_{thr} = \alpha\pi^{-1} \left[4\sqrt{\mu_l d_x d_y / (2w)} - 4\alpha \ln 2 \right]$ - прямокутна домішка з довжиною $d_x \rightarrow 0$.

Чисельні результати добре узгоджуються з аналітичними для проміжних значень w . Подальша розбіжність пояснюється тим, що при великій ширині контакту флюксон більше не можна розглядати як абсолютно жорсткий об'єкт і поперечна ступінь вільності починає грати суттєву роль.

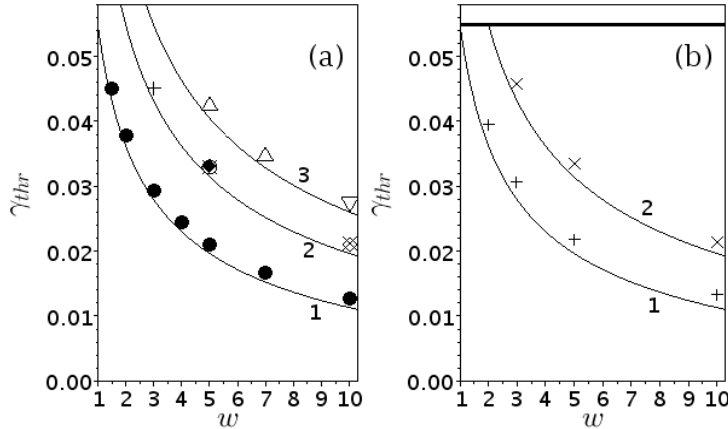


Рис.5 Пороговий струм як функція ширини контакту w для $\alpha=0,1$; $\mu_l=0,5$. **(a)**: точкові домішки, де суцільні лінії ілюструють аналітичну формулу з $N=1$ (крива 1), $N=2$ (крива 2), $N=3$ (крива 3), а маркери - чисельні результати для $N=1$ (●), $N=2$ з відстанями між домішками $a_y=1$ (+), 2 (×), 3 (○), 4 (◇) та $N=3$ з $a_y=1$ (Δ), 2 (∇). **(b)**: стрічкоподібна домішка з $d_y=1$ (1 і +), $d_y=2$ (2 і ×). Тонка горизонтальна лінія

відповідає струму закріплення на точковій домішці в одновимірному випадку.

Для прямокутної неоднорідності струм закріплення також спадає зі збільшенням ширини контакту, проте відхилення від чисельних результатів виявляється сильнішим, оскільки не вдається отримати вираз, який би однаково добре працював в обох межах $d_x \rightarrow 0$ і $d_x \rightarrow \infty$, а також через високий ступінь деформації флюксона при взаємодії з неоднорідністю великої площі.

На основі отриманих результатів було побудовано вольт-амперні характеристики контактів з просторовими неоднорідностями. В основі їх аналітичного розрахунку лежить метод балансу потужностей. Ідея методу полягає в тому, що загальна потужність, продукована зовнішнім струмом, повинна дорівнювати дисипативним втратам і втратам на випромінювання: $P_{tot} = P_{diss} + P_{rad}$, де $P_{tot} = V\gamma Lw$, $P_{rad} = E(v)v/L$, $P_{diss} = 8\alpha wv^2 / \sqrt{1-v^2}$, а $V=2\pi v/L$ є середнє падіння напруги в контактї, яке створює флюксон протягом великого часу руху. В результаті отримано вираз залежності $\gamma(V)$:

$$\gamma = (2\pi)^{-1} \left\{ 4\alpha LV \pi^{-1} \sqrt{1 - (2\pi)^{-2} (LV)^2} + E(LV/2\pi)/Lw \right\}.$$

Отримана залежність може суттєво відрізнятися від однорідного випадку, а величина відхилення задається другим членом в фігурних дужках, що є по-суті повною енергією випромінювання при взаємодії з домішкою. Показано, що вольт-амперні характеристики можуть містити точки перегину, які при зменшенні дисипації та збільшенні геометрії неоднорідності перетворюються в максимуми, аналогічні до максимумів залежності випроміненої енергії від швидкості. Приклад ВАХ контакту наведено на Рис.6.

