

Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України

Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Аджимамбетов Мусфер Даніярович

УДК 539.172.17, 539.172.12

ДИСЕРТАЦІЯ

Спектри та кореляції частинок в ядро-ядерних і протон-протонних зіткненнях з високою енергією та множинністю

01.04.02 Теоретична фізика

10 Природничі науки (104 Фізика та астрономія)

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

(підпис, ініціали та прізвище здобувача)

Науковий керівник

Синюков Юрій Михайлович,
доктор фіз.-мат. наук, професор

Київ - 2022

АНОТАЦІЯ

Аджимамбетов М.Д. Спектри та кореляції частинок в ядроядерних і протон-протонних зіткненнях з високою енергією та множинністю. - Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 01.04.02 “Теоретична фізика” (104 - Фізика та астрономія). - Інститут теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова Національної академії наук України, Київ, 2022.

На сьогодні ультрарелятивістські зіткнення іонів що проводяться на Релятивістському колайдері важких іонів у Брукгейвенській національній лабораторії (RHIC BNL) та Великому адронному колайдері у Європейському центрі ядерних досліджень (LHC CERN), представляють собою єдину можливість отримати кварк-глюонну плазму (КГП) у лабораторних умовах. Вважається, що саме з такої матерії, що характеризується надвисокими температурами та густинами матерії, складався ранній Всесвіт за часів порядку 10^{-6} секунд після Великого Вибуху. Отже, всебічне вивчення властивостей матерій та динаміки її еволюції за екстремальних умов є фундаментальною проблемою сучасної фізики.

Вважається що КГП утворюється лише у відносно великих системах як, наприклад, у зіткненнях важких ядер $A + A$. Тим не менш, впродовж останнього десятиліття енергії доступні на протонних прискорювачах досягли TeV -ного діапазону. За таких умов у літературі дедалі частіше з’являються припущення про утворення рівноважної КГП навіть у $p + p$ зіткненнях з типовим часом життя системи порядку декількох фермі. На це, в тому числі, вказує аналіз двочастинкових Бозе-Ейнштейнівських кореляцій ідентичних π та K мезонів. Такі вимірювання, що зазвичай називають кореляційною фемтоскопією, на сьогодні є одним з найпотужніших теоретичних методів для вивчення просторово-часової картини випромінювання частинок у експериментах по зі-

ткненню ядер та протонів. Даний метод почав особливо активно розвиватися в останні десятиріччя, що пов'язано зі створенням нових великих детекторів які дозволяють з високою точністю реєструвати імпульсні спектри частинок у таких експериментах.

Крім фемтоскопії існує чимало інших методів аналізу експериментальних даних у ядро-ядерних зіткненнях. Дослідження таких спостережуваних величин як множинність народження адронів, лептонів та фотонів, їх імпульсних спектрів та анізотропії цих спектрів свідчать про швидку термалізацію системи, а також про колективну поведінку сильновзаємодійної матерії. Це дозволяє використовувати статистичні методи гідродинаміки та кінетики для описання еволюції систем утворених у ядро-ядерних зіткненнях. Нові моделі, що базуються на статистичних методах, створюють умови для дослідження властивостей КГП, яку неможливо спостерігати напряду за рахунок конфайнменту, опосередковано, узгоджуючи передбачення теоретичних моделей та експериментальних даних.

У дисертаційній роботі було досліджено поведінку та властивості систем, що утворюються внаслідок зіткнень важких ядер за найвищих доступних на сьогодні енергії від $\sqrt{s_{NN}} = 200$ MeV на RHIC до 5.44 TeV на LHC. В якості інструмента для теоретичного описання таких систем було використано інтегровану гідро-кінетичну модель (іНКМ) з додатковими модифікаціями, що дозволили врахувати ненульові баріонний та дивний хімічні потенціали, а також можливу неповну хімічну рівновагу дивних кварків у зіткненнях ядер за відносно низьких енергій RHIC. Дана модель дозволяє вивчати динаміку системи, що утворюється у $A + A$ зіткненнях, впродовж усього часу її існування від початку зіткнення і до вільного розльоту новонароджених адронів. Повний алгоритм іНКМ складається з п'яти частин, що відповідають різним фізичним процесам на різних часових та енергетичних масштабах, а саме: формування початкового нерівноважного стану, термалізація та гідродинамізація матерії, її гідродинамічне розширення, розпад КГП на адрони і

наприкінці каскад адронно-резонансного газу (АРГ).

В рамках моделі було розраховано та досліджено різні адронні спостережувані в області малих поперечних імпульсів згідно з алгоритмами експериментальних колаборацій ALICE, STAR та PHENIX. В межах експериментальної похибки отримано успішне описання виходів адронів різних сортів, їх поперечних імпульсних спектри та так званих еліптичних потоків v_2 , залежностей множинності народження заряджених частинок від центральності зіткнення, зроблено передбачення для інтерферометричних радіусів піонів та каонів у широкому діапазоні поперечних імпульсів для всіх класів центральності. Надано оцінки для часів максимального випромінювання піонів та каонів із $A + A$ систем.

На основі досліджень впливу претермальної еволюції системи на кінцеві імпульсні спектри піонів, каонів та протонів, було встановлено, що однаково успішний опис існуючих експериментальних даних у iHKM можливий у широкому діапазоні часів термалізації τ_{th} та релаксації τ_{rel} системи. При таких розрахунках одночасно зі зміною зазначених часів необхідно також перенормувувати початкову густину енергії системи в центральній області швидкості, яку не може виміряти експериментально. Така властивість моделі була встановлена вперше, та, ймовірно, пояснюється симетрійними властивостями досліджуваних систем, в тому числі буст-інваріантністю у поздовжньому напрямку відносно початкового руху ядер.

Серед результатів отриманих в рамках фемтоскопічного аналізу у дисертації можна відзначити спростування гіпотези “скейлінгу”, що передбачає однакові інтерферометричні розміри систем при їх однакових множинніях $V_{int} \sim dN_{ch}/d\eta$. В ході даного дослідження було просимульовано чотири різних високоенергетичних $A + A$ експерименти із різними енергіями, прицільними параметрами зіткнень та типами ядер, але з однаковою кінцевою множинністю. Отримані результати свідчать про те, що при точності сучасних експериментів можна стверджувати що кінцеві інтерферометричні розміри

систем з однаковою множинністю можуть суттєво відрізнятися. Більш того встановлена кореляція — більшій початковій системі відповідає більший кінцевий інтерферометричний об'єм.

У другій половині дисертації було зроблено перші спроби інтерпретації нових експериментальних даних щодо фемтоскопії протон-протонних зіткнень з великою множинністю. Нещодавно у опублікованій колаборацією ATLAS роботі було показано, що інтерферометричні розміри системи у $p + p$ зіткненнях залежать від множинності заряджених частинок в той час як помітної залежності від енергії зіткнення \sqrt{s} виявлено не було. Окрім того за високих множинностей $N > 55$ залежність розмірів системи від N також зникає. Пізніше аналогічний ефект був також спостережений колаборацією CMS. Цікавим у цих результатах є те, що вони не є типовим для $A + A$ експериментів, а отже можуть бути ознаками нових фізичних явищ у малих системах.

Серед інших результатів $p + p$ експериментів, що спонукають до їх більше детального вивчення, можна відзначити спадання інтерферометричних розмірів системи зі збільшенням імпульсів досліджуваних частинок. Цього можна б було очікувати у $A + A$ експериментах із суттєвою колективною поведінкою системи, що передбачає її принаймні локальну термодинамічну рівновагу. В той же час параметр хаотичності λ у $p + p$ зіткненнях є помітно меншим за одиницю, та спадає зі збільшенням множинності системи. Така поведінка, в свою чергу, є нетиповою для теплових систем в яких немає суттєвої когерентної компоненти.

Зазначені вище особливості $p + p$ експериментів на ЛНС свідчать як на користь утворення в них КГП, так і проти цього. З метою відокремлення ефектів пов'язаних з нерівноважністю системи від тих, що є наслідком її малості, у дисертації було розглянуто просту точно-розв'язувану модель ідеального газу ідентичних бозонів в рамках канонічного та великого канонічного ансамблів. Серед іншого було показано, що за типових розмірів, температур та множинностей піонів у $p + p$ зіткненнях, ефекти Бозе-Ейнштейнівської

конденсації можуть суттєвим чином проявлятися у двоіонних кореляційних функціях та пояснювати низьке значення інтерсепту $\lambda+1$.

Розрахунки в рамках канонічного ансамблю, що відповідає експериментальним вимірюванням при фіксованій множинності, приводять до схожого результату щодо параметру λ . Аналогічно до експериментальних результатів, у розглянутій моделі також було помічено вихід на асимптотичне значення розмірів системи при великих множинностях. Додаткові розрахунки показали, що вказані ефекти когерентності посилюються при наявності гідродинамічних потоків у системі. Отже, у дисертації була запропонована проста аналітична модель яка, тим не менш, включає можливість гідродинамічного сценарію еволюції системи у $p + p$ зіткненнях, враховуючи при цьому когерентність що може виникати у системі за певних умов експерименту.

Ключові слова: ядро-ядерні зіткнення, протон-протонні зіткнення, релятивістська гідродинаміка, фемтоскопія, термалізація, конденсація Бозе-Ейнштейна.

Список публікацій:

1. Yu. Sinyukov, M. Adzhymambetov, V. Naboka, V. Shapoval, “The prethermal stage of heavy-ion collision and the particle production”, *Acta Physica Polonica B*. **11**, (2018).
2. Yu. Sinyukov, M. Adzhymambetov, V. Naboka, V. Shapoval, “The femtoscopy scales in Au+Au collisions at the top RHIC energy”, *Acta Physica Polonica B*. **12**, (2019).
3. M. Adzhymambetov, V. Shapoval, Yu. Sinyukov, “Description of bulk observables in Au+Au collisions at top RHIC energy in the integrated hydrokinetic model”, *Nuclear Physics A* **987**, (2019).
4. Yu M Sinyukov, MD Adzhymambetov, VM Shapoval, V Yu Naboka, “Femtoscopic Structure of Relativistic Heavy Ion Collisions in the Integrated Hydro-

- Kinetic Model”, *Physics of Particles and Nuclei* **51**, (2020).
5. Yu. Sinyukov, M. Adzhymambetov, V. Shapoval. “Particle production in Xe+Xe collisions at the LHC within the Integrated Hydrokinetic Model”, *Particles* **2020**, (2020).
 6. V. Shapoval, M. Adzhymambetov , Yu. Sinyukov, “Femtосcopy scales and particle production in the relativistic heavy ion collisions from Au+Au at 200 AGeV to Xe+Xe at 5.44 ATeV within the integrated hydrokinetic model”, *Eur. Phys. J. A* **56**, (2020).
 7. M. Adzhymambetov, Yu. Sinyukov, “Inclusive spectra and Bose-Einstein correlations in small thermal quantum systems”, *Phys. Rev. D* **102**, (2020).
 8. M. Adzhymambetov, S. Akkelin, Yu. Sinyukov, “Bose-Einstein momentum correlations at fixed multiplicities: Lessons from an exactly solvable thermal model for pp collisions at the LHC”, *Phys. Rev. D* **103**, (2021).
 9. M. Adzhymambetov, S. Akkelin, Yu. Sinyukov, “Fixed particle number constraint in a simple model of a thermal expanding system and pp collisions at the LHC ”, *Phys. Rev. D* **105**, (2022).

ABSTRACT

Musfer Adzhymambetov Particle spectra and correlations in ultra-relativistic heavy-ion and proton-proton collisions with high multiplicity. - Manuscript.

Thesis for the Doctor of Philosophy degree in specialty 01.04.02 “Theoretical physics” (104 - Physics and astronomy). – Bogolyubov Institute for Theoretical Physics of National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, 2022.

Nowadays ultra-relativistic heavy-ion collisions at the Relativistic Heavy Ion Collider at Brookhaven National Laboratory (RHIC BNL) and the Large Hadron Collider at the European Organization for Nuclear Research, (LHC CERN) represent the only opportunity to obtain quark-gluon plasma (QGP) in laboratory conditions. It is believed that the early Universe was composed of such matter at times of the order of 10^{-6} seconds after the Big Bang when it was extremely hot and dense. Thus, a comprehensive study of the properties of matter under such extreme conditions and the dynamics of its evolution is a fundamental problem of modern physics.

QGP is expected to form only in relatively large systems of about 10 fermi such as in heavy-ion collisions. Nevertheless, during the last decade, the proton-proton collider experiments have reached new limits of TeV-range energies. Thus a lot of new papers on the formation and equilibration of QGP in $p + p$ collisions have been published recently. These assumptions are still very controversial since the typical size and lifetime of such systems barely reach the scale of 3 fermi. Debating collective phenomena of matter in $p + p$ experiments, the results of two-particle Bose-Einstein correlations of identical π and K mesons are often used as an argument for the hydrodynamic expansion of the system. Such measurements, usually referred to as correlation femtoscopy, are currently among the most powerful theoretical tools to probe the spatio-temporal pattern of particle radiation in nuclear-nuclear and proton-proton experiments. This method

has been actively developing during the last decades due to the construction of new high-precision detectors in modern accelerator physics.

In addition to femtoscopy, there are many other methods and tools to analyze experimental data in nuclear-nuclear collisions. Such observables as the multiplicities of photons and different types of hadrons and leptons, their transverse-momentum spectra, and elliptic flow bring evidence toward the rapid thermalization of the system and the collective behavior of strongly interacting matter. Thus it is possible to apply methods of statistical physics, hydrodynamics, and kinetics theory to describe the evolution of systems formed in heavy-ion collisions. Then reconciling the predictions of theoretical models and experimental data one can study the properties of the QGP, which cannot be observed directly due to the confinement of quarks and gluons.

In the thesis, the behavior and properties of systems formed in heavy-ion collisions at the highest available energies of $\sqrt{s_{NN}} = 200$ MeV at RHIC and up to $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ TeV at the LHC are investigated. The integrated hydro-kinetic model (iHKM) is used in numerical simulations of these experiments. Additional modifications are introduced to the model in order to account for non-zero baryonic and strange chemical potentials, as well as possible incomplete chemical equilibrium of strange quarks in nuclear collisions at relatively low RHIC energies. Such a model makes it possible to study the dynamics of the system formed as a result of heavy-ion collisions throughout the entire time of its existence, from the moment of creation during the nuclei collision up to the free flight of newborn hadrons. The complete iHKM algorithm consists of five consecutive stages corresponding to different physical processes on different time and energy scales of the system evolution, namely: formation of the initial non-equilibrium state, thermalization, hydrodynamic expansion, decay of QGP into hadrons, and a cascade of hadron-resonance gas.

Within the framework of the model, various hadronic observations in the region of small transverse momenta have been calculated and analyzed according to the

existing algorithms of ALICE, STAR, and PHENIX experimental collaborations. Within the limits of the experimental error, a successful description of the yields of hadrons of different species, their transverse momentum spectra, elliptic flows, and the dependence of the multiplicity on the centrality of the collision have been obtained. For pions and kaons interferometric radii predictions have been made in a wide range of transverse momenta for all classes of centrality up to 60-70%. The maximum emission times of pions and kaons from $A + A$ systems have been estimated.

The influence of the pre-thermal evolution of the system on the final observables had been investigated. It was found that an equally successful description of existing experimental data in iHKM is possible in a wide range of thermalization τ_{th} and relaxation times τ_{rel} system if the initial energy density is treated as a free parameter. Those new properties of the model were established for the first time and possibly could be explained by the symmetries the systems possess in the longitudinal direction (boost-invariance).

Among the results obtained within the femtoscopic analysis, it is worth noting the refutation of the “scaling” hypothesis. which predicts the same interferometric sizes of systems with equal multiplicities $V_{int} \sim dN_{ch}/d\eta$. In this study, four different ultrarelativistic heavy-ion experiments involving different energies of collision, nuclei types, and impact parameters were simulated. The centralities of collisions were chosen in a way to achieve the same multiplicities of charged particles in midrapidity in all simulations. The results indicate that the final interferometry sizes of systems with the same multiplicity can differ significantly exceeding the experimental errors. It was established that the interferometry sizes of the system are connected to its initial geometrical sizes, namely — a larger initial system has a larger final interferometric volume.

In the second part of the thesis, the first attempts in the interpretation of new experimental data on femtoscopy in $p + p$ collisions with large multiplicity were made. It was recently claimed by ATLAS collaboration in their paper that

the interferometric sizes of the system in $p + p$ collisions significantly depend on the multiplicity of charged particles but not on the collision energy. However, when the multiplicity becomes significant $N > 55$ even the dependence on the multiplicity vanishes reaching an asymptotic regime. Later, a similar effect was observed and published by the CMS collaboration. Nonetheless, there are no similar observations in heavy-ion experiments; therefore, it could be interpreted as a signal of new phenomena in the physics of small systems.

Among other results encouraging a comprehensive study of $p+p$ experiments, a decrease in interferometric sizes of the system with an increase of the investigated particles momenta can be mentioned. This result is well-known in $A + A$ physics as a consequence of the hydrodynamic behavior of the system, which implies its thermalization. At the same time, the chaoticity parameter λ in $p + p$ collisions is noticeably smaller than unity, and moreover, it rapidly decreases with an increase in the multiplicity. Such behavior is atypical for thermal systems which do not have a significant coherent component.

To summarize, the analysis of $p + p$ experimental data at the LHC energies reveals some similarities with heavy-ion physics suggesting the creation and thermalization of QGP in small systems. Nonetheless, there are still some observables peculiar only to $p+p$ experiments. In order to separate the non-equilibrium and smallness effects, in the thesis, a simple exactly-solvable model of an ideal gas of identical bosons within the framework of canonical and grand canonical ensembles has been considered. It was shown that at typical sizes, temperatures, and multiplicities of pions in $p + p$ collisions, the effects of Bose-Einstein condensation could be significantly manifested in the two-pion correlation function justifying the low value of its intercept $\lambda+1$. Furthermore, calculations within the canonical ensemble corresponding to experimental measurements at fixed multiplicity have shown a similar result regarding the λ parameter. Moreover, the proposed model predicts the saturation behavior of the interferometry sizes of the system at large multiplicities similarly to ATLAS and CMS collaborations' observations.

Calculations suggest that the coherence effects could be only enhanced in the presence of the hydrodynamic flow in the system.

Keywords: heavy-ion collisions, proton-proton collisions, relativistic hydrodynamics, femtoscopy, thermalization, Bose–Einstein condensation.

List of publications:

1. Yu. Sinyukov, M. Adzhymambetov, V. Naboka, V. Shapoval, “The prethermal stage of heavy-ion collision and the particle production”, *Acta Physica Polonica B*. **11**, (2018).
2. Yu. Sinyukov, M. Adzhymambetov, V. Naboka, V. Shapoval, “The femtoscopy scales in Au+Au collisions at the top RHIC energy”, *Acta Physica Polonica B*. **12**, (2019).
3. M. Adzhymambetov, V. Shapoval, Yu. Sinyukov, “Description of bulk observables in Au+Au collisions at top RHIC energy in the integrated hydrokinetic model”, *Nuclear Physics A* **987**, (2019).
4. Yu M Sinyukov, MD Adzhymambetov, VM Shapoval, V Yu Naboka, “Femtoscopic Structure of Relativistic Heavy Ion Collisions in the Integrated Hydro-Kinetic Model”, *Physics of Particles and Nuclei* **51**, (2020).
5. Yu. Sinyukov, M. Adzhymambetov, V. Shapoval. “Particle production in Xe+Xe collisions at the LHC within the Integrated Hydrokinetic Model”, *Particles* **2020**, (2020).
6. V. Shapoval, M. Adzhymambetov , Yu. Sinyukov, “Femtoscopy scales and particle production in the relativistic heavy ion collisions from Au+Au at 200 AGeV to Xe+Xe at 5.44 ATeV within the integrated hydrokinetic model”, *Eur. Phys. J. A* **56**, (2020).
7. M. Adzhymambetov, Yu. Sinyukov, “Inclusive spectra and Bose-Einstein correlations in small thermal quantum systems”, *Phys. Rev. D* **102**, (2020).

8. M. Adzhymambetov, S. Akkelin, Yu. Sinyukov, “Bose-Einstein momentum correlations at fixed multiplicities: Lessons from an exactly solvable thermal model for pp collisions at the LHC”, *Phys. Rev. D* **103**, (2021).
9. M. Adzhymambetov, S. Akkelin, Yu. Sinyukov, “Fixed particle number constraint in a simple model of a thermal expanding system and pp collisions at the LHC ”, *Phys. Rev. D* **105**, (2022).

Зміст

Перелік умовних позначень	19
ВСТУП	21
1 М'яка фізика ультра-релятивістських ядро-ядерних зіткнень	29
1.1 Вступ	29
1.2 Моделювання в інтегрованій гідро-кінетичній моделі	34
1.2.1 Опис моделі	34
1.2.2 Калібрування моделі, виявлені властивості та результати	45
1.2.3 Вибір параметрів	47
1.3 Результати моделювання	52
1.3.1 Розподіл множинності заряджених частинок	52
1.3.2 Виходи адронів окремого типу та їх відношення	54
1.3.3 Поперечні спектри адронів та анізотропія потоків	60
1.4 Висновки	65
2 Фемтоскопічний аналіз ядро-ядерних зіткнень	67
2.1 Вступ	67
2.2 Метод	68
2.2.1 Теоретичні основи фемтоскопії	68
2.2.2 Наближення у фемтоскопічній інтерферометрії	69
2.2.3 Хвильова функція	71
2.2.4 Вибір системи координат	71
2.2.5 Параметризація форми джерела	72
2.2.6 Експериментальні кореляційні функції	72

2.3	Моделювання в iHKM	73
2.3.1	Результати фемтоскопії	73
2.3.2	Розрахунок часу максимального випромінення піонів та каонів	77
2.3.3	Залежність інтерферометричних розмірів від початкової геометрії зіткнення	80
2.4	Висновки	85
3	Аналітична модель протон-протонних зіткнень при енергіях LHC	87
3.1	Вступ	87
3.2	Метод	89
3.2.1	Квазірівноважний статистичний оператор	89
3.2.2	Розв'язок для модельної статичної системи	94
3.2.3	Результати фемтоскопічної інтерферометрії у великому канонічному ансамблі	98
3.2.4	Порівняння результатів	103
3.3	Висновки	107
4	Фемтоскопічний аналіз подій з фіксованою множинністю у протон-протонних зіткненнях	109
4.1	Вступ	109
4.2	Розв'язок у канонічному ансамблі	111
4.3	Імпульсні спектри у канонічному ансамблі	113
4.4	Результати	115
4.5	Висновки	122
	Висновки	125
	Список використаних джерел	129

ДОДАТКИ	143
I. Публікації здобувача за темою дисертації	143
II. Відомості про апробацію результатів дисертації	144

Перелік умовних позначень

- LHC (англ. **L**arge **H**adron **C**ollider) - Великий адронний колайдер (ЦЕРН, Швейцарія - Франція).
- RHIC (англ. The **R**elativistic **H**eavy **I**on **C**ollider) - Релятивістський колайдер важких іонів (Брукхейвенська національна лабораторія, США).
- SPS (англ. **S**uper **P**roton **S**ynchrotron) - Суперпротонний синхротрон (ЦЕРН, Швейцарія - Франція).
- $p + p$ - протон-протонні зіткнення.
- $A + A$ - зіткнення важких іонів.
- $Au + Au$, $Pb + Pb$, $Xe + Xe$ - зіткнення ядер золота, свинцю та ксенону відповідно.
- КХД - квантова хромо-динаміка.
- АРГ - адронно-резонансний газ.
- КГП - кварк-глюонна плазма.
- РС - рівняння стану.
- КФ - кореляційна функція.
- Інтерсепт - значення кореляційної функції при нульовому відносному імпульсі частинок \mathbf{q} .
- LCMS (англ. **L**ongitudinally **C**o**M**oving **S**ystem) - повздожньо-супутня система координат.

- iHKM (англ. **i**ntegrated **h**ydro**k**inetic **m**odel) - інтегрована гідро-кінетична модель.
- UrQMD (англ. **U**ltra **r**elativistic **Q**uantum **M**olecular **D**ynamics) - мікроскопічна модель симуляції релятивістських ядро-ядерних зіткнень [59].
- ВКА - великий канонічний ансамбль.
- ЧКА - частково когерентний ансамбль (див. Розділ 3.2.3).
- КА - канонічний ансамбль.

Одиниці вимірювання.

В дисертації використовується система одиниці фізичних величин, в якій швидкість світла у вакуумі, стала Планка та стала Больцмана дорівнюють одиниці.

Енергетичні фізичні величини вимірюються у величинах кратних електронвольту (eV або eV): $1 \text{ eV} \approx 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$.

Просторові величини вимірюються у фемтометрах (фм або fm):

$$1 \text{ фм} = 10^{-15} \text{ м}.$$

Перехід між енергетичними та просторовими величинами зручно виконувати використовуючи співвідношення: $1 \text{ фм}^{-1} \approx 197.3 \text{ MeV}$.

ВСТУП

Актуальність теми. Протягом останніх десятиліть експерименти по зіткненню важких іонів¹ невинно розвиваються. Починавши з розсіянь пучків ядер з енергією декілька MeV/нуклон на фіксованій мішені, що проводились у малих лабораторіях університетів, зараз ми маємо великі міжнародні проекти. У багатьох сучасних експериментах прискорюються як ядра-снаряди (projectile) так і ядра-мішені (target), а відповідні енергії² можуть досягати величин $\sqrt{s_{NN}} = 0.2 - 5.44$ TeV.

Матерія, що утворюється внаслідок зіткнення за таких енергій, має густину в сотні разів більшу за ядерну за нормальних умов. Вважається, що за таких фізичних умов кварки і глюони – елементарні частинки квантової хромодинаміки (КХД), яка відповідає за Сильну взаємодію у Стандартній моделі, – знаходяться у фазі деконфайнменту, тобто перестають бути пов’язані у адрони і можуть вільно переміщуватися на відстані більші за типові розміри нуклонів.

Сукупність експериментальних даних вказує на те що, попри стрімке розширення новоутвореної матерії та її швидке охолодження до температур при яких відновлюється конфайнмент, у системі досить швидко досягається ло-

¹У контексті тематики, що охоплює дисертація, під іонами маються на увазі ядра атомів з яких вилучили всі електрони. Природно було б використовувати для них термін ядра, проте історично закріпилася саме назва “зіткнення важких іонів” (від англ. Heavy ion collisions), тому надалі ці назви вважатимуться еквівалентними

²У експериментах на зустрічних пучках зазвичай наводять величину $\sqrt{s_{NN}}$ - енергію однієї пари нуклонів з ядер, що зіштовхується, у системі їх центру мас. Водночас для експериментів на фіксованій мішені зручніше використовувати кінетичну енергію одного нуклона з налітаючого ядра у лабораторній системі відліку E_{lab} . Ці дві величини пов’язані співвідношенням $\sqrt{s_{NN}} = \sqrt{2m(E_{lab} + 2m)}$, де $m \approx 938$ MeV/ c^2 – маса одного нуклона.

кальна термічна рівновага³, а рух частинок має колективний характер близький за своїми властивостями до поведінки майже ідеальної рідини. У сучасній фізиці така форма матерії має назву кварк-глюонної плазми (КГП).

Вважається, що у перші мікросекунди після Великого вибуху Всесвіт був надто гарячим для формування адронів, натомість він мав би бути заповненим кварк-глюонною плазмою. Схожі фізичні умови можна очікувати у ядрах масивних компактних космічних об'єктів таких як, наприклад, нейтронні зорі, в центрі яких також очікується формування КГП. Таким чином однією з ключових задач експериментів по зіткненню ультрарелятивістських важких іонів є вивчення фазової діаграми КХД та відтворення фізичних умов раннього Всесвіту у лабораторних умовах.

Однією з перешкод що стоять на шляху до вивчення КГП є неможливість спостерігати її напряму — в експериментах детектуються лише фотони, лептони та адрони. Це вимагає побудови складних моделей що могли б описати динаміку усієї еволюції системи від моменту зіткнення ядер до детектування новоутворених частинок. Окрім того, важливою задачею є створення нових та вдосконалення існуючих методів аналізу даних, що дозволили б за отриманими даними відтворити якомога більше інформації про систему на ранніх етапах її еволюції, в тому числі про властивості КГП. Прикладом такого методу є так званий фемтоскопічний аналіз.

Окремою можливістю дослідження КГП є розширення просторових та часових меж досліджуваних систем. З одного боку існують спроби модифікацій існуючих колайдерів та побудови нових, для підвищення енергій експерименту. За таких умов розміри і час існування КГП би збільшились, що могло б висвітлити нові особливості таких систем. Проте сучасна фізика розвивається і в інший бік, обмежуючи мінімальний розмір краплини КГП. Підказку

³Мова йде про так звану м'яку фізику – область малих поперечних (до напрямку початкового руху ядер) імпульсів яка охоплює більше ніж 95% частинок. При цьому завжди є жорсткі моди з великими імпульсами в тому числі джети – вузько направлений пучок високоенергетичних частинок.

в цьому напрямі можна шукати у сучасних експериментах по зіткненню протонів при енергіях Великого адронного колайдера (LHC), а саме у подіях з великою множинністю народження адронів. Аналізуючи нові дані таких експериментів, можна зробити ряд спостережень, що свідчать про гідродинамічну поведінку утвореної системи, аналогічно до зіткнень важких іонів. Це може свідчити про наявність локальної термалізації у протон-протонних зіткненнях. Водночас у випромінненні частинок з таких систем спостерігається високий рівень когерентності, що проявляється у низьких значеннях інтерсепту квантово-статистичних кореляційних функцій ідентичних бозонів та є нетиповим для термічних систем. Таким чином інтерпретація цих результатів може стати важливим кроком до розуміння фазової діаграми КХД та фізики раннього Всесвіту.

Дисертація присвячена розробці моделей для опису м'якої фізики у високоенергетичних ядро-ядерних зіткненнях та протон-протонних зіткненнях з високою множинністю. На основі вже існуючих, а також нових моделей проведено опис та зроблено передбачення для виходів адронів різних сортів, їх спостережуваних імпульсних спектрів, еліптичних потоків та кореляцій, які включають ефекти пов'язані зі статистикою частинок, зокрема Бозе-Ейнштейнівську конденсацію та когерентність випромінювання.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами, грантами.

Дисертаційна робота була виконана у відділі Фізики високих густин енергії Інституту теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова Національної академії наук України у рамках академічної теми "Пошук нових форм сильновзаємодійної матерії в зіткненнях адронів та ядер за високих енергій". Шифр 1.4.1, номер державної реєстрації в УкрІНТЕІ 0118U003197, (2018 – 2022).

Окрім того, робота пов'язана з такими державними та академічними програмами, що виконувались у Інституті теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова Національної академії наук України

1. Програмно-цільова та конкурсна тематика НАН України “EUREA: Європейська угода з ультрарелятивістських енергій” Етап 3: “Фемтоскопічний аналіз народження адронів в релятивістських зіткненнях ядер”. Номер державної реєстрації 0120U103315, (2020).
2. Програмно-цільова та конкурсна тематика НАН України “Фундаментальні властивості матерії в релятивістських ядерних зіткненнях та у ранньому Всесвіті”. Номер державної реєстрації 0120U100935, (2020-2021).
3. Програмно-цільова та конкурсна тематика НАН України “Динамічні та статистичні властивості надщільної речовини, що формується в релятивістських ядро-ядерних та протон-протонних зіткненнях з високою множинністю при варіативних енергіях колайдерів RHIC та LHC”. Номер державної реєстрації 0122U002516, (2022).
4. Програмно-цільова та конкурсна тематика НАН України “Фундаментальні властивості матерії та їх прояви в мікросвіті, астрофізиці та космології”. Номер державної реєстрації 0122U002259, (2022).

Мета і задачі дослідження.

Метою дисертаційної роботи є розвиток моделей ядро-ядерних та протон-протонних зіткнень, що базуються на гідродинамічних, кінетичних та статистичних підходах, а також їх застосування до інтерпретації експериментальних даних. Зокрема, у дисертації розв’язувались такі задачі:

Для її досягнення було поставлено такі наступні задачі:

- модифікація та калібрування інтегрованої гідро-кінетичної моделі для її подальшого застосування для до опису адронних спостережуваних у ядро-ядерних зіткненнях;
- описання основних адронних спостережуваних, а саме: залежностей множинності народження частинок від центральності зіткнення, інтегро-

ваних виходів адронів різних типів, поперечних спектрів частинок та анізотропії її випромінювання, а також інтерферометричних розмірів систем;

- оцінка на часи максимального випромінювання піонів та каонів із системи, що народжується у ядро-ядерних зіткненнях;
- дослідження залежності інтерферометричних розмірів системи на кінцевій фазі її існування від множинності народження частинок та від її початкових розмірів;
- інтерпретація останніх експериментальних результатів, щодо двочастинкових квантово-статистичних кореляцій у протон-протонних зіткненнях.

Об'єктом дослідження є системи, що народжуються при зіткненні ультрарелятивістських протонів та важких іонів.

Предметом дослідження є просторово-часова еволюція систем що народжуються внаслідок зіткнення ультрарелятивістських ядер та протонів, а також властивості нових форм матерії, що народжуються у таких процесах.

Методи дослідження.

Для дослідження ядро-ядерних зіткнень використовувалась інтегрована гідро-кінетична модель, що була раніше перевірена при симуляціях подібних експериментів. При аналізі результатів були обрані стандартні методи обробки даних, що використовуються експериментальними колабораціями. Для дослідження протон-протонних зіткнень використовувалися методи статистичної фізики в тому числі метод квазірівноважного статистичного оператора.

Наукова новизна одержаних результатів.

В дисертаційній роботі отримано наступні оригінальні результати:

1. Модифіковано та відкалібровано інтегровану гідро-кінетичну модель для описання зіткнень ядер золота за найвищої енергії колайдера RHIC

та ядер ксенону за енергії LHC. Зроблено передбачення інтерферометричних довжин K^\pm мезонів для широкого діапазону поперечних імпульсів та різних центральностей зіткнення.

2. Досліджено вплив темпів термалізації системи, що утворюється внаслідок ядро-ядерного зіткнення, на кінцеві спектри піонів, каонів та (анти-)протонів.
3. Запропоновано феноменологічно пов'язати недостачу виходу дивних частинок у ядро-ядерних зіткненнях при відносно низьких енергіях RHIC з часом існування кварк-глюонної плазми, що пояснюється неповною хімічною рівновагою дивних кварків у короткоживучих системах.
4. Проведено інтерферометричний аналіз систем, що народжуються при зіткненнях ядер за найвищих доступних експериментальних енергій. Отримано оцінку на часи максимального випромінювання піонів та каонів у зіткненнях золота за енергії $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV. Зроблено порівняльний аналіз з експериментами на LHC.
5. Перевірено та уточнено гіпотезу “скейлінгу”. Показано, що інтерферометричні розміри систем, що народжуються у різних експериментах LHC та RHIC, але мають однакову множинність заряджених частинок, відрізняються на величину, що перевищує експериментальну похибку. Встановлено зв'язок між ієрархію кінцевих інтерферометричних розмірів з початковими геометричними розмірами системи.
6. Запропоновано теоретичну модель, що пояснює низьке значення інтерсепту кореляційних функції піонів та каонів у малих системах, що народжуються у $p + p$ зіткненнях на LHC, припускаючи при цьому термодинамічну рівновагу системи та її гідродинамічну поведінку.

Особистий внесок здобувача.

У роботі [1] відкалібровано інтегровану гідро-кінетичну модель для опису спектрів піонів, каонів та (анти-)протонів у зіткненнях ядер свинцю за енергії $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV. Проведено порівняльний аналіз результатів отриманих при різних часах термалізації та релаксації системи.

У роботах [2–4, 6] модифіковано та відкалібровано iHKM для описання зіткнень ядер золота за енергії $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV. На основі отриманих результатів розраховані спостережувані фізичні величини в області м'якої фізики, проведено фемтоскопічний аналіз.

У роботах [4–6] Проведено аналогічні до попереднього пункту розрахунки для зіткнень ядер ксенону за енергії $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ TeV. Проведено порівняльний аналіз фемтоскопічних даних, а також відношення чисел частинок різного типу за всіх сучасних експериментів з ультрарелятивістських зіткнень важких ядер. При порівнянні використовувались дані для зіткнень ядер свинцю на LHC, які були отримані співавторами.

У роботах [7–9] було застосовано метод квазірівноважного статистичного оператора для інтерпретації експериментальних результатів щодо інтерферометричної фемтоскопії у $p + p$ зіткненнях на LHC. Проведено аналітичні та чисельні розрахунки для залежностей інтерферометричних розмірів та інтерсептів кореляційних функцій від множинності системи.

Практичне значення отриманих результатів.

Результати отримані в дисертаційній роботі можуть бути використані для дослідження властивостей сильновзаємодійної матерії, що народжується у ядро-ядерних та протон-протонних зіткненнях, шляхом аналізу впливу зміни відповідних параметрів моделі на кінцеві спостережувані фізичні величини.

Апробація результатів дисертації.

Результати освітлені у дисертації доповідалися на семінарах Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова Національної академії наук України, а також міжнародних конференціях, що проводились у м. Нант, м. Дубна та м. Києві.

Публікації. Результати даної дисертаційної роботи представлено у 9 журнальних публікаціях [1–9].

Структура дисертації та об’єм дисертації.

Дисертаційна робота складається із вступу, чотирьох розділів, що відповідають логічно завершеним етапам досліджень, висновків та бібліографії, яка містить 126 посилань. Дисертація включає 31 рисунок та 5 таблиць. Загальний обсяг роботи становить 145 сторінку друкованого тексту.

Розділ 1

М'яка фізика ультра-релятивістських ядро-ядерних зіткнень

1.1 Вступ

Основною метою експериментів по зіткненню релятивістських ядер є вивчення властивостей сильновзаємодійної матерії у екстремальних умовах, а саме за високої температури та густини енергії. Зазвичай серію експериментів у яких ядра розганяються до найвищих доступних на сьогодні енергій виділяють в окрему групу під назвою ультра-релятивістські зіткнення важких іонів (англ. Ultrarelativistic Heavy-Ion Collisions)¹. Предметом дослідження цього розділу дисертації є саме такі експерименти, що проводяться на Релятивістському колайдері важких іонів (RHIC) та Великому адронному колайдері (LHC). Компактний перелік енергій та типів ядер задіяних у цих експериментах можна знайти у Таблиці 1.1.