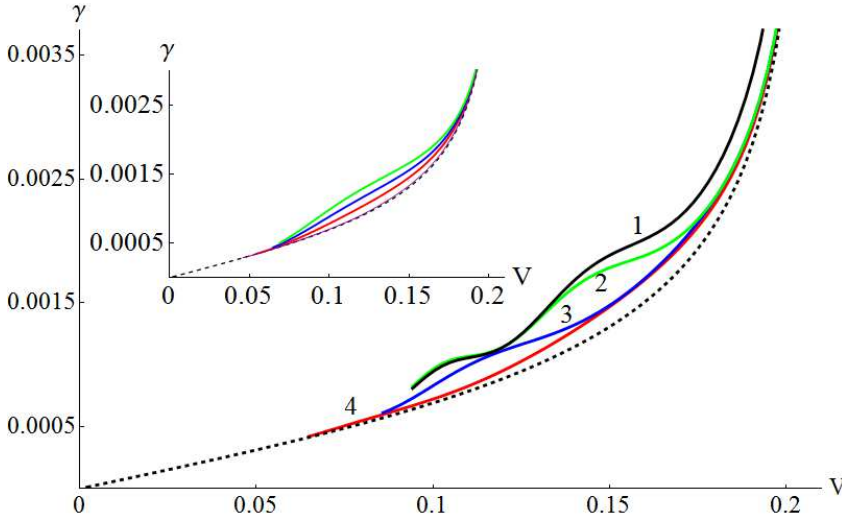


Рис.6 Вольт-амперна характеристика

ДДК з $L=30$, $w=10$, $\alpha=0,001$ та прямокутною неоднорідністю з $\mu_I=0,5$, $\mu_H=0$, $\mu_C=0,1$, $d_x=8$, $d_y=8$ (крива 1), $\mu_C=0$, $d_x=8$, $d_y=8$ (крива 2), $\mu_C=0$, $d_x=5$, $d_y=5$ (крива 3), $\mu_C=0$, $d_x=3$, $d_y=3$ (крива 4).

Пунктирна лінія позначає однорідний випадок $\mu_I=\mu_C=\mu_H=0$. Вставка показує

ВАХ для домішки з параметрами (від найбільшого значення максимуму до найменшого відповідно) $d_x=1$, $d_y=7$; $d_x=1$, $d_y=5$; $d_x=1$, $d_y=3$; $d_x=7$, $d_y=1$.

У четвертому розділі вивчається рух солітона в асиметричному масиві точкових джозефсонівських контактів та доведено можливість його руху без втрати енергії в такій дискретній системі.

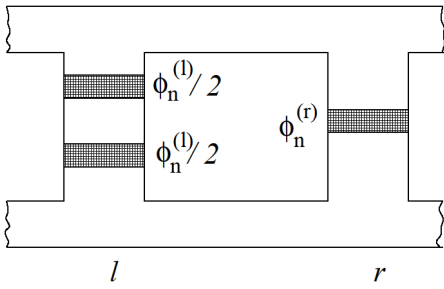


Рис.7 Схематичне зображення елементарної комірки асиметричного масиву точкових джозефсонівських контактів.

Динаміка джозефсонівської фази, пропорційної кванту магнітного потоку в такому масиві описується рівнянням ДПСГ:

$$\ddot{\phi}_n - \kappa \hat{\Delta} \phi_n + 2(1+2\eta)^{-1} (\eta \sin \phi_n + \sin \phi_n / 2) + \alpha \dot{\phi}_n = \gamma, \quad \hat{\Delta} \phi_n = \phi_{n+1} + \phi_{n-1} - 2\phi_n.$$

Тут $\kappa = \Phi_0 / 2\pi L I_c$ є параметром дискретності, $\eta = I_c^{(r)} / I_c^{(l)}$ - параметр асиметрії, що є відношенням критичних струмів в правій $I_c^{(r)}$ і лівій $I_c^{(l)}$ частині комірки, причому загальний критичний струм через комірку є $I_c = I_c^{(r)} + I_c^{(l)} / 2$, а індекси r і l скрізь позначають праве і ліве плече комірки відповідно. Дисипація в системі визначається параметром $\alpha = 1 / RC\omega_j$, де $R^{-1} = R_r^{-1} + 2R_l^{-1}$ - опір комірки, $C = C_l + C_r / 2$ - ємність, а $\omega_j = \sqrt{2eI_c / C\hbar}$ - джозефсонівська плазмова частота.