В ультрарелятивістських зіткненнях, завдяки сильному Лоренцевому скороченню², ядра до моменту зіткнення являють собою ультратонкі “млини” що прямують назустріч один одному з майже світовими швидкостями. На Рис. 1.1 схематично зображено нецентральне зіткнення двох таких ядер³, а

¹Варто зазначити, що значення $\sqrt{s_{NN}}$ в сучасних протон-протонних $p + p$ та протон-ядерних $p + A$ експериментах можуть бути ще вищими, проте повна кінетична енергія залучена в процес зіткнення є значно більшою саме в зіткненнях важких іонів $A + A$ за рахунок внеску від великої кількості нуклонів з яких складаються ядра.

²Відповідний $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ фактор у лабораторній системі відліку варіюється в межах від 10^2 до 10^3 .

³У стандартних позначеннях вісь вздовж якої рухаються ядра зазвичай позначають “Z”, “X” - вісь паралельна до прицільного параметра, а “Y”, відповідно, обирають таким чином, щоб “XYZ” утворювали

Прискорювач	тип ядер	енергія $\sqrt{s_{NN}}$
RHIC	Au+Au	200 GeV
LHC	Pb+Pb	2.76 TeV
LHC	Pb+Pb	5.02 TeV
LHC	Xe+Xe	5.44 TeV

Табл. 1.1: Сучасні експерименти по зіткненню ультрарелятивістських важких ядер

також процеси що є його наслідком. При прольоті ядер наскрізь один через одного в зоні перекриття між ними внаслідок взаємодії між їх складовими утворюється нова гаряча та щільна матерія. Квантова хромодинаміка — теорія сильної взаємодії у рамках Стандартної моделі, передбачає, що за таких умов мікроскопічними ступенями вільності системи мають бути не адрони, а кварки і глюони, що при наближенні системи до термодинамічної рівноваги утворюють кварк-глюонну плазму (КГП).

Важливою особливістю ультрарелятивістських експериментів є те, що при наскрізному прольоті початкові нуклони майже не змінюють ні напрям свого руху, ні баріонний/електричний заряд [11]. Це означає, що новоутворена матерія в центрі системи має низькі (у експериментах на RHIC) або практично нульові (на LHC) густини баріонного та електричного заряду.

Оскільки система що досліджується знаходиться у вакуумі, впродовж наступного етапу еволюції відбувається її швидке розширення та охолодження, що призводить до її поступової адронізації, тобто розпаду КГП на адрони. Це відбувається внаслідок об'єднання кварків у безкольорові мезони і баріони при температурі конфайнменту $\approx 150 - 165$ MeV. Відповідно, на цій стадії адекватний опис системи має відбуватися мовою адронно-резонансного газу (АРГ). Оскільки при адронізації системи імпульс та енергія системи зберіга-

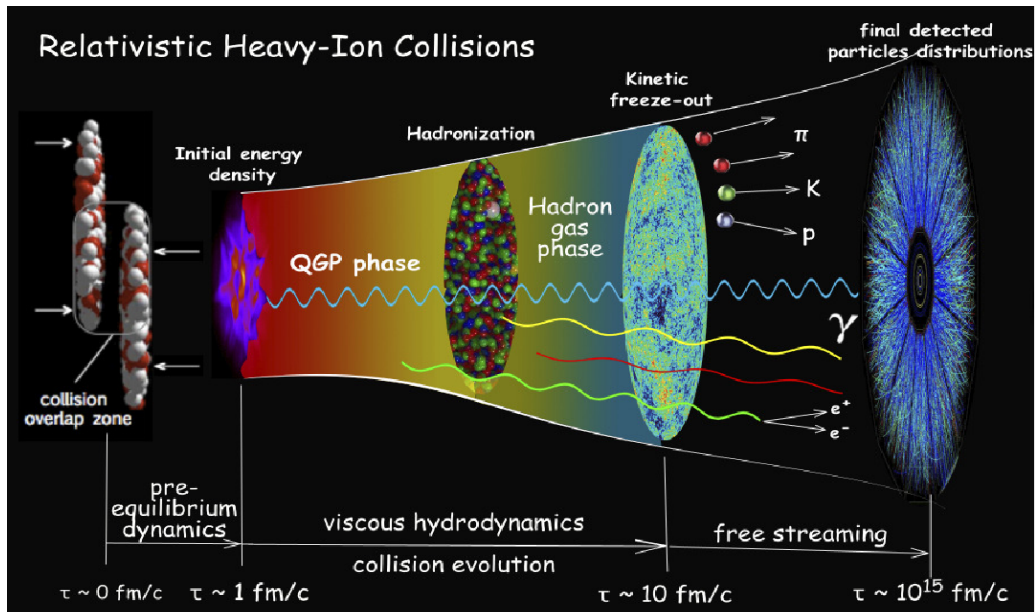


Рис. 1.1: Схематичне зображення еволюції системи утвореної внаслідок ультрарелятивістського зіткнення двох ядер. Взято зі статті [10].

ються, то новоутворенні адрони народжуються з великими швидкостями, що розвинулись на гідродинамічній стадії. Внаслідок цього матерія дуже швидко стає настільки розрідженою, що невдовзі її складові ефективно перестають взаємодіяти між собою⁴. При цьому адронний склад та імпульси окремих частинок заморожуються, що зазвичай називають хімічним та кінетичним фрізаутом відповідно. Наприкінці окремі частинки вільно летять до детекторів, де їх і реєструють у експерименті.

Весь процес з моменту першого партон-партонного розсіяння і до повного фрізауту системи займає час порядку десятків фм/с⁵ або 10^{-21} - 10^{-22} секунд. При цьому найменш вивченими і, відповідно, цікавими з теоретичної точки зору, є процеси, що відбуваються на ранніх етапах існування системи, а саме: формування та термалізація КГП, нерівноважна динаміка КГП (її транспортні властивості), перехід конфайнмент-деконфайнмент між рідкою та газоподібною стадіями⁶ тощо. Наразі проводити досліджувати такі про-

⁴За винятком поправок на далекодійну електромагнітну взаємодію та електрослабких розпадів резонансів.

⁵1 фм= 10^{-15} м.

⁶Розрахунки КХД на ґратці показують, що при нульовому хімічному потенціалі цей перехід не є справ-

цеси прямими методами неможливо, адже спостережними є лише стабільні або квазістабільні частинки, такі як фотони, лептони та найлегші баріони, які реєструються через часи що значно перевищує типові масштаби сильної взаємодії $\sim 10^{-22}$ с. Це вимагає додаткового врахування впливу динаміки системи впродовж усіх етапів її еволюції на формування спектрів вимірюваних частинок. Вказані проблеми є поштовхом до створення комплексних теоретичних моделей, які б змогли пов'язати різні стадії цього складного процесу у єдину самоузгоджену картину.

На сьогодні парадигмою у фізиці релятивістських ядро-ядерних зіткнень є так звані гібридні моделі, що поєднують гідродинамічний (макроскопічний) опис системи у щільній гарячій фазі та кінетичний (мікроскопічний) опис на пізній стадії адронного газу [13–17, 19, 20]. Ідея описання зіткнення ядер макроскопічно, за допомогою релятивістської гідродинаміки, була запропонована ще в середині XX століття у роботах Фермі та Ландау [21, 22]. У 70-90-их роках ця теорія отримала сильний поштовх завдяки розвитку нових експериментів по зіткненню ядер на фіксованій мішені з енергією пучка $E_{kin} \sim 800$ MeV - 2 GeV. Піонні спектри у цих експериментах демонстрували наявність значного колективного радіального потоку у площині перпендикулярній до початкового руху ядер [23, 24]. Надалі експериментально було також встановлено наявність анізотропії радіального потоку [25] частинок що народжуються у процесі зіткнення. Такі ефекти природним чином з'являються у гідродинамічних теоріях: потоки розвиваються завдяки градієнтам густин енергії та тиску у момент формування системи, а їх анізотропія є наслідком нецентральності зіткнення, а також початкових просторових флуктуацій матерії.

Перші моделі, що чисельно розв'язували рівняння гідродинаміки з реалістичними початковими умовами [26–29] могли якісно описувати та передбачувати певні особливості імпульсних розподілів адронів у області малих

жнім фазовим переходом, а аналітичним переходом типу кроссовер, тобто фізичні величини змінюються швидко, але неперервно, без стрибків [12].

поперечних імпульсів $p_T < 1.5 \text{ GeV}/c$. Однак, не рідко кількісні оцінки в таких моделях могли бути доволі грубими і поступалися мікроскопічним моделям заснованим на кінетичному описанні системи у моделях АРГ. Так, наприклад, передбачення для анізотропії потоків v_2^7 для енергій CERN SPS ($E_{kin} = 20 - 160 \text{ GeV}$) перевищували експериментальні дані приблизно на 50% [30], в той час, як оцінки моделей побудованих на мікроскопічному підході були близькими до реальних даних [31]. Тим не менш, для вищих енергій що ставали доступними пізніше, вже кінетична теорія почала сильно недооцінювати експериментальні дані [32], що додатково спонукало до використання гідродинамічних моделей при вищих експериментальних енергіях.

Із запуском Релятивістського колайдера важких іонів RHIC на початку ХХІ століття поріг доступних енергій збільшився на порядок і досягнув значення $\sqrt{s_{NN}} = 200 \text{ GeV}$. Виявилось, що розрахунки в підході ідеальної гідродинаміки [33] узгоджуються з новими експериментальними даними не тільки якісно, але й кількісно. Це означає, що КГП є сильно-взаємодіючою матерією у якій довжина вільного пробігу партонів є значно меншою за типові розміри системи, що є відомою властивістю рідин, але не газів. Проте на пізніх стадіях розширення, вже після рекомбінації КГП у кольорово-нейтральні адрони, дисипативні ефекти у системі мають бути значними. За таких обставин застосування ідеальної гідродинаміки не є можливим. Натомість стає актуальною модель близького до ідеального АРГ. Ці аргументи привели до побудови гібридних моделей які об'єднують обидва підходи: гідродинамічний на етапах де система є гарячою, щільною та близькою до термодинамічної рівноваги, та кінетичний на пізніх етапах, при віддалені системи від рівноваги.

⁷Див. розділ 1.3.3.

1.2 Моделювання в інтегрованій гідро-кінетичній моделі

1.2.1 Опис моделі

Основною метою моделювання ультрарелятивістських зіткнень ядер є відновлення складного процесу еволюції системи, утвореної внаслідок такого зіткнення, від самого початку до моменту детектування новонароджених частинок. Гарна модель має відтворювати з достатньою точністю якомога більше експериментальних спостережуваних при малому наборі вільних параметрів. У такому випадку результатом експерименту є сотні тисяч подій — актів зіткнень ядер, та відповідні їм масиви зареєстрованих частинок, на основі яких розраховують середні значення та флуктуації певних фізичних величин. У цьому розділі дисертації представлені результати симуляції зіткнень золота $\text{Au}+\text{Au}$ при найвищій енергії доступній на прискорювачі RHIC $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV та ядер ксенону $\text{Xe}+\text{Xe}$ $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ TeV на прискорювачі LHC у рамках інтегрованої гідрокінетичної моделі (iHKM) [34]. Аналогічно до експерименту, результатом симуляцій у iHKM є масив адронів, на базі якого розраховуються усі можливі фізичні величини.

Інтегрована гідро-кінетична модель здатна описувати зіткнення важких іонів у лабораторній системі відліку від моменту формування початкового нерівноважного стану і до вільного розльоту адронів у детектори, згідно з сучасним розумінням цього процесу. Вона належить до класу гібридних моделей з додатковою модифікацією у вигляді швидкої, але поступової термалізації матерії на ранній стадії еволюції системи, що передуює гідродинамічному розширенню. Повний алгоритм моделі поділений на п'ять частин кожна з яких описує окрему стадію процесу використовуючи відповідний формалізм.

Розрахунки у iHKM [18] проводяться у координатах Мілна у (t, z) площині

ні, в той час, як у поперечній (до вісі “Z”) площині використовуються декартові координати (x, y) . Метричний тензор, а також інваріантний інтервал у координатах власного часу $\tau = \sqrt{t^2 - z^2}$, поперечних декартових координат x, y та просторової бистроти $\eta = \frac{1}{2} \ln \frac{t+z}{t-z}$ набувають наступного вигляду

$$g^{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1/\tau^2), \quad (1.1)$$

$$ds^2 = x_\mu g^{\mu\nu} x_\nu = d\tau^2 - dx^2 - dy^2 - \tau^2 d\eta^2. \quad (1.2)$$

Увівши необхідні математичні позначення перейдемо до більш детального обговорення кожної зі стадій іНКМ.

Початковий нерівноважний стан матерії

Ця стадія моделює початковий просторовий та імпульсний розподіли матерії сформованої одразу після ядерного зіткнення за власних часів $\tau_0 \approx 0.1 \text{ fm}/c$, що при досліджуваних енергіях $\sqrt{s_{NN}} > 200 \text{ GeV}$ перевищує час проходження ядер крізь одне одного. У такий ранній момент система має все ще знаходитись у сильно нерівноважному стані. Для спрощення в іНКМ припускається, що просторова частина поперечної компоненти функції розподілу початкового стану факторизується як вказано у наступному анзаці:

$$f(\tau_0, \mathbf{r}_T, \eta, p) = \epsilon(b, \tau_0, \mathbf{r}_T) f_0(\eta, p), \quad (1.3)$$

де b - прицільний параметр зіткнення. Поперечний профіль густини енергії $\epsilon(b, \tau_0, \mathbf{r}_T)$ генерується за допомогою коду GLISSANDO [44], який базується на підході Монте-Карло Глаубера [36] з параметром α який визначає відношення між внесками до початкової густини енергії від бінарних зіткнень N_{bin} між нуклонами з різних ядер та так званими “пораненими” (англ. wounded) нуклонами N_w :

$$\epsilon(b, \tau_0, \mathbf{r}_T) = \epsilon_0(\tau_0) \frac{(1 - \alpha) N_w(b, \mathbf{r}_T)/2 + \alpha N_{bin}(b, \mathbf{r}_T)}{(1 - \alpha) N_w(0, \mathbf{0})/2 + \alpha N_{bin}(0, \mathbf{0})}. \quad (1.4)$$

Розподіли N_w та N_{bin} усереднюються за великою кількості події з одного класу центральності. Розбиття на такі класи відбувається за алгоритмом узгодженням з експериментальною обробкою даних:

- генеруються події з випадковим прицільним параметром b .
- для кожної події розраховується повна кількість бінарних зіткнень між нуклонами $\int d\mathbf{r}_T N_{bin}(b, \mathbf{r}_T)$.
- 10% події з найбільшим значенням цієї величини відокремлюються та групуються в один клас центральності 0-10%.
- наступні 10% утворюють наступний клас 10-20% і так далі, доки не будуть вичерпані всі події.

Бут-інваріантна імпульсна компонента функції розподілу $f_0(\eta, p)$ обирається у формі з сильною повздовжньо-поперечною анізотропією згідно з [45]:

$$f_0(\eta, p) = g \exp \left(-\sqrt{\frac{(p \cdot U)^2 - (p \cdot V)^2}{\lambda_\perp^2} + \frac{(p \cdot V)^2}{\lambda_\parallel^2}} \right), \quad (1.5)$$

де $U^\mu = (\cosh \eta, 0, 0, \sinh \eta)$ та $V^\mu = (\sinh \eta, 0, 0, \cosh \eta)$ - вектори потоку та поздовжнього напрямку відповідно. Такі початкові умови інваріантні відносно перетворень Лоренца вздовж вісі “Z”. Більш того, така симетрія не порушується вповдовж подальшого гідродинамічного розширення, що відповідає моделі Бйоркена для центральних областей бистрот [46]. Параметри λ_\parallel , λ_\perp у розподілі (1.5) можуть бути інтерпретовані як повздовжня та поперечні ефективні температури, оскільки в наближенні безмасових партонів $p^2 = p_\perp^2 + p_\parallel^2$ у системі спокою рідини $\eta = 0$: $(pU)^2 - (pV)^2 = p_\perp^2$ та $(pV)^2 = p_\parallel^2$. В цьому сенсі розподіл (1.5) відповідає так званому конденсату кольорового скла (англ. Color Glass Condensate) - ефективній теорії глюонного поля, в умові високої щільності [47]. У роботах [2] - [6] ці параметри були зафіксовані на значеннях $\lambda_\perp = 1.4$ GeV, $\Lambda = \lambda_\perp / \lambda_\parallel = 100$ згідно з попередніми розрахунками iHKM для зіткнень ядер свинцю за енергії LHC $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ GeV [34].

Нормування початкової густини енергії $\epsilon_0(\tau_0)$ та параметр α - вільні параметри моделі, що калібруються за допомогою експериментальних даних, а саме: залежності множинності заряджених частинок у центральній області бистрот $\left. \frac{dN_{ch}}{d\eta} \right|_{|y|<0.5}$ та нахилу піонних спектрів у центральних зіткненнях.

Претермальна еволюція матерії

Протягом цієї стадії описується термалізація та гідродинамізація системи. У іНКМ ефективний опис цього процесу реалізований за допомогою поступового “перекачування” енергії та імпульсу з тензора початкового нерівноважного стану $T_0^{\mu\nu}(x)$ у тензор Ізраїля-Стюарта $T_{hydro}^{\mu\nu}(x)$, що відповідає термалізованій матерії яка еволюціонує у режимі в’язкої гідродинаміки. У іНКМ на цій стадії використовується наближення часу релаксації для описання плавного переходу від початкового нерівноважного анізотропного стану в момент τ_0 до близького до локальної рівноваги при часі термалізації τ_{th} . Еволюція відбувається згідно з законами збереження для повного тензора $T^{\mu\nu}(x)$, що є сумою термалізованої та нерівноважної компонент. Перевагою такого підходу є відсутність необхідності додаткових припущень таких як “анізотропна рівновага” [48], [49] та умов відповідності Ландау [50], що у даному підході виконуються автоматично.

Таким чином впродовж релаксаційної стадії іНКМ тензор енергії імпульсу у довільний момент часу між τ_0 та τ_{th} може бути представлений у вигляді лінійної комбінації двох компонент:

$$T^{\mu\nu}(x) = T_{free}^{\mu\nu}(x)\mathcal{P}(\tau) + T_{hydro}^{\mu\nu}(x)[1 - \mathcal{P}(\tau)]. \quad (1.6)$$

У цьому рівнянні $T_{free}^{\mu\nu}(x)$ - тензор, що відповідає вільному розльоту частинок розподілених у момент τ_0 згідно з рівнянням (1.4).

$$T_{free}^{\mu\nu}(x) = \int d^3p \frac{p^\mu p^\nu}{p_0} f \left(\tau_0, \mathbf{r} - \frac{\mathbf{p}}{p_0}(t(\tau, \mathbf{r}) - t(\tau_0, \mathbf{r})), \mathbf{p} \right). \quad (1.7)$$

Тензор в'язкої гідродинаміки у теорії Ізраеля-Стюарта [51] у підході Ландау представляється у наступному вигляді

$$T_{hydro}^{\mu\nu}(x) = (\epsilon + p + \Pi) u^\mu u^\nu - (p - \Pi) g^{\mu\nu} + \pi^{\mu\nu}, \quad (1.8)$$

де $\epsilon(x)$, $p(x)$ – густина енергії та гідродинамічний тиск у системі спокою рідини, $u^\mu(x)$ – чотири-швидкість потоку енергії, а $g^{\mu\nu}$ – метричний тензор. Тензор в'язкого зсуву $\pi^{\mu\nu}(x)$ та об'ємний тиск $\Pi(x)$ у такій теорії вважаються незалежними динамічними змінними які описуються окремими рівняннями. За найвищих експериментальних енергій, що розглядаються у даній дисертації, внеском об'ємного тиску у гідродинамічний тензор можна нехтувати покладаючи $\Pi(x) = 0$ [34]. А для тензора в'язкого зсуву розв'язується наступне рівняння [51]

$$\langle u^\gamma \partial_{;\gamma} \pi^{\mu\nu} \rangle = - \frac{\pi^{\mu\nu} - \pi_{NS}^{\mu\nu}}{\tau_\pi} - \frac{4}{3} \pi^{\mu\nu} \partial_{;\gamma} u^\gamma, \quad (1.9)$$

з початковими умовами $\pi^{\mu\nu}(\tau_0) = 0$. Тут і надалі крапка з комою (;) відповідають коваріантній похідній, а $\pi_{NS}^{\mu\nu}$ відповідає тензору в'язкого зсуву Нав'є-Стокса із коефіцієнтом зсувної в'язкості η , що вважається незалежним від температури. Час релаксації τ_π у моделі зафіксований на значенні $5\eta/(Ts)$ згідно з сучасними розрахунками [52].

$$\pi_{NS}^{\mu\nu} = \eta(\Delta^{\mu\lambda} \partial_{;\lambda} u^\nu + \Delta^{\nu\lambda} \partial_{;\lambda} u^\mu) - \frac{2}{3} \eta \Delta^{\mu\nu} \partial_{;\lambda} u^\lambda. \quad (1.10)$$

Тут трикутні дужки позначають наступну операцію

$$\langle A^{\mu\nu} \rangle = \left(\frac{1}{2} \Delta_\alpha^\mu \Delta_\beta^\nu + \frac{1}{2} \Delta_\alpha^\nu \Delta_\beta^\mu - \frac{1}{3} \Delta^{\mu\nu} \Delta_{\alpha\beta} \right) A^{\alpha\beta}, \quad (1.11)$$

де $\Delta^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} - u^\mu u^\nu$ – проектор ортогональний до напрямку потоку енергії u^μ . А вагова функція $\mathcal{P}(\tau)$ у рівнянні (1.6) задовольняє наступним умовам:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(\tau_0) &= 1, \quad 0 < \mathcal{P}(\tau_0 < \tau < \tau_{th}) < 1, \\ \mathcal{P}(\tau \geq \tau_{th}) &= 0, \quad \partial_\mu \mathcal{P}(\tau_{th}) = 0. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Її явний вигляд був обраний у вигляді анзацу що був запропонований у роботі [53]:

$$\mathcal{P}(\tau) = \left(\frac{\tau_{th} - \tau}{\tau_{th} - \tau_0} \right)^{\frac{\tau_{th} - \tau_0}{\tau_{rel}}}, \quad (1.13)$$

де $0 < \tau_{rel} < \tau_{th} - \tau_0$ – час релаксації системи. Для зручності чисельних розрахунків вводиться модифікований тензор енергії-імпульсу що відповідає термалізованій частині матерії

$$\tilde{T}_{hydro}^{\mu\nu} = T_{hydro}^{\mu\nu} [1 - \mathcal{P}(\tau)]. \quad (1.14)$$

Враховуючи закони збереження для повного тензора $\partial_{;\mu} T^{\mu\nu} = 0$, а також для тензора вільного розльоту $\partial_{;\mu} T_{free}^{\mu\nu} = 0$ ⁸ впродовж термалізаційної стадії еволюції маємо рівняння релятивістської гідродинаміки з джерелом у правій частині:

$$\partial_{;\mu} \tilde{T}^{\mu\nu} = -T_{free}^{\mu\nu} \partial_{;\mu} \mathcal{P}(\tau). \quad (1.15)$$

Аналогічним чином модифікується тензор в'язкого зсуву

$$\tilde{\pi}^{\mu\nu} = \pi^{\mu\nu} [1 - \mathcal{P}(\tau)]. \quad (1.16)$$

Підсумовуючи, метою другої стадії іНКМ є описання термалізаційного процесу матерії з початкового нерівноважного стану з розподілом (1.3) до близького до локальної рівноваги з гідродинамічним розширенням (1.8), (1.9).

Гідродинамічне розширення

На стадії гідродинамічного розширення, що у моделі починається за власного часу $\tau = \tau_{th}$, еволюція системи описується за допомогою релятивістської гідродинаміки Ізраеля-Стюарта. У статті [34] яка присвячена калібруванню основних параметрів іНКМ для ультрарелятивістських ядро-ядерних зіткнень було встановлено, що в рамках моделі відношення зсувної в'язкості до

⁸Закон збереження для такого тензора виконується автоматично.

густини ентропії близьке до мінімального теоретичного значення для широкого класу сильновзаємодійних квантово-польових теорій $\eta/s = 0.08 \approx 1/4\pi$ [54] та відповідає найбільш ідеальній у природі рідині. Моделювання зіткнень золота Au+Au при енергії $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV на RHIC та ядер свинцю Pb+Pb при $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ TeV у роботах [3] та [5] вказує на те, що таке значення в'язкості є оптимальним для систем, що народжуються у зіткненні ядер у широкого діапазоні енергій прискорювача.

Продовж цієї стадії рівняння (1.9) та (1.15) за відсутності джерела розв'язуються за допомогою vHLLC коду [18]. Усі інші транспортні коефіцієнти (теплопровідність, дифузія тощо) окрім зсувної в'язкості та швидкості звуку при цьому вважаються нехтовно малими. Для замикання рівнянь гідродинаміки, а також визначення моменту, коли система стає розрідженою і втрачає локальну рівновагу, що робить гідродинамічне описання неможливим, використовувались два різних рівняння стану (РС): рівняння Лейна-Шредера [56] та результат HotQCD колаборації [57]. Обидва рівняння стану мають фазовий перехід конфайнмент-деконфайнмент кроссоверного типу при малих хімічних потенціалах та псевдокритичними температурами, що відповідають завершенню гідродинамічної стадії у моделі, $T_{LS} = 165$ MeV та $T_{HQCD} = 156$ MeV відповідно. Порівняння залежностей густини енергії від тиску та температури у цих двох рівняннях стану наведені на Рис. 1.2 та Рис. 1.3.

Оскільки при енергіях LHC асиметрія між частинками та античастинками в області малих бистрот $|y| < 0.5$ майже відсутня [55], еволюція зарядів (баріонного, електричного, дивного) зазвичай не розглядається, натомість відповідні густини покладаються рівними нулеві. Водночас для найвищої енергії RHIC спектри протонів та антипротонів помітно відрізняються, що свідчить про суттєву зарядову (баріонну) асиметрію. Відповідно, для нищих енергій в роботі [3] для описання еволюції баріонного заряду на гідродинамічній стадії використано наближення ізоентропійного розширення Больцманівського без-

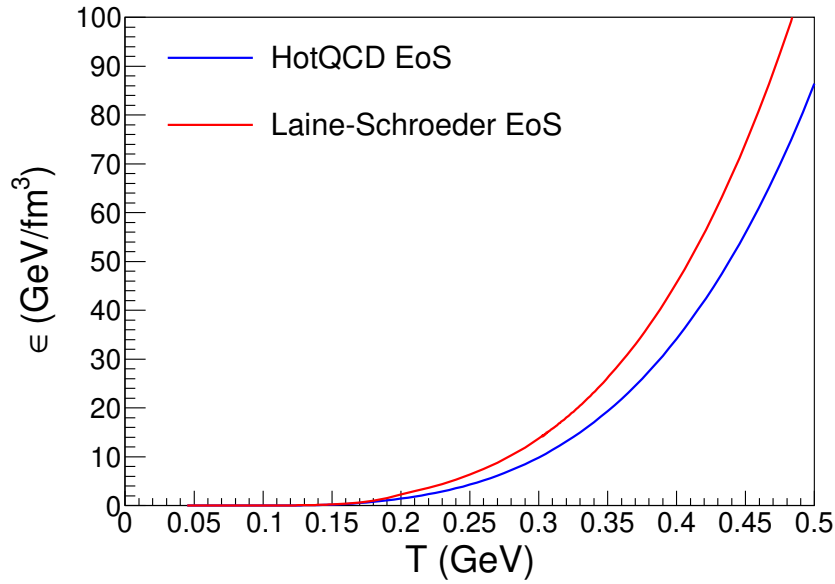


Рис. 1.2: Порівняння залежностей густини енергії від температури $\epsilon(T)$ у рівнянні стану Лейна-Шредера [56] (червона лінія) та результату HotQCD колаборації [57] (синя лінія). Лінії зливаються нижче псевдокритичної температури $T \approx 150$ MeV, де вони відповідають рівнянню стану АРГ, і розходяться при підвищенні температури у фазі КГП.

масового газу. У такому підході відношення баріонного хімічного потенціалу до температури μ_B/T є постійним для кожного елементу рідини впродовж усієї еволюції системи. Поправки на ненульові хімічні потенціали⁹ враховані у РС [56] та [57] за допомогою анзацу [58]:

$$\frac{p(T, \mu_B, \mu_s)}{T^4} = \frac{p(T, 0, 0)}{T^4} + \frac{1}{2} \frac{\chi_B}{T^2} \left(\frac{\mu_B}{T} \right) + \frac{1}{2} \frac{\chi_s}{T^2} \left(\frac{\mu_s}{T} \right), \quad (1.17)$$

де $p(T, 0, 0)$ відповідає РС розрахованому при нульових хімічних потенціалах, а $\chi_{B,s}$ - баріонна та дивна сприйнятливості, значення яких були отримані у ґраткових розрахунках у роботі [58].

⁹Дивний хімічний потенціал з'являється внаслідок наявності у дивних кварків одночасно і баріонного і дивного зарядів, електричний же залишається дуже малим, про що свідчать приблизно однакові множинності народження протилежно заряджених піонів.

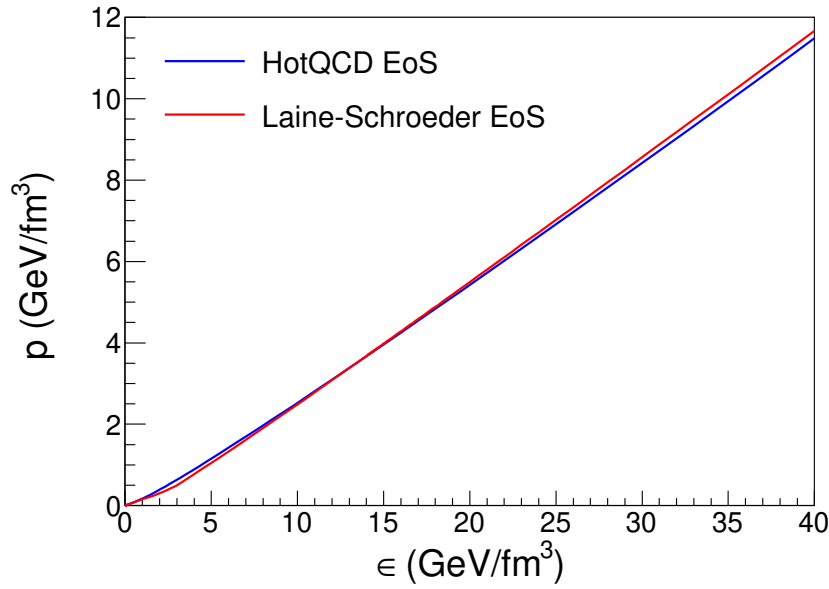


Рис. 1.3: Порівняння залежностей тиску від густини енергії $p(\epsilon)$ у РС Лейна-Шредера [56] (червона лінія) та результату HotQCD колаборації [57] (синя лінія). Лінії відрізняються нахилом за різних густин енергії, що відповідає різним швидкостям звуку у системі $\left. \frac{\partial p}{\partial \epsilon} \right|_s = c_s^2$.

Адронізація

Як зазначалося раніше, за низьких густин енергії, коли система стає розрідженою, гідродинамічний опис втрачає актуальність. Натомість для цієї стадії зазвичай використовуються мікроскопічні транспортні моделі, UrQMD [59] у випадку іНKM. Моделі такого типу оперують мовою індивідуальних частинок, а не їх колективного руху, що вимагає включення додаткової процедури яка б пов'язувала макроскопічні та мікроскопічні ступені вільності при переході від однієї стадії до іншої. Таке перетворення неперервного середовища у каскад адронів описується у іНKM за допомогою процедури Купера-Фрая [60]

$$p^0 \frac{d^3 N_i}{dp^3} \Big|_{d\sigma(x)} = d\sigma_\mu(x) p^\mu f_i(pu(x), T(x), \mu_i(x)), \quad (1.18)$$

що пов'язують розподіл частинок типу “i” на адронній стадії еволюції системи з термодинамічними величинами отриманими на попередньому, гідродинамі-

чному етапі. Тут $d\sigma_\mu(x)$ - елемент гіперповерхні адронізації σ_{sw} , що відповідає псевдокритичній температурі T_c , яка диктується рівнянням стану. Оскільки за високих експериментальних енергій що розглядалися в роботах [1–6] хімічні потенціали відносно малі і слабо впливають на густину енергії при сталій температурі $\epsilon(T, \mu)/\epsilon(T, 0) \ll 1$, то для побудови гіперповерхні адронізації достатньо знайти елементи рідини зі сталою густиною енергії, що відповідає T_c . Для РС Лейна-Шредера така густина енергії становить $\epsilon_{sw}(T_{LS}) \approx 0.5$ ГеВ/фм³, а для рівняння HotQCD колаборації $\epsilon_{sw}(T_{HQCD}) \approx 0.266$ ГеВ/фм³. Варто зазначити, що обидва РС в околі температури адронізації неперервно з'єднують високотемпературні ґраткові розрахунки та низькотемпературні залежності отримані у моделях адронно-резонансного газу.

Поверхня адронізації у іНКМ будується за допомогою модулю Корнеліус [61]. Для цього на кожному кроці власного часу на гідродинамічній стадії шукаються ділянки в яких густина енергії перетнула критичну межу ϵ_{sw} . Після цього для кожного елементу поверхні визначаються його вектор нормалі $d\sigma_\mu = d\sigma n_\mu$, а також локальна чотири-швидкість колективного руху рідини u_μ , так що $\epsilon u^\mu = T^{\mu\nu} u_\nu$. Далі за допомогою рівняння стану відновлюються температура T та хімічні потенціали μ_B, μ_e, μ_s що забезпечують неперервність густини енергії, а також баріонного, електричного та дивного заряду на гіперповерхні σ_{sw} . Для енергії LHC густини цих зарядів вважаються нульовими, а для найвищої енергії RHIC у роботі [3] баріонний хімічний потенціал фіксувався таким чином, щоб відношення множинностей заряджених каонів до заряджених піонів у центральних подіях та у центральній області бистрот $|y| < 0.5$ було близьким до експериментального.

Оскільки у іНКМ розглядаються в'язкі ефекти у рівняннях гідродинаміки, то функції розподілу f_i у рівнянні (1.18) є нерівноважними, та одержуються урахуванням поправок до локально рівноважних бозонних та ферміонних функцій розподілу $f_i^{l.eq.}(p, T, \mu)$ за допомогою анзацу Града [62]. Таким

чином рівняння (1.18) набуває наступного вигляду:

$$\frac{d^3 N_i}{dp^* d(\cos\theta^*) d\phi^*} = \frac{\Delta\sigma_{\mu}^* p^{*\mu}}{p^{*0}} p^{*2} f_i^{l.eq.}(p^{*0}, T, \mu_i) \times \left[1 + (1 \mp f_i^{l.eq.}) \frac{p_{\mu}^* p_{\nu}^* \pi^{*\mu\nu}}{2T^2(\epsilon + p)} \right]. \quad (1.19)$$

Використовуючи отриманий розподіл, для кожного елементу рідини на поверхні σ_{sm} розраховуються середні кількості частинок N_i кожного сорту i з хімічним потенціалом $\mu_i = B_i\mu_B + s_i\mu_s + q_i\mu_e$, де (B_i, s_i, q_i) - баріонний, дивний та електричний заряди відповідного адрону. Далі за допомогою методу Монте-Карло генеруються частинки з імпульсами розподіленими згідно з (1.19). Повне число частинок у елементі рідини підкоряється розподілу Пуассона з середнім значенням $N_{tot} = \sum_i \langle N_i \rangle$, а тип кожної частинки визначається випадково із ймовірністю N_i/N_{tot} . Згенерувавши масив частинок у системі спокою елемента рідини, робиться перетворення Лоренца, що відповідає переходу у рухому систему відліку із колективною швидкістю u^μ .

Адронний каскад

Впродовж останньої стадії іНКМ динаміка частинок згенерованих на поверхні адронізації σ_{sw} описується за допомогою каскадного коду UrQMD [59], який враховує пружні та непружні розсіяння між адронами та розпади нестабільних резонансів. Ця стадія триває до часів порядку 100 – 500 фм, при яких, як очікується, газ гарантовано стає настільки розрідженим, що адрони перестають взаємодіяти між собою, а їх спектр вже є повністю замороженим. Для порівняння з експериментальними даними, довгоживучі резонанси розпадаються за експоненціальним законом, доки в спектрі не залишаться тільки квазістабільні частинки.

1.2.2 Калібрування моделі, виявлені властивості та результати

Параметри моделі

Дослідження процесу ядро-ядерного зіткнення є складною задачею як з точки зору проведення експерименту, так і побудови адекватних теоретичних моделей. Як видно із попереднього параграфа, навіть розрахунок адронних спостережуваних у центральній області бистрот та за малих поперечних імпульсів вимагає залучення теоретичних моделей що охоплюють різні енергетичні масштаби та оперують у термінах різних ступенів вільності. Не маючи можливості спостерігати процес напряду, і досліджуючи тільки кінцеві продукти процесу, ми, звісно, не можемо слідкувати за окремими фізичними величинами та параметрами продовж еволюції системи у часі, що ускладнює вибір між різними моделями.

Сучасне розуміння фізики зіткнень важких іонів формувалося більше половини століття і продовжується досі. Тим не менш, типовою проблемою теоретичних моделей, що намагаються описати відповідні експерименти, зазвичай є наявність великої кількості вільних параметрів. Через це однією з перших та основних задач є пошук теоретичних і експериментальних дослідів та спостережуваних величин, що могли б зафіксувати або принаймні звузити можливий діапазон значень для того чи іншого параметру. Надалі будуть розглянуті основні ідеї та методи згідно з якими у дисертації калібрувалась іНКМ, а також буде обговорено нові виявлені особливості моделі.

В іНКМ, як і інших гібридних моделях, виникає відносно велика кількість параметрів. Однак більшість з них були зафіксовані у попередніх дослідженнях [34, 63, 64]. Хоча такі параметри як початкова імпульсна анізотропія Λ у рівнянні (1.5), відношення коефіцієнтів зсувної та об'ємних в'язкостей до ентропії η/s та ζ/s (які впливають на еволюцію величин $\pi^{\mu\nu}$ та Π), темпера-

тури адронізації та інші, в тому числі ті, що є частиною допоміжних кодів (GLISSANDO, UrQMD, vHNL тощо) варіювались при моделюванні у роботах [1–6] для додаткової перевірки, результати вказують на те, що їх зміна або не впливає суттєво на результати, або драматично їх погіршує. Обидва вказаних варіанти дозволяють при розрахунках вважати ці параметри зафіксованими.