Розглянуто гамільтонівську границю $\alpha=\gamma=0$, де показано, що рівняння ДПСГ в такому випадку можна розглядати як рівняння руху решітки з гамільтоніаном:

$$H = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \left[\dot{\phi}_n^2 + \kappa (\phi_{n+1} - \phi_n)^2 + 2V(\phi_n) \right], \quad V(\phi) = 2(1+2\eta)^{-1} \left[\eta(1 - \cos \phi) + 2(1 - \cos \phi / 2) \right].$$

Як видно, потенціал залежить від параметра асиметрії η . Такий гамільтоніан також описує дискретне нелінійне рівняння Клейна-Гордона, розв'язок якого шукався у вигляді біжучої хвилі, $\phi_n(t) = \phi(n - vt) \equiv \phi(z)$ що задовольняє рівняння

$$v^2 \partial^2 \phi(z) / \partial z^2 - \kappa [\phi(z+1) + \phi(z-1) - 2\phi(z)] - \partial V[\phi(z)] / \partial z = 0.$$

За допомогою псевдоспектрального методу були отримані солітонні розв'язки даного рівняння та показана можливість існування так званих «вкладених» солітонів, що рухаються вздовж масиву без випромінювання і, відповідно, без втрати енергії на певних «прозорих» швидкостях, що є функцією параметра η та змінюють своє значення зі зміною дискретності системи κ .

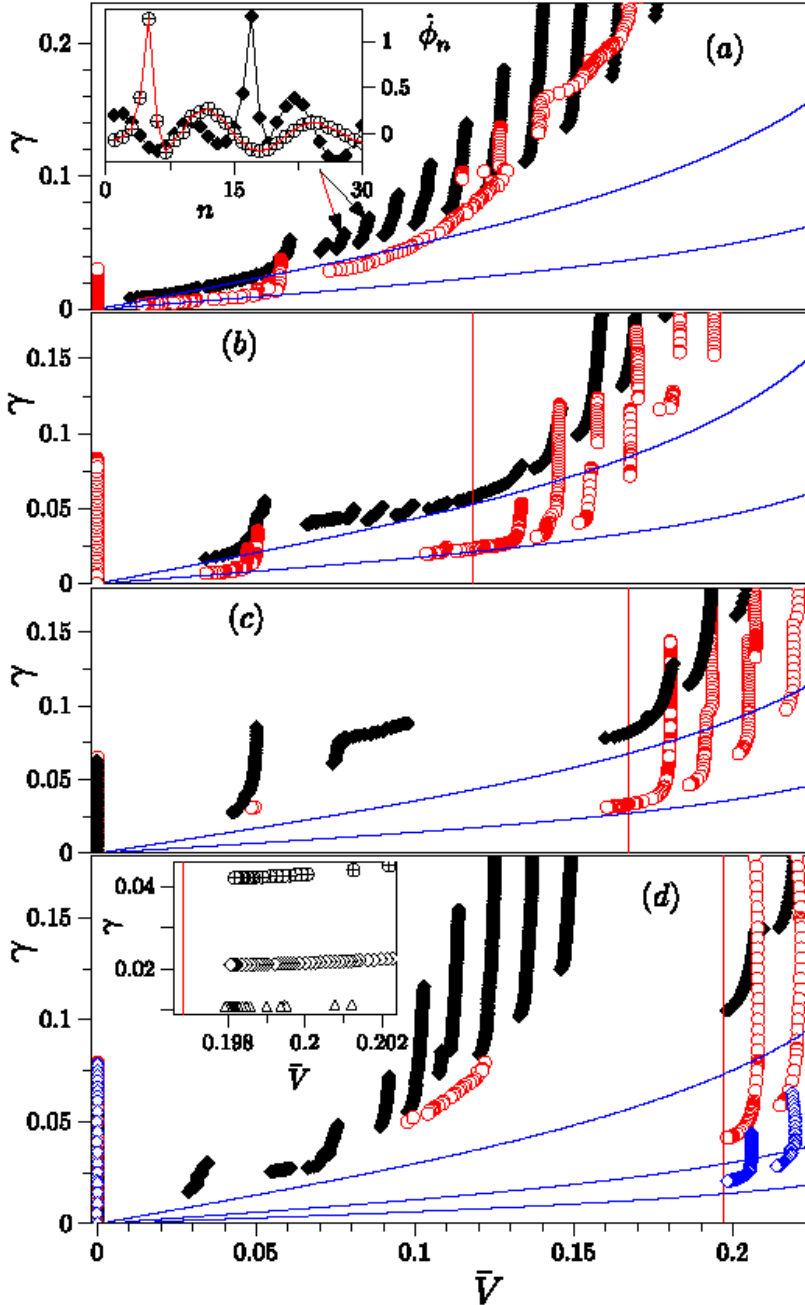


Рис.8 Вольт-амперна характеристика для $\kappa=0,5$, $N=30$, $\alpha=0,05$ (\blacklozenge), $\alpha=0,02$ (\circ).

Суцільні лінії – результати аналітичних розрахунків в континуальній границі. Вертикальні лінії позначають падіння напруги $4\pi v_l/N$, де v_l – прозора швидкості для відповідного η . Вставка (а) показує розподіл $\dot{\phi}_n$, що відповідає позначеним стрілками гілкам ВАХ при $\alpha=0,05$. Правій гілці відповідає (\blacklozenge), лівій (\oplus). Вставка (d) показує інформацію в околі прозорої швидкості для $\alpha=0,02$ (\oplus), $\alpha=0,01$ (\blacklozenge), $\alpha=0,005$ (Δ).

Показано, що при параметрі дискретності $\kappa \gg 1$ можна перейти до континуального наближення і рівняння руху зводиться до подвійного синус-Гордона, що має відомий солітонний розв'язок. В континуальному наближенні також можна використати метод балансу потужностей та знайти аналітичний вираз залежності струму від напруги в контакті:

$$\bar{V}_c = \sqrt{\kappa} \frac{4\pi v_\infty}{N} = \sqrt{\kappa} \frac{4\pi}{N} \left[1 + \Phi^2(\eta) \left(\frac{4\alpha}{\pi\gamma} \right)^2 \right]^{-1/2}, \quad \Phi(\eta) = 1 + \frac{1}{\sqrt{2\eta(2\eta+1)}} \operatorname{arctanh} \sqrt{\frac{2\eta}{1+2\eta}}.$$

Чисельні розрахунки ВАХ добре узгоджуються з аналітичними при великих значеннях κ та малих η , що видно з Рис.8. На побудованих ВАХ чітко видно ознаки «прозорих» швидкостей, а саме, існування недопустимого інтервалу в діапазоні допустимих напруг, який зростає при зменшенні параметру дисипації або збільшенні параметру асиметрії. Цей інтервал не з'являється, якщо параметр асиметрії малий і не існує прозорих швидкостей в гамільтонівській границі. Тим самим демонструється, що система прагне підтримувати режим прозорої швидкості.

Показано, що критичний струм відриву флюксона, що є мінімальним струмом, необхідним для початку руху вздовж масиву, залежить від параметра асиметрії таким же чином, як і відомий потенціал Пайєрлса-Набарро.

У *висновках* підсумовуються основні результати роботи.

ВИСНОВКИ

1. Отримано функцію спектральної густини випромінювання, яке виникає внаслідок взаємодії флюксона з просторовими неоднорідностями в довгому джозефсонівському переході. При великих швидкостях флюксона ця функція розподіляється на дві симетричні частини, що свідчить про інтенсивне випромінювання в сторони від напрямку руху флюксона. Показано, що отримані результати в граничних випадках відтворюють раніше отримані значення густини енергії.

2. Знайдено залежність випроміненої енергії від швидкості флюксона, що може мати локальні максимуми і мінімуми, кількість і величина яких залежать від геометричних параметрів домішки, а їх поява пояснюється інтерференцією випромінених хвиль. Таким чином, довжина домішки, яка створює різницю ходу хвиль, що призводить до виникнення інтерференції, впливає на кількість максимумів енергії випромінювання. Ширина домішки, в свою чергу, змінює ефективну площу взаємодії з солітоном, що призводить до відповідної зміни величини випроміненої енергії.