До інших параметрів, які можна вважати вільними, відносяться:

- власний час з яким асоційований початковий нерівноважний стан τ_0 та максимальна густина енергії в системі у найбільш центральних зіткненнях у цей момент часу $\epsilon_0(\tau_0)$ у рівнянні (1.4). Ці параметри найяскравіше проявляють себе у кінцевих множинностях народжених частинок у центральній області бистрот;
- параметр α у рівнянні (1.4), що регулює внесок від м'яких (N_w) та жорстких (N_{bin}) процесів розсіювання під час зіткнення ядер. Його значення суттєво впливає на форму початкового поперечного профілю системи в залежності від центральності зіткнення, і, відповідно, проявляється у нахилах поперечних спектрів (ефективній температурі), еліптичних потоків та інтерферометричних довжинах, які буде детально розглянуто у наступному розділі;
- часи термалізації τ_{th} та релаксації τ_{rel} у анзаці (1.13). Ці параметри регулюють яку частину свого існування система буде еволюціонувати як майже ідеальна рідина, як АРГ або вільно розширюватись у вакуум. Вплив цих параметрів на спектри був досліджений у роботі [1];
- для найвищої енергії RHIC [3] вільним параметром можна також вважати баріонний хімічний потенціал на гіперповерхні адронізації. Його значення суттєво впливає на відношення числа частинок адронів до їх античастинок, в тому числі для каонів, що не мають баріонного заряду,

але утворюються з розпадів нестабільних баріонів (гіперонів).

1.2.3 Вибір параметрів

Для забезпечення найкращого описання експериментальних адронних спостережуваних для зіткнень ядер золота за найвищої енергії RHIC $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV було використано значення часу початку термалізації $\tau_0 = 0.1$ фм/с, що збігається з попередніми розрахунками для зіткнень свинцю за енергій LHC $\sqrt{s_{NN}} = 2.46$ GeV у роботі [34] та 5.02 TeV у роботі [64] в яких було використано рівняння стану Лейна-Шредера [56]. Таке ж значення $\tau_0 = 0.1$ фм/с було отримано при симуляціях зіткнень ядер ксенону при енергії LHC 5.44 TeV, що проводились із використанням PC колаборації HotQCD [57]. При цьому варто зазначити, що у роботах [64] та [65], в яких було проведено детальне порівняння еволюції системи за двох згаданих раніше PC, було отримано початкові часи термалізації $\tau_0 = 0.15$ фм/с для енергії 5.02 TeV та $\tau_0 = 0.12$ фм/с для енергії 2.76 TeV. Об'єднуючи з результатом статті [5], що передбачає значення $\tau_0 = 0.1$ фм/с за енергії 5.44 TeV, можна зробити висновок, що вибір часу початку термалізації та вибір рівняння стану є тісно пов'язаними і не можуть бути здійсненими незалежно один від одного у подібних моделях. Окрім того, порівняння різних результатів вказує на те, що для PC HotQCD термалізація починається раніше при підвищенні енергії ядер у експерименті, разом з тим при використанні PC Лейна-Шредера(L.-S.) такий ефект не спостерігається.

Значення максимальної густини енергії початково нерівноважного стану $\epsilon_0(\tau_0)$, а також параметру α з рівняння (1.4), що були використані у симуляціях у роботах [1–6], а також [64,65], можна знайти у Таблиці 1.2.3. Як видно, параметр α зростає зі збільшенням енергії $\sqrt{s_{NN}}$. Одним із ключових факторів, що впливає на його значення, як було визначено у статті [6], є збільшення перерізу непружного нуклон-нуклонного розсіяння від $\sigma = 42$ мбн у зіткне-

експеримент	P.C.	α	τ_0 (фм/с)	ϵ_0 (Гев/фм ³)
Au+Au @ 200 АГев	L.-S.	0.18	0.1	235
Pb+Pb @ 2.76 АТев	L.-S.	0.24	0.1	679
Pb+Pb @ 2.76 АТев	HotQCD	0.24	0.15	495
Pb+Pb @ 5.02 АТев	L.-S.	0.24	0.1	1067
Pb+Pb @ 5.02 АТев	HotQCD	0.24	0.12	870
Xe+Xe @ 5.44 АТев	HotQCD	0.44	0.1	445

Табл. 1.2: Параметри та рівняння стану (P.C.) що використовувались при симуляціях різних експериментів за допомогою iHKM.

ннях золота у експериментах RHIC, до $\sigma = 64$ мбн у зіткненнях свинцю та $\sigma = 68.4$ мбн у зіткненнях ксенону на LHC. Окрім цього ядра золота та свинцю мають близькі значення їх радіусів ≈ 6.37 фм та ≈ 6.62 фм відповідно, в той час, як дещо менше ядро ксенону має розмір ≈ 5.36 фм. Менші розміри ядер призводять до того, що профіль густини бінарних зіткнень $N_{bin}(\mathbf{r_T})$, що є пропорційним до добутку поперечних нуклонних густин ядер $\sim n_B^a n_B^b$, стає значно вужчим, разом з тим профіль пораних нуклонів (учасників) $N_w(\mathbf{r_T})$ є пропорційний до суми $\sim n_B^a + n_B^b$ тих же величин та змінюється значно слабше. Це означає, що у ядрі ксенону кожний нуклон взаємодіє з нуклонами з іншого ядра в середньому меншу кількість разів. Таким чином у кожне окреме бінарне зіткнення залучається більше енергії, і, як наслідок, внесок енергії від кожного такого зіткнення у новоутворену систему є більшим, що й проявляється у збільшенні параметра α .

Калібрування часів термалізації та релаксації

Стандартним вибором часів релаксації та термалізації у iHKM для описання ультрарелятивістських ядро-ядерних зіткнень є $\tau_{rel} = 0.25$ фм/с та $\tau_{th} = 1.0 - 1.5$ фм/с відповідно. Чітких обмежень на ці часи немає, проте, як очі-

кується, за величиною вони мають бути порядку типового часу формування сильно взаємодійної матерії $1/m_\pi \approx 1$ фм/с, де $m_\pi \approx 139.57$ MeV/c² – маса зарядженого π мезона [34].

τ_{rel} (фм/с)	τ_{th} (фм/с)	ϵ_0 (Гев/фм ³)
0.25	1.0	834
0.25	1.5	681
0.6	1.5	630

Табл. 1.3: Різні часи релаксації та термалізації у іНКМ та відповідне нормування профілю густини енергії у початковий момент часу τ_0 . Вказано параметри, що забезпечує найкращий опис спектрів піонів у зіткненнях Pb+Pb $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV [1].

У роботі [1] проведено дослідження впливу зміни згаданих часів на піонні, каонні та протонні поперечні спектри у симуляціях іНКМ для центральних зіткнень ядер свинцю при енергії $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV на LHC. Для такого дослідження спершу фіксувалися усі параметри моделі крім або часу термалізації τ_{th} , або часу релаксації τ_{rel} . Було виявлено, що за таких умов порівнювати спектри не можна через різну множинність частинок у центральній області бистрот $\left. \frac{dN_{ch}}{dy} \right|_{|y| < 0.5}$. Звісно така величина вимірюється експериментально [66], і може бути використана для додаткового обмеження параметрів моделі. Проте, початкова густина енергії системи у момент часу τ_0 також не вимірюється експериментально, і відповідно, в іНКМ її значення не є зафіксованими. Отже, для забезпечення експериментальних множинностей заряджених частинок у симуляціях іНКМ одночасно зі зміною часів термалізації або релаксації системи можна і необхідно перенормувувати також початкову густину енергії системи $\epsilon_0(\tau_0)$.

Оскільки симуляції ядро-ядерних зіткнень потребують великих обчислювальних потужностей та багато машинного часу, вибір параметра $\epsilon_0(\tau_0)$ є

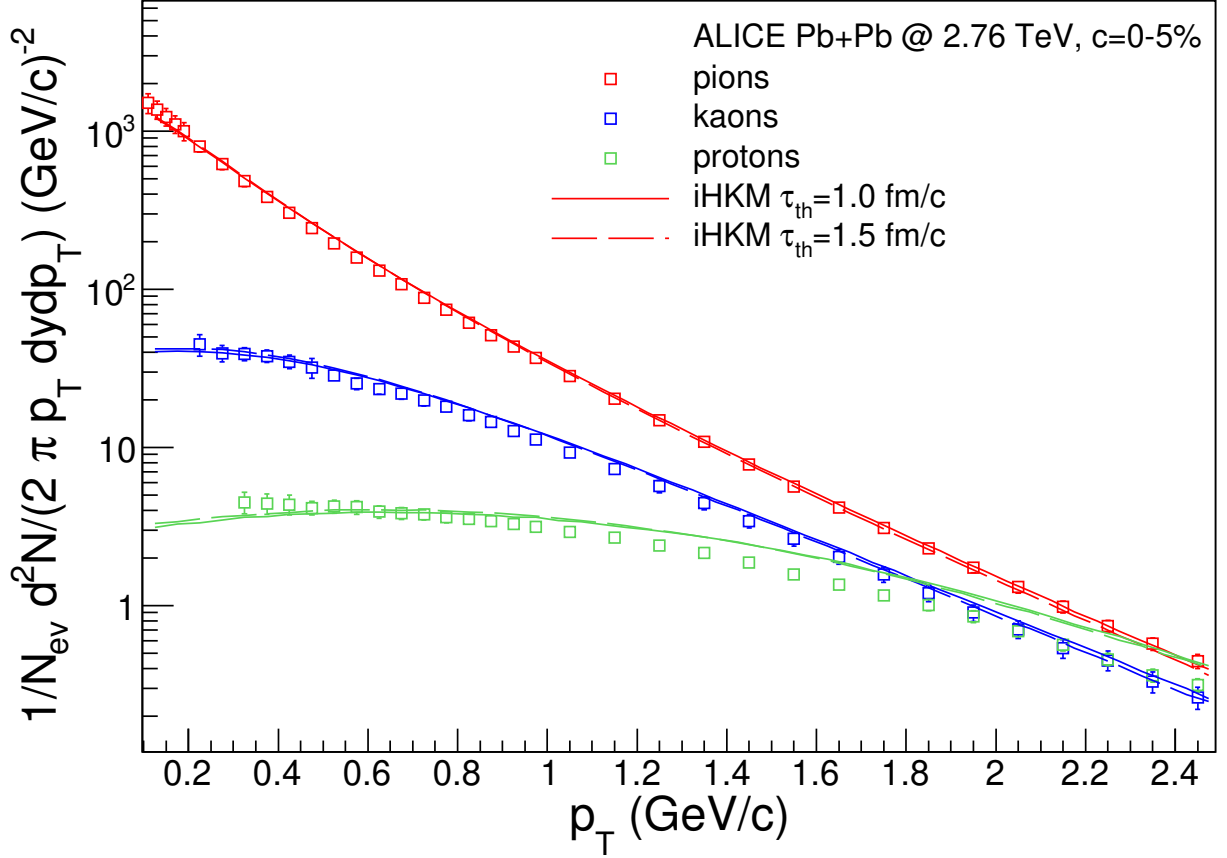


Рис. 1.4: Піонні, каонні та протонні поперечно-імпульсні спектри у центральних зіткненнях ($s = 0-5\%$) ядер свинцю за енергії LHC 2.76 TeV отримані в iHKM за двох різних часів термалізації $\tau_{th} = 1.0$ фм/с (суцільні лінії) та $\tau_{th} = 1.5$ фм/с (пунктирні лінії). Квадратні маркери позначають експериментальні дані колаборації ALICE [66].

наближеним і таким, що лише забезпечує правильно множинність усіх заряджених частинок у межах експериментальної похибки. Параметри, що використовувались у кінцевих симуляціях вказані у Таблиці 1.2.3, а порівняння спектрів найлегших адронів зображене на Рис. 1.4-1.5.

Отримані результати вказують на те, що темпи термалізації у iHKM не можуть бути однозначно визначені лише з експериментальних поперечних спектрів адронів, якщо початкова густина енергії ϵ_0 невідома. Перенормувавши початковий поперечний профіль густини енергії можна компенсувати зміни у еволюційних процесах системи. Ця особливість моделі дуже схожа

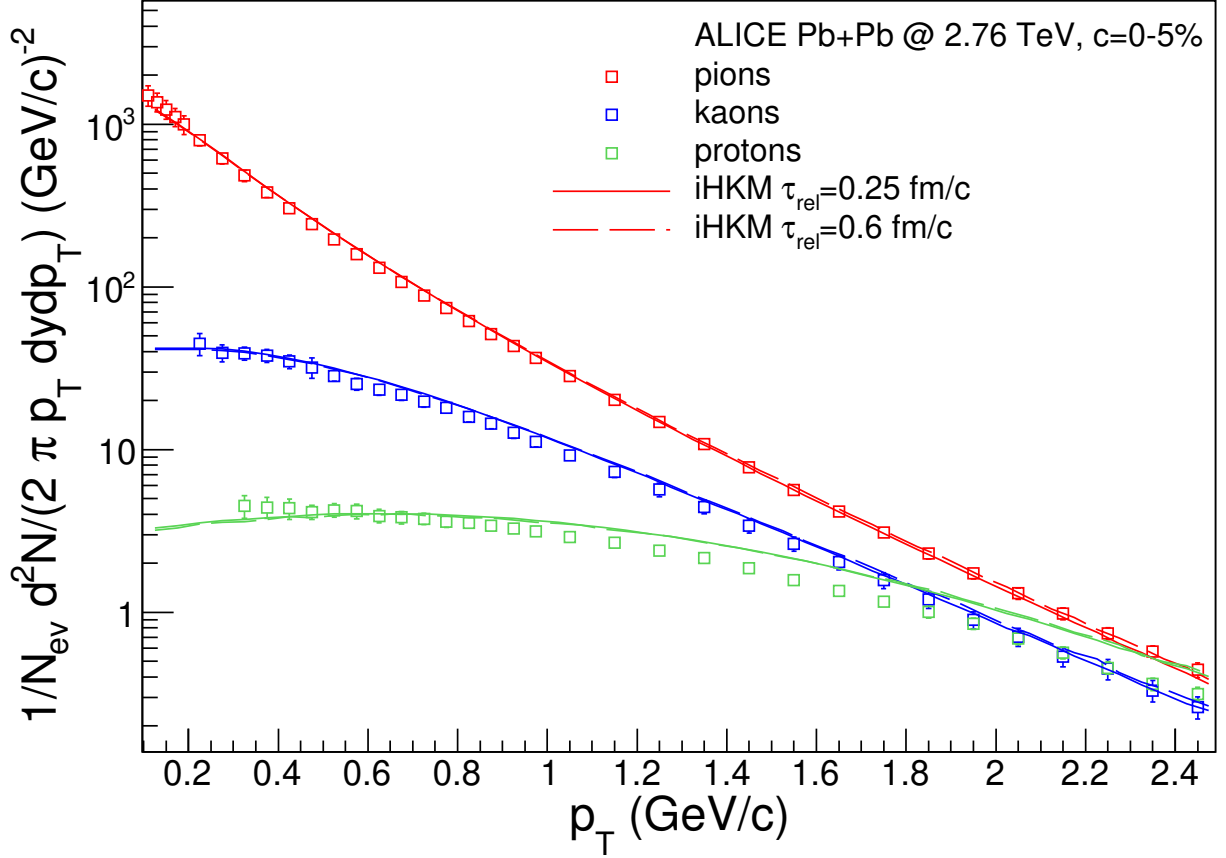


Рис. 1.5: Піонні, каонні та протонні поперечно-імпульсні спектри у центральних зіткненнях ($s = 0-5\%$) ядер свинцю за енергії LHC 2.76 TeV отримані в iHKM за двох різних часів релаксації $\tau_{rel} = 0.25$ фм/с (суцільні лінії) та $\tau_{rel} = 0.6$ фм/с (пунктирні лінії). Квадратні маркери позначають експериментальні дані колаборації ALICE [66].

на аналогічний результат наведений у Таблиці 1.2.3, де зміна рівняння стану матерії компенсувалася поправками до часу початку термалізації τ_0 .

Частковим поясненням такого спостереження може бути широкий набір різних симетрійних властивостей систем, що народжуються в ультрарелятивістських ядро-ядерних зіткненнях. Серед цих властивостей можна відмітити зарядову симетрію, що проявляється у нульових хімічних потенціалах, бутс-інваріантність системи у широкій області бистрот, а також відновлену хіральну симетрію КХД за високих температур. Ці фактори з одного боку полегшують опис експериментальних даних, але й при цьому обмежують

можливості дослідження властивостей кварк-глюонної плазми та передбачувальну здатність моделей.

1.3 Результати моделювання

1.3.1 Розподіл множинності заряджених частинок

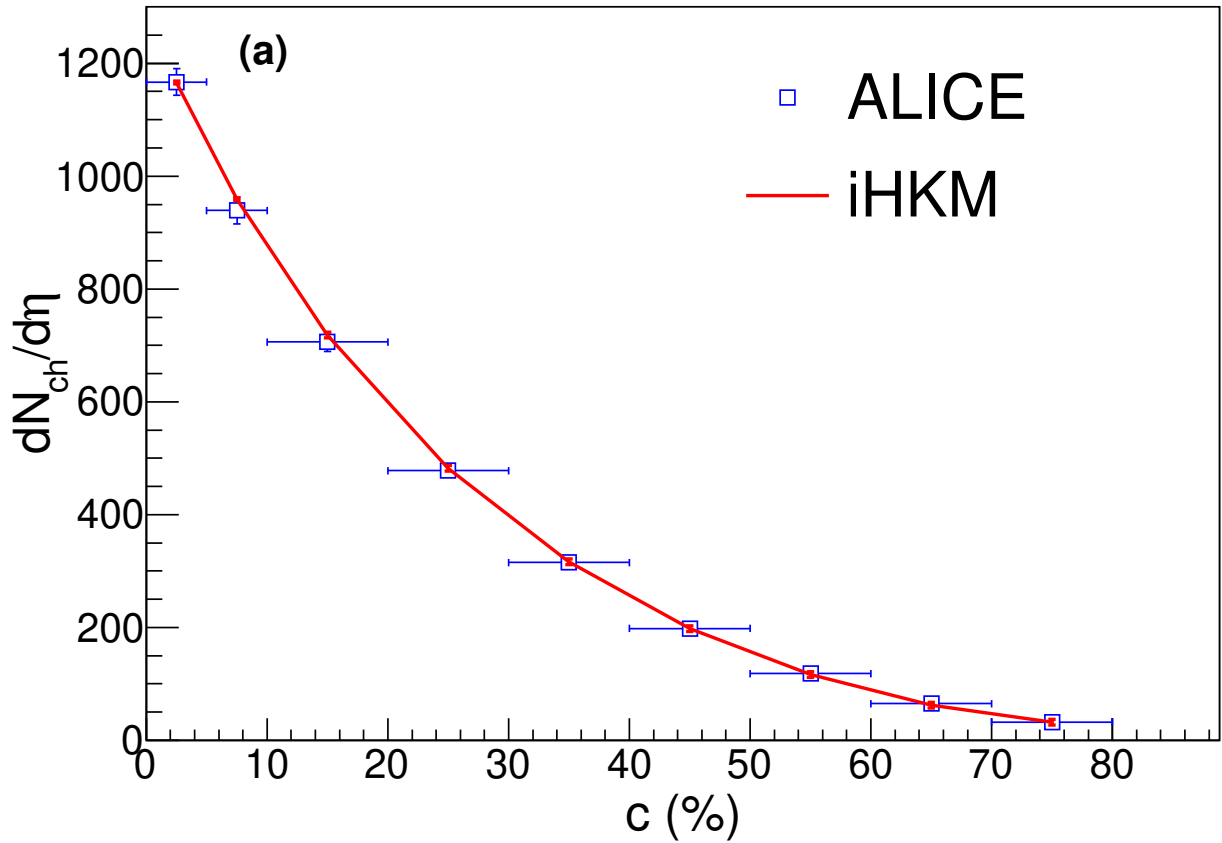


Рис. 1.6: Залежність середньої множинності заряджених частинок у центральній області псевдобистрот $\langle dN_{ch}/d\eta \rangle$ від центральності зіткнення. Порівняння симуляцій у іНКМ для зіткнень ксенону за енергії $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ TeV (червона лінія) та експериментальних результатів колаборації ALICE (сині маркери) [67].

Однією з величин що вимірювалась ще в перших експериментах з ядроядерних зіткнень є множинність заряджених частинок усіх сортів на одиницю бистроти dN_{ch}/dy (або псевдобистроти $dN_{ch}/d\eta$). Проте, точність сучасних

детекторів на прискорювачах LHC та RHIC дозволяє вимірювати не тільки середнє значення множинностей, але й їх розподіл від центральності зіткнення. Варто при цьому зазначити, що у експериментах немає можливості регулювати геометрію кожного акту зіткнення окремо, натомість прискорюються пучки з великою кількістю ядер, чим і досягається велика експериментальна статистика, але з випадковим значенням прицільного параметра. Такий набір задетектованих подій надалі поділяють на класи центральності 0 – 5%, 5 – 10%, 10 – 20% і так далі [41], [35]. Як зазначалося раніше клас 0 – 5%, наприклад, відповідає 5% найбільш центральних зіткнень.

Експериментально класифіковані центральності, аналітично або за допомогою імовірнісного Монте-Карло-Глаубер генератора, можуть бути співставлені з числом нуклонів учасників (англ. *participants*) N_{part} , що належать до зони перекриття ядер та напряду беруть участь у процесі зіткнення¹⁰ та числом бінарних зіткнень (англ. *collisions*) між нуклонами учасниками N_{coll} [36], [37].

На Рис. 1.6 наведені середні множинності народжених частинок $\left\langle \frac{dN}{d\eta} \right\rangle$ у центральній області псевдобистрот $|\eta| < 0.5$ розраховані у iHKM для різних класів центральності зіткнень ядер ксенону за енергії $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ TeV згідно з класифікацією колаборації ALICE [67]. Зазначимо, що значення множинностей для центральностей 0-5% та 40-50% використовувалися для калібрування параметрів α та ϵ_0 від яких залежить поперечний профіль густини енергії у початковий момент термалізації τ_0 . Інші точки на графіку були отримані при однакових, фіксованих для всіх класів центральностей, значеннях параметрів моделі. Аналогічні розрахунки проведені для зіткнень золота за енергії $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV на прискорювачі RHIC. Відповідні результати наведені на Рис. 1.7.

¹⁰Частини ядер, що не потрапляють в зону перекриття називають спостерігачами (англ. *spectators*).

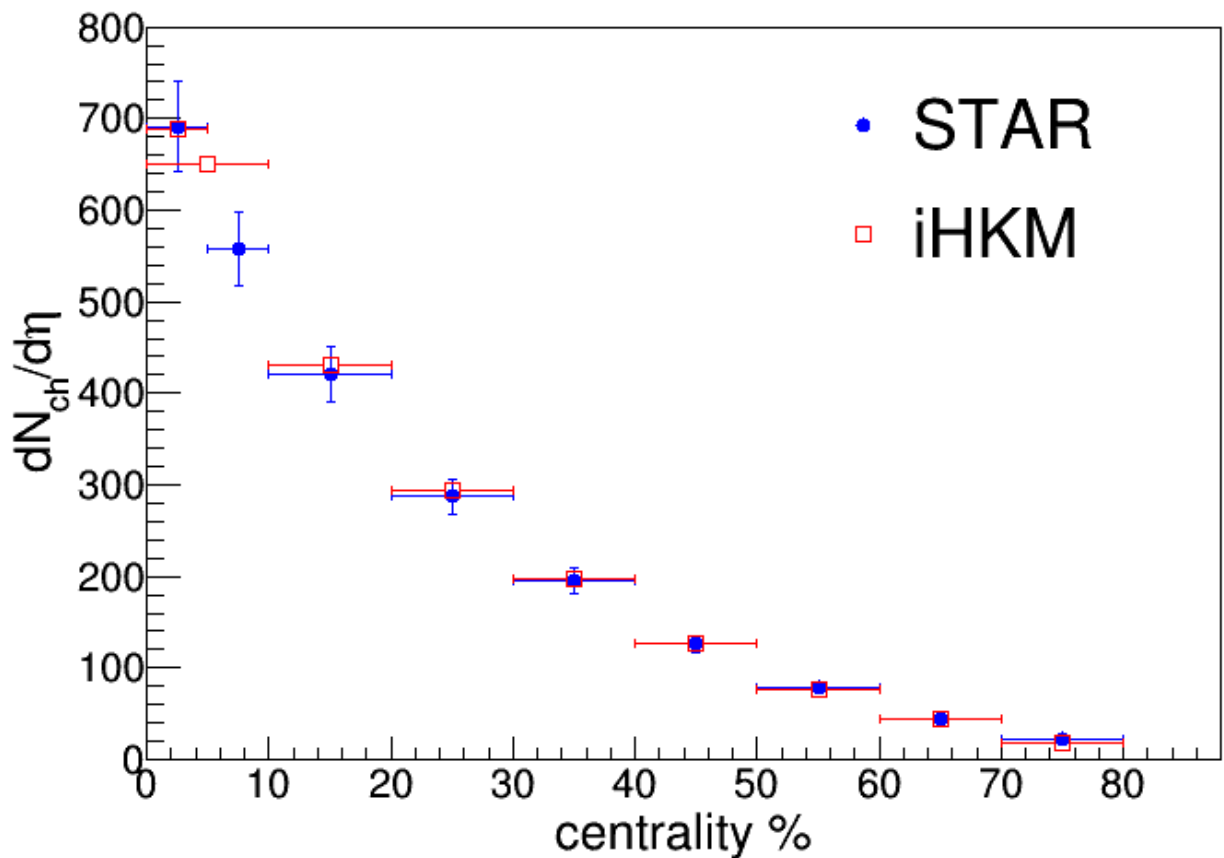


Рис. 1.7: Залежність середньої множинності заряджених частинок у центральній області псевдотерорист $\langle dN_{ch}/d\eta \rangle$ від центральності зіткнення. Порівняння результатів симуляцій у iHKM для зіткнень золота за енергії $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV (червоні маркери) та експериментальних результатів колаборації STAR (сині маркери) [69].

1.3.2 Виходи адронів окремого типу та їх відношення

Хоча початкові ядра складаються лише з протонів та нейтронів, у ядроядерних зіткненнях народжується широкий спектр нових адронів. Виявляється [38], що відношення виходів частинок різних сортів (π , K , p , Λ , Ξ , Ω , ...) у діапазоні малих поперечних імпульсів $p_T < 1 - 2$ GeV/c, що охоплює приблизно 95% їх повної множинності, непогано описуються у теплових моделях [40], [39] з малою кількістю вільних параметрів. Такі моделі ґрунтуються на припущенні про локальну термічну рівновагу з масштабним параметром T , що інтерпретується як ефективна температура. Виходи частинок

з масою m у них подавляються Больцманівською експонентою $e^{-m/T}$. Для врахування законів збереження (баріонного, електричного, дивного та інших зарядів) вводяться додаткові хімічні потенціали $\mu_{B,e,s,\dots}$. Іноді для успішного описання експериментальних даних також існує необхідність включення додаткового параметра γ_s у великий канонічний ансамбль, для подавлення виходів частинок, що містять дивний s кварки або \bar{s} антикварки.

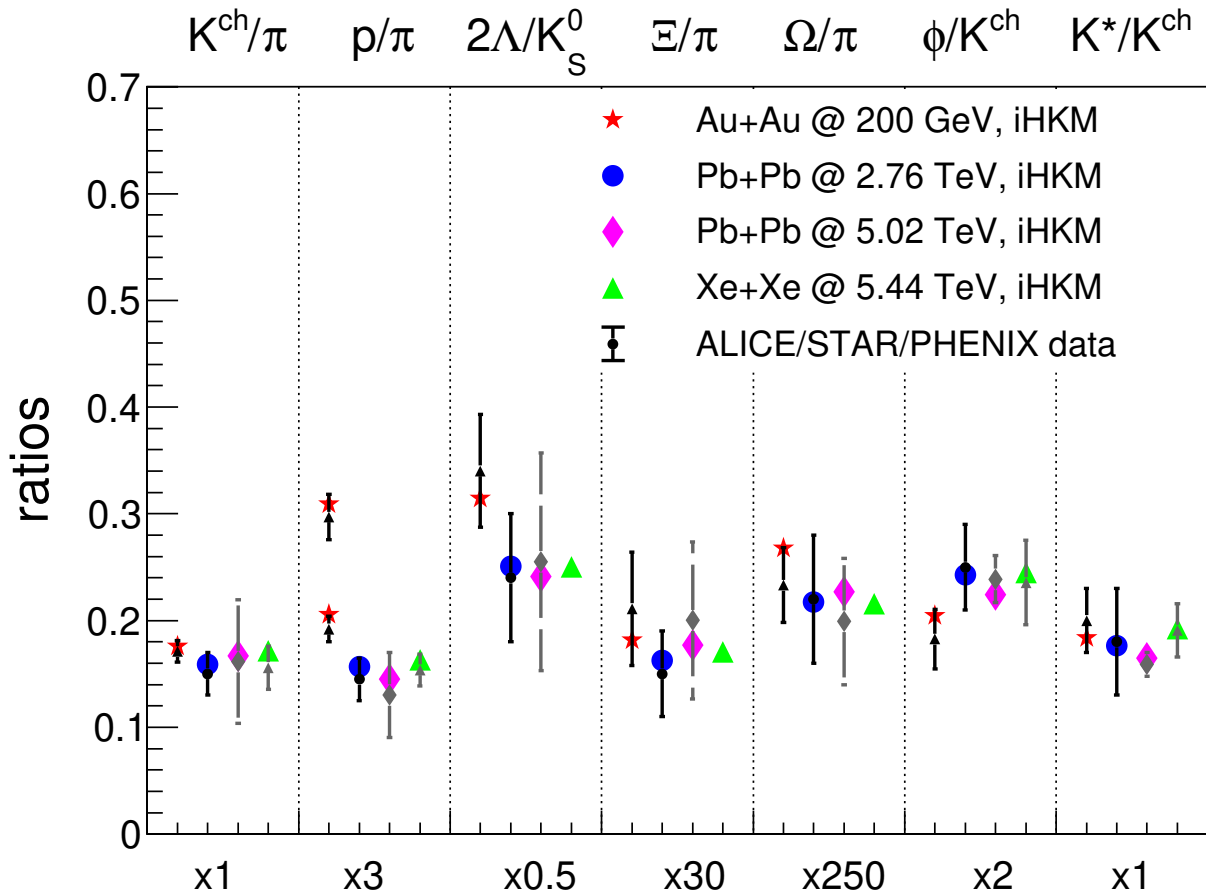


Рис. 1.8: Результати iHKM [3], [5] для відношення числа частинок народжених у центральних зіткненнях ядер ксенону за енергії 5.44 АTeV на LHC та ядер золота за енергії 200 АGeV у центральній області псевдобистрот $|\eta| < 0.5$. Для порівняння наведені аналогічні розрахунки у iHKM [6] для зіткнень ядер свинцю за енергії 2.76 АTeV та 5.02 АTeV на LHC та експериментальні результати колаборацій ALICE, PHENIX та STAR [70–76] .

У роботах [3] та [5] для центральних зіткнень золота за енергії $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV на RHIC та ксенону за енергії $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ TeV на LHC були роз-

раховані множинності деяких мезонів π , K , $K^*(892)$, K_S^0 та $\phi(1020)$, а також баріонів p , Λ , Ξ , Ω на одиницю (псевдо-) бистроти. Деякі з відношень цих виходів разом з результатами іНКМ для інших енергії LHC [64, 65] наведено на Рис. 1.8 у порівнянні з результатами експериментальних колаборацій STAR, PHENIX та ALICE [70–76]. Розрахунки проводились згідно з експериментальними методами та алгоритмами. Це стосується як обмежень на величини імпульсів та бистроти частинок, так і способу ідентифікації треків частинок. Наприклад, деякі з досліджуваних частинок мають малі часи життя (≈ 4.2 фм/с для $K^*(892)$ мезонів), а тому у кінцевих спектрах вони не спостерігаються. Для того, щоб знайти кількість короткоживучих частинок що народились при адронізації, необхідно відновлювати вершини їх розпаду, наприклад, на піон-каонну пару з відповідною інваріантною масою [73], а потім скоректувати результат на ймовірності інших каналів розпаду [74]. Зрозуміло що у такому підході неможливо “побачити” частинку якщо один з продуктів розпаду провзаємодіє з якоюсь іншою частинкою, змінивши при цьому інваріантну масу початкової піон-каонної пари. Втім, узгодження відповідних процедур розрахунку у експериментах та у теоретичних моделях дозволяє не тільки порівнювати відповідні результати, але й робити додаткові дослідження процесів у адронній фазі еволюції системи.

Хоча, як показує Рис. 1.8, результати симуляцій іНКМ для виходів дивних частинок, в тому числі з прихованою дивністю, як у випадку ϕ мезона, що складається з $s\bar{s}$ кварків, лежать у межах експериментальної похибки, ситуація може погіршуватись зі зменшенням розміру системи та часу її життя, що спостерігалось у нецентральных зіткненнях золота на прискорювачі RHIC. Симуляції іНКМ вказують на те, що адекватне описання виходів K -мезонів у нецентральных зіткненнях не можливе у стандартному підході великого канонічного ансамблю локально рівноважної системи. Передбачення для кількості як додатно заряджених каонів K^+ так і їх античастинок K^- у моделі є завищеними. Для розв’язання цієї проблеми у роботі [3] бу-

центральність [%]	τ_p (фм/с)	γ_s
0-10	7.55	0.989
10-20	6.50	0.973
20-30	5.60	0.953
30-40	4.85	0.933
40-50	4.20	0.909
50-60	3.60	0.881
60-70	3.00	0.843
70-80	2.30	0.777

Табл. 1.4: Центральність, час життя КГП та відповідний фактор подавлення дивності у iHKM для зіткнень Au+Au $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV.

ло необхідно включення параметра подавлення дивності γ_s , що залежить від центральності зіткнення, а саме – подавлення у центральних зіткненнях відсутнє $\gamma_s = 1$, в той час, як у периферичних подіях воно максимальне (див. Таблицю 1.3.2).

Поясненням необхідності додаткової модифікації моделі у вигляді γ_s фактору може бути недосяжність хімічної рівноваги $s - \bar{s}$ кварків у нецентральних зіткненнях: дивні кварки не встигають народжуватись у КГП через короткий час життя системи та її швидке розширення (момент часу τ_p у який система вже повністю перейшла у адронну стадію як функція від центральності зіткнення вказаний у Таблиці 1.3.2). У такому випадку хімічний потенціал частинки та античастинки не протилежні один одному, що було б справедливо у випадку хімічної рівноваги, $\mu_s \neq -\mu_{\bar{s}}$. Фактично γ_s може бути інтерпретований, як поправка до дивного рівноважного хімічного потенціалу $\mu_{s,\bar{s}} = T \ln(\gamma_s) \pm \mu_s^{eq}$. Таким чином для частинки сорту i , що має у своєму складі S_i дивних (анти-)кварків фактор подавлення дивності становить $\gamma_s^{S_i}$.

Для врахування залежності від центральності зіткнення або часу життя

системи, у роботі [3] було запропоновано наступний феноменологічний анзац

$$\gamma_s(\tau_p) = A \exp(-b/\tau_p), \quad \gamma_s(c = 0 - 5\%) = 1, \quad (1.20)$$

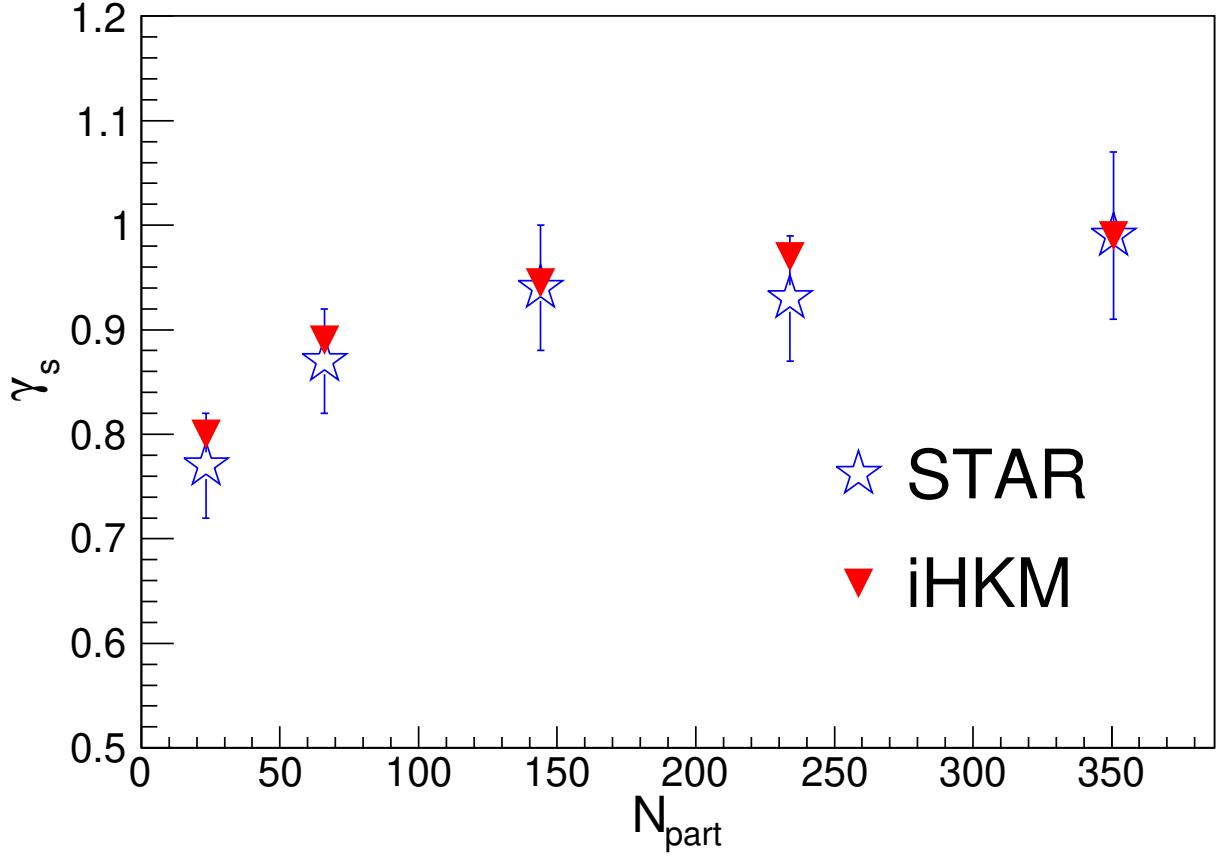


Рис. 1.9: Порівняння γ_s фактору (для різних центральностей або числа нуклонів учасників N_{part}) з аналогічними параметрами, що використовувались колаборацією STAR у роботі [77].