3. За допомогою кінематичних міркувань встановлена залежність струму закріплення флюксона на дефектах від ширини контакту, значення струму закріплення зменшується зі зростанням ширини переходу приблизно як $w^{-1/2}$, де w - ширина контакту. Чисельне моделювання підтримує цю залежність для проміжних (декілька джозефсонівських глибин проникнення) значень w , при збільшенні ширини контакту використане припущення про відсутність деформації солітону в перпендикулярному напрямку перестане працювати.

4. За допомогою чисельного моделювання динаміки флюксона в контакті продемонстровано, що поперечна ступінь вільності слабо впливає на деформацію форми солітона, але суттєво змінює процес випромінювання, яке виникає внаслідок взаємодії з просторовими неоднорідностями. Показано, що при взаємодії з неоднорідністю солітон деформується в поперечному напрямі, а вздовж його фронту виникають додаткові осциляції, які затухають з часом. Цей час залежить від дисипації в системі, при великій дисипації затухання проходить швидко і солітон відновлює свою початкову форму. Величина деформації також

залежна від розмірів просторової неоднорідності, які впливають на час і площу взаємодії з солітоном.

5. Побудовано вольт-амперні характеристики контактів з просторовими неоднорідностями різної форми, які суттєво змінюються в порівнянні з однорідним випадком. Внаслідок просторової неоднорідності виникає відхилення від ВАХ однорідного контакту. Можуть виникати максимуми і мінімуми падіння напруги, кількість і величина яких так само пов'язана з розмірами та формою домішки, а її амплітуда лише якісно впливає на відхилення кривої від неоднорідності.

6. В асиметричному масиві точкових джозефсонівських контактів, який описується дискретним подвійним рівнянням синус-Гордона, можуть існувати «вкладені» солітони, що рухаються без випромінювання для певного дискретного набору «прозорих» швидкостей. Ознаки цих швидкостей помітні на ВАХ масиву, де існує недопустимий інтервал напруг, величина якого залежить від параметру асиметрії потенціалу та дисипації в середовищі. Це також свідчить про відсутність рухливості флюксона для певних інтервалів швидкостей. Для появи недоступного інтервалу необхідне існування хоча б однієї прозорої швидкості в гамільтонівській границі рівняння ДПСГ. Аналіз підтвердив можливість періодичного руху флюксона навколо масиву на значеннях напруг, які лежать найближче до значення, що відповідає прозорій швидкості в гамільтонівській границі.

7. Показано, що критичний струм відриву флюксона в асиметричному масиві точкових джозефсонівських переходів залежить від параметру асиметрії переходу таким же чином, як і потенціал Пайерлса-Набарро, який також використовується для опису руху солітона в дискретному середовищі.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Starodub Ivan O. Scattering of quasi-one-dimensional solitons on impurities in large Josephson junctions/ Ivan O. Starodub, Yaroslav Zolotaryuk // *Physics Letters A*. – 2012. – Vol. 376. – Pp. 3101-3107.
2. Starodub Ivan O. Fluxon scattering on a strip-like impurity in two-dimensional Josephson junction/ Ivan O. Starodub, Y. Zolotaryuk // *Ukrainian Journal of Physics*. – 2013. – Vol. 58, No. 7. – Pp. 687-696.
3. Стародуб І.О. Випромінювання при взаємодії флюксона з прямокутною домішкою в двовимірному джозефсонівському переході/ І.О. Стародуб, Я. Золотарюк // *Науковий вісник Ужгородського університету. Серія фізика*. – 2014. – № 35. – С. 196-203.
4. Starodub Ivan O. Radiation emission due to fluxon scattering on an inhomogeneity in a large two-dimensional Josephson junction/ Ivan O. Starodub, Y. Zolotaryuk // *Physical Review B*. – 2014. – Vol. 90. – P. 224509.
5. Zolotaryuk Y. Fluxon mobility in an array of asymmetric superconducting quantum interference devices/ Y. Zolotaryuk, Ivan O. Starodub // *Physical Review E*. – 2015. – Vol. 91. – P. 013202.
6. Zolotaryuk Ya.O. Fluxon Scattering on impurities in a long quasi-one-dimensional Josephson junction/ Ya.O. Zolotaryuk, I.O. Starodub // *International*