де враховано, що для центральних зіткнень введення такого фактора не потрібне, згідно з Рис. 1.8. Формула (1.20), за допомогою якої були розраховані значення $\gamma_s(\tau_p)$, що наведене у Таблиці 1.3.2, додає ще один вільний параметр моделі. У випадку зіткнень ядер золота при найвищій енергії RHIC було отримано значення параметра $b \approx 0.8$ фм/с, що автоматично фіксує $A \approx 1.1$.

До аналогічного висновку щодо недостатчі у виходах дивних частинок прийшла колаборація STAR у роботі [77] при спробі фітувати експериментальні

виходи частинок за допомогою статистичної моделі [78]. Порівняння відповідних результатів наведено на Рис. 1.9.

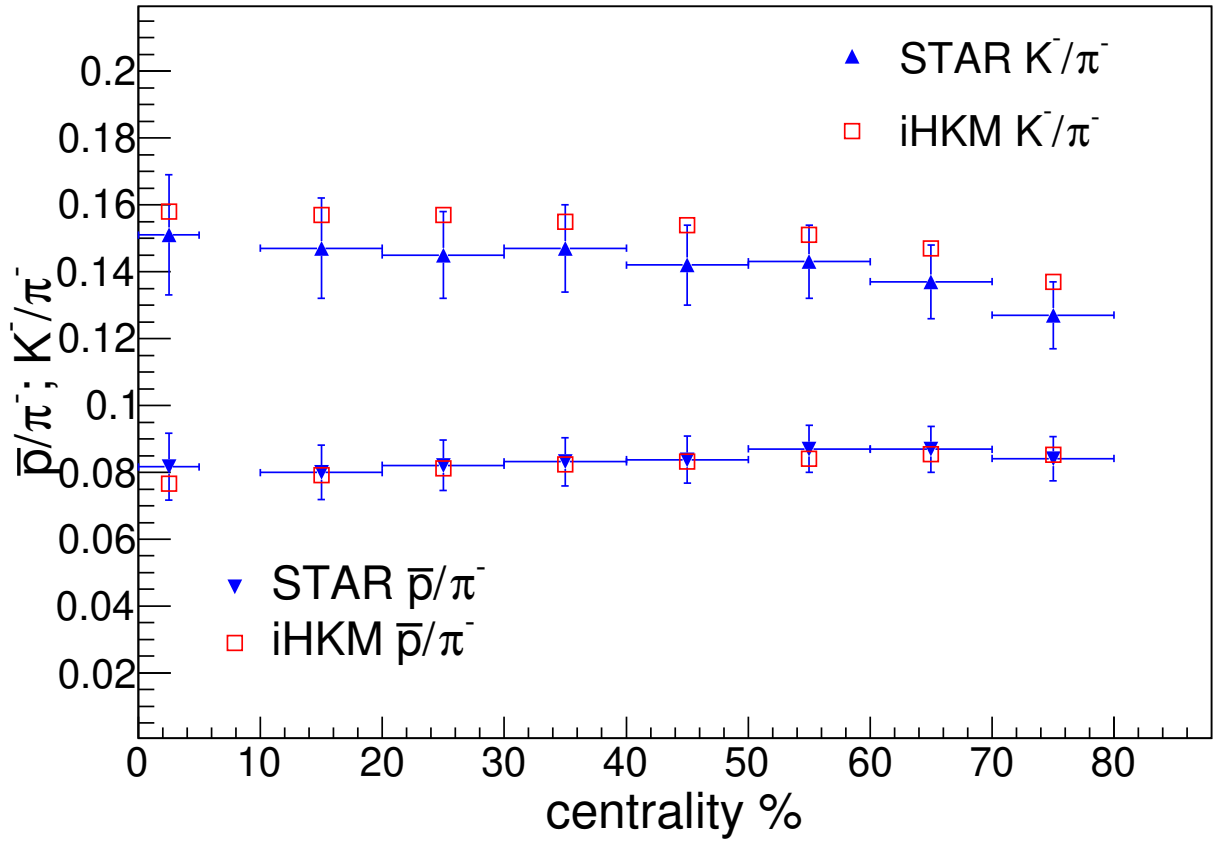


Рис. 1.10: Відношення виходів від'ємно заряджених каонів K^- (верхні маркери) та антипротонів (нижні маркери) до виходу від'ємно заряджених піонів π^- розраховані у iHKM для різних центральностей зіткнень ядер золота за енергії 200 АГеВ у центральному діапазоні бистрот y з урахуванням анзацу (1.20). Для порівняння наведені результати колаборації STAR [79].

Зазначимо, що подавлення кількості дивних (анти-) кварків неявно впливає також на кінцеві спектри частинок з нульовою дивністю. Найяскравіше це проявляється у множинностях (анти-) протонів, що є продуктами каскаду реакцій розпаду гіперонів типу $\Omega \rightarrow \Xi + \dots \rightarrow \Lambda + \dots \rightarrow p + \dots$. Збільшення числа протонів за рахунок таких процесів відображається у відношення p/π . Як показано на Рис. 1.8, де наведені результати для цього відношення при відновленні вершин розпадів гіперонів, тобто без урахування протонів, що утво-

рилися внаслідок розпадів гіперонів (нижній маркер, колаборація PHENIX) та з їх урахуванням (верхній маркер, колаборація STAR). Можна побачити, що у iHKM результати у двох підходах відрізняються приблизно у 1.5 рази, але в обох випадках є близькими до експериментальних вимірювань.

Для нецентральных зіткнень відношення виходів каонів та антипротонів до піонів, які є менш чутливими до внеску від розпадів резонансів, наведені на Рис. 1.10. Графік демонструє як вільний параметр b у анзаці (1.20) обирався за критерієм мінімальності необхідної поправки, що забезпечує узгодження з експериментом виходів каонів у моделі. Варто зазначити, що виходи (анти-)протонів при цьому були скориговані автоматично і стали також ближчими до експериментальних значень. При цьому невелике збільшення параметра b , що ефективно посилює подавлення дивності у моделі, покращує одночасно як виходи каонів, так і неявно (анти-)протонів. Отже, вказане вище значення $b = 0.8$ фм/с має бути розцінене як оцінка знизу на відповідний параметр моделі.

1.3.3 Поперечні спектри адронів та анізотропія потоків

Відношення виходів частинок несуть досить обмежену інформацію про систему що досліджується. Так, наприклад, воно нічого не говорить про динамічну картину еволюції системи, а також розмірів, швидкостей, та просторових розподілів окремих фізичних величин. Натомість принаймні частково, таку інформацію можна відновити за допомогою аналізу поперечних імпульсних спектрів адронів. Форма цих спектрів вказує на термалізацію жорстких партонів, що народились на ранніх стадіях еволюції матерії. В той час як нахил спектрів, який іноді називають ефективною температурою, свідчить про колективну поведінку окремих частинок [42] що є важливими сигналами гідродинамічної поведінки досліджуваної матерії.

Варіюючи різні параметри моделі та досягнувши гарного описання спе-

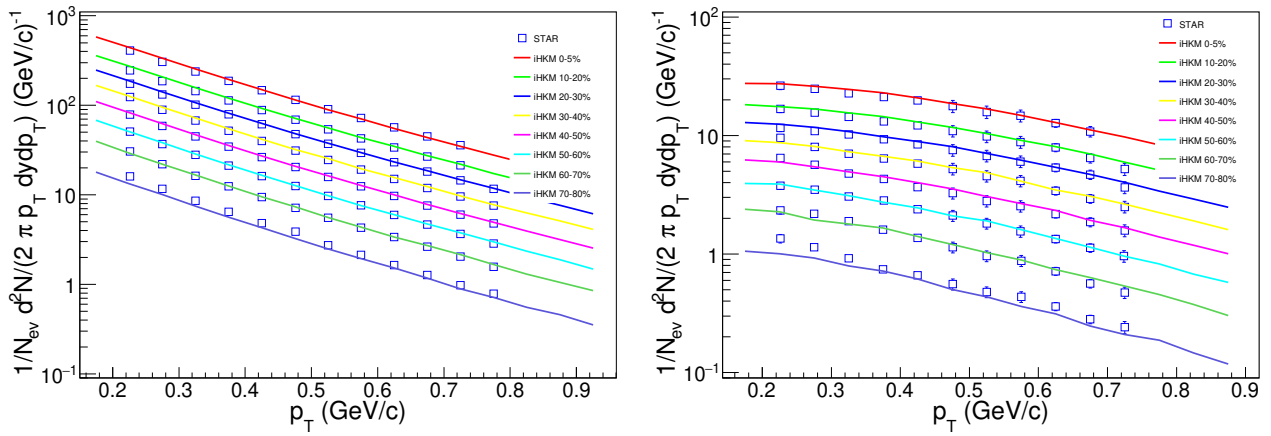


Рис. 1.11: Поперечні імпульсні спектри від'ємно заряджених піонів (лівий графік) та каонів(правий графік) у центральній області бистроти y . Порівняння результату іHKM та колаборації STAR для зіткнень $Au + Au$ за енергії $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV [79].

ктрів різних частинок у всіх класах центральності можна дізнатися про ті чи інші властивості системи вже на більш ранніх стадіях, коли вона ще перебувала у стані кварк-глюонної плазми. Результати іHKM для поперечних імпульсних спектрів $\frac{1}{N_{ev}} \frac{d^2N}{2\pi p_T dy dp_T}$ деяких сортів частинок π^- , K^- , p та Λ у центральній області бистроти $|y| < 0.1$ для зіткнень $Au + Au$ за енергії $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV наведені на Рис. 1.11 та 1.12. У статті [3] додатково можна знайти спектри антипротонів \bar{p} , а також Ξ та Ω гіперонів.

Додатково на Рис. 1.13 наводяться поперечні спектри просумовані по усім зарядженим частинкам для зіткнень $Xe + Xe$ на LHC при енергії $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ TeV. Результати для центральності 0 – 5 % використовувались для калібрування моделі у роботі [5], спектри у нецентральної події були отримані у моделі автоматично, без додаткової зміни жодних параметрів.

Окремим об'єктом дослідження є так звані гармоніки анізотропії потоків — коефіцієнти розкладу Фур'є поперечних спектрів заряджених частинок по азимутальному куту

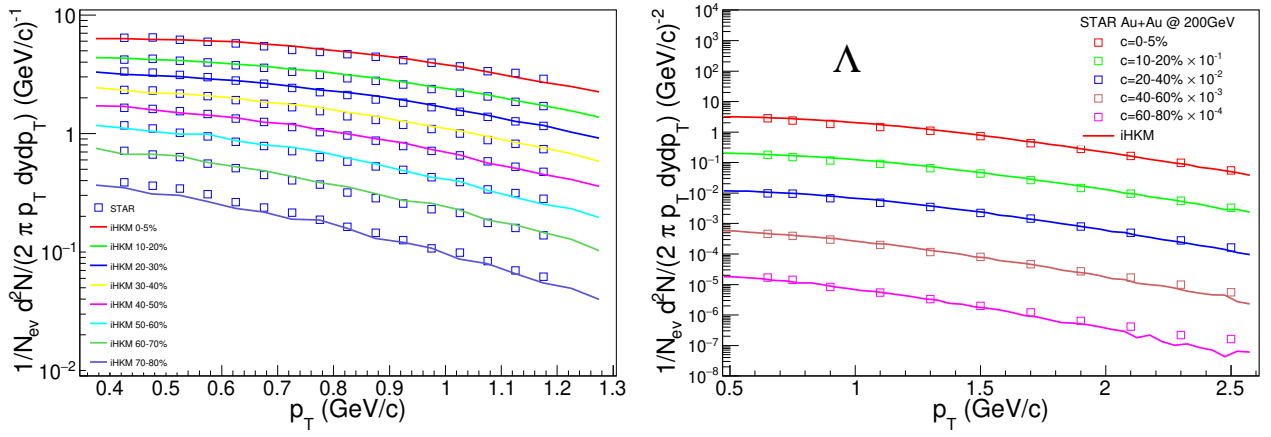


Рис. 1.12: Поперечні імпульсні спектри протонів (лівий графік) та Λ гіперонів (правий графік) у центральній області бистроти y . Порівняння результату iHKM та колаборації STAR [79] та PHENIX [77] для зіткнень $Au + Au$ за енергії $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV та .

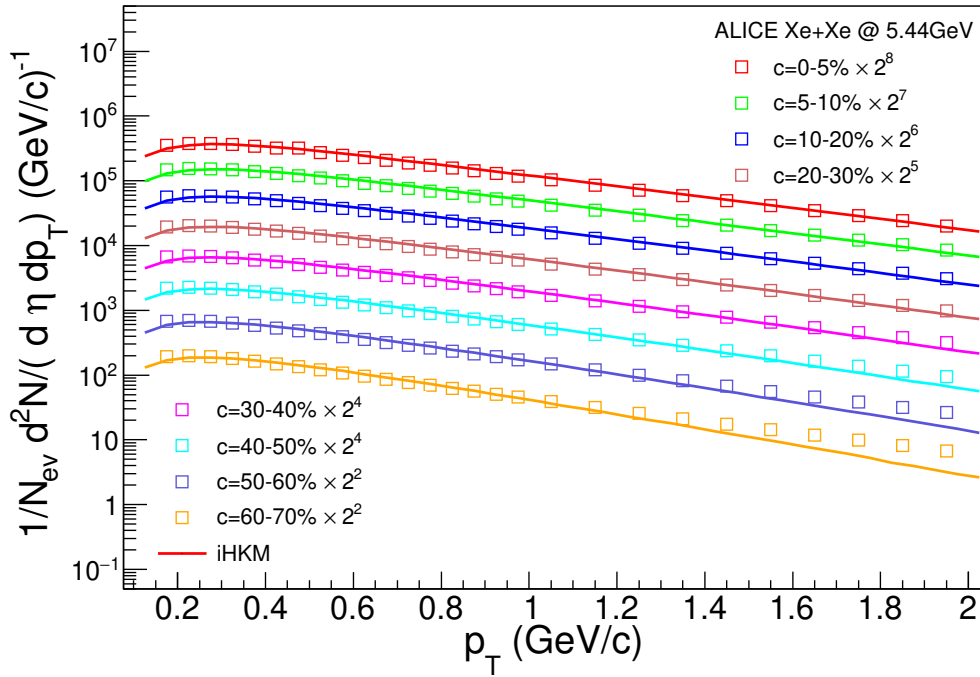


Рис. 1.13: Поперечні імпульсні спектри всіх заряджених частинок у центральній області псевдо-бистроти η . Порівняння результату iHKM [5] та колаборації ALICE [67] для зіткнень $Xe + Xe$ за енергії $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ TeV.

$$\frac{d^3N}{p_T dp_T dy d\phi} = \frac{dN}{2\pi p_T dp_T dy} \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} v_n(p_T) \cos(n(\phi - \Phi_n)) \right), \quad (1.21)$$

де Φ_n - середній кут потоку n -ої гармоніки, а $v_n(p_T)$ - відповідний анізотропний потік. Перші коефіцієнти у послідовності v_1 , v_2 та v_3 зазвичай називають спрямований (англ. directed), еліптичний (англ. elliptic) та триангулярний (англ. triangular) потоки.

Особливо цікавим є еліптичний потік v_2 , що свого часу став одним з ключових аргументів на користь гідродинамічної поведінки КГП у релятивістських ядро-ядерних зіткненнях [23]. Річ у тім, що при гідродинамічній еволюції матерії початкова анізотропія в просторовому розподілі, що є результатом нецентральної зіткнення та флуктуацій розподілу густини матерії, перетворюється в анізотропію в кінцевих імпульсних розподілах. Так, наприклад, якщо розглянути нецентральне зіткнення двох ядер, то їх зона перекриття буде асиметричною (вужчою вздовж вісі “X”). Це призводить до того, що спостережувані імпульси вздовж цієї вісі в середньому будуть більшими, тобто маємо додатний еліптичний потік $v_2 > 0$. Зі збільшенням прицільного параметра, цей ефект має посилюватись, що повністю узгоджується як з розрахунками у іНКМ (див. Рис. 1.14) так і з експериментальними даними [43]. Окрім цього еліптичні потоки чутливі до певних транспортних коефіцієнтів близької до термічної рівноваги КГП, що дозволяє оцінювати, наприклад, значення зсувної в’язкості¹¹ η за допомогою розрахунків у гідродинамічних моделях.

Результати іНКМ для еліптичних потоків для зіткнень $Au + Au$ за енергії $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГеВ продемонстровані на Рис. 1.14. Як можна бачити, анізотропія поперечних спектрів зростає при збільшенні прицільного параметра, що відповідає менш центральним подіям. Крім того, можна помітити, що сильнішою є анізотропія при великих поперечних імпульсах p_T . Це є результатом просторово-імпульсної кореляції у системі, що є наслідком її радіального розширення. Чим далі ми знаходимось від центра системи, тим більшою є

¹¹Зазвичай більш зручною величиною є безрозмірне відношення зсувної в’язкості до густини ентропії η/s .

як імпульсна анізотропія, так і абсолютні значення імпульсів частинок. Саме таку кореляцію ми і спостерігаємо на графіку.

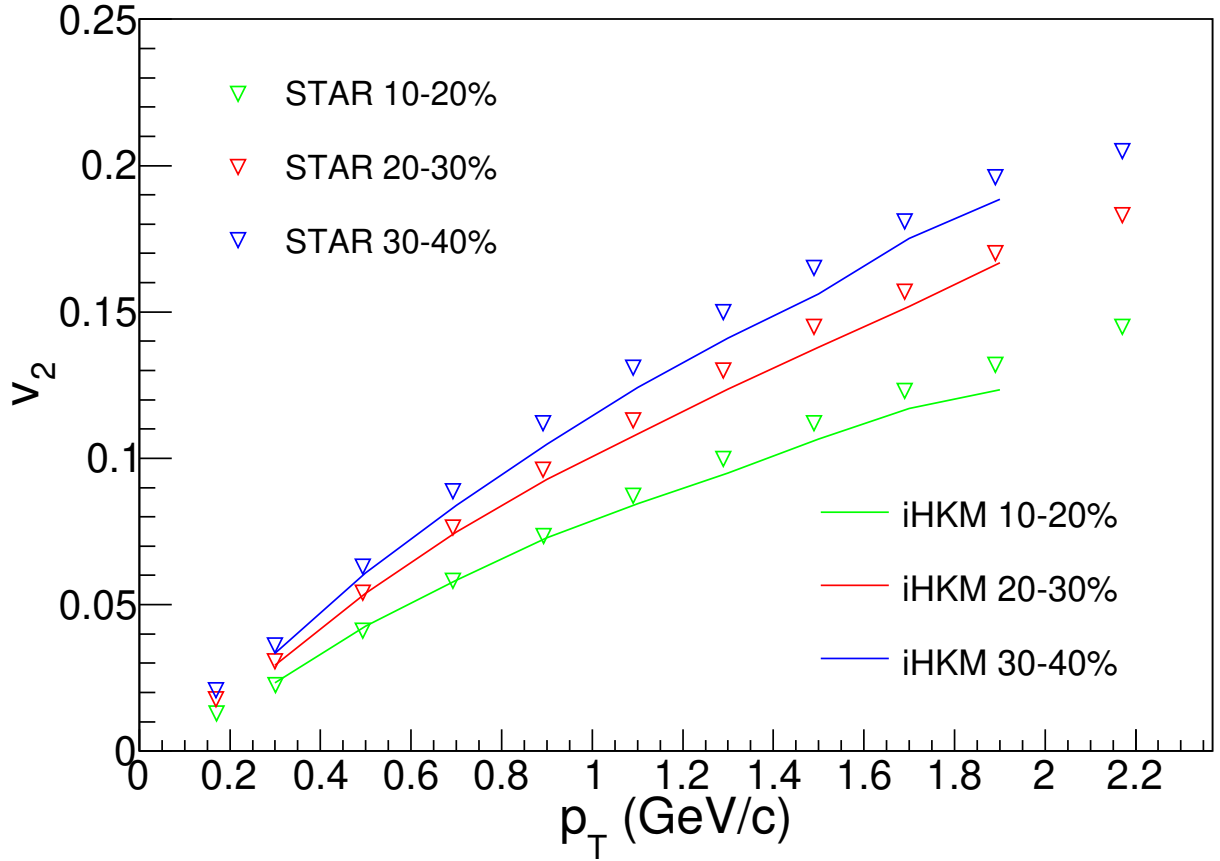


Рис. 1.14: Залежність еліптичних потоків v_2 від поперечної компоненти імпульсу p_T для різних класів центральностей зіткнень $Au + Au$ за енергії $\sqrt{s_{NN}} = 200$ Гев. Результати іНKM (суцільні лінії) у порівнянні з даними колаборації STAR [80].

Розрахунки, результати яких наведені на Рис. 1.14, проводились при значеннях відношення зсувної в'язкості до густини ентропії $\eta/s = 0.08 \approx 1/4\pi$. Таке значення, як припускається, є теоретичним обмеження на цю величину [54] знизу та є найнищим значенням серед усіх відомих рідин. Це свідчить про те, що КГП є найбільш ідеальною рідиною у природі [81–84].

1.4 Висновки

У даному розділі проведено калібрування інтегрованої гідро-кінетичної моделі для симуляцій зіткнень ядер золота на прискорювачі RHIC за енергії $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV та ксенону на прискорювачі LHC за енергії $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ TeV. В ході дослідження було знайдено нові властивості моделі. Крім того, було показано, що системи, що утворюються у різних експериментах по зіткненню ультрарелятивістських ядер¹² еволюціонують за схожим сценарієм: народження нової нерівноважної матерії внаслідок взаємодії між партонами у ядрах, швидка термалізація за часи порядку $\tau_{th} \sim 1$ фм/с, гідродинамічне розширення системи, розпад КГП на адрони і подальше розширення адронно-резонансного газу. Було проаналізовано вплив різних параметрів моделі на спостережувані дані. Виявлено які з параметрів змінюються від експерименту до експерименту: $\tau_0, \epsilon_0, \alpha, \mu_B, \mu_s$; які можуть варіюватись у певному діапазоні значень без суттєвого впливу на спостереженні величини внаслідок компенсації зі сторони інших параметрів: $\Lambda, \tau_{rel}, \tau_{th}, P_C$; а які є приблизно однаковими для усіх вказаних експериментів: $\eta/s, \zeta/s$.

Було виявлено, що успішне описання експериментальних даних можливо у відносно широкому діапазоні темпів термалізації КГП, якщо одночасно зі зміною часів термалізації τ_{th} та/або релаксації τ_{rel} перенормовувати початкову густину енергії $\epsilon(\tau_0)$ у моделі. Це означає, що внаслідок зв'язку між фізичними параметрами еволюції системи, на сьогодні неможливо однозначно визначити їх значення. Проте, якщо у майбутньому вдасться отримати значення одного з параметрів з яких-небудь інших міркувань чи моделей, то значення іншого параметру може бути отримано автоматично з модельних розрахунків iHKM.

Моделювання нецентральных зіткнень ядер золота на прискорювачі RHIC за енергії $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV показали, що на відміну від експериментів на LHC

¹²Див. Табл. 1.1.

за вищих енергій, опис експериментальних виходів дивних частинок у стандартному підході великого канонічного ансамблю у них неможливий і вимагає додаткового включення фактору подавлення дивності γ_s . Було зроблено припущення, що причиною цього може слугувати недосяжність хімічної рівноваги у малих короткоживучих системах. Запропоновано феноменологічно пов'язати фактор подавлення дивності γ_s з часом існування системи у фазі кварк-глюонної плазми.

Розраховані у іНКМ множинності усіх заряджених частинок, відношення множинностей частинок різних типів, їх поперечні спектри, а також еліптичні потоки, з гарною точністю описують експериментальні дані для різних класів центральності та у широкому діапазоні поперечних імпульсів. Було виявлено, що найкраще описання анізотропії поперечних імпульсних спектрів досягається при малому відношенні зсувної в'язкості до ентропії $\eta/s = 1/4\pi$, що за припущенням є мінімальною можливою в'язкістю у системах з сильною взаємодією, та відповідає найбільш ідеальній у природі рідині.

Розділ 2

Фемтоскопічний аналіз ядро-ядерних зіткнень

2.1 Вступ

Одним з головних інструментів у дослідженні процесів що відбуваються у системах, що народжуються внаслідок ядро-ядерних зіткнень є так званий фемтоскопічний або інтерферометричний аналіз. Цей метод, на відміну від спостережуваних величин, що обговорювалися у попередньому розділі, надає змогу вивчати просторово-часову картину випромінювання адронів із систем що мають розміри порядку десятка фемтометрів. Даний метод базується на симетрійних властивостях хвильової функції ідентичних частинок, а саме підвищеній ймовірності знайти два ідентичних бозони близько у фазовому просторі, та навпаки у випадку ферміонів.

Вперше інтерферометричні методи, що базувались на бозонній статистиці випромінюваних частинок, були використані Хенбері Брауном та Твісом у астрономічних вимірюваннях кутового розміру зорей ще у 1954 р. [85]. У колайдерній фізиці такі дослідження проводити значно складніше через відносно слабку інтенсивність випромінювання, а отже великі експериментальні похибки. Хоча ефект Бозе-Ейнштейнівських кореляцій ідентичних піонів був зафіксований у протон-антипротонних зіткненнях ще у 1960 р [86], а продовж наступних десяти років були розроблені нові теорії для застосування інтерферометрії піонів для вимірювання розмірів системи на фемтоскопічних масштабах [87,88], знадобилося ще майже 20 років, щоб зібрати достатньо даних та досягти задовільної точності вимірювань порядку ~ 1 фм [89].

2.2 Метод

2.2.1 Теоретичні основи фемтоскопії

Двочастинкова кореляційна функція (КФ) ідентичних частинок¹, за означенням [90], є відношенням двочастинкового спектра до добутку двох одночастинкових спектрів відповідних частинок

$$C(\mathbf{P}, \mathbf{q}) = \frac{dN/(d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2)}{(dN/d\mathbf{p}_1)(dN/d\mathbf{p}_2)}, \quad (2.1)$$
$$P^\mu = p_1^\mu + p_2^\mu, \quad q^\mu = \frac{(p_1 - p_2)^\mu}{2}.$$

За допомогою теоретичного аналізу експериментальних КФ, можна відновити просторово-часову структуру джерела випромінювання частинок. Вводячи просторово-часову функцію емісії² $s(p, x)$, КФ (2.1) можна записати у наступному вигляді [91]:

$$C(\mathbf{P}, \mathbf{q}) = \frac{\int d^4x_1 d^4x_2 s(p_1, x_1) s(p_2, x_2) |\phi(\mathbf{q}', \mathbf{r}')|^2}{\int d^4x_1 s(p_1, x_1) \int d^4x_2 s(p_2, x_2)}, \quad (2.2)$$

де $\phi(\mathbf{q}', \mathbf{r}')$ - хвильова функція пари частинок у системі відліку пов'язаною з їх центром мас³. Квадрат модуля цієї функції надалі слугує ядром координатно-імпульсного перетворення. Функція емісії $s(p, x)$ у рівнянні (2.2) може бути трактована як імовірність випромінювання частинки з 4-імпульсом p^μ у момент x^0 з просторової точки \mathbf{x} .

Наступний крок до інтерпретації КФ був запропонований у роботі [92], де було розглянуто наближення малих відносних імпульсів $|\mathbf{q}|$. Кореляційну функцію у цьому підході зазвичай записують у вигляді

$$C(\mathbf{P}, \mathbf{q}) - 1 = \int d^3r' \mathcal{S}_{\mathbf{P}}(\mathbf{r}') \left(|\phi(\mathbf{q}', \mathbf{r}')|^2 - 1 \right), \quad (2.3)$$

¹В загальному випадку фемтоскопічний аналіз формулюється для частинок довільного сорту, проте в дисертації досліджуються лише Бозе-Ейнштейнівські кореляції ідентичних частинок, що дещо спрощує вигляд подальших рівнянь.

²Функції емісії частинок різного сорту в загальному випадку відрізняються.

³Тут і надалі величини у системі центру мас пари частинок позначені штрихом.

$$\mathcal{S}_{\mathbf{P}}(\mathbf{r}') \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\int d^4x_1 d^4x_2 s(E(\mathbf{P}/2), \mathbf{P}/2, x_1) s(E(\mathbf{P}/2), \mathbf{P}, x_2) \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{x}'_1 - \mathbf{x}'_2)}{\int d^4x_1 \int d^4x_2 s(E(\mathbf{P}/2), \mathbf{P}/2, x_1) s(E(\mathbf{P}/2), \mathbf{P}/2, x_2)}, \quad (2.4)$$

де функція $\mathcal{S}_{\mathbf{P}}(\mathbf{r}')$ є розподілом відносних положень частинок, що рухаються колективно з імпульсами близькими до $\mathbf{P}/2$. Вона може бути відновлена з експериментальної КФ $C(\mathbf{P}, \mathbf{q}) - 1$ за допомогою перетворення, оберненого до $|\phi(\mathbf{q}', \mathbf{r}')|^2 - 1$.

Серед недоліків застосування інтерферометрії до зіткнень важких йонів варто зазначити неможливість безпосереднього вимірювання геометричних розмірів джерела випромінювання. Натомість згідно з означенням (2.3), результатом фемтоскопічного аналізу є функція $\mathcal{S}_{\mathbf{P}}(\mathbf{r}')$, яка може суттєво залежати від колективних швидкостей у системі. Просторові довжини, що відтворюються з КФ зазвичай називають довжинами однорідності⁴, що при наявності сильних градієнтів гідродинамічних потоків суттєво відрізняються від геометричних розмірів системи.

2.2.2 Наближення у фемтоскопічній інтерферометрії

Застосування рівнянь (2.2), (2.3) також має певні обмеження які слідують із припущень зроблених при їх виводі [90]:

- Симетризацією вищого порядку можна нехтувати. Проблема виникає, якщо декілька частинок випромінюються з однієї просторової точки x , тобто система має малі довжини однорідності. У такому випадку необхідно враховувати додаткові корекції від симетризації багаточастинкової хвильової функції у одно- та дво- частинкових спектрах. Для великих систем, що утворюються у ядро-ядерних зіткненнях, це наближення зазвичай виконується автоматично. Проте у протон-протонних експериментах, що будуть розглянуті у наступних розділах, ця проблема стає суттєвою.

⁴Довжини однорідності в загальному випадку залежать від імпульсу \mathbf{P} .

- Випромінювання частинок є випадковим та незалежним. У випадку ядро-ядерних зіткнень джерелом випромінювання є майже ідеальний адронний газ на пізніх стадіях еволюції системи, а актом випромінювання є останнє розсіяння адрона на іншому адроні, після якого він вільно⁵ летить у детектори. Якщо ж множинність системи невелика, то при такому механізмі більшість частинок випромінюється парами, тобто не незалежно. Аналогічно до попереднього пункту таке наближення може ставати незастосовним у протон-протонних зіткненнях з невеликими множинностями.
- Наближення гладкості⁶. У рівнянні (2.3) використано наближення для функції джерела поза масовою поверхнею значенням на ній:

$$s(E(\mathbf{P}/2), \mathbf{P}/2, x_2) \approx s(P^0/2, \mathbf{P}/2, x_2). \quad (2.5)$$

Справедливість такої апроксимації не є доведеною у випадку малих систем, що знову ускладнює аналіз $p + p$ експериментів.

- Наближення однакового часу випромінювання частинок. Хоча процес випромінювання може займати час порядку 10 Фм/с, основний внесок у КФ надходить від частинок з приблизно однаковими імпульсами та з однієї просторової ділянки. Зазвичай, внаслідок колективних потоків у системі, це наближення виконується автоматично.

Підсумовуючи, фемтоскопічна інтерферометрія є робочим та потужним інструментом при аналізі великих систем⁷. Проте, інтерпретація результатів застосування інтерферометрії до протон-протонних зіткнень без додаткових модифікацій методу на сьогодні є окремою не простою задачею.

⁵Крім Кулонівської взаємодії для заряджених частинок, та розпадів для резонансів

⁶англ. Smoothness approximation.

⁷У порівнянні з тепловою або Комптонівською довжинами частинок, що досліджуються

2.2.3 Хвильова функція

Рівняння (2.3) можуть бути дещо спрощені у випадку ідентичних невзаємодіючих безспінових частинок

$$|\psi(\mathbf{q}', \mathbf{r}')|^2 = \left| \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{ix_1 k_1 + ix_2 k_2} + e^{ix_2 k_1 + ix_1 k_2}) \right|^2 = 1 + \cos(2q' r'). \quad (2.6)$$

У такому випадку права частина рівняння (2.3) являти собою Фур'є перетворенням функції емісії $\mathcal{S}_{\mathbf{P}}(\mathbf{r}')$, яка відновлюється оберненим перетворенням Фур'є кореляційної функції. Звісно у реальних системах завжди існує далекодіюче електромагнітне поле. Проте, у модельних розрахунках таку взаємодію зазвичай виключають. Натомість для порівняння результатів, відповідні поправки враховуються при аналізі експериментальних даних, що буде обговорено далі.

2.2.4 Вибір системи координат

Кореляційна функція, в загальному випадку, залежить від двох тривимірних імпульсних змінних: півсуми імпульсів частинок \mathbf{P} та їх різниці \mathbf{q} . Ультрарелятивістські ядро-ядерні зіткнення зазвичай аналізуються у так званій поздовжньо-супутній системі координат (далі LCMS) в якій сумарний імпульс пари частинок у напрямі паралельному до руху пучка дорівнює нулеві $P_z = 0$. Історично, за вісями у LCMS закріпилися назви “out-side-long”, а їх напрями обирають таким чином, що: 1) повздовжня вісь (“longitudinal” або скорочено “long”) спрямований паралельно до вісі початкового руху пучків ядер (вздовж вісі “Z”); 2) зовнішня (“outward” або “out”) - вздовж сумарного імпульсу пари \mathbf{P} , що в LCMS перпендикулярний до вісі “long”; 3) бічна (“sideward” або “side”) - перпендикулярно до двох інших [93, 94]. LCMS особливо зручна коли досліджувана система є бутс-інваріантною, що є справедливим у випадку ультрарелятивістських зіткнень, оскільки спостережувані величини не залежать від P_z . У таких системах залишається залежність лише від

поперечної компоненти імпульсу пари частинок k_T .

2.2.5 Параметризація форми джерела

Зазвичай, аналізуючи експериментальні дані, функцію емісії $\mathcal{S}_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}')$ апроксимують тривимірною Гаусовою експонентою у LCMS координатах, що з урахуванням рівняння (2.6) приводить до кореляційної функції також у Гаусовому вигляді

$$C(k_T, \mathbf{q}) = 1 + \lambda(k_T) \exp \left(-R_{out}^2 q_{out}^2 - R_{side}^2 q_{side}^2 - R_{long}^2 q_{long}^2 \right), \quad (2.7)$$

де $R_{out/side/long}(k_T)$ - довжини однорідності, що витягуються з експериментально вимірної КФ $C(k_T, \mathbf{q})$ за допомогою тривимірної Гаусової апроксимації при малих відносних імпульсах⁸ $|\mathbf{q}|$. Параметр $\lambda(k_T)$ пов'язаний з інтерцептом (англ. intercept) кореляційної функції, тобто її значенням при нульовому відносному імпульсі частинок наступним чином:

$$\lambda(k_T) = C(k_T, 0) - 1. \quad (2.8)$$

Іноді цю величину також називають хаотичністю (англ. chaoticity parameter), адже у великому канонічному ансамблі термалізованої системи $\lambda = 1$, в той час, як у більш впорядкованих системах, у яких випромінювання частинок є когерентним, його значення є меншим за одиницю. Прикладом менш хаотичних систем є $p + p$ зіткнення які буде обговорено у наступних розділах дисертації.

2.2.6 Експериментальні кореляційні функції

Прикладом частинок, Бозе-Ейнштейнівські кореляції яких часто досліджуються у експериментах, є заряджені π^\pm та K^\pm мезони. Це найлегші мезони з масами $m_\pi = 139.57 \text{ MeV}/c^2$ та $m_K = 493.67 \text{ MeV}/c^2$, що забезпечує найбільшу

⁸Відносні імпульси зазвичай обмежують у діапазоні $|\mathbf{q}| < 0.2 - 0.4 \text{ GeV}/c$ при яких КФ ще зберігає Гаусову форму.

множинність народження у ядро-ядерних зіткненнях. З точки зору сильної взаємодії ці частинки є стабільними, і, окрім того, вони мають електричний заряд, що надає можливість її точного детектування та ідентифікації.

Експериментально КФ визначають наступним відношенням

$$C(\mathbf{q}) = A(\mathbf{q})/B(\mathbf{q}), \quad (2.9)$$

де $A(\mathbf{q})$ - виміряний розподіл пари частинок з відносним імпульсом \mathbf{q} та поперечним імпульсом $k_T = |\mathbf{p}_{T,1} + \mathbf{p}_{T,2}|/2$, а $B(\mathbf{q})$ - добуток одночастинкових розподілів побудованих окремо з різних, незалежних подій [95].

У попередніх параграфах розглядалися кореляції невзаємодіючих частинок. Звичайно у реальному експерименті заряджені піони та каони продовжують взаємодіяти шляхом Кулонівської взаємодії. Її вплив враховують за допомогою формули Боулера-Синюкова [96]:

$$C(\mathbf{q}) = \mathcal{N} \left[(1 - \lambda) + \lambda K(q') \left(1 + \exp \left(- \sum_{i=o,s,l} R_i^2 q_i^2 \right) \right) \right], \quad (2.10)$$

де \mathcal{N} - нормувальний множник, λ - відповідає за ефективність кореляцій, а $K(q')$ - квадрат Кулонівської хвильової функції усереднений по еліпсоїдальному джерелу з розмірами $R_{out}, R_{side}, R_{long}$ [94]. Саме з цими величинами зазвичай порівнюють результати теоретичних розрахунків.

2.3 Моделювання в iНKM

2.3.1 Результати фемтоскопії

Як зазначалося у першому розділі, результатом моделювання ядро-ядерних зіткнень є масив частинок: їх енергії та імпульси на гіперповерхні фрізауту σ_{fo} , що відповідає точкам останньої взаємодії адронів після якої вони вільно

розлітаються у детектори. Таких даних достатньо для побудови кореляційних функцій за процедурою узгодженою з експериментальними вимірюваннями.

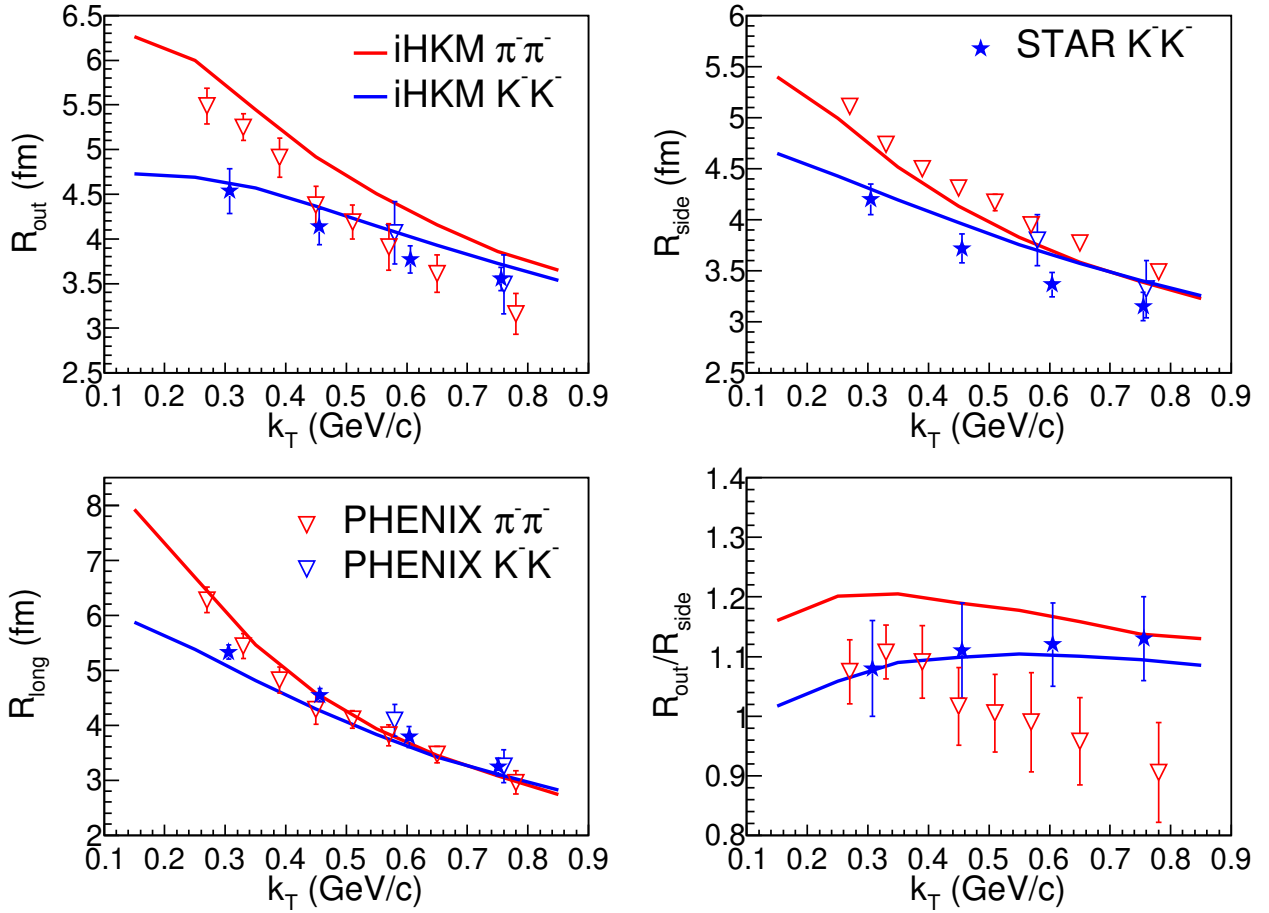


Рис. 2.1: Результати iHKM для фемтоскопії $\pi^-\pi^-$ в залежності від поперечного імпульсу пари k_T для центральних (0-10%) зіткнень золота за енергії $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV. наведено порівняння з експериментальними результатами колаборацій PHENIX [98] та STAR [99, 100]. Червоний колір відповідає піонам, синій – каонам.

Маючи на меті розрахунок довжин однорідності $R_{out,side,long}$ та їх порівняння з експериментальними результатами, у роботі [3] були побудовані та проаналізовані тривимірні кореляційні функції ідентичних заряджених піонів та каонів для різних класів центральностей зіткнень ядер золота при енергії $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV на RHIC. Принциповою проблемою такого розрахунку є відсутність повної хвильової функції (або матриці густини) системи. Річ у тім, що мікроскопічні моделі, побудовані для описання адронно-резонансного га-

зу, оперуються мовою окремих частинок, а спіновими ступенями свободи при цьому нехтують. Для розв'язання цієї проблеми, при знаходженні пари частинок з поперечним імпульсом \mathbf{k}_T та відносним імпульсом \mathbf{q} на гіперповерхні фрізауту σ_{fo} , їм приписується симетризована хвильова функція вільних частинок. Відповідно до цього, при побудові двочасткового розподілу у рівнянні (2.9) враховується додатковий фактор квадрата хвильової функції (2.6).

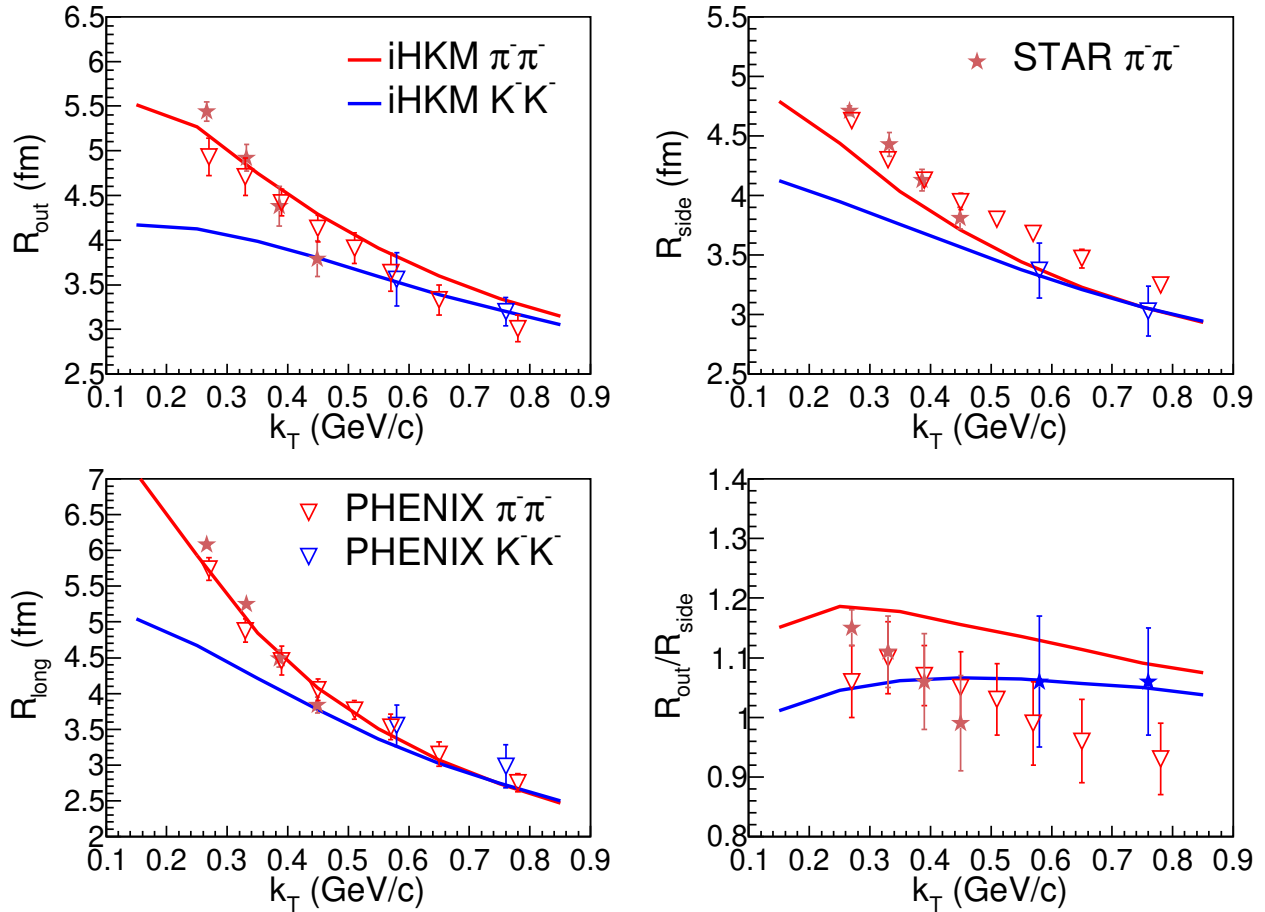


Рис. 2.2: Аналогічно до Рис. 2.1, але для центральності 10-20%.

Іншою перешкодою, що ускладнює розрахунки, є необхідність симуляції великої кількості окремих подій, чого не потрібно, наприклад, для побудови імпульсних спектрів. Велика кількість подій необхідна для того, щоб мати достатню кількість пар частинок з близькими імпульсами. Таким чином, на перший погляд, фемтоскопічний аналіз є дуже дорогим з точки зору витрат машинного часу. Простим розв'язком цієї проблеми є наступна модифікація запроваджена у iHKM: частинки з декількох подій (від 10 до 1000 в залежно-

сті від середньої множинності) об'єднуються в один великий масив, так наче вони народилися під час одного зіткнення. Це ступеневим чином збільшує кількість пар та покращує точність вимірювань. Попередні розрахунки [97] вказують на те, що окремі події у іНКМ не мають додаткових нефізичних кореляцій, а тому така процедура не спотворює кінцевий результат.

Для демонстрації результатів фемтоскопічного аналізу у іНКМ на Рис. 2.1-2.3 представлені довжини однорідності джерела випромінювання піонів та каонів у зіткненнях золота різних центральностей за енергії $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV як функції поперечних імпульсів k_T . Як можна бачити, при переході від центральних (0-10%) до периферичних (60-70%) зіткнень видимі масштаби джерела випромінювання ($R_{out,side,long}$) повільно зменшуються, що є результатом безпосереднього зменшення його геометричних розмірів та часу життя.

Можна також помітити, що довжини однорідності випромінювання каонів при фіксованому імпульсі пари частинок менші у порівнянні з піонними. Для того, щоб пояснити це спостереження, згідно [90], розглянемо малий елемент системи у його системі спокою, тобто перейдемо у систему відліку $v_{coll} = 0$, що рухається із колективною швидкістю цього елемента. Якщо розміри системи є значно більшими за типові значення довжини на якій градієнти швидкостей суттєво змінюються, то при русі частинки у заданому напрямку, з тепловою швидкістю v_{th} , довжиною однорідності можна вважати відстань яку пролетить частинка до моменту, коли колективна швидкість системи не стане близькою до теплової $v_{th} / (dv_{coll}/dz)$. Для бутс-інваріантного розширення вздовж вісі "Z" $v_{coll} = z/t$ [46] для *long* компоненти маємо $R_{long} \approx v_{th} \langle t \rangle$ [90], де $\langle t \rangle$ – середній час випромінювання досліджуваних частинок. Поклавши $v_{th} \sim \sqrt{T/m_T}$, де $m_T = \sqrt{m^2 + p_T^2}$ - поперечна маса, бачимо, що довжина однорідності спадає як зі збільшенням маси частинок, так і зі збільшенням імпульсу, що згідно з Рис. 2.1-2.3, відповідає як експериментальним даним так і результатам іНКМ.

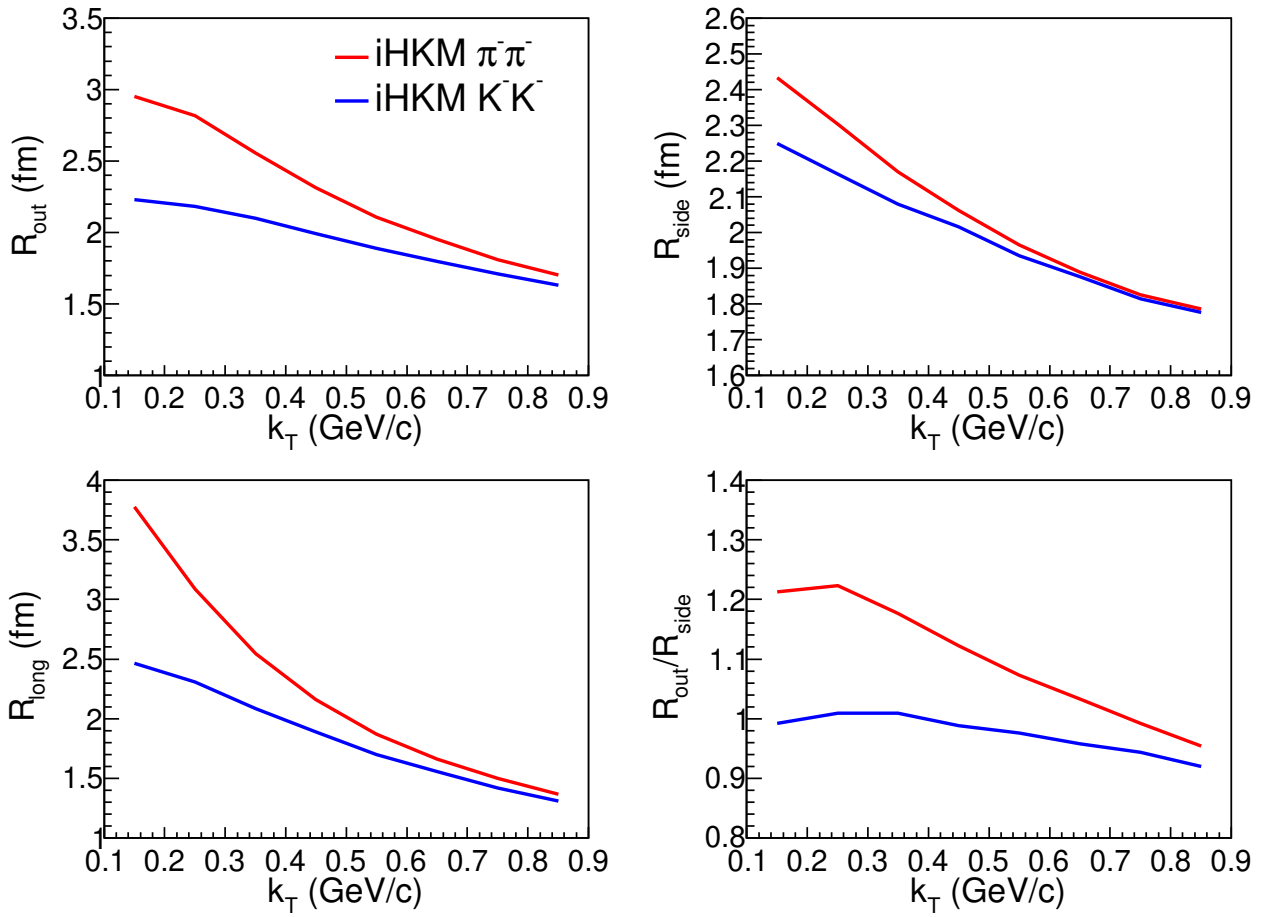


Рис. 2.3: Аналогічно до Рис. 2.1, але для центральності 60-70%.

2.3.2 Розрахунок часу максимального випромінення піонів та каонів

У попередній секції за допомогою простих евристичних міркувань було показано, що у центральній області бистрот в ультрарелятивістських ядронних зіткненнях, де система є інваріантною відносно перетворень Лоренца вздовж вісі “Z”, довжина однорідності у цьому напрямі R_{long} залежить від моменту часу випромінювання частинок. У роботі [101] був запропонований метод розрахунку часів максимального випромінювання частинок за допомогою аналізу їх поперечних спектрів, а також $R_{long}(m_T = \sqrt{m^2 + k_T^2})$ залежності. Такі дані можуть бути отримані як у теоретичних моделях, так і у реальних експериментах. Це надає змогу додатково перевірити динамічні моделі, а також дослідити просторово-часову картину еволюції, що народжу-

ється у ядро-ядерних зіткненнях. Метод, що буде описаний нище вже був успішно застосований експериментальною колаборацією ALICE, що отримала результати [102] які якісно і кількісно відповідають передбаченням іНКМ для зіткнень Pb+Pb за енергії $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV [101].

Згідно з оригінальною роботою [101], Гаусова апроксимація (2.7) кореляційної функції (2.1) при малих $|q_{long}| < 0.04$ GeV/c⁹ у випадку бутс-інваріантного поздовжнього розширення матерії та поперечного потоку з довільним профілем швидкостей, дає наступне аналітичне наближення для R_{long}

$$R_{long}^2 = \lambda_{long}^2 \left(1 + \frac{3}{2} \frac{\lambda_{long}^2}{\tau^2} \right), \quad (2.11)$$

де τ – власний час, при якому випромінювання досліджуваних частинок є максимальним. Припускається, що максимальне випромінювання частинок з малим поперечним імпульсом¹⁰ припадає на гіперповерхню постійного власного часу $\tau = \tau_{m.e.}$. Величина λ_{long} відповідає першому наближенню у розкладі за ступенями R_{long}/τ і за наявності поперечного розширення системи набуває вигляду

$$\lambda_{long}^2 = \tau^2 \frac{T}{m_T} (1 - \bar{v}_T^2)^{1/2}, \quad (2.12)$$

де $\bar{v}_T^2 = k_T/(m_T + \alpha T)$ – квадрат середньої поперечної швидкості частинок з імпульсом k_T у системі з поперечним потоком, що параметризується величиною α . Більші значення цього параметру відповідають меншим колективним потокам. Зазначені величини з'являються також у наближеній формулі для поперечних спектрів

$$p_0 \frac{d^3 N}{2\pi d\eta p_T dp_T} \sim \exp \left[- (m_T/T + \alpha) (1 - \bar{v}_T^2)^{1/2} \right]. \quad (2.13)$$

Апроксимуючи одночасно спектри піонів та каонів за допомогою рівняння (2.13) та залежності довжин однорідності випромінювання цих частинок

⁹Зазвичай при фемтоскопічному аналізі обмеження дещо слабше $|q_{long}| < 0.2$ GeV/c.

¹⁰Типовим обмеженням є поперечні імпульси $k_T < 0.8$ GeV/c.

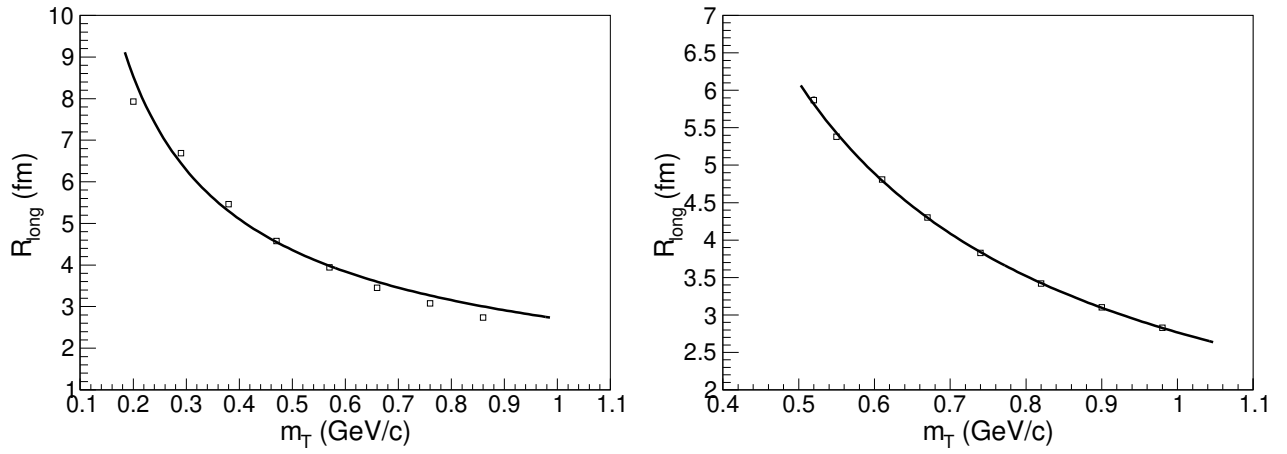


Рис. 2.4: Залежності $R_{long}(m_T)$ для від'ємно заряджених піонів (лівий графік) та каонів (правий графік), а також їх апроксимація формулою (2.11). Результати наведені для центральних ($s=0-10\%$) зіткнень ядер золота за найвищої енергії RHIC $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV.

від поперечної маси $R_{long}(m_T)$ за допомогою (2.11), можна отримати температуру на гіперповерхні фрізауту T , параметри α_π α_k , окремо для піонів та каонів, і, безпосередньо, самі часи максимального випромінювання частинок відповідних сортів.

Таке дослідження було проведене в рамках іНКМ для центральних зіткнень ядер золота за енергії $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV у роботі [3]. Для демонстрації, на Рис. 2.4 наведені результати апроксимації $R_{long}(m_T)$ залежності аналітичною формулою (2.11) із значеннями часів максимального випромінювання піонів $\tau_\pi = 7.12 \pm 0.01$ фм/с та каонів $\tau_K = 9.71 \pm 0.02$ фм/с. Ці величини приблизно на 2 фм/с менші ніж у експериментах LHC за вищих енергій, що відповідають більшим початковим густинам енергій КГП і, як наслідок, більшого часу охолодження системи [101], [102], [103].

Варто також зазначити відмінності між часами τ_π та каонів τ_K , а саме – каони випромінюються приблизно на 2.5 фм/с пізніше за піони, що також узгоджуються із попередніми роботами. Така затримка пояснюється інтенсивним перерозсіянням частинок на стадії АРГ із найбільшим внеском від

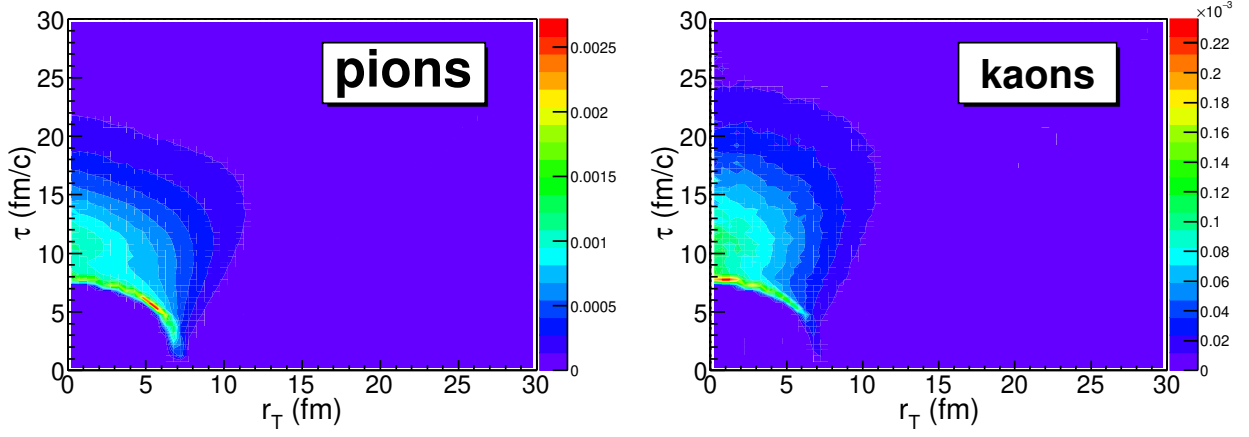


Рис. 2.5: Піонні та каонні функції емісії $g(\tau, r_T, p_T)[fm^{-3}]$ (густини ймовірності випромінювання). Розрахунки iHKM для центральних зіткнень золота за енергії $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV для частинок з поперечними імпульсами $0.2 < p_T < 0.3$ GeV/c у центральній області псевдобистрот $|\eta| < 1$.

процесів розпаду та рекомбінації короткоживучих $K^*(892)$ резонансів з часом життя ≈ 4 фм/с [63]. Оскільки у кожному акті зазначених процесів задіяна пара з одного каону та піону, а піонів при цьому у системі набагато більше¹¹, то вплив саме на спектри каонів є більш помітним.

На Рис. 2.5 представлені розраховані в iHKM густини ймовірності випромінювання піонів та каонів із системи утвореної внаслідок зіткнення ядер золота за енергії 200 GeV [3]. Максимальне випромінювання піонів відбувається на поверхні адронізації, в той час, як для каонів існує інтенсивне випромінювання впродовж наступних ≈ 5 фм/с.

2.3.3 Залежність інтерферометричних розмірів від початкової геометрії зіткнення

Окремим об'єктом дослідження у рамках фемтоскопічного аналізу у дисертації є так звана гіпотеза “скейлінгу” [90]. Відповідно до цієї гіпотези, інтерфе-

¹¹Піонів у середньому народжується приблизно у 10 разів більше ніж каонів.

рометричний об'єм системи, що є добутком інтерферометричних радіусів¹², $V_{int} = R_o R_s R_l$, зростає лінійно зі збільшенням середньої множинності народження заряджених частинок у центральній області псевдобистрот $\langle dN_{ch}/d\eta \rangle$ або з інтегрованим числом нуклонів учасників (пораних нуклонів) N_w ¹³. Таке спостереження є справедливим у межах похибки експериментів першої декади ХХІ століття щодо зіткнення важких іонів при середніх енергіях 5 – 60 АГеВ. Проте вже в роботах [104], [105] було зазначено, що у широкому діапазоні множинностей від десятка заряджених частинок у протон-протонних зіткненнях до 2000 частинок (з $|\eta| < 0.5$) у сучасних експериментах на ЛНС залежність $V_{int}(dN_{ch}/d\eta)$ сильно відхиляється від лінійної.

Експеримент	Центральність	α	$\langle dN_{ch}/d\eta \rangle$
Au+Au @ 200 GeV	0 - 5 %	0.18	688
Pb+Pb @ 2.76 TeV	19 - 28 %	0.24	693
Pb+Pb @ 5.02 TeV	23 - 33 %	0.24	677
Xe+Xe @ 5.44 TeV	10 - 19 %	0.44	680

Табл. 2.1: Початкові умови (центральність та параметр α , що фіксують початковий профіль енергії згідно з Рів. (1.4)) експериментів та розраховані у іНКМ кінцеві множинності заряджених частинок.

У роботах [4,6] гіпотеза скейлінгу була перевірена для експериментів одного масштабу енергії та з однаковими множинностями народження заряджених частинок, але за різної початкової геометрії зіткнення. Для реалізації даного дослідження було використано іНКМ для симуляцій чотирьох різних експериментів по зіткненню ультрарелятивістських важких ядер зазначених у Табл. 1.1 із центральностями зіткнень, що забезпечують близькі значення множинностей народження частинок $\langle dN_{ch}/d\eta \rangle$. У Табл. 2.3.3 наведено класи центральності що забезпечують таку умову для кожного експерименту.

¹²Вони ж фемтоскопічні розміри або довжини однорідності.

¹³Ці величини приблизно пропорційні одна до одної.

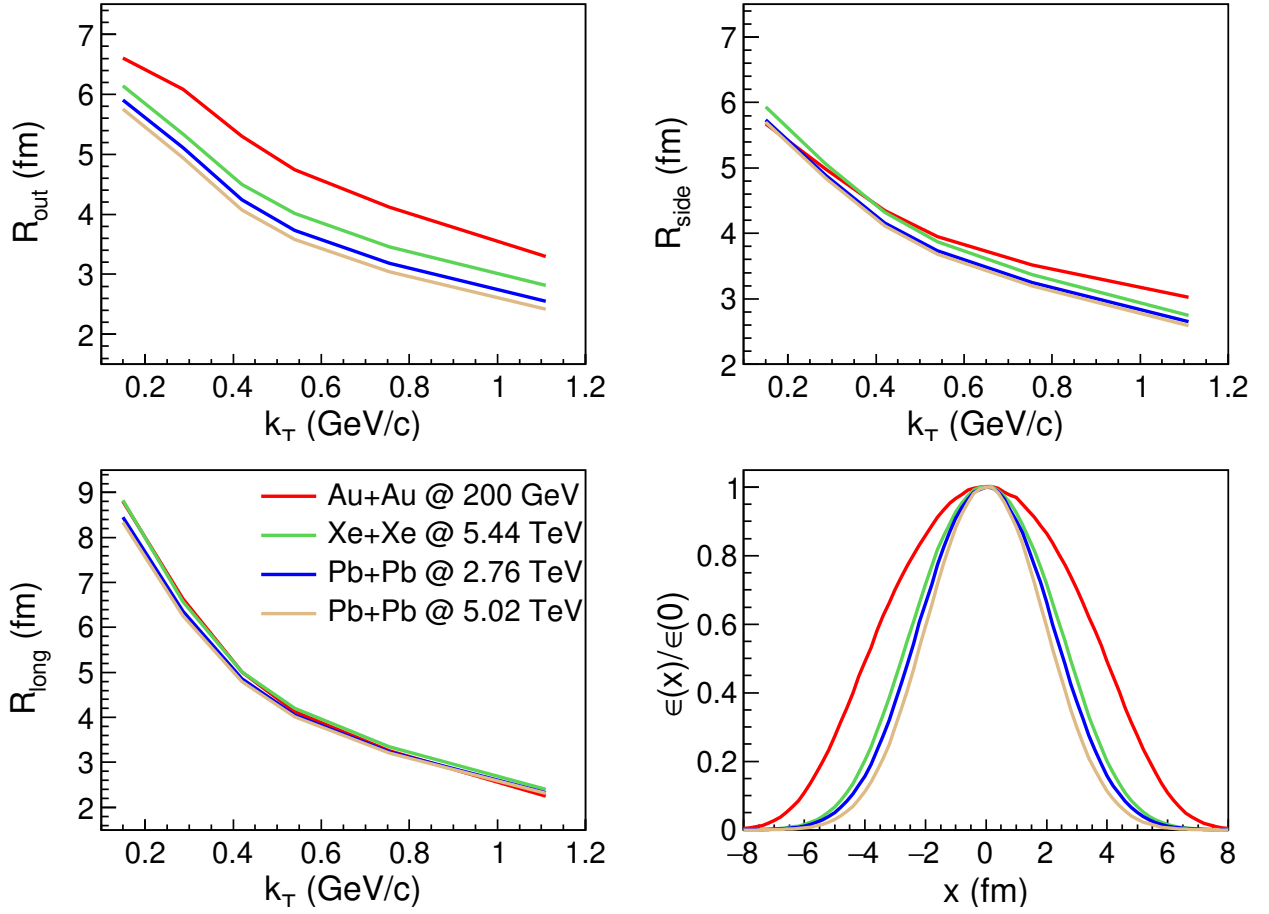


Рис. 2.6: Результати iНКМ для каонної фемтоскопії за початкових умов згідно з Табл. 2.3.3, а також нормований профіль густини енергії $\epsilon(x)/\epsilon(0)$ вздовж вісі “X”.

Ідея дослідження спирається на те, що приблизно однакова кількість частинок у центральній області псевдобистрот може народжуватись у різних експериментах із різними початковими конфігураціями, що включає варіації прицільного параметра, енергії ядер, перерізу розсіяння та форми ядер (інформація про останні закодована в iНКМ у параметрі α у формулі (1.4)). Можна очікувати, що при гідродинамічному розширенні “вужчий” початковий профіль густини енергії має призвести до більших градієнтів у кінцевому розподілі матерії, що має проявитися у менших довжинах однорідності $R_{o,s,l}$. Початкові розміри системи також мають впливати на кінцеві розподіли, а отже і на фемтоскопічний об’єм. Обидва параметри, що зазначені у Табл. 2.3.3, а саме центральність та α , впливають на градієнти у поча-

тковому профілі густини енергії $\epsilon(\tau_0)$. Враховуючи те, що розподіл бінарних зіткнень нуклонів $N_{bin}(b, \mathbf{r}_T)$ спадає швидше при віддаленні від центра системи ніж кількість поранених нуклонів $N_w(b, \mathbf{r}_T)$ ¹⁴, збільшення параметра α (див. Рівн. (1.4)) приводить до звуження початкового профілю $\epsilon(\mathbf{r}_T)$. Аналогічним чином збільшення прицільного параметра, тобто перехід до менш центральних події, також збільшує початкові градієнти густини енергії, при чому сильніше вздовж вісі прицільного параметра зіткнення “X”.

Параметром, що кількісно характеризує початкові розміри системи було обрано її характерну площу $S_T = S_T(\epsilon(\mathbf{r}_T) > \epsilon_0^{max}/2)$, яка обмежує область у поперечній площині в якій початкова густина енергії перевищує половину від максимальної густини у центрі системи. На Рис. 2.6 показані нормовані на це значення розподіли густини енергії вздовж вісі “X” $\epsilon(x)/\epsilon(0)$ які використовувались при симуляції подій з однаковою середньою множинністю згідно з Табл. 2.3.3. Як видно з того ж графіку, довжини однорідності для від’ємно заряджених каонів (для піонів ситуація аналогічна) у *out* напрямі для усіх поперечних імпульсів k_T є тим більшими, чим більшою є початкова система. Водночас у *side* та *long* напрямках гіпотеза скейлінгу добре виконується, тобто $R_{s,l} = R_{s,l}(\langle dN_{ch}/d\eta \rangle)$ незалежно від геометрії зіткнення.

Кінцевий результат, а саме залежність $V_{int}(S_T)$ для піонів та каонів при сталій множинності, наведений на Рис. 2.7. При виконанні гіпотези скейлінгу очікувалась приблизно горизонтальна лінія, тобто без суттєвої залежності від початкової геометрії. Проте відмінність між результатами для зіткнень золота за енергії 200 АГеВ та свинцю за 5.02 АТеВ складає приблизно 40 – 50%. Окрім того, бачимо, що ієрархія з Рис. 2.6 зберігається і на Рис. 2.7, тобто більші початкові геометричні розміри приводять до більших кінцевих інтерферометричних розмірів. Враховуючи типову похибку експерименту $\sim 10\%$

¹⁴Кожний нуклон дає інтегрований внесок у розподіл N_w не більше одиниці, проте перерозсіявшись декілька разів у розподілі N_{bin} цей внесок може збільшуватися. Чим більше густина (у поперечній до руху ядер площині) нуклонів у початкових ядрах тим більше разів нуклон може розсіятись на нуклоні з іншого ядра і, відповідно, більшою буде різниця між N_{bin} та N_w .

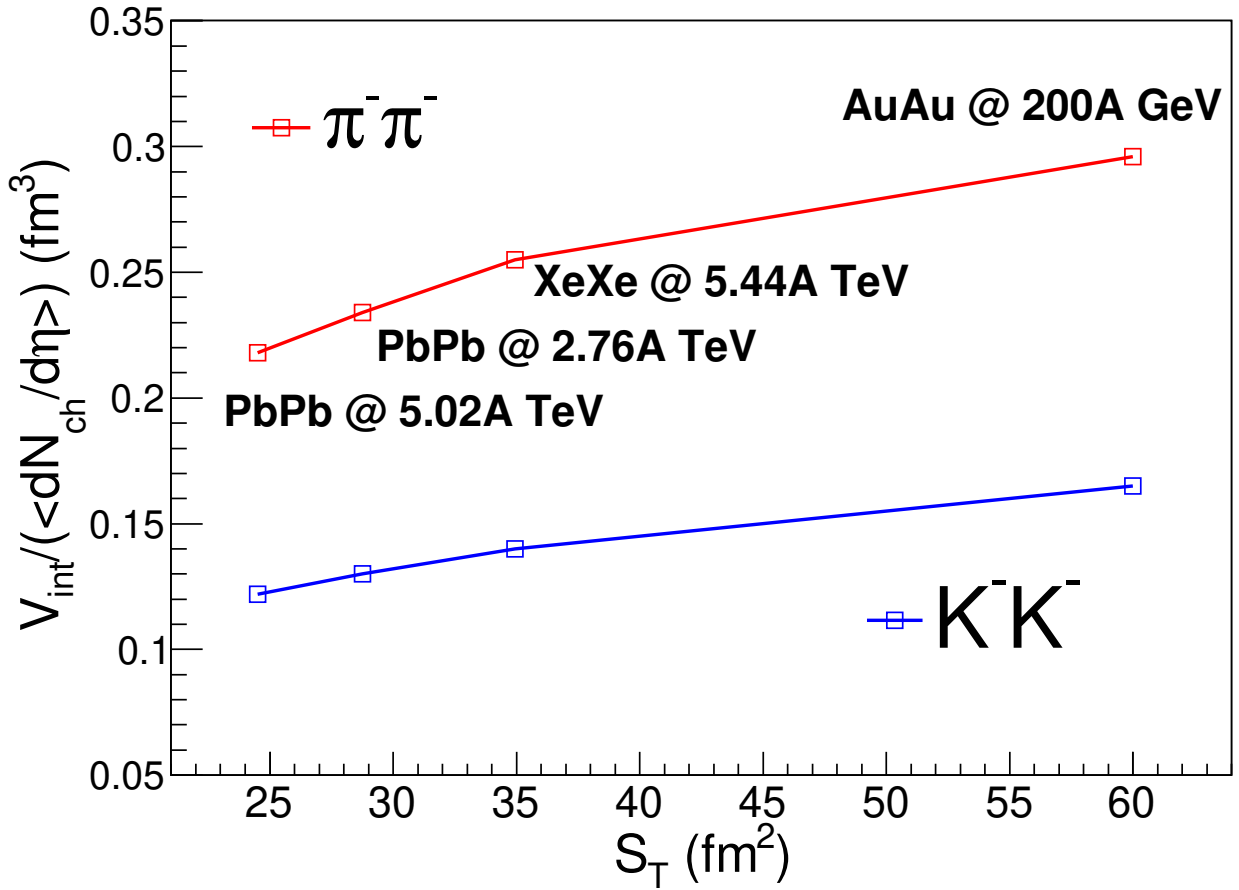


Рис. 2.7: Результати іНКМ для інтерферометричних об'ємів піонів та каонів розрахованих за початкових умов згідно з Табл. 2.3.3, що забезпечують однакову множинність народження заряджених частинок у центральній області псевдобистрот. Наведена залежність від характерних площин початкового поперечного розподілу густини енергії S_T .

для величини $V_{int} = R_o R_s R_l [100]$, а також можливість обирати довільну центральність не тільки в теоретичних моделях, але й у реальних експериментах, можна зробити висновок, що фемтоскопія є перспективним інструментом у дослідженні системи не тільки на кінцевих етапах еволюції народженої системи ($\tau \approx 10 - 20$ фм/с), але й на її початкових стадіях ($\tau \approx 0.1$ фм/с).