- Conference for Young Scientists: Low Temperature Physics, 14-18 May 2012: Conference program and Abstract book. – Ukraine, Kharkiv, 2012. – P.72.
7. Starodub I.O. Fluxon dynamics in the long quasi-one-dimensional Josephson junction with impurities/ I.O. Starodub, Y. Zolotaryuk // International Conference: Problems of Theoretical Physics, October 8-11: Program and Proceedings. – Ukraine, Kyiv, 2012. – P. 107.
 8. Starodub I.O. Josephson vortex behavior in the long quasi-one-dimensional Josephson junction with inhomogeneities/ I.O. Starodub, Y. Zolotaryuk // Modern Problems of Theoretical Physics: IV Young Scientists Conference, October 23-26: Program and Abstracts. – Ukraine, Kyiv, 2012. – P. 65.
 9. Стародуб І.О. Взаємодія флюксона з прямокутною домішкою в двовимірному джозефсонівському переході/ І.О. Стародуб, Я.О. Золотарюк // Міжнародна конференція молодих учених і аспірантів: ІЕФ-2013, 20-23 травня: Програма і тези доповідей. – Україна, Ужгород, 2013. – С.186.

АНОТАЦІЯ

Стародуб І.О. Динаміка солітонів у просторово-неоднорідних джозефсонівських переходах – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 – теоретична фізика. – Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України, Київ, 2015.

Дисертація присвячена дослідженню впливу просторової неоднорідності та дискретності середовища на динаміку солітонів в джозефсонівських переходах. Отримано аналітичний вираз для функції спектральної густини випроміненої енергії, що виникає внаслідок взаємодії джозефсонівського вихору з просторовими неоднорідностями в двовимірному джозефсонівському переході. Побудована залежність повної випроміненої енергії від швидкості солітона та проаналізовано вплив на неї форми та геометричних параметрів неоднорідності. Встановлена залежність струму закріплення солітона на дефектах різної форми від ширини контакту. Доведено існування в дискретному середовищі солітонів, що рухаються без випромінювання і втрати енергії при певному наборі швидкостей. Побудовано вольт-амперні характеристики асиметричного масиву джозефсонівських контактів, де продемонстровано ознаки цих швидкостей. Показано, що критичний струм відриву солітона залежить від параметру асиметрії масиву контактів таким же чином, як і потенціал Пайерлса-Набарро.

Ключові слова: солітон, флюксон, джозефсонівський контакт, вольт-амперна характеристика, рівняння синус-Гордона, надпровідний квантовий інтерферометр.

АННОТАЦИЯ

Стародуб И.А. Динамика солитонов в пространственно-неоднородных джозефсоновских переходах. - На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика. – Институт теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова НАН Украины, Киев, 2015.

Диссертация посвящена исследованию влияния пространственной неоднородности и дискретности на динамику солитонов в джозефсоновских переходах. Получено аналитическое выражение для функции спектральной плотности излучения, которое возникает вследствие взаимодействия джозефсоновского вихря с пространственными неоднородностями в двумерном джозефсоновском переходе. Построена зависимость полной энергии излучения от скорости солитона и проанализировано влияние на неё формы и геометрических параметров неоднородности. Установлена зависимость тока закрепления солитона на дефектах разной формы от ширины контакта. Доказано существование в дискретной среде солитонов, которые двигаются без излучения и потери энергии при определенном наборе скоростей. Построены вольт-амперные характеристики асимметрического массива джозефсоновских контактов, где продемонстрированы признаки этих скоростей. Показано, что критический ток отрыва солитона зависит от параметра асимметрии массива таким же образом, как и потенциал Пайерлса-Набарро.

Ключевые слова: солитон, флюксон, джозефсоновский контакт, вольт-амперная характеристика, уравнение синус-Гордона, сверхпроводящий квантовый интерферометр.

ABSTRACT

Starodub I.O. Dynamics of solitons in spatially inhomogeneous Josephson junctions. – Manuscript.

Thesis for the Doctor of Philosophy degree (Candidate of science in Physics and Mathematics) in speciality 01.04.02 – theoretical physics. – Bogolyubov Institute for Theoretical Physics of National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, 2015.

The thesis is devoted to the investigation of the influence of spatially inhomogeneous and discreteness on soliton dynamics in Josephson junction and to research the effects, which appears during the interaction of soliton with such inhomogeneities, and their impact on the current-voltage characteristic of the junction.