2.4 Висновки

Відкалібрована у попередньому розділі інтегрована гідро-кінетична модель застосована для фемтоскопічного аналізу ультрарелятивістських ядро-ядерних зіткнень на LHC та RHIC (Розділ 2.3.1). Отримано довжини однорідності випромінювання заряджених піонів та каонів у зіткненнях ядер золота за енергії $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV при різних початкових умовах, тобто центральностях. Співставлення з існуючими даними показує невелику розбіжність між результатами моделі та експерименту: порядку ± 0.1 фм у *long* напрямі та $\pm 0.2 - 0.3$ фм у *out* та *side* напрямках. Для експериментів при найвищій енергії RHIC зроблено передбачення для піонної фемтоскопії у нецентральных подіях, а також каонної фемтоскопії для всіх центральностей зіткнення, в тому числі для малих поперечних імпульсів k_T .

Гарна збіжність iHKM та експериментальних даних, особливо у *long* напрямі, дозволила розрахувати часи максимального випромінювання каонів та піонів із системи, що народжується внаслідок ядро-ядерного зіткнення. Для цього у Розділі 2.3.2 були використані аналітичні наближення для залежностей довжин однорідності у поздовжньому напрямі від поперечної маси досліджуваних частинок $R_{long}(m_T)$, а для поперечних імпульсних спектрів $p_0 \frac{d^3N}{2\pi d\eta p_T dp_T}$. Було встановлено, що у центральних зіткненнях ядер золота при найвищій енергії RHIC часи максимальної емісії як піонів, так і каонів не перевищуються 10 фм та є меншими за аналогічні величини у експериментах на LHC приблизно на 2 фм/с. Такий результат пояснюється меншим часом життя системи внаслідок менших початкових густин енергії. Крім того, аналогічно до попередніх розрахунків у iHKM для LHC, було встановлено, що емісія каонів відбувається із затримкою порядку 2.5 фм/с по відношенню до піонів, що пояснюється розпадом та рекомбінацією $K^*(892)$ резонансу у піон-каонну пару, що значно сильніше впливає на випромінювання каонів через їх меншу множинність.

Розрахунки у Розділі 2.3.3 вказуються на порушення гіпотези скейлінгу яке виходять за межі експериментальної похибки. У ході дослідження в рамках iНKM було змодельовано чотири сучасних експерименти по зіткненню важких ядер за всіх енергій LHC та найвищої енергії RHIC. Центральності зіткнень, були обрані такими, що забезпечують однакову множинність народження заряджених частинок у центральній області бистрот. За таких умов гіпотеза скейлінгу передбачає однакові інтерферометричні об'єми систем, що утворюються у експерименті. У ході дослідження, було не тільки виявлено порушення гіпотези, але й встановлено зв'язок інтерферометричного розміру системи на кінцевій стадії еволюції системи з її початковими геометричними розмірами.

Розділ 3

Аналітична модель протон-протонних зіткнень при енергіях LHC

3.1 Вступ

Продовж останніх років окремий інтерес представляє застосування фемтоскопічної інтерферометрії до протон-протонних зіткнень на LHC. Результати експериментів за енергій $\sqrt{s} = 0.9, 13$ та 7 TeV були представлені у роботах колаборацій ATLAS [106], ALICE [107], CMS [108] та LHCb [109]. Одним із цікавих результатів, що був нещодавно отриманий у експериментах ATLAS та CMS, є спадання інтерферометричних розмірів системи зі збільшенням імпульсу пари k_T досліджуваних частинок у $p + p$ зіткненнях. Можливим поясненням такої поведінки могло б бути гідродинамічне розширення системи у подіях з великою множинністю. У такій картині зменшення довжин однорідності у системі є прямим наслідком її колективного розширення, що призводить до просторово-імпульсних кореляції у випромінюванні частинок [110]. Аналогічний результат ми спостерігали у ядро-ядерних зіткненнях у попередньому розділі на Рис. 2.1.

Гідродинамічна поведінка системи є важливим сигналом утворення КГП з її подальшим розпадом на адрони у протон-протонних зіткненнях. Існують також і інші експериментальні спостереження, що свідчать на користь також сценарію. У публікації [111] колаборацією ALICE спостерігалось підвищення відношення виходів дивних адронів, в тому числі із дивністю $s = \pm 2$ та $s = \pm 3$, до виходів піонів у $p + p$ зіткненнях з високою множинністю за енергії $\sqrt{s} = 7$ TeV. Народження більшої кількості дивних кварків, що входять до

складу цих частинок, можна б було пояснити більшою інтенсивністю процесів народження пари $s\bar{s}$ при анігіляції двох глюонів у довшій стадії КГП у таких подіях. У тій же роботі було проведено фітування спектрів дивних частинок за допомогою моделі вибухових хвиль [112] (англ. Blast-wave model) що також свідчить на користь наявності сильних колективних швидкостей у системі при її адронізації.

Водночас теоретичної моделі, що могла б описати усі особливості інтерферометричних вимірювань у $p + p$ зіткненнях, хоча б якісно, наразі не існує. Навіть припускаючи гідродинамічний сценарій еволюції системи, описання одночасно як імпульсних спектрів, так і кореляції вимагає врахування додаткових аспектів які не проявляються у значно більших системах ядро-ядерних зіткнень. Описання останніх не вимагає ні врахування принципу невизначеності [105], ні гіпотези Бозе-Ейнштейнівської конденсації піонів [113], [114], ні іншої “не тривіальної” фізики.

Однією з причиною успішності стандартних гідродинамічних та кінетичних методів у фізиці ядро-ядерних зіткнень є малість теплової довжини хвилі частинок у порівнянні з розмірами системи, або її довжин однорідності, на стадії формування спектрів. Особливістю ж фемтоскопічного аналізу $p+p$ зіткнень, є малість системи. Характерним просторовим масштабом таких експериментів за енергій ЛНС є $R \sim 1 - 2$ фм, що за значенням наближається до теплової довжини піонів¹ $\Lambda = \frac{1}{\sqrt{mT}}$ за типових температур $T = 150$ МеВ. Таке співвідношення між розмірами частинок та джерела їх випромінювання суперечить припущенням необхідним для виводу рівнянь для кореляційних функцій та їх аналітичній апроксимації (див. параграф 2.2.2 попереднього

¹Оскільки експерименти є відносно новими, а частинок у $p + p$ зіткненнях народжується не багато (до 200), то досліджувати з достатньою точністю можна лише піонні кореляції. Іноді через складність ідентифікації частинок, а також малий відсотковий склад інших частинок крім піонів ($\sim 10\%$), аналізуються усі заряджені частинки незважаючи на їх тип. Тобто у таких дослідках ідентифікація частинок не ведеться, визначається лише заряд. Звісно хвильова функція неідентичних частинок немає додаткових симетрійних властивостей, що в результаті спотворює результат.

розділу) у гідродинамічному підході. Це вимагає залучення нових методів теоретичної фізики до дослідження квантово-статистичних кореляцій частинок у $p + p$ експериментах.

3.2 Метод

3.2.1 Квазірівноважний статистичний оператор

Основною метою даного розділу рукопису є дослідження двочастинкових кореляційних функції ідентичних піонів та каонів у високоенергетичних $p + p$ зіткненнях на ЛНС. Для цього у роботах [7–9] було застосовано метод квазірівноважного статистичного оператора [116] до скалярного поля, що імітує π або K мезони, на гіперповерхні фрізауту σ . У такому формалізмі припускається, що у $p + p$ зіткненнях система еволюціонує за сценарієм подібним до $A + A$ зіткнень, тобто з утворенням термалізованої КГП та її подальшою адронізацією та швидким фрізаутом.

Суть метода полягає у побудові статистичного оператора ρ за допомогою принципу екстремальності ентропії фон Неймана $S[\rho] = -Tr[\rho \ln \rho]$ на відповідній гіперповерхні σ . У більш загальному випадку, наявність додаткової інформації про стан системи, що є результатом вимірювання деяких додаткових фізичних величин $A_n = \langle \hat{A}_n \rangle_\sigma^2$, які задаються операторами \hat{A}_n , враховується [117] включенням додаткових Лагранжевих множників a_n , що забезпечують умови

$$\langle \hat{A}_n \rangle = Tr[\hat{A}_n \rho]. \quad (3.1)$$

Таким чином, необхідність врахування обмежень (3.1) та умови нормування $Tr[\rho] = 1$ призводить до модифікованого функціонала:

$$S'[\rho'] = -Tr[\rho' \ln \rho'] - \sum_n a_n Tr[\hat{A}_n \rho'] - (\Phi - 1)Tr[\rho'], \quad (3.2)$$

²Далі індекс при усередненні $\langle \cdot \rangle_\sigma$ опускається

варіація якого в умовах локальної термодинамічної рівноваги системи має занулятися згідно з принципом екстремальності ентропії.

$$\delta S'[\rho'] = -Tr \left[\left(\ln \rho + \Phi + \sum_n a_n \hat{A}_n \right) \delta \rho' \right] = 0, \quad (3.3)$$

що приводить до матриці густини

$$\rho = \frac{1}{Z} \exp \left(- \sum_n a_n \hat{A}_n \right), \quad (3.4)$$

де Z — статистична сума яка забезпечує нормування оператора $Tr[\rho] = 1$:

$$Z = \exp(\Phi) = Tr \left[\exp \left(- \sum_n a_n \hat{A}_n \right) \right]. \quad (3.5)$$

Статистичний оператор (3.4) зазвичай використовується для систем в яких істинний стан невідомий або дуже складний. У такому підході, знаючи середні значення тільки деяких фізичних величин A_n можна отримати розумну оцінку на середнє значення будь-якої іншої величини $\langle B_n \rangle = Tr [\hat{B}_n \rho]$. Ключовим моментом такої процедури є знаходження набору спостережуваних величин A_n якого буде достатньо для того, щоб адекватно описати стан системи і розрахувати величини $\langle \hat{B}_n \rangle$. Так, наприклад, для термалізованої системи, що гідродинамічно розширюється, такими величинами є тензор енергії-імпульсу, а також струми, що зберігаються.

Обмежившись лише якісним дослідженням Бозе-Ейнштейнівських кореляцій у малих системах, у дисертації було розглянуто невзаємодіюче нерелятивістське скалярне незаряджене поле у певний момент часу³ t фрізауту системи. Густина лагранжіана такого поля у просторі-часі Мінковського з метричним тензором $g^{\mu\nu} = diag(+1, -1, -1, -1)$ має наступний вигляд

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{r}} \right)^2 - \frac{m^2}{2} \phi^2. \quad (3.6)$$

³Такі наближення давали б гарні кількісні оцінки у випадку слабо взаємодіючих K мезонів з масою $m = 493,667 \text{ МВВ}/c^2$. Проте наразі експериментальна статистика для них є занадто малою для порівняння.

Тоді у термінах ϕ та спряженого йому канонічного імпульсу $\pi = \dot{\phi}$ густина гамільтоніана може бути записана наступним чином

$$H = \frac{1}{2}\pi^2 + \frac{1}{2}(\nabla\phi)^2 + \frac{m^2}{2}\phi^2, \quad (3.7)$$

де $\nabla = (\partial_1, \partial_2, \partial_3) = (d/dx, d/dy, d/dz)$ – просторовий градієнт. Для тензора енергії-імпульсу у такій теорії також маємо простий вираз

$$T^{\mu\nu}(x) = \partial^\mu\phi\partial^\nu\phi - g^{\mu\nu}\mathcal{L}. \quad (3.8)$$

Враховуючи малий обсяг інформації про динаміку системи у $p + p$ зіткненнях та складність релятивістської задачі в загальному випадку, в дисертації ми обмежуємось нерелятивістським наближення. До нього можна перейти декількома способами, що зазвичай починаються з відповідного перевизначення полів. Згідно з роботою [118] нове комплексне нерелятивістське поле Ψ може бути записане через дійсне поле ϕ та спряжене йому π за допомогою наступних співвідношень

$$\phi(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{2m}} (e^{-imt}\Psi(t, \mathbf{r}) + e^{imt}\Psi^\dagger(t, \mathbf{r})), \quad (3.9)$$

$$\pi(t, \mathbf{r}) = -i\sqrt{\frac{m}{2}} (e^{-imt}\Psi(t, \mathbf{r}) - e^{imt}\Psi^\dagger(t, \mathbf{r})). \quad (3.10)$$

Для нових полів Ψ квантування скалярного поля $[\phi(t, \mathbf{r}), \pi(t, \mathbf{r}')] = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ приводить до стандартних комутаційних співвідношень

$$[\Psi(t, \mathbf{r}), \Psi^\dagger(t, \mathbf{r}')] = \delta^{(3)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (3.11)$$

та

$$[\Psi(t, \mathbf{r}), \Psi(t, \mathbf{r}')] = [\Psi^\dagger(t, \mathbf{r}), \Psi^\dagger(t, \mathbf{r}')] = 0. \quad (3.12)$$

Аналогічні співвідношення отримуються і для Фур'є перетворень цих операторів

$$\Psi(t, \mathbf{p}) = (2\pi)^{-3/2} \int d^3r e^{-i\mathbf{p}\mathbf{r}} \Psi(t, \mathbf{r}), \quad (3.13)$$

$$\Psi^\dagger(t, \mathbf{p}) = (2\pi)^{-3/2} \int d^3r e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}} \Psi^\dagger(t, \mathbf{r}). \quad (3.14)$$

$$[\Psi(t, \mathbf{p}), \Psi^\dagger(t, \mathbf{p}')] = \delta^{(3)}(\mathbf{p} - \mathbf{p}'), \quad (3.15)$$

$$[\Psi(t, \mathbf{p}), \Psi(t, \mathbf{p}')] = [\Psi^\dagger(t, \mathbf{p}), \Psi^\dagger(t, \mathbf{p}')] = 0. \quad (3.16)$$

Нерелятивістське наближення для густини гамільтоніана отримується підстановкою рівнянь (3.9) та (3.10) у (3.7). Отриманий вираз містить швидко осцилюючі доданки пропорційні до $e^{\pm 2imt}$. У нерелятивістському наближенні такими члени зазвичай нехтують оскільки на масштабах часу більших за $1/m$ їх часове усереднення дає значно менший внесок у порівнянні з іншими доданками. З урахуванням сказаного, густина гамільтоніана набуває наступного вигляду

$$H(t, \mathbf{r}) = T^{00}(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{2m} \nabla \Psi \nabla \Psi^\dagger + m \Psi \Psi^\dagger. \quad (3.17)$$

Аналогічним чином, використовуючи рівняння (3.8) та нехтуючи додатками з фактором $e^{\pm 2imt}$, для просторових компонент тензора ($j = 1, 2, 3$) маємо

$$T^{0j}(t, \mathbf{r}) = -\frac{i}{2} (\Psi \partial^j \Psi^\dagger - \Psi^\dagger \partial^j \Psi). \quad (3.18)$$

Оператор числа (густини) частинок у нерелятивістській теорії також спрощується

$$N(t, \mathbf{r}) = \Psi \Psi^\dagger. \quad (3.19)$$

Вирази (3.17), (3.18) та (3.19) є операторами фізичних величин середні значення яких фіксуються при побудові статистичного оператора, який може бути представлений наступним чином

$$\rho = \frac{1}{Z} \hat{\rho}, \quad (3.20)$$

де Z - статистична сума,

$$Z = Tr[\hat{\rho}], \quad (3.21)$$

а $\hat{\rho}$ – експоненційна частина оператора

$$\hat{\rho} = \exp \left[- \int d^3r \beta(\mathbf{r}) \left(\sum_{i=0}^3 u_i(\mathbf{r}) T^{0i} - \mu \Psi \Psi^\dagger \right) \right]. \quad (3.22)$$

Тут $\beta = 1/T$ – обернена температура, μ – хімічний потенціал, а $u_i = \frac{1}{1-\mathbf{u}^2}(1, \mathbf{u})$, де $\mathbf{u} = (u^1, u^2, u^3)$ – локальна колективна швидкість системи.

Враховуючи рівняння (3.17) та (3.18), та розкладаючи усі вирази з точністю до квадрата швидкості \mathbf{u} , вираз (3.22) можна спростити до наступного вигляду

$$\hat{\rho} = \exp \left[- \int d^3r \beta(\mathbf{r}) \left(\frac{1}{2m} |-i\nabla - m\mathbf{u}(\mathbf{r})] \Psi|^2 - \hat{\mu}(\mathbf{r}) |\Psi|^2 \right) \right], \quad (3.23)$$

де введений нерелятивістський хімічний потенціал

$$\hat{\mu} = \mu - m. \quad (3.24)$$

Якщо середні значення просторових компонент тензора енергії-імпульса зникають $\langle T^{0j} \rangle = 0$ ($j = 1, 2, 3$), що відповідає статичній системі без колективних швидкостей $\mathbf{u} = \mathbf{0}$, то статистичний оператор (3.23) відповідає великому канонічному ансамблю (ВКА) невзаємодіючих нерелятивістських бозонів. Далі буде показано, що квазірівноважний статистичний оператор (3.23) може також бути приведений до звичайного ВКА переозначенням полів Ψ та Ψ^\dagger , якщо поле колективних швидкостей $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ належить до класу потенціальних полів,

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{m} \nabla \theta(\mathbf{r}), \quad (3.25)$$

де $\theta(\mathbf{r})$ – безрозмірний потенціал потоку. Для цього оператори полів Ψ , Ψ^\dagger необхідно переписати у термінах нових полів $\hat{\Psi}$, $\hat{\Psi}^\dagger$, що пов'язані зі старими за допомогою співвідношень

$$\Psi(\mathbf{r}) = e^{-i\theta(\mathbf{r})} \hat{\Psi}(\mathbf{r}), \quad (3.26)$$

$$\Psi^\dagger(\mathbf{r}) = e^{i\theta(\mathbf{r})} \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}). \quad (3.27)$$

Можна також переконатися що для перепозначених полів комутаційні співвідношення не змінюються

$$[\hat{\Psi}(\mathbf{r}), \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}')] = \delta^{(3)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (3.28)$$

та

$$[\hat{\Psi}(\mathbf{r}), \hat{\Psi}(\mathbf{r}')] = [\hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}), \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}')] = 0. \quad (3.29)$$

Наостанок, підставляючи (3.26) та (3.27) у (3.23) та врахувавши рівняння (3.25), маємо статистичний оператор ідентичний до (3.23), проте в термінах нових полів

$$\hat{\rho} = \exp \left[- \int d^3r \beta(\mathbf{r}) \left(\frac{1}{2m} |\hat{\Psi}|^2 - i \nabla \hat{\Psi} |^2 - \hat{\mu}(\mathbf{r}) |\hat{\Psi}|^2 \right) \right]. \quad (3.30)$$

3.2.2 Розв'язок для модельної статичної системи

Для аналізу особливостей квантово-статистичних кореляцій у малих системах було розглянуто просту точно розв'язувану модель системи сталої температури T , розмір якої параметризувався за допомогою хімічного потенціалу

$$\hat{\mu}(\mathbf{r}) = -\frac{m}{2} (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) + \mu_0, \quad (3.31)$$

де μ_0 – сталий доданок, що параметризує середню кількість бозонів з масою m у системі. При такому вигляді хімічного потенціалу задача на пошук власних функцій та значень статистичного оператора ρ є еквівалентною до квантування скалярного поля локалізованого у “гармонічній пастці” у квантовій механіці. Дійсно, вираз (3.23) можна представити наступним чином

$$\hat{\rho} = e^{-\beta(\hat{H} - \mu_0 \hat{N})}, \quad (3.32)$$

$$\hat{H} = \int d^3r \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \left(-\frac{1}{2m} \nabla^2 - \frac{m}{2} (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) \right) \hat{\Psi}(\mathbf{r}), \quad (3.33)$$

$$\hat{N} = \int d^3r \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}(\mathbf{r}), \quad (3.34)$$

тут і надалі використовуються наступні позначення у яких введені параметри R_i , що відповідають за геометричні розміри системи

$$\beta\omega_i = \frac{1}{R_i\sqrt{mT}}, \quad b_i^2 = \frac{R_i}{\sqrt{mT}}. \quad (3.35)$$

Добре відомо, що гамільтоніан \hat{H} (3.33) може бути діагоналізований у осциляторному представленні

$$\hat{\Psi}(\mathbf{r}) = \sum_{n,k,l=0}^{\infty} \alpha(n, k, l) \phi_n(x) \phi_k(y) \phi_l(z), \quad (3.36)$$

де оператори народження $\alpha^\dagger(n, k, l)$, та знищення $\alpha(n, k, l)$ задовольняють комутаційним співвідношенням

$$[\alpha(n, k, l), \alpha^\dagger(n', k', l')] = \delta_{nn'} \delta_{kk'} \delta_{ll'}, \quad (3.37)$$

та

$$[\alpha(n, k, l), \alpha(n', k', l')] = [\alpha^\dagger(n, k, l), \alpha^\dagger(n', k', l')] = 0. \quad (3.38)$$

Функції $\phi_n(x_i)$ є ортонормованими хвильовими функціями одновимірного квантового гармонічного осцилятора що відповідають власним значенням $\epsilon_n = \omega_{x_i} (n_i + \frac{1}{2})$. Вони відомі як функції Ерміта та виражаються через одиниці поліноми $H_n(x/b_x)$ наступним чином

$$\phi_n(x) = (2^n n! \pi^{1/2} b_x)^{-1/2} H_n \left(\frac{x}{b_x} \right) \exp \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x}{b_x} \right)^2 \right), \quad (3.39)$$

У такому базисі гамільтоніан \hat{H} може бути діагоналізований

$$\hat{H} = \sum_{n,k,l=0}^{\infty} (\epsilon_n + \epsilon_k + \epsilon_l - \hat{\mu}) \alpha^\dagger(n, k, l) \alpha(n, k, l). \quad (3.40)$$

Для скорочення явного вигляду рівнянь, надалі буде розглянуто ізотропну систему, тобто з $R_x = R_y = R_z = R$. Перехід до анізотропного випадку, за необхідності, буде легко зробити у кінцевих виразах якщо, врахувати просторову факторизацію хвильових функцій. Крім цього, для подальших розрахунків зручно також ввести фізичні оператори народження та знищення,

що відповідають частинкам з фіксованим імпульсом які вільно розлітаються на нескінченність після фрізауту системи. Саме з ними ми надалі асоціюємо частинки, що детектуються та вивчаються, тобто піони або каони.

$$a_{\mathbf{p}} = \sum_{j_x, j_y, j_z=0}^{\infty} \phi_{\mathbf{j}}(\mathbf{p}) \alpha_{\mathbf{j}}, \quad (3.41)$$

тут введено короткі векторні позначення для власних чисел $\mathbf{j} = \{j_x, j_y, j_z\}$ операторів народження/знищення $\alpha_{\mathbf{j}} = \alpha(j_x, j_y, j_z)$ та власних функцій $\phi_{\mathbf{j}}(\mathbf{p}) = \phi_{j_x}(p_x) \phi_{j_y}(p_y) \phi_{j_z}(p_z)$ – Фур’є представлень функцій (3.39). У представленні цих операторів одночастинковий інклюзивний імпульсний спектр виражається наступним чином

$$n(\mathbf{p}) = p^0 \frac{d^3 N}{dp^3} = \langle a_{\mathbf{p}}^{\dagger} a_{\mathbf{p}} \rangle = \frac{1}{Z} \text{Tr}[\hat{\rho} a_{\mathbf{p}}^{\dagger} a_{\mathbf{p}}]. \quad (3.42)$$

Детальний розрахунок цієї величини наведений у роботі [7], а її явний вигляд може бути переписаний у наступній, зручній у контексті подальших розрахунків, формі

$$\langle a_{\mathbf{p}_1}^{\dagger} a_{\mathbf{p}_2} \rangle = \sum_{s=1}^{\infty} e^{\beta \mu_0 s} \Phi(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \beta \omega s), \quad (3.43)$$

де

$$\Phi(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \beta \omega s) = \frac{b^3}{(2\pi \sinh(\beta \omega s))^{3/2}} \times \exp \left(-\frac{b^2}{4} \left[(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2 \tanh \left(\frac{\beta \omega s}{2} \right) + \frac{(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)^2}{\tanh \left(\frac{\beta \omega s}{2} \right)} \right] \right), \quad (3.44)$$

тобто

$$\langle a_{\mathbf{p}}^{\dagger} a_{\mathbf{p}} \rangle = \sum_{s=1}^{\infty} \frac{e^{\beta \mu_0 s} b^3}{(2\pi \sinh(\beta \omega s))^{3/2}} \exp \left(-b^2 \mathbf{p}^2 \tanh \left(\frac{\beta \omega s}{2} \right) \right). \quad (3.45)$$

Середнє число частинок у системі задається сталою компонентою хімічного потенціалу μ_0

$$\langle N \rangle(\mu_0) = \int d^3 p \langle a_{\mathbf{p}}^{\dagger} a_{\mathbf{p}} \rangle = \sum_{s=1}^{\infty} \frac{e^{\beta \mu_0 s}}{\left(2 \sinh \left(\frac{\beta \omega s}{2} \right) \right)^3}. \quad (3.46)$$

Умова збіжності цього ряду вимагає стандартного обмеження на хімічний потенціал у скінченних за розміром системах

$$\mu_0 < \frac{3\omega}{2} = \frac{1}{2}(\omega_x + \omega_y + \omega_z). \quad (3.47)$$

При інтерферометрії великих систем, як у ядро-ядерних зіткненнях, стандартним кроком є побудова квазікласичного розподілу, що задається функцією Вігнера

$$W(\mathbf{p}, \mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3q \langle a_{\mathbf{k}+\mathbf{q}/2}^\dagger a_{\mathbf{k}-\mathbf{q}/2} \rangle e^{-i\mathbf{q}\mathbf{x}}. \quad (3.48)$$

У випадку розподілу (3.43) ця функція набуває наступного вигляду

$$W(\mathbf{p}, \mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{s=1}^{\infty} e^{\beta\mu_0 s} \frac{\exp\left(-(\mathbf{b}^2 \mathbf{k}^2 + \mathbf{x}^2/\mathbf{b}^2) \tanh\left(\frac{\beta\omega s}{2}\right)\right)}{\cosh^3\left(\frac{\beta\omega s}{2}\right)}. \quad (3.49)$$

Очікується, що у термодинамічній границі, коли теплова довжина бозонів $\Lambda_T = \frac{1}{\sqrt{mT}}$ набагато менша за довжину однорідності R , функція Вігнера (3.49) має набувати квазікласичного вигляду. Дійсно, поклавши $\Lambda_T/R = \beta\omega = \frac{1}{R\sqrt{mT}} \ll 1$, маємо

$$\begin{aligned} W_{qc} &\approx \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{s=1}^{\infty} \left(e^{\frac{\mu_0}{T} - \frac{k^2}{2mT} - \frac{x^2}{2R^2}} \right)^s = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{k^2}{2mT} + \frac{x^2}{2R^2} - \frac{\mu_0}{T}\right) - 1}, \end{aligned} \quad (3.50)$$

що відповідає розподілу Бозе-Ейнштейна з хімічним потенціалом (3.31) при $\mu_0 < 0$. Дійсно, таке наближення добре працює у $A + A$ зіткненнях та приводить до стандартної формули для апроксимації кореляційної функції (2.7). Проте у випадку $p + p$ зіткнень з типовим розміром системи $R \sim 1.5$ фм та тепловою довжиною піонів $\Lambda_T \sim 1.35$ фм, застосування квазікласичного наближення не є виправданим, що спонукає до модифікації стандартних методів інтерферометрії $p + p$ експериментів.

3.2.3 Результати фемтоскопічної інтерферометрії у великому канонічному ансамблі

Описана модель дозволяє будувати двочастинкові бозонні кореляційні функції згідно з означенням (2.1), яке наразі можна переписати наступним чином

$$C(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = \frac{n(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)}{n(\mathbf{p}_1)n(\mathbf{p}_2)}, \quad \mathbf{k} = \frac{\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2}{2}, \quad \mathbf{q} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2, \quad (3.51)$$

$$n(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = p_1^0 p_2^0 \frac{dN}{d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2} = Tr[\rho a_{\mathbf{p}_1}^\dagger a_{\mathbf{p}_2}^\dagger a_{\mathbf{p}_1} a_{\mathbf{p}_2}]. \quad (3.52)$$

Ці вирази можна додатково спростити, якщо розкласти двочастинковий спектр $n(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$ через добутки одночастинкових спектрів за допомогою термічної теореми Віка у великому канонічному ансамблі

$$\langle a_{\mathbf{p}_1}^\dagger a_{\mathbf{p}_2}^\dagger a_{\mathbf{p}_3} a_{\mathbf{p}_4} \rangle = \langle a_{\mathbf{p}_1}^\dagger a_{\mathbf{p}_3} \rangle \langle a_{\mathbf{p}_2}^\dagger a_{\mathbf{p}_4} \rangle + \langle a_{\mathbf{p}_1}^\dagger a_{\mathbf{p}_4} \rangle \langle a_{\mathbf{p}_2}^\dagger a_{\mathbf{p}_3} \rangle. \quad (3.53)$$

Можна переконатися, що у ВКА інтерсепт (2.7) кореляційної функції (2.1) завжди дорівнює одиниці $\lambda(\mathbf{k}) = 1$, що відповідає повністю хаотичній системі. Однак такий результат не відповідає експериментальним даним щодо $p + p$ зіткнень [106] у яких параметр λ суттєво менший за одиницю.

$$C(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = 1 + \frac{\langle a_{\mathbf{p}_1}^\dagger a_{\mathbf{p}_2} \rangle \langle a_{\mathbf{p}_2}^\dagger a_{\mathbf{p}_1} \rangle}{\langle a_{\mathbf{p}_1}^\dagger a_{\mathbf{p}_1} \rangle \langle a_{\mathbf{p}_2}^\dagger a_{\mathbf{p}_2} \rangle}, \quad C(\mathbf{k}, \mathbf{0}) = 2. \quad (3.54)$$

Можна також очікувати, що результат апроксимації КФ (3.54) формулою (2.7) для малої системи не дасть результату, що відповідає реальному розміру системи R , через незастосовність квазікласичного наближення. З метою перевірки даного припущення у дисертації проведено порівняння видимого (інтерферометричного) розміру системи $R_{HBT} = R_{o,s,l}$, та реального геометричного розміру R . Надалі це надасть змогу зрозуміти наскільки точними є оцінки стандартних методів фемтоскопії, розроблених для великих систем, при їх застосуванні до $p + p$ експериментів.

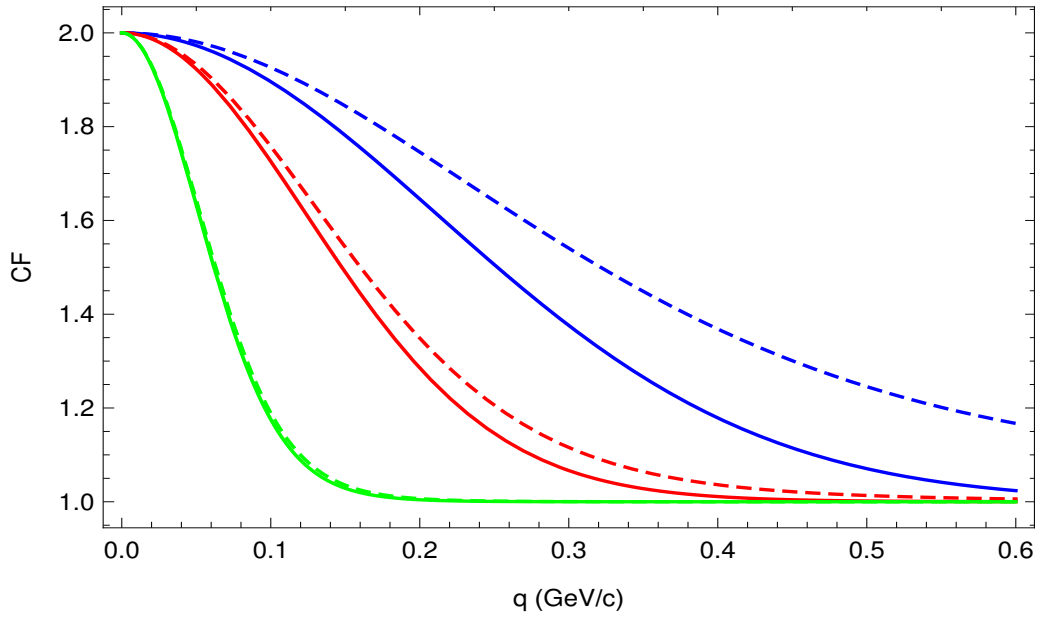


Рис. 3.1: Квантові (суцільні лінії) та квазікласичні (пунктирні лінії) кореляційні функції каонів за імпульсу пари $k = 0.15$ Гев/с для систем сталої температури $T = 155$ МеВ та різних розмірів $R = 0.75$ фм (сині лінії), $R = 1.5$ фм (червоні лінії), $R = 3.0$ фм (зелені лінії). Хімічний потенціал зафіксований на значенні $\mu_0 = -0.1\mu_{\max}$, що забезпечує малі середні множинності у системах $\langle N \rangle \approx 1$.

Для того, щоб продемонструвати відмінність між квазікласичними (з гаусовим джерелом розміром R) та квантовими (згідно з рівняннями (3.54) та (3.43)) розрахунками, на Рис. 3.1 представлені КФ каонів у системах різних розмірів. Для систем, що народжуються у $p + p$ зіткненнях з типовим розміром $R \approx 1 - 2$ Фм різниця є суттєвою навіть при малих множинностях народження частинок $\langle N \rangle \approx 1$, в той час, як для великих систем, що відповідають $A + A$ зіткненням з $R > 3$ фм, різниця є нехтовно малою. Слід зазначити що у реальних експериментах множинність каонів може досягати десятків частинок, а у випадку ще легших піонів двох сотень, що значно посилює цю різницю. Оскільки ширина КФ є нічим іншим як оберненим інтерферометричним розміром системи R_{HBT} , то одразу бачимо, що завдяки квантовим ефектами у $p + p$ зіткненнях з великою множинністю можна очі-

кувати значну відмінність між R_{HBT} та R .

Кореляції у системі з когерентною компонентою

Для малих систем з великою множинністю народження бозонів, типових для $p + p$ зіткнень за енергій LHC, описання у термінах великого канонічного ансамблю при дослідженні кореляції може виявитись хибним: велика заселеність основного стану⁴, що у тепловій моделі задається виразом

$$\langle N_0 \rangle = \frac{1}{e^{\beta(\mu_{max} - \mu_0)} - 1}, \quad (3.55)$$

призводить до суттєвого перекриття хвильових пакетів окремих бозонів, що випромінюються із малої системи. У такому випадку може розвинутиись додаткова когерентність [119, 120], а випромінювання бозонів з таких систем не може бути незалежним, оскільки будь-яка невелика взаємодія може призвести до скорельованості фаз окремих хвильових пакетів. Для врахування такого ефекту у роботі [7] для малих систем розміру $R \approx \Lambda_T$ ⁵ було застосовано формалізм статистичного оператора частково когерентних теплових станів.

Згідно з основною ідеєю, що була запропонована у роботах [121, 122], оператори народження та знищення на гіперповерхні фрізауту σ розкладаються на квантову (операторну) частину $b_{\mathbf{p}}$ та класичну (с число) $d_{\mathbf{p}}(\Delta t_f)$, де Δt_f – тривалість процесу формування спектрів, тобто час між адронізацією та кінетичним фрізаутом системи. Якщо цей процес тривалий та повільний, то можна очікувати, що $d_{\mathbf{p}}(\Delta t_f \rightarrow \infty) \rightarrow 0$. Оскільки у $p + p$ зіткненнях система розширюється дуже швидко, прийнятним є наближення миттєвого розпаду когерентного поля у вільні частинки, що відповідає $\Delta t_f = 0$, або $d_{\mathbf{p}}(\Delta t_f) = d_{\mathbf{p}} \neq 0$. У такому разі для операторів знищення частинки з ім-

⁴Мається на увазі власний стан статистичного оператора ρ , а не гамільтоніану.

⁵Це співвідношення відрізняється в залежності від маси частинок.

пульсом \mathbf{p} маємо наступний розклад

$$a_{\mathbf{p}} = b_{\mathbf{p}} + d_{\mathbf{p}}. \quad (3.56)$$

Варто зазначити, що великі множинності системи $\langle N \rangle$ у ВКА проявляються також у дисперсії чисел заповнення дискретних станів. Так, наприклад, для основного стану маємо $\langle (N_0 - \langle N_0 \rangle)^2 \rangle = \langle N_0 \rangle (\langle N_0 \rangle + 1)$, що при Бозе конденсації, тобто у наближенні $\langle N_0 \rangle \approx \langle N \rangle$, породжує флуктуації у заселеності цього стану сумірні з числом частинок у системі. Хоча для $p + p$ зіткнень принципових обмежень на такі флуктуації немає, ця проблема є давно відомою у експериментах з охолодження атомного газу до наднизьких температур у потенційній пастці [123]. Річ у тім, що у таких дослідах кількість елементів (атомів) у системі є фіксованою, на відміну від протонних зіткнень, де флуктуації числа народжених частинок сумірні з їх середньою множинністю $\langle N \rangle$. Такі обмеження вимагають застосування канонічного або мікроканонічного ансамблю до описання системи. Однак, складність розрахунків у таких ансамблях швидко зростає зі збільшенням числа атомів, що спонукає до використання великого канонічного ансамблю або його модифікацій. При великих множинностях ВКА дає доволі точне наближення для середніх значень фізичних величин, але передбачає завищені флуктуації. Запропонований в цьому розділі формалізм може бути альтернативою до ВКА як при описанні $p + p$ зіткнень на ЛНС так і для систем конденсованих атомів за наднизьких температур. Варто зазначити, що незважаючи на різну природу та масштаби цих двох систем, відношення теплових довжин частинок до розмірів систем та множинності у них є приблизно однаковими, що і є причиною схожих статистичних властивостей.

Для впровадження описаних вище ідей, у випадку малих систем з великою множинністю народження бозонів, у роботі [7] було запропоновано замість ВКА, що надалі буде позначатися індексом gce (від англ. Grand canonical ensemble), використовувати так званий частково когерентний ансамбль

ЧКА, який позначатиметься як *pce* (від англ. Partially coherent ensemble). У такому ансамблі для всіх збуджень статистичного оператора описання є аналогічним до ВКА (тобто $\alpha_{\mathbf{n} \neq \mathbf{0}}$ залишається незмінним), в той час, як найбільш заселеному рівню $\mathbf{n} \neq \mathbf{0}$ відповідає Глауберівський когерентний стан з тим же середнім числом заповнення $\langle N_0 \rangle_{pce} = \langle N_0 \rangle_{gce}$ що і у ВКА (3.55).

Такий стан є власним одночасно як для операторів народження, так і операторів знищення, та у Фоківському представленні може бути записаний у наступному вигляді

$$|\gamma\rangle = \exp\left(-\frac{|\gamma|^2}{2}\right) \sum_{n_0=0}^{\infty} \frac{\gamma^{n_0}}{\sqrt{n_0!}} |n_0\rangle, \quad (3.57)$$

де $|\gamma|^2 = \langle N_0 \rangle$, а n_0 – відповідає різним можливим числам заповнення основного рівня. Таким чином, формальний розклад (3.56) може бути записаний за допомогою операторів знищення

$$a_{\mathbf{p}} = \phi_0(\mathbf{p})\alpha_0 + \sum_{\mathbf{n} \neq \mathbf{0}} \phi_{\mathbf{n}}(\mathbf{p})\alpha_{\mathbf{n}}. \quad (3.58)$$

Діючи на стани ансамблю $|\mathbf{i}\rangle = |\gamma\rangle |\mathbf{i}\rangle_{ex}$ з факторизованим основним станом, перший доданок оператору $a_{\mathbf{p}}$ еквівалентний с числу, тобто $d_{\mathbf{p}} = \phi_0(\mathbf{p})\gamma$, а другий – квантовій частині оператора (3.56), що діє тільки на збуджені рівні, тобто $b_{\mathbf{p}} = \sum_{\mathbf{n} \neq \mathbf{0}} \phi_{\mathbf{n}}(\mathbf{p})\alpha_{\mathbf{n}}$. Одночастинковий інклюзивний спектр у такому ансамблі, за визначенням, збігається з результатом ВКА (3.43)

$$\langle a_{\mathbf{p}_1}^\dagger a_{\mathbf{p}_2} \rangle_{pce} = d_{\mathbf{p}_1}^* d_{\mathbf{p}_2} + \langle b_{\mathbf{p}_1}^\dagger b_{\mathbf{p}_2} \rangle_{pce} = \langle a_{\mathbf{p}_1}^\dagger a_{\mathbf{p}_2} \rangle_{gce}. \quad (3.59)$$

Відмінність між спостережуваними величинами у двох ансамблях виникає тільки у кореляціях вищих порядків. Дійсно, у ЧКА теорема Віка у формі (3.53) порушується⁶ натомість враховуючи рівняння (3.57), (3.58) та (3.59), прямим розрахунком отримуємо

$$\begin{aligned} \langle a_{\mathbf{p}_1}^\dagger a_{\mathbf{p}_2}^\dagger a_{\mathbf{p}_1} a_{\mathbf{p}_2} \rangle_{pce} &= \langle a_{\mathbf{p}_1}^\dagger a_{\mathbf{p}_2}^\dagger a_{\mathbf{p}_1} a_{\mathbf{p}_2} \rangle_{gce} - \\ &- |\phi_0(\mathbf{p}_1)|^2 |\phi_0(\mathbf{p}_2)|^2 \left(\langle \alpha_0^\dagger \alpha_0^\dagger \alpha_0 \alpha_0 \rangle_{pce} - 2 \right). \end{aligned} \quad (3.60)$$

⁶Теорема Віка досі є справедливою окремо для збуджених станів, але не для основного.

Можна переконатися, що ймовірність задетектувати певну кількість частинок, що випромінюються з основного рівня (3.57), відповідає розподілу Пуассона по числам заповнення n_0 . Це призводить до наступного середнього значення двочасткового оператора, що з'являється при розрахунку дисперсії розподілу чисел заповнення

$$\langle \gamma | \alpha_0^\dagger \alpha_0^\dagger \alpha_0 \alpha_0 | \gamma \rangle = \langle N_0 \rangle (\langle N_0 \rangle + 1). \quad (3.61)$$

Саме на такий доданок відрізняються двочастинкові спектри у ЧКА від аналогічних у ВКА. Далі, перейшовши в імпульсний простір, маємо явний вираз, що демонструє різницю між двочастинковими КФ у двох ансамблях.

$$\begin{aligned} \langle a_{\mathbf{p}_1}^\dagger a_{\mathbf{p}_2}^\dagger a_{\mathbf{p}_1} a_{\mathbf{p}_2} \rangle_{pce} &= \langle a_{\mathbf{p}_1}^\dagger a_{\mathbf{p}_2}^\dagger a_{\mathbf{p}_1} a_{\mathbf{p}_2} \rangle_{gce} - \\ &- |\phi_0^*(\mathbf{p}_1) \phi_0(\mathbf{p}_1)| \langle N_0 \rangle (\langle N_0 \rangle - 1). \end{aligned} \quad (3.62)$$

На основі цього розрахунку у наступному параграфі проведено порівняння передбачень двох підходів.

3.2.4 Порівняння результатів

Першим результатом в якому ВКА та ЧКА принципово відрізняються є інтерсепт кореляційної функції $\lambda(\mathbf{k}) + 1$. У ВКА, завдяки теоремі Віка, його значення завжди дорівнює 2, незалежно від середнього імпульсу пари частинок \mathbf{k} чи множинності системи $\langle N \rangle$. У ЧКА ж, завдяки додатковим доданкам у рівнянні (3.62) інтерсепт при великих множинностях менший за одиницю. При цьому чим більшою є множинність, тим меншим є значення КФ при нульових відносних імпульсах \mathbf{q} . Чисельні розрахунки для кореляційних функцій ідентичних частинок з масами π -мезонів при температурі $T = 155$ MeV у квазікласичному наближенні, ВКА та ЧКА наведені на Рис. 3.2.

На Рис. 3.3(b) можна побачити, що у частково когерентних системах при малих імпульсах k параметр хаотичності λ спадає при наближенні μ_0 до максимального значення μ_{max} , тобто зі зростанням множинності $\langle N \rangle$. Як було

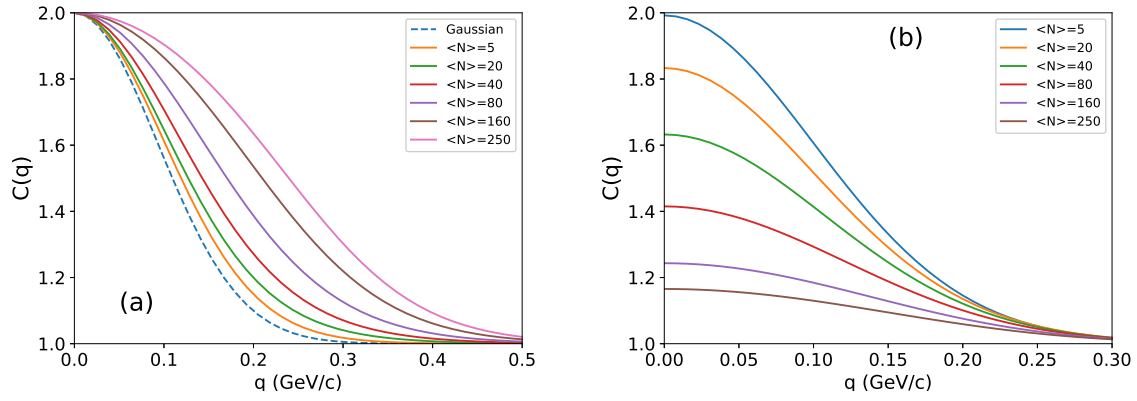


Рис. 3.2: (а) Квантові кореляційні функції у ВКА (суцільні лінії) для систем з різним хімічним потенціалом, тобто з різними $\langle N \rangle$, та квазікласичне наближення для системи з Гаусовим джерелом того ж розміру R (синя пунктирна лінія) при $k = 0.3$ GeV/c, $R = 1.5$ фм та $T = 155$ MeV. (б) Розрахунки у ЧКА. Кореляційні функції систем з тими ж параметрами k , R та T що й у (а).

встановлено у роботі [7], такий ефект є наслідком зростання внеску у спектр від основного рівня $f_0 = \langle N_0 \rangle / \langle N \rangle$, що є наслідком бозонної природи частинок. Аналогічне спадання інтерсепту спостерігалось у $p + p$ зіткненнях з великою множинністю народження частинок на LHC [106,109], що може бути інтерпретовано як сигнал формування Бозе-Ейнштейнівського конденсату у таких системах.

Окрім цього, різниця між параметром хаотичності у системах з будь-яким ступенем когерентності, тобто заселеності основного рівня, швидко зникає зі зростанням імпульсу пари досліджуваних бозонів k . Це відбувається у зв'язку з тим, що конденсатна складова локалізована у вузькому кінематичному регіоні малих імпульсів $\sqrt{\langle k^2 \rangle} \sim \frac{1}{\sqrt{R\Lambda_T}}$, що визначається шириною хвильової функції ϕ_0 . Водночас для збурень відповідний кінематичний діапазон визначається хвильовими функціями вищих рівнів та є значно ширшим. Таким чином при дослідженні частинок з великим імпульсом сліди Бозе конденсації не спостерігаються.

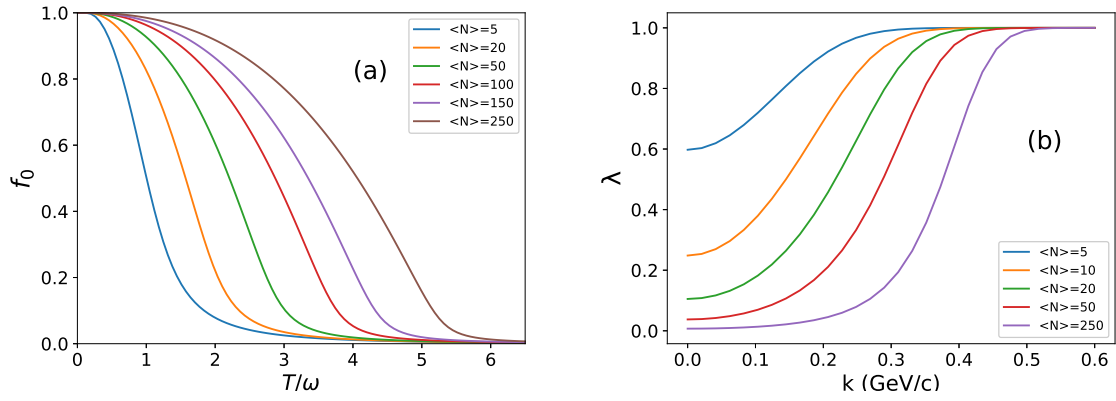


Рис. 3.3: (а) Відносна частка числа частинок у когерентному конденсаті до повного числа частинок у системі $f_0 = \langle N_0 \rangle / \langle N \rangle$ як функція $1/\beta\omega = R/\Lambda_T$ за фіксованих різних середніх чисел частинок $\langle N \rangle$; (б) k - залежність параметра хаотичності $\lambda(k)$ у ЧКА за різних $\langle N \rangle$.

Описані закономірності можна відстежити на Рис 3.3(а) де показана залежність відносної частки частинок у когерентному конденсаті $\langle N_0 \rangle$ до повного середнього числа частинок у системі $\langle N \rangle$ (позначено f_0) як функція розміру системи (або температури) для різних множинностей народження частинок $\langle N \rangle$. Для реальних експериментальних даних з $p + p$ зіткнень на ЛНС можна очікувати розмір системи $R \approx 1.5$ фм, температури фрizaу-та $T = 120 - 170$ MeV та множинності ідентичних бозонів (π^\pm мезонів) $\langle N \rangle \approx 5 - 100$ частинок.

Як показує Рис. 3.2, наявність когерентного конденсату у системі змінює не тільки інтерсепт КФ, але і її форму. Це, безумовно, має відображатися у інтерферометричних розмірах R_{HBT} . У системах з когерентним конденсатом, як можна бачити на Рис. 3.4, ці розміри є більшими ніж у хаотичних, теплових, системах з тими ж множинностями та розмірами. Також, як показано на Рис. 3.4(б), імпульсна залежність $R_{HBT}(k)$ у підході ЧКА осцилює біля певного значення, що задається асимптотичною поведінкою цієї залежності, в той час, як у тепловій системі (підхід ВКА) інтерферометричні розміри у областях малих та великих імпульсів k значно відрізняються. Наостанок,

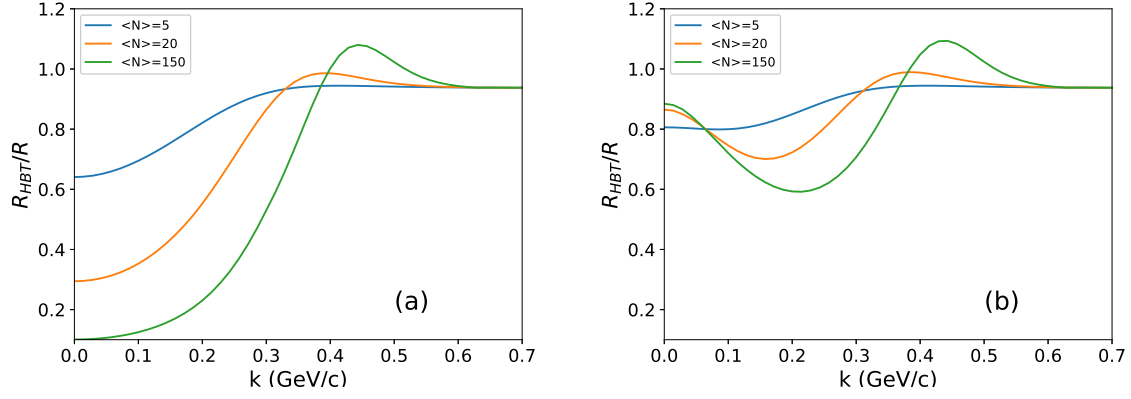


Рис. 3.4: Результат Гаусової апроксимації КФ при малих q для систем малих розмірів $R = 1.5$ фм при $T = 155$ MeV/c. Графіки (а) відповідають повністю хаотичній, тепловій системі, в той час, як (b) показує результати у системі із когерентним конденсатом.

асимптотичне значення R_{HBT} за великих імпульсів k у обох підходах є однаковими для усіх множинностей, що також продемонстровано на Рис. 3.4(a) та 3.4(b). Це значення можна знайти залишивши лише домінуючий перший доданок у ряді (3.43) в усіх виразах для КФ. У такому наближенні

$$C(k, q) = C(q) = 1 + e^{-\frac{q^2 R \Lambda_T}{\sinh(\frac{\Lambda_T}{R})}}, \quad (3.63)$$

що відповідає $R_{HBT} = \sqrt{\frac{R \Lambda_T}{\sinh(\frac{\Lambda_T}{R})}}$ та $\lambda(k) = 1$ [див Рис. 3.3(b)]. Для великих систем з $R \gg \Lambda_T$, цей вираз спрощується до квазікласичного значення $R_{HBT} = \sqrt{R \Lambda_T \left(\frac{\Lambda_T}{R}\right)^{-1}} = R$. Аналогічне насичення довжин однорідності при великих множинностях було вперше опубліковано колаборацією ATLAS [106]. Згідно з результатами даного рукопису, таке спостереження не тільки не суперечить, але й може бути інтерпретовано як сигнал (локальної) термодинамічної рівноваги у $p + p$ зіткненнях з великою множинністю народження частинок.

3.3 Висновки

У даному розділі були зроблені перші спроби інтерпретації експериментальних даних щодо фемтоскопічного аналізу малих систем, що утворюються в ультрарелятивістських $p + p$ зіткненнях на LHC.

Була розглянута проста точно-розв'язувана модель скалярного поля без взаємодії у нерелятивістському наближенні. Виявилось, що за типових параметрів систем, що утворюються у сучасних експериментах, теплові довжини квантів поля є співмірними з її геометричними розмірами. Було показано, що за таких обставин стандартні методи фемтоскопічного аналізу приводять до хибного результату внаслідок великих квантових поправок до квазікласичних рівнянь, що застосовуються до великих систем утворених в ядро-ядерних зіткненнях. Якісно інтерферометричні розміри системи, згідно з розрахунками у запропонованій моделі, є завжди меншими у порівнянні з квазікласичними результатами, причому ця різниця тільки зростає зі збільшенням множинності. Таке дослідження є мотивацією до розробки нових, більш точних, методів інтерферометричного аналізу $p + p$ зіткнень.

Малість систем, що утворюються у сучасних протон-протонних зіткненнях, а також велика множинність народження частинок дозволяють припустити утворення Бозе-Ейнштейнівського конденсату у таких експериментах. Для дослідження такої можливості в рамках фемтоскопічного аналізу було запропоновано концепцію частково когерентного ансамблю. У такому підході основний стан статистичного оператора описується когерентним Глауберівським станом, в той час, як для збуджених рівнів використовується великий канонічний ансамбль. Модельні розрахунки показали, що формування когерентного конденсату призводить до зниження інтерсепту двочастинкової кореляційної функції зі зростанням множинності, що є нетиповим для термічних (локально-рівноважних) систем, проте спостерігається у експерименті. Це може бути ключем до розуміння сучасних даних що були опубліковані

колабораціями ATLAS [106] та LHCb [109], Згідно з цими роботами у $p + p$ зіткненнях спостерігаються одночасно як особливості системи властиві ядроядерних зіткненням, так і суттєві якісні відмінності. Окрім того, відокремлення ефектів, що є наслідком малості системи, а не її нерівноважності, може стати наступним кроком до розуміння властивостей кварк-глюонної плазми та квантової хромодинаміки за високих температур у цілому.

Розділ 4

Фемтоскопічний аналіз подій з фіксованою множинністю у протон-протонних зіткненнях

4.1 Вступ

Як зазначалося у попередньому розділі, одним із важливих результатів експериментів по $p+p$ зіткненням на LHC є спадання інтерферометричних радіусів зі збільшенням імпульсу пари досліджуваних частинок k_T [106], що можна було б трактувати як наслідок гідродинамічної поведінки системи. Якщо таке припущення є справедливим, то система що народжується у зіткненнях протонів за енергій LHC мала б знаходитись у локальній термодинамічній рівновазі, а випромінювання піонів з неї мало б мати тепловий характер. З іншого боку, результати чотирьох експериментальних колаборацій LHC [106–109], що проводять фемтоскопічний аналіз $p + p$ зіткнень, узгоджуються щодо оцінки інтерсепту $\lambda + 1$ піонних та каонних кореляційних функцій. Отримані ними значення є помітно меншими за одиницю (див. Рис. 4.1), що є нетиповим для теплових систем, таких що, наприклад, утворюються у ядро-ядерних зіткненнях.

Інший нетривіальний результат таких експериментів був опублікований колабораціями ATLAS [106] та CMS [108]. Ними спостерігалось насичення інтерферометричних розмірів системи при великих множинностях народження частинок (Рис. 4.1). Така поведінка є особливістю виключно протонних зіткнень і не спостерігається у ядро-ядерних зіткненнях, для яких локальна термодинамічна рівновага та гідродинамічний сценарій розширення на сьогодні не викликають жодних сумнівів.

Таким чином, систематичний і кількісний аналіз, а також теоретична інтерпретація залежних від множинності імпульсних Бозе-Ейнштейнівських кореляції можуть зробити вирішальний внесок у розуміння природи джерела випромінювання частинок у $p + p$ зіткненнях на LHC.

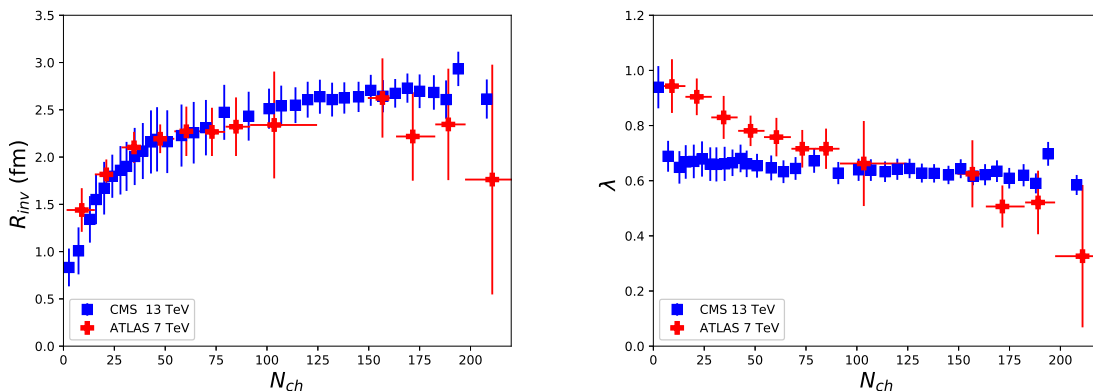


Рис. 4.1: Результати експоненційних апроксимацій експериментальних кореляційних функцій однаково-заряджених частинок (треків) у $p + p$ зіткненнях на LHC при різних множинностях народження: одновимірні інтерферометричні радіуси — лівий графік (для зіставлення з результатами гаусової апроксимації цей параметр необхідно поділити на $\sqrt{\pi}$), та параметр хаотичності λ — правий графік. Деталі можна знайти у публікаціях колаборацій ATLAS та CMS [106, 108].

У даному розділі освітлені результати роботи [8], в якій було вказано, що при аналізі експериментальних даних [106–109], спектри та кореляційні функції не можуть вважатися інклюзивними внаслідок додаткового обмеження, а саме відбору подій з близькими множинностями. За таких умов адекватний опис системи має відбуватися вже не у великому канонічному ансамблі (ВКА), а натомість у канонічному ансамблі (КА). Для цього у заключній частині дисертації до точно розв’язуваної моделі з попереднього розділу накладено додаткове обмеження, що фіксує число частинок у системі. Особливо цікавим є аналіз окремих подій з фіксованою множинністю народження частинок, що перевищують середнє значення цієї величини по всіх зіткненнях. У

такому випадку у системі має розвиватися суттєва Бозе конденсація, що має проявитися у фемтоскопічному аналізі.

Окрім того, у останньому розділі дисертації було досліджено вплив гідродинамічного розширення системи на формування спектрів та кореляційних функцій. Результати опубліковані у статті [9] вказується на те, що наявність колективного потоку у системі тільки посилює ефекти, що з'являються при фіксації множинності системи.

4.2 Розв'язок у канонічному ансамблі

Для переходу від ВКА до КА з матриці густини (3.33) необхідно виділити лише стани з фіксованим числом частинок N . Це можна зробити за допомогою проектуючого оператора

$$\mathcal{P}_N = \frac{1}{N!} \int d^3r_1 \dots d^3r_N \Psi^\dagger(\mathbf{r}_1) \dots \Psi^\dagger(\mathbf{r}_N) |0\rangle \langle 0| \Psi(\mathbf{r}_1) \dots \Psi(\mathbf{r}_N), \quad (4.1)$$

що еквівалентно розкладу по N -частинковим станам

$$\mathcal{P}_N = \sum_{\mathbf{j}_1} \dots \sum_{\mathbf{j}_N} |\mathbf{j}_1, \dots, \mathbf{j}_N\rangle \langle \mathbf{j}_1, \dots, \mathbf{j}_N|, \quad (4.2)$$

$$|\mathbf{j}_1, \dots, \mathbf{j}_N\rangle = \frac{1}{\sqrt{N!}} \alpha^\dagger(\mathbf{j}_1) \dots \alpha^\dagger(\mathbf{j}_N) |0\rangle, \quad (4.3)$$

які отримуються дією N операторів народження на вакуумний стан. Це приводить до матриці густини канонічного ансамблю

$$\rho_N = \frac{1}{Z_N} \hat{\rho}_N, \quad (4.4)$$

де

$$\hat{\rho}_N = \mathcal{P}_N \hat{\rho} \mathcal{P}_N = e^{\beta\mu_0 N} \sum_{\mathbf{j}_1} \dots \sum_{\mathbf{j}_N} e^{-\beta\epsilon_{\mathbf{j}_1}} \dots e^{-\beta\epsilon_{\mathbf{j}_N}} |\mathbf{j}_1, \dots, \mathbf{j}_N\rangle \langle \mathbf{j}_1, \dots, \mathbf{j}_N|, \quad (4.5)$$

а Z_N – статистична сума канонічного ансамблю N бозонів,

$$Z_N = \text{Tr}[\hat{\rho}_N]. \quad (4.6)$$

Явна форма оператора (4.5) містить сталу компоненту хімічного потенціалу μ_0 у вигляді множника $e^{\beta\mu_0 N}$ якому, відповідно, пропорційна і статистична сума Z_N . Проте середнє значення довільної фізичної величини¹, що задається оператором \hat{O} , не залежить від його значення, чого і слід очікувати у канонічному ансамблі

$$\langle \hat{O} \rangle_N = \mathcal{T} \nabla [\rho_N \hat{O}] = \frac{\infty}{Z_N} \mathcal{T} \nabla [\hat{\rho}_N \hat{O}]. \quad (4.7)$$

Надалі для спрощення форми запису стала компонента хімічного потенціала покладена рівною нулю $\mu_0 = 0$.

Для фемтоскопічного аналізу необхідно розрахувати одно- та дво- частинкові спектри у КА (4.4). Для цього скористаємось співвідношенням, що на пряму слідує з рівняння (4.5)

$$\alpha_j \hat{\rho}_N = \hat{\rho}_N \alpha_j e^{-\beta \epsilon_j}, \quad (4.8)$$

та пов'язує ансамблі з N та $N-1$ бозонів. Використовуючи інваріантність відносно циклічних перестановок, комутаційні співвідношення (3.37) та (3.37), а також рівняння (4.8), отримуємо рекурентне співвідношення

$$\langle \alpha_{j_1}^\dagger \alpha_{j_2} \rangle_N = e^{-\beta \epsilon_{j_2}} \frac{Z_{N-1}}{Z_N} \left(\delta_{j_1 j_2} + \langle \alpha_{j_1}^\dagger \alpha_{j_2} \rangle_{N-1} \right). \quad (4.9)$$

Починаючи з вакуумного стану $\langle \alpha_{j_1}^\dagger \alpha_{j_2} \rangle_0 = 0$ можна послідовно, збільшуючи N , отримати наступний вираз для одночастинкових спектрів у КА

$$\langle \alpha_{j_1}^\dagger \alpha_{j_2} \rangle_N = \delta_{j_1 j_2} \sum_{s=1}^N e^{-s\beta \epsilon_{j_2}} \frac{Z_{N-s}}{Z_N}. \quad (4.10)$$

Статистичні суми Z_n можна отримати підсумувавши по всім можливим n -частковим конфігураціям, явно врахувавши спектр ізотропної задачі

$$\epsilon_j = \omega \left(n_{j_x} + n_{j_y} + n_{j_z} + \frac{3}{2} \right), \quad (4.11)$$

¹Середні розраховані у канонічному ансамблі надалі позначаються індексом $\langle \dots \rangle_N$.

$$\begin{aligned}
N &= \sum_{\mathbf{j}} \langle \alpha_{\mathbf{j}}^{\dagger} \alpha_{\mathbf{j}} \rangle_N = \sum_{s=1}^N \sum_{\mathbf{j}} e^{-s\beta\epsilon_{\mathbf{j}}} \frac{Z_{N-s}}{Z_N} = \\
&= \sum_{s=1}^N \left[\frac{2}{\sinh(s\beta\omega/2)} \right]^3 \frac{Z_{N-s}}{Z_N},
\end{aligned} \tag{4.12}$$

що дозволяє послідовно, принаймні чисельно, розрахувати усі статистичні суми починаючи з $Z_0 = \langle 0|0 \rangle = 1$ до Z_N ,

Аналогічним чином можна знайти двочастковий спектр, якщо починати з наступного рівняння

$$\begin{aligned}
\langle \alpha_{\mathbf{j}_1}^{\dagger} \alpha_{\mathbf{j}_2}^{\dagger} \alpha_{\mathbf{j}_3} \alpha_{\mathbf{j}_4} \rangle_N &= e^{-\beta\epsilon_{\mathbf{j}_4}} \frac{Z_{N-1}}{Z_N} \left(\langle \alpha_{\mathbf{j}_1}^{\dagger} \alpha_{\mathbf{j}_2}^{\dagger} \alpha_{\mathbf{j}_3} \alpha_{\mathbf{j}_4} \rangle_{N-1} + \right. \\
&\quad \left. \delta_{\mathbf{j}_1\mathbf{j}_4} \langle \alpha_{\mathbf{j}_2}^{\dagger} \alpha_{\mathbf{j}_3} \rangle_{N-1} + \delta_{\mathbf{j}_2\mathbf{j}_4} \langle \alpha_{\mathbf{j}_1}^{\dagger} \alpha_{\mathbf{j}_3} \rangle_{N-1} \right),
\end{aligned} \tag{4.13}$$

що рекурентно приводить до

$$\langle \alpha_{\mathbf{j}_1}^{\dagger} \alpha_{\mathbf{j}_2}^{\dagger} \alpha_{\mathbf{j}_3} \alpha_{\mathbf{j}_4} \rangle_N = (\delta_{\mathbf{j}_1\mathbf{j}_4} \delta_{\mathbf{j}_2\mathbf{j}_3} + \delta_{\mathbf{j}_1\mathbf{j}_3} \delta_{\mathbf{j}_2\mathbf{j}_4}) \sum_{s=1}^{N-1} \sum_{s'}^{N-s} e^{-s\beta\epsilon_{\mathbf{j}_4}} e^{-s'\beta\epsilon_{\mathbf{j}_3}} \frac{Z_{N-s-s'}}{Z_N}. \tag{4.14}$$

Останній вираз явно демонструє порушення термодинамічної теореми Віка (3.53) у канонічному ансамблі.

4.3 Імпульсні спектри у канонічному ансамблі

Розглянемо одно- та дво- частинкові спектри у канонічному ансамблі з модельним гідродинамічним потоком у лінійній ізотропній формі

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}) = \kappa \mathbf{r}, \tag{4.15}$$

з параметром κ , що відповідає за інтенсивність потоків у системі, та у ліміті $\kappa = 0$ зводить задачу до статичної. Відповідний розв'язок рівняння для потенціального поля $\theta(\mathbf{r})$ (3.25) з точністю до константи має наступний вигляд

$$\theta(\mathbf{r}) = -\frac{m\kappa\mathbf{r}^2}{2}. \tag{4.16}$$

Фаза $\theta(\mathbf{r})$ проявляється при побудові операторів народження/знищення частинок з фіксованим імпульсом (3.41)

$$\tilde{a}_{\mathbf{p}} = \sum_{\mathbf{j}} \tilde{\phi}_{\mathbf{j}}(\mathbf{p}) \alpha_{\mathbf{j}}, \quad (4.17)$$

де $\tilde{\phi}_{\mathbf{j}}(\mathbf{p})$ нові імпульсні власні функції

$$\tilde{\phi}_{\mathbf{j}}(\mathbf{p}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d\mathbf{x} e^{-im\kappa\mathbf{x}^2/2} e^{i\mathbf{p}\mathbf{x}} \phi_{j_x}(x) \phi_{j_y}(y) \phi_{j_z}(z) \neq \phi_{\mathbf{j}}(\mathbf{p}). \quad (4.18)$$

Скориставшись рівняннями (4.17), (4.18), (4.10) для одночастинкових спектрів у КА, маємо

$$\langle \tilde{a}_{\mathbf{p}_1}^\dagger \tilde{a}_{\mathbf{p}_2} \rangle_N = \sum_{s=1}^N \frac{Z_{N-s}}{Z_N} \Phi(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \beta\omega\mathbf{s}; \kappa), \quad (4.19)$$

де функція $\Phi(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \beta\omega\mathbf{s}; \kappa)$ введена аналогічним до ВКА чином (3.44), але з додатковою залежністю від інтенсивності потоку κ

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \beta\omega\mathbf{s}; \kappa) &= \frac{b^3(1 + m^2\kappa^2b^4)^{-3/2}}{(2\pi \sinh(\beta\omega s))^{3/2}} \times \\ &\exp \left(-\frac{b^2}{4(1 + m^2\kappa^2b^4)} \left[(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2 \tanh \left(\frac{\beta\omega s}{2} \right) + \frac{(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)^2}{\tanh \left(\frac{\beta\omega s}{2} \right)} \right] \right) \times \\ &\exp \left(-\frac{b^2}{4(1 + m^2\kappa^2b^4)} 2i(\mathbf{p}_2^2 - \mathbf{p}_1^2) m\kappa b^2 \right) \end{aligned} \quad (4.20)$$

Легко переконатись, що $\Phi(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \beta\omega\mathbf{s}; \kappa = 0) = \Phi(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \beta\omega\mathbf{s})$. Аналогічним чином, врахувавши рівняння (4.14), можна розрахувати двочастковий спектр у КА

$$\begin{aligned} \langle \tilde{a}_{\mathbf{p}_1}^\dagger \tilde{a}_{\mathbf{p}_2}^\dagger \tilde{a}_{\mathbf{p}_3} \tilde{a}_{\mathbf{p}_4} \rangle_N &= \sum_{s=1}^{N-1} \sum_{s'}^{N-s} \frac{Z_{N-s-s'}}{Z_N} \times \\ &(\Phi(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_1, \beta\omega\mathbf{s}; \kappa) \Phi(\mathbf{p}_2, \mathbf{p}_2, \beta\omega\mathbf{s}; \kappa) + \Phi(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \beta\omega\mathbf{s}; \kappa) \Phi(\mathbf{p}_2, \mathbf{p}_1, \beta\omega\mathbf{s}; \kappa)). \end{aligned} \quad (4.21)$$

Важливо зазначити, що фізичні спектри, яким відповідає вираз (4.19) при $\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2$, та кореляційні функції, тобто відношення двочастинкового спектра

(4.21) до двох одночастинкових (4.19), є дійсними функціями. Комплексні множники у виразі (4.20) при цьому скорочуються.

Наостанок, кореляційну функцію у канонічному ансамблі

$$C(\mathbf{k}, \mathbf{q}; \kappa)_N = \frac{\langle \tilde{a}_{\mathbf{p}_1}^\dagger \tilde{a}_{\mathbf{p}_2}^\dagger \tilde{a}_{\mathbf{p}_1} \tilde{a}_{\mathbf{p}_2} \rangle_N}{\langle \tilde{a}_{\mathbf{p}_1}^\dagger \tilde{a}_{\mathbf{p}_1} \rangle_N \langle \tilde{a}_{\mathbf{p}_2}^\dagger \tilde{a}_{\mathbf{p}_2} \rangle_N} \quad (4.22)$$

необхідно додатково перенормувати. У експериментальних вимірюваннях [107] КФ нормується таким чином, щоб при великих значеннях відносного імпульсу \mathbf{q} її значення прямувало до одиниці. У моделі, що обговорюється, цього можна досягти ввівши додатковий множник

$$C(\mathbf{k}, \mathbf{q}; \kappa)_N = G_N \frac{\langle \tilde{a}_{\mathbf{p}_1}^\dagger \tilde{a}_{\mathbf{p}_2}^\dagger \tilde{a}_{\mathbf{p}_1} \tilde{a}_{\mathbf{p}_2} \rangle_N}{\langle \tilde{a}_{\mathbf{p}_1}^\dagger \tilde{a}_{\mathbf{p}_1} \rangle_N \langle \tilde{a}_{\mathbf{p}_2}^\dagger \tilde{a}_{\mathbf{p}_2} \rangle_N}, \quad (4.23)$$

де

$$G_N = \frac{Z_N}{Z_{N-2}} \left(\frac{Z_{N-1}}{Z_N} \right)^2. \quad (4.24)$$

Вирази для статистичних сум Z_N і, як наслідок, нормувальний множник G_N не залежать від інтенсивності потоку і можуть бути розраховані чисельно за допомогою рекурентного рівняння (4.12), що може бути переписаним у наступній, більш зручній, формі

$$Z_N(\beta\omega) = \frac{1}{N} \sum_{s=1}^N Z_1(s\beta\omega) Z_{N-s}(\beta\omega), \quad (4.25)$$

$$Z_0 = 1, \quad Z_1 = \left(\frac{2}{\sinh(\beta\omega/2)} \right)^3. \quad (4.26)$$

4.4 Результати

Спершу продемонструємо типовий вигляд кореляційних функцій у канонічному ансамблі. На Рис. 4.2 зображені КФ скалярних бозонів з масою π^\pm мезонів у системі з типовою температурою формування спектрів $T = 150$ MeV.

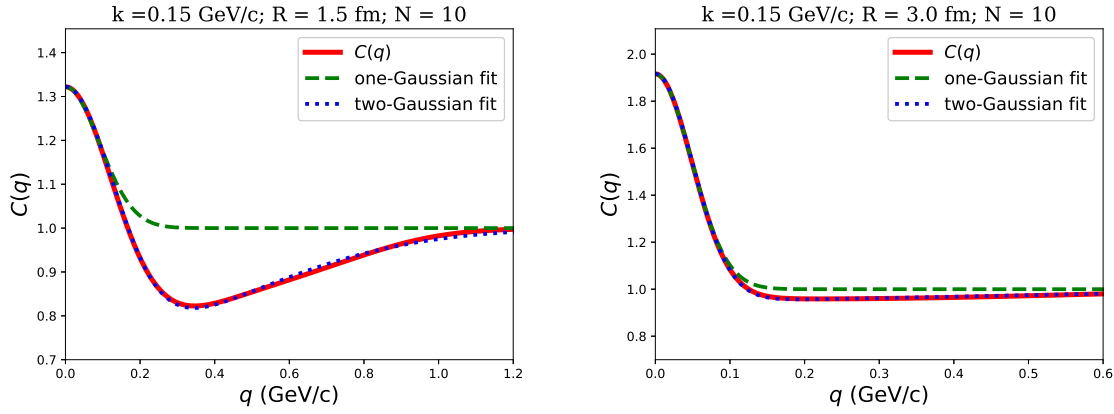


Рис. 4.2: Кореляційні функції (червоні суцільні лінії) та їх одно- та двох-Гаусова апроксимація (сині та зелені пунктирні лінії відповідно) згідно з рівняннями (4.27) та (4.28), при $k = 0.15$ GeV/c, $N = 10$, $R = 1.5$ фм (лівий графік) та $R = 3.0$ фм (правий графік)

Було розглянуто випадки малої $R = 1.5$ фм та великої $R = 3.0$ фм, відносно теплового розміру частинок Λ_T систем. Як можна бачити, інтерсепт КФ $\lambda + 1$ є меншим за два і спадає зі зменшенням розміру системи. Це може бути інтерпретовано як результат часткової когерентності у емісії частинок, що пов'язана з проєктування теплового великого канонічного ансамблю (у якому $\lambda(\mathbf{k}) = 1$) на підансамбль N -частинкових станів.