Josephson vortices or fluxons (magnetic flux quantum in the insulation layer of Josephson junction) are described as solitary waves, which are the solutions of the two-dimensional sine-Gordon equation for the difference of the wave function phase of the superconducting condensate in the both sides away from the dielectric layer of the junction. The dynamics of the fluxon both in the long two-dimensional Josephson junction with presence of time-independent bias, dissipation and spatially inhomogeneities and in the asymmetric array of point Josephson junctions is studied.

Interaction of the fluxon with the finite-area inhomogeneity situated in the insulation layer of the junction is studied within the perturbed sine-Gordon theory. The method of calculation of radiation emitted during the process of scattering the fluxon on inhomogeneity is extended. The spectral density of the emitted plane waves is computed exactly for inhomogeneities of different shapes. This function splits up on two symmetrical parts, which testifies about intensive radiation laterally from the fluxon direction of propagation. Connection to the previously studied limiting cases, including the point impurity and the one-dimensional limit has been performed. The total emitted energy as a function of the fluxon velocity is found. An important feature of this

relation is a clear local maximum (or maxima), that testifies about the existence of some resonant velocities. The dependence of these maxima on the geometric properties of the impurity has been studied in detail. It was shown that the appearance of the maxima can be explained by the interference of the emitted waves, where the inhomogeneity length creates the phase shift of these waves.

The threshold current, which is the minimal current necessary for the fluxon for passing the impurity, is calculated. In this model the junction width is substantially less than its length but is the order of Josephson penetration length λ_J . The presence of the dissipation and the inhomogeneities that are microshorts of different shape and size is considered. The numerical simulation of soliton dynamics in the long junction has shown the possibility to study the fluxon as a rigid rod. The dependence of the threshold bias current from the junction width is found both analytically with the help of the kinematical considerations based on the energy balance method and numerically based on the 4th order Runge-Kutta method. The threshold current decreases with the junction width because the energy in the fluxon tails increases and it is easier for the quasi-one-dimensional fluxon to pass through an impurity as compared to the pure one-dimensional case. It appears that the kinematic approximation works well for small and intermediate junction width (several λ_J), for large width the discrepancy becomes more distinct. The explanation for this disagreement lies in the fact that the kinematic arguments are based on the assumption of the absolute rigidity of the fluxon shape in the perpendicular direction, but for the large width spatial deformations of the fluxon shape start to play an important role.

The current-voltage characteristics (CVC) of the junction with the fluxon trapped in it are calculated with help of the previous results. The impurity creates the deviations comparing with the homogeneous case. There are also maxima and minima of voltage drop can appear on the CVC as a signature of the emitted radiation. The amount and amplitude of these maxima are depends on the inhomogeneity parameters.

Fluxon dynamics in the dc-biased array of asymmetric three-junction superconducting quantum interference devices (SQUIDs) with dissipation is investigated. The array of SQUIDs is described by the discrete double sine-Gordon equation. It appears that this equation possesses a finite set of velocities at which the fluxon propagates with the constant shape and without radiation. The signatures of these velocities appear on the respective current-voltage characteristics of the array as inaccessible voltage intervals (gaps). The value of this gap is depending on the asymmetry parameter (the ratio of the critical currents of the left and right junctions of the SQUID) and dissipation in the system. To confirm the mobility of the fluxon in such discrete system the analysis of its motion modes for the different branches of the CVC is made with using of the largest Lyapunov exponent method. The analysis confirmed the possibility of periodic motion of the fluxon around the array on the voltages lying closest to the value, which corresponding to the sliding velocity in Hamiltonian limit. The critical depinning current has a clear minimum as a function of the asymmetry parameter, which coincides with the minimum of the Peierls-Nabarro potential.

Key words: soliton, Josephson vortex, fluxon, Josephson junction, microshort, density of radiation, current-voltage characteristic, sine-Gordon equation, superconductive quantum interference device.

Стародуб Іван Олексійович

Динаміка солітонів у просторо-неоднорідних джозефсонівських переходах.
(Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук.)

Зам. – 3

Формат 60 x 84/16

Обл.-вид. арк. - 0.93

Підписано до друку 17.08.2015 р.

Тираж 100 прим.

Поліграфічна дільниця ІТФ ім. М.М. Боголюбова НАН України,
03680, м. Київ, вул. Метрологічна, 14-б