Окрім того, для малих систем можна спостерігати суттєві відхилення від Гаусової форми КФ, в тому числі антикореляції бозонів ($C(\mathbf{k}, \mathbf{q}) < 1$) при віддалені від піка КФ. Для того, щоб врахувати ці ефекти при фемтоскопічному аналізі має сенс апроксимувати КФ або однією Гаусовою функцією у дуже вузькому діапазоні відносних імпульсів $|\mathbf{q}|$ або двома згідно з рівнянням (4.27), якщо діапазон відносних імпульсів охоплює регіон антикореляцій.

$$C(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = 1 - \lambda_1(\mathbf{k}, N)e^{-\mathbf{q}^2 R_1^2(\mathbf{k}, N)} + \lambda_2(\mathbf{k}, N)e^{-\mathbf{q}^2 R_2^2(\mathbf{k}, N)}, \quad (4.27)$$

де $\lambda_{1,2} > 0$. Вираз $1 - \lambda_1(\mathbf{k}, N)e^{-\mathbf{q}^2 R_1^2(\mathbf{k}, N)}$ пов'язаний з порушенням теореми Віка у канонічному ансамблі та відповідає за антикореляції частинок при середніх значеннях $|\mathbf{q}|$ що присутні на Рис. 4.2. Останній же доданок опи-

сує пік КФ, а параметр R_2 є аналогом до інтерферометричного розміру у одно-Гаусовому фіті (4.28). У великих системах розбіжність між КА та ВКА зникає, тобто $\lambda_1(\mathbf{k}, N) \rightarrow 0$, що приводить до стандартного вигляду для апроксимації КФ

$$C(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = 1 + \lambda(\mathbf{k}, N) e^{-\mathbf{q}^2 R^2(\mathbf{k}, N)}. \quad (4.28)$$

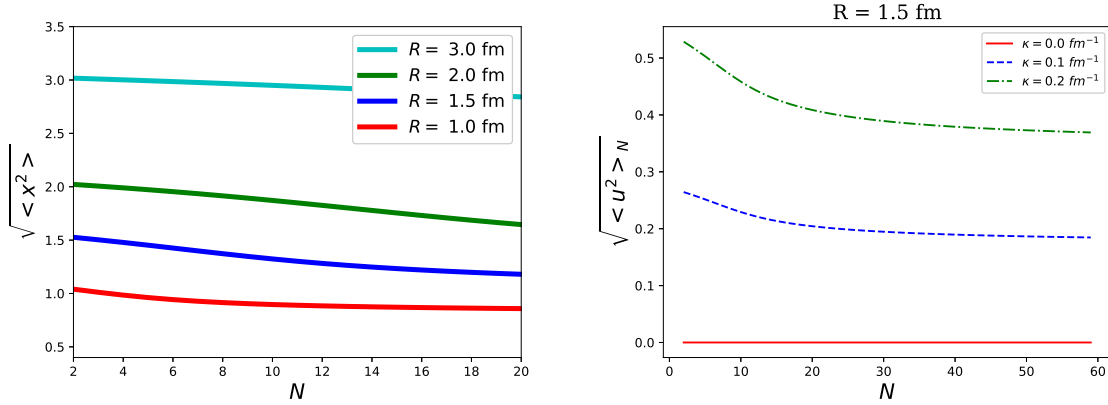


Рис. 4.3: Залежність $\sqrt{\langle x^2 \rangle_N}$ від множинності народження частинок N (лівий графік) у системах різного розміру. Залежність $\sqrt{\langle u^2 \rangle_N}$ від N при фіксованому параметрі $R = 1.5$ фм, але за різних значень інтенсивності потоку κ (правий графік).

З Рис. 4.2 видно, що значення інтерсепту $\lambda + 1$ кореляційної функції при фіксованому значенні N сильно залежить від параметра R , що відповідає за геометричний розмір системи. Розрахувавши середній розмір розподілу бозонів у системі $\sqrt{\langle x^2 \rangle_N}$

$$\langle x^2 \rangle_N = \frac{1}{2} b^2 \frac{\sum_{s=1}^N \frac{Z_{N-s}}{Z_N} (\sinh(\beta \omega s))^{-3/2} (\tanh(\beta \omega s / 2))^{-5/2}}{\sum_{s=1}^N \frac{Z_{N-s}}{Z_N} (\sinh(\beta \omega s))^{-3/2} (\tanh(\beta \omega s / 2))^{-3/2}}, \quad (4.29)$$

та побудувавши його залежність від множинності N (див. Рис. 4.3), можна прийти до висновку, що у значному діапазоні N зі збільшенням числа частинок у системі її реальний розмір змінюється слабо. Таким чином зменшення R при фіксованому N приводить до швидкого зростання густини частинок $\propto N/R^3$, що узгоджується з експериментальними вимірюваннями (див.

Рис. 4.1), які свідчать про насичення інтерферометричних розмірів системи при великих множинностях народження частинок.

Для того, щоб детальніше продемонструвати вплив когерентності системи на інтерсепт спостережуваних КФ, було розраховано внески у спектри від основного рівня

$$N_0 = \langle \alpha_0^\dagger \alpha_0 \rangle_N = \sum_{s=1}^N e^{-3s\beta\omega/2} \frac{Z_{N-s}}{Z_N}. \quad (4.30)$$

На Рис. 4.4 зображені залежності відношення середнього числа частинок на основному рівні до повного числа частинок у системі N_0/N , а також значення параметра хаотичності λ при фіксованому імпульсі k як функції множинності N . Прослідковується наступна тенденція: незалежно від розміру системи R , чим більшою є конденсація у системі, тим сильнішою є когерентність, і відповідно, тим меншим є значення параметра λ . Варто зазначити, що схожа поведінка у залежності $\lambda(N)$ спостерігалася колаборацією ATLAS [106], що відображено на Рис. 4.1. Зауважимо, що повна система все ще залишається у термодинамічній рівновазі, а когерентність спостерігається лише внаслідок відбору подій з однаковою множинністю.

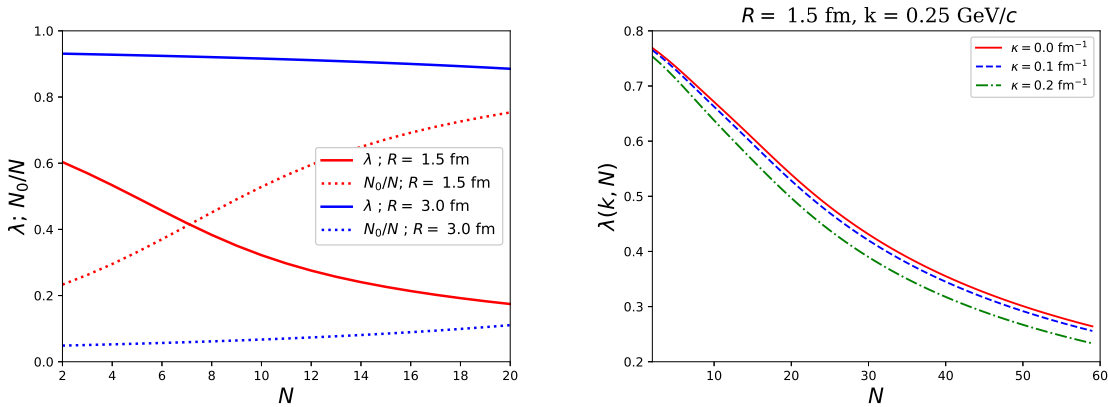


Рис. 4.4: Інтерсепт λ при $k = 0.15$ GeV/c, та N_0/N залежність від N при $R = 1.5$ фм та $R = 3.0$ фм (лівий графік). Зниження інтерсепту кореляційної функції за наявності колективного потоку κ (правий графік).

Зазначимо, що зростання відношення N_0/N зі збільшенням множинності

N є наслідком того, що досліджується саме система ідентичних скалярних частинок. Внаслідок симетричних властивостей частинок, у границі $N \rightarrow \infty$ для бозонів відношення N_0/N прямує до одиниці, для ферміонів – до нуля, а для класичних частинок не залежить від N . Для великих N та малих $\beta\omega$ середню заселеність основного рівня у КА можна оцінити за допомогою наближених формул ВКА у границі $\mu_0 \rightarrow \mu_{max} = 3\beta\omega/2$. Враховуючи рівняння (3.2.2) та (3.55) маємо [125]

$$\frac{\langle N_0 \rangle}{\langle N \rangle} \approx 1 - \frac{\Delta}{\langle N \rangle (\beta\omega)^3}, \quad (4.31)$$

$$\Delta = \zeta(3) + \frac{3}{2}\zeta(2)\beta\omega,$$

де $\zeta(2) \approx 1.645$ та $\zeta(3) \approx 1.202$ – дзета-функції Рімана відповідних аргументів. Демонстрація апроксимації чисельних розрахунків у КА рівнянням (4.4) наведена на Рис. 4.5. Бачимо, що у випадку малої системи $R = 1.5$ фм наближення є доволі точним починаючи вже з $N = 10$ частинок.

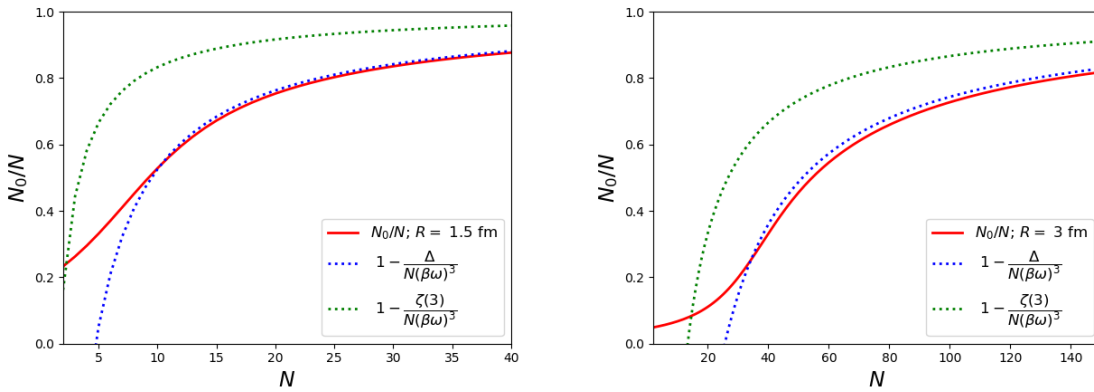


Рис. 4.5: Залежності N_0/N від N у канонічному ансамблі (червоні лінії) та їх апроксимації наближеними формулами (4.4) (сині та зелені лінії) при $R = 1.5$ фм (лівий графік) та $R = 3.0$ фм (правий графік). Для випадку $R = 3.0$ фм умова $\beta\omega < 1$ не виконується, проте апроксимація залишається доволі точною.

Хоча, як було показано, середні значення у КА добре наближуються точними формулами отриманими у ВКА, цього не можна сказати про флукту-

ації. На відміну від ВКА, у КА фіксація повного числа частинок накладає суттєві обмеження на флуктуації, що з посиленням конденсації N_0/N збільшує когерентність випромінювання і призводить до зниження інтерсепту КФ $\lambda < 1$.

Для аналізу впливу гідродинамічних потоків на спостережувані величини наведемо аналітичні формули, що пов'язують розв'язки для одночастинкових спектрів та кореляційних функцій з аналогічними виразами отриманими за відсутності потоків $\kappa = 0$ ². Їх можна отримати з явного вигляду функції $\Phi(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \beta\omega s; \kappa)$ (4.21) врахувавши що КФ (4.23) та одночастинковий спектр (4.19)³ залежать тільки від модуля цієї функції. Звідси маємо наступне співвідношення

$$|\Phi(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \beta\omega s; \kappa)| = \xi^3 |\Phi(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \beta\omega s; 0)|, \quad (4.32)$$

де введена нова змінна асоційована з гідродинамічним потоком

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{1 + m^2 \kappa^2 b^4}} \leq 1. \quad (4.33)$$

Оскільки статистичні суми Z_n не залежать від потоку⁴, можна отримати прості співвідношення для імпульсного спектра та кореляційної функції вже за наявності потоків

$$n(\mathbf{p}; \kappa) = \xi^3 n(\xi \mathbf{p}; 0), \quad (4.34)$$

$$C_N(\mathbf{k}, \mathbf{q}; \kappa) = C_N(\xi \mathbf{k}, \xi \mathbf{q}; 0). \quad (4.35)$$

Відповідно при одно-Гаусовій апроксимації КФ за допомогою виразу (4.28) маємо аналогічні співвідношення для інтерсепту КФ та інтерферометричних

²З точки зору експерименту, інтенсивність потоків у системі є величиною, що напряму залежить від початкової енергії протонів. В загальному випадку, розмір систем R може також залежати від початкових умов, і для того, щоб порівнювати системи утворені у $p + p$ зіткненнях за різних енергій має сенс одночасно змінювати обидва параметри κ та R . Однак, в силу слабкої залежності розміру системи від енергії зіткнення [108, 126], значення параметра R в усіх розрахунках є фіксованим і не залежить від κ .

³При $\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2$.

⁴Це є наслідком відсутності впливу потоку на власні числа статистичного оператора ϵ_j .

розмірів системи

$$\lambda(\mathbf{k}, N; \kappa) = \lambda(\xi \mathbf{k}, N; 0), \quad (4.36)$$

$$R_{HBT}(\mathbf{k}, N; \kappa) = \xi R_{HBT}(\xi \mathbf{k}, N; 0). \quad (4.37)$$

Для чисельних розрахунків були обрані три значення параметра κ 0.0, 0.1 та 0.2 фм⁻¹. Фізичні середньоквадратичні швидкості середовища що відповідають таким параметрам зображені на Рис. 4.3 та обраховані згідно з рівняннями (4.15) та (4.29)

$$\langle \mathbf{u}^2 \rangle_N = \kappa^2 \langle \mathbf{r}^2 \rangle_N = 3\kappa \langle x^2 \rangle_N. \quad (4.38)$$

На правій половині Рис. 4.4 продемонстровано зниження інтерсепту КФ за наявності гідродинамічного потоку згідно з рівнянням (4.36). Це узгоджується з припущенням про зв'язок інтерсепту КФ з когерентністю основного стану, якщо згадати, що при вимірюванні фіксується середній імпульс пари частинок \mathbf{k} . Враховуючи рівняння (4.34), що виконується не тільки для всього спектру, але й окремо для основного рівня $n_0(\mathbf{p}; \kappa)$ можна отримати наступне співвідношення

$$f_0(\mathbf{p}; \kappa) = \frac{n_0(\mathbf{p}; \kappa)}{n(\mathbf{p}; \kappa)} = \frac{\xi n_0(\mathbf{p}; \kappa)}{\xi n(\mathbf{p}; \kappa)} = f_0(\xi \mathbf{p}; 0) \quad (4.39)$$

Оскільки фракція конденсату $f_0(p; 0)$ є монотонно спадною функцією модуля імпульсу, а $\xi < 1$, то можна прийти до висновку, що при фіксованому імпульсі пари досліджуваних частинок за наявності потоків у системи когерентність зростає і, відповідно, інтерсепт кореляційної функції λ спадає.

Таким чином, аналізуючи рівняння (4.34)-(4.37), приходимо до висновку, що наявність гідродинамічного потоку лише посилює когерентність підансамблю досліджуваної системи. Наслідки цього ефекту можна знайти у величинах що спостерігаються експериментально:

- інтерсепт кореляційної функції ідентичних піонів та каонів знижується в усьому кінематичному діапазоні імпульсів;
- інтерферометричні розміри системи зсуваються в сторону м'яких мод (менших імпульсів), що приводить до збільшення видимих розмірів системи;
- завдяки потокам інтерферометричні розміри системи також знижуються, що разом з попереднім пунктом створює складну гру між розміром системи R та інтенсивністю потоку κ для малих імпульсів частинок k . При великих імпульсах домінує саме вплив потоку, що призводить до зниження асимптотичного значення інтерферометричного розміру системи.

4.5 Висновки

В останньому розділі дисертації було застосовано фемтоскопічний аналіз до малих систем ідентичних бозонів із колективним потоком в рамках канонічного ансамблю. Така модель якісно охоплює деякі з основних особливостей експериментів по зіткненню протонів на LHC, а також методології їх обробки. До таких особливостей можна віднести:

- ймовірну термодинамічну рівновагу системи, що утворюється внаслідок зіткнення, та її гідродинамічну поведінку;
- малість розмірів системи у порівнянні з ядро-ядерними експериментами, а також з тепловою довжиною квантів частинок, що випромінюються;
- великі множинності народження частинок;
- відбір подій з фіксованою кількістю частинок.

Було показано, що при достатньо великому числі частинок N , Бозе-Ейнштейнівська конденсація у канонічному ансамблі призводить до посилення когерентних властивостей досліджуваних частинок. Це проявляється у зниженні інтерсепту $1 + \lambda$ двочастинкових кореляційних функцій бозонів при збільшенні множинності N або зменшенні розмірів системи R . Окрім того, було показано, що у такій моделі при збільшенні множинності щільність системи зростає, проте її розміри дуже швидко насичуються, що може бути поясненням аналогічних спостережень колаборацій ATLAS та CMS.

У другій частині розділу було досліджено вплив гідродинамічного розширення системи на когерентність випромінювання частинок. Показано, що внаслідок інтенсивного потоку збудження у системі зсуваються в кінематичну область більших імпульсів сильніше ніж конденсатна складова. Це, своєю чергою, призводить до посилення когерентності завдяки більшій конденсації при фіксованих малих імпульсах $n_0(\mathbf{p})/n(\mathbf{p})$ і, відповідно, до зниження інтерсепту кореляційних функцій.

Таким чином, представлена модель передбачає ряд особливостей нетипових для $A + A$ експериментів. Нерідко ця різниця між спостережуваними величинами у ядро-ядерних та протон-протонних зіткненнях пояснюється відсутністю термодинамічної рівноваги у малих системах. Однак, як показано у дисертації, відповідні ефекти можуть спостерігатися й у термічних системах за певних, згаданих вище, умов експерименту.

Висновки

1. Інтегрована гідро-кінетична модель була модифікована та застосована для описання динаміки системи, що народжується у зіткненнях ядер золота за енергії $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV на RHIC та ядер ксенону за $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ TeV на LHC, що разом з попередніми роботами охоплює всі сучасні експерименти з ультрарелятивістських зіткнень важких іонів. У даному розділі було отримано низку адронних спостережуваних в області малих поперечних імпульсів, а саме: залежність множинності усіх заряджених частинок від центральності зіткнення, поперечні імпульсні спектри частинок різних сортів, відношення кількості частинок різних типів, анізотропію еліптичних потоків та інтерферометричні розміри системи. Досліджено вплив параметрів моделі на кінцеві адронні спостережувані, а також знайдено нові взаємозв'язки між ними. Для енергії RHIC було зроблено припущення про неповну хімічну рівновагу дивних кварків та запропоновано пов'язати таке відхилення з часом існування системи у фазі кварк-глюонної плазми.
2. В рамках iHKM проведено фемтоскопічний аналіз для зіткнень ядер золота за найвищої енергії RHIC. Зроблено передбачення для каонних довжин однорідності для різних центральностей зіткнень у широкому діапазоні поперечних імпульсів. Розраховано часи максимального випромінювання піонів та каонів. Отримані результати узгоджуються з попередніми висновками для енергій LHC, а саме: довше випромінювання каонів внаслідок адронної стадії розширення системи, та загалом порівняно менші часи існування системи як результат менших початкових густин енергії.

Спростовано гіпотезу “скейлінгу”, а саме було показано, що враховуючи точність сучасних експериментів, фемтоскопічний об’єм системи, що є добутком одновимірних довжин однорідності у трьох напрямках, залежить не тільки від кінцевої множинності адронів у системі, але й від геометричних розмірів джерела, на ранніх етапах еволюції.

3. В рамках великого канонічного ансамблю досліджено особливості фемтоскопічного аналізу в малих системах, що народжуються у $p+p$ зіткненнях на LHC за типової температури фрізауту $T = 150$ MeV. Вказано, що за таких умов теплова довжина π -мезонів є спільномірною з розмірами системи, що призводить до суттєвого перекриття хвильових пакетів частинок та робить стандартний опис за допомогою квазікласичних рівнянь неможливим. Для подій з великою множинністю народження піонів зроблено припущення про можливу Бозе-Ейнштейнівську конденсацію цих мезонів. Для дослідження такої можливості запропоновано концепцію частково когерентного ансамблю. Модельні розрахунки показали, що конденсація призводить до суттєвого зниження інтерсепту кореляційних функцій піонів та каонів, що узгоджується з останніми експериментальними роботами щодо $p + p$ зіткнень. Такий результат поєднує в собі можливість термодинамічної рівноваги у малих системах $p + p$ зіткнень, та одночасно високий рівень когерентності, що не є властивим для рівноважних систем.
4. Було зазначено, що при аналізі $p + p$ зіткнень з високою множинністю народження частинок процедура експериментального фемтоскопічного аналізу включає відбір подій з приблизно однаковою множинністю N , що відповідає аналітичним розрахункам у канонічному ансамблі. Було показано, що за великих чисел частинок, коли у системі конденсація піонів є суттєвою, такого відбору підсистеми вже достатньо для формування помітної когерентності. Наслідком цього, аналогічно до результату

попереднього розділу, є також зниження інтерсепту кореляційних функцій бозонів, а також виникнення антикореляцій між ними при деяких проміжних значеннях відносного імпульсу \mathbf{q} . Вказані ефекти посилюються при збільшенні кількості частинок у системі та при наявності інтенсивного гідродинамічного потоку, що якісно узгоджується з експериментальними даними. Крім того, представлена модель передбачає насичення інтерферометричних розмірів системи при великих множинностях, що є не типовим для ядро-ядерних експериментів, проте спостерігається у протон-протонних зіткненнях.

Список використаних джерел

- [1] Yu. Sinyukov, M. Adzhymambetov, V. Naboka, V. Shapoval, “The prethermal stage of heavy-ion collision and the particle production”, *Acta Physica Polonica B*. **11**, (2018).
- [2] Yu. Sinyukov, M. Adzhymambetov, V. Naboka, V. Shapoval, “The femtoscopy scales in Au+Au collisions at the top RHIC energy”, *Acta Physica Polonica B*. **12**, (2019).
- [3] M. Adzhymambetov, V. Shapoval, Yu. Sinyukov, “Description of bulk observables in Au+Au collisions at top RHIC energy in the integrated hydrokinetic model”, *Nuclear Physics A* **987**, (2019).
- [4] Yu. Sinyukov, M. Adzhymambetov, V. Shapoval, V. Naboka, “Femtoscopic structure of relativistic heavy ion collisions in the Integrated HydroKinetic Model”, *Physics of Particles and Nuclei* **51**, (2020).
- [5] Yu. Sinyukov, M. Adzhymambetov, V. Shapoval. “Particle production in Xe+Xe collisions at the LHC within the Integrated Hydrokinetic Model”, *Particles* **2020**, (2020).
- [6] V. Shapoval, M. Adzhymambetov, Yu. Sinyukov, “Femtoscopic scales and particle production in the relativistic heavy ion collisions from Au+Au at 200 AGeV to Xe+Xe at 5.44 ATeV within the integrated hydrokinetic model”, *Eur. Phys. J. A* **56**, (2020).
- [7] M. Adzhymambetov, Yu. Sinyukov, “Inclusive spectra and Bose-Einstein correlations in small thermal quantum systems”, *Phys. Rev. D* **102**, (2020).

- [8] M. Adzhymambetov, S. Akkelin, Yu. Sinyukov, “Bose-Einstein momentum correlations at fixed multiplicities: Lessons from an exactly solvable thermal model for pp collisions at the LHC”, *Phys. Rev. D* **103**, (2021).
- [9] M. Adzhymambetov, S. Akkelin, Yu. Sinyukov, “Fixed particle number constraint in a simple model of a thermal expanding system and pp collisions at the LHC ”, *Phys. Rev. D* **105**, (2022).
- [10] C. Shen , U. Heinz, “The road to precision: Extraction of the specific shear viscosity of the QGP”, *Nucl. Phys. News* **2015**, (2015).
- [11] Roy J. Glauber, “Quantum Optics and Heavy Ion Physics”, *Nucl. Phys. A* **774**, (2006).
- [12] Y. Aoki, G. Endrodi, Z. Fodor, S. Katz, and K. Szaboo, “The order of the quantum chromodynamics transition predicted by the standard model of particle physics”, *Nature* **443** 675, (2006).
- [13] F Grassi *et al.*, “Results on transverse mass spectra obtained with NeXSPheRIO” *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **31** S1041, (2005).
- [14] T. Hirano, U. Heinz, D. Kharzeev, R. Lacey, Y. Nara, “Hadronic dissipative effects on elliptic flow in ultrarelativistic heavy-ion collisions”, *Phys. Lett. B* **636**, (2006).
- [15] C. Nonaka, S.A. Bass, “Hydrodynamic description of heavy ion collisions”, *Nucl.Phys. A* **774**, (2006).
- [16] H. Petersen, J. Steinheimer, M. Bleicher, “Fully integrated transport approach to heavy ion reactions with an intermediate hydrodynamic stage”, *Phys. Rev. C* **78**, (2008).
- [17] S. Akkelin, Y. Hama, Iu. Karpenko, Yu. Sinyukov, “Hydro-kinetic approach to relativistic heavy ion collisions”, *Phys. Rev. C* **78** 034906, (2008).

- [18] Iu. Karpenko, P. Huovinen, M. Bleicher, “A 3+1 dimensional viscous hydrodynamic code for relativistic heavy ion collisions”, *Computer Physics Communications* **185**, (2014).
- [19] K. Werner *et al.*, “Event-by-event simulation of the three-dimensional hydrodynamic evolution from flux tube initial conditions in ultrarelativistic heavy ion collision”, *Phys. Rev. C* **82** , 044904, (2010).
- [20] B. Schenke, S. Jeon, Ch. Gale, “(3+1)D hydrodynamic simulation of relativistic heavy-ion collisions”, *Phys. Rev. C* **82** 014903, (2010).
- [21] E. Fermi, “High Energy Nuclear Events”, *Prog. Theor. Phys.* **5** (1950).
- [22] L. Landau, “On the multiparticle production in high-energy collisions”, *Izv. Akad. Nauk Ser. Fiz.* **17** (1953).
- [23] U. Heinz, R. Snellings, “Collective Flow and Viscosity in Relativistic Heavy-Ion Collisions” *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **63** , (2013).
- [24] Nagamiya S, *et al.*, “Production of pions and light fragments at large angles in high-energy nuclear collisions”, *Phys. Rev. C* **24** 971, (1981).
- [25] H. Appelshäuser *et al.* (NA49 Collaboration), “Directed and Elliptic Flow in 158 GeV/Nucleon Pb+Pb Collisions”, *Phys. Rev. Lett.* **80** 4136, (1998).
- [26] B. Schlei, *et al.*, “Hydrodynamical analysis of single inclusive spectra and Bose-Einstein correlations for Pb + Pb at 160 AGeV”, *Phys. Lett. B* **376**, (1996).
- [27] J. Sollfrank, P. Huovinen, M. Kataja , P. Ruuskanen, M. Prakash, R. Venugopalan, “Hydrodynamical description of 200A GeV/c S+Au collisions: Hadron and electromagnetic spectra”, *Phys. Rev. C* **55**, (1997).

- [28] D. Teaney, E. Shuryak, “Unusual Space-Time Evolution for Heavy-Ion Collisions at High Energies due to the QCD Phase Transition”, *Phys. Rev. Lett.* **83**, (1999).
- [29] P. Kolb, J. Sollfrank, U. Heinz, “Anisotropic flow from AGS to LHC energies”, *Phys. Lett. B* **459**, (1999).
- [30] P. Kolb, P. Huovinen, U. Heinz, H. Heiselberg, “Elliptic flow at SPS and RHIC: from kinetic transport to hydrodynamics”, *Phys. Lett. B* **500**, (2001).
- [31] S. Soff, S. Bass, M. Bleicher, H. Stöcker, W. Greiner, “Directed and Elliptic Flow”, [arXiv:nucl-th/9903061], (1999).
- [32] M. Bleicher, H. Stöcker, “Anisotropic flow in ultra-relativistic heavy-ion collisions”, *Phys. Lett. B* **526**, (2002).
- [33] P. Kolb, U. Heinz, “Hydrodynamic description of ultrarelativistic heavy-ion collisions”, [arXiv:nucl-th/0305084], (2003).
- [34] V. Naboka, Iu. Karpenko, Yu. Sinyukov, “Thermalization, evolution, and observables at energies available at the CERN Large Hadron Collider in an integrated hydrokinetic model of A+A collisions”, *Phys. Rev. C* **93**, (2016).
- [35] B. Müller, J. Schukraft, B. Wysłouch, “First Results from Pb+Pb Collisions at the LHC”, *Annual Review of Nuclear and Particle Science* **62**, (2012).
- [36] M. Miller, K. Reygers, S. Sanders, P. Steinberg, “Glauber Modeling in High-Energy Nuclear Collisions”, *Annual Review of Nuclear and Particle Science* **57**, (2007).
- [37] F. Gelis, E. Iancu, J. Jalilian-Marian, R. Venugopalan, “The Color Glass Condensate’,’ *Annual Review of Nuclear and Particle Science* **60**, (2010).
- [38] F. Becattini, “An introduction to the Statistical Hadronization Model”, [arXiv:0901.3643], (2009).

- [39] J. Cleymans, H. Satz, “Thermal hadron production in high energy heavy ion collisions”, *Zeitschrift für Physik C Particles and Fields volume* **57**, (1993).
- [40] P. Braun-Munzinger, K. Redlich, J. Stachel, “Particle Production in Heavy Ion Collisions”, *Quark–Gluon Plasma* **3**, (2004).
- [41] B. Abelev *et al.* (STAR Collaboration), “Systematic measurements of identified particle spectra in pp, d+Au, and Au+Au collisions at the STAR detector”, *Phys. Rev. C* **79**, (2009).
- [42] The ALICE collaboration, “Transverse momentum spectra and nuclear modification factors of charged particles in pp, p-Pb and Pb-Pb collisions at the LHC”, *Journal of High Energy Physics* **2008**, (2008).
- [43] The ALICE collaboration, “Elliptic flow of identified hadrons in Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV”, *Journal of High Energy Physics* **2015**, (2015).
- [44] W. Broniowski, M. Rybczynski, P. Bozek, “GLISSANDO: GLauber Initial-State Simulation AND mOre”, *Computer Physics Communications* **180**, (2009).
- [45] R. Ryblewski, W. Florkowski, “Highly anisotropic hydrodynamics – discussion of the model assumptions and forms of the initial conditions”, *Acta Phys. Pol. B* **42**, (2011).
- [46] J. Bjorken, “Highly relativistic nucleus-nucleus collisions: The central rapidity region”, *Phys. Rev. D* **27**, (1983).
- [47] E. Iancu, A. Leonidov, L. McLerran, “The Colour Glass Condensate: An Introduction”, [arXiv:hep-ph/0202270], (2001).
- [48] L. Tinti, W. Florkowski, “Projection method and new formulation of leading-order anisotropic hydrodynamics”, *Phys. Rev. C* **89**, (2014).

- [49] D. Bazow, U. Heinz, M. Strickland, “Second-order (2+1)-dimensional anisotropic hydrodynamics”, *Phys. Rev. C* **90**, (2014).
- [50] L. Landau, E. Lifshitz, “Fluid Mechanics”, (1959).
- [51] W. Israel, J. Stewart, “Transient relativistic thermodynamics and kinetic theory”, *Annals of Physics* **118**, (1979).
- [52] E. Molnár, H. Holopainen, P. Huovinen, H. Niemi, “Influence of temperature-dependent shear viscosity on elliptic flow at backward and forward rapidities in ultrarelativistic heavy-ion collisions”, *Phys. Rev. C* **90**, (2014).
- [53] S. Akkelin, Yu. Sinyukov, “Matching of nonthermal initial conditions and hydrodynamic stage in ultrarelativistic heavy-ion collisions”, *Phys. Rev. C* **81**, (2010).
- [54] P. Kovtun, D. Son, A. Starinets, “Viscosity in Strongly Interacting Quantum Field Theories from Black Hole Physics”, *Phys.Rev. Lett.* **94**, (2005).
- [55] M.Floris, “ Hadron yields and the phase diagram of strongly interacting matter”, *Nuclear Physics A* **931**, (2014).
- [56] M. Laine, Y. Schroeder, “Quark mass thresholds in QCD thermodynamics”, *Phys. Rev. D* **73**, (2006).
- [57] A. Bazarov et al. (The HotQCD Collaboration), “Equation of state in (2+1)-flavor QCD”, *Phys. Rev. D* **90**, (2014).
- [58] F. Karsch, “Recent lattice results on finite temperature and density QCD, part I”, arXiv:0711.0656, (2007).
- [59] S.Bass *et al.*, “Microscopic Models for Ultrarelativistic Heavy Ion Collisions”, *Progress in Particle and Nuclear Physics*, **31**, 1998.

- [60] F. Cooper, G. Frye, “Single-particle distribution in the hydrodynamic and statistical thermodynamic models of multiparticle production”, *Phys. Rev. D* **10**, (1974).
- [61] P. Huovinen, H. Petersen, “Particlization in hybrid models”, *The European Physical Journal A* **48**, (2012).
- [62] D. Molnar, “Identified particles from viscous hydrodynamics”, *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics* **38**, (2011).
- [63] V.Shapoval, P.Braun-Munzinger, Yu.Sinyukov, “ $K^*(892)$ and $\phi(1020)$ production and their decay into the hadronic medium at the Large Hadron Collider”, *Nuclear Physics A* **968**, (2017).
- [64] V. Shapoval, Yu. Sinyukov, “Bulk observables in Pb+Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}}=5.02$ TeV at the CERN Large Hadron Collider within the integrated hydrokinetic model”, *Phys. Rev. C* **100**, (2019).
- [65] Yu. Sinyukovm V. Shapoval, “Particle production at energies available at the CERN Large Hadron Collider within an evolutionary model”, *Phys. Rev. C* **97**, (2018).
- [66] B. Abelev *et al.* (ALICE Collaboration), “Centrality dependence of π , K , and p production in Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV”, *Phys. Rev. C* **88**, (2013).
- [67] S. Acharya *et al.* (ALICE Collaboration), “Transverse momentum spectra and nuclear modification factors of charged particles in Xe-Xe collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ TeV”, *Phys.Lett.B* **788**, (2019).
- [68] S. Ragoni (for the ALICE Collaboration), “Production of pions, kaons and protons in Xe–Xe collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 5.44$ TeV”, arXiv:1809.01086 [hepex], (2018).

- [69] B. I. Abelev *et al.* (STAR Collaboration), “Systematic measurements of identified particle spectra in pp , $d + Au$, and $Au + Au$ collisions at the STAR detector”, *Phys. Rev. C* **79**, (2009).
- [70] F. Bellini (ALICE Collaboration), “Testing the system size dependence of hydrodynamical expansion and thermal particle production with π , K , p , and ϕ in Xe–Xe and Pb–Pb collisions with ALICE”, *Nuclear Physics A* **982**, (2019).
- [71] D.S.D. Albuquerque (ALICE Collaboration), “Hadronic resonances, strange and multi-strange particle production in Xe-Xe and Pb-Pb collisions with ALICE at the LHC”, *Nuclear Physics A* **982**, (2019).
- [72] ALICE Collaboration, “Production of $K^*(892)^0$ and $\phi(1020)$ in pp and Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV”, [arXiv:2106.13113], (2021).
- [73] ALICE Collaboration, “ $K^*(892)^0$ and $\phi(1020)$ production in Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV”, *Phys. Rev. C* **91**, (2015).
- [74] PHENIX Collaboration, “Identified Charged Particle Spectra and Yields in Au+Au Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV”, *Phys. Rev. C* **69**, (2004).
- [75] STAR Collaboration, “Scaling Properties of Hyperon Production in Au+Au Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV”, *Phys.Rev.Lett* **98**, (2007).
- [76] STAR Collaboration, “Strangeness Enhancement in Cu-Cu and Au-Au Collisions at $\sqrt{s_{NN}}$ GeV”, *Phys.Rev.Lett* **108**, (2012).
- [77] J. Adams *et al.* (STAR Collaboration), “Scaling Properties of Hyperon Production in $Au + Au$ Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV”, *Phys. Rev. Lett.* **98**, (2007).

- [78] J. Cleymans *et al.*, “Centrality dependence of thermal parameters deduced from hadron multiplicities in $Au + Au$ Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 130$ GeV”, *Phys. Rev. C* **71**, (2005).
- [79] J. Adams *et al.* (STAR Collaboration), “Identified Particle Distributions in pp and $Au + Au$ Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV”, *Phys. Rev. Lett.* **92**, (2004).
- [80] J. Adams *et al.* (STAR Collaboration, STAR-RICH Collaboration), “Azimuthal anisotropy in $Au + Au$ collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV”, *Phys. Rev. C* **72**, (2005).
- [81] BRAHMS Collaboration, “Quark–gluon plasma and color glass condensate at RHIC? The perspective from the BRAHMS experiment”, *Nuclear Physics A* **757**, (2005).
- [82] PHENIX Collaboration, “Formation of dense partonic matter in relativistic nucleus–nucleus collisions at RHIC: Experimental evaluation by the PHENIX Collaboration”, *Nuclear Physics A* **757**, (2005).
- [83] PHOBOS Collaboration, “The perspective on discoveries at RHIC”, *Nuclear Physics A* **757**, (2005).
- [84] STAR Collaboration, “Experimental and theoretical challenges in the search for the quark–gluon plasma: The STAR Collaboration’s critical assessment of the evidence from RHIC collisions”, *Nuclear Physics A* **757**, (2005).
- [85] R. Hanbury Brown, R. Twiss, “A new type of interferometer for use in radio astronomy”, *Phil. Mag.* **45**, (1954).
- [86] G. Goldhaber, S. Goldhaber, W. Lee, A. Pais, “Influence of Bose-Einstein Statistics on the Antiproton-Proton Annihilation Process”, *Phys. Rev.* **120**, (1960).

- [87] G. Kopylov, M. Podgoretsky, “Correlations of identical particles emitted by highly excited nuclei”, *Sov.J.Nucl.Phys.* **15**, (1972).
- [88] M. Gyulassy, S. Kauffmann, L. Wilson, “Pion interferometry of nuclear collisions. I. Theory”, *Phys. Rev. C* **20**, (1979).
- [89] Z. Chajecki, “Femtoscopia in hadron and lepton collisions: RHIC results and world systematics”, *Acta Phys.Polon.B* **40**, (2009).
- [90] M. Lisa, S. Pratt, R. Soltz, U.Wiedemann, “Femtoscopia in Relativistic Heavy Ion Collisions: Two Decades of Progress”, *Annual Review of Nuclear and Particle Science* **55**, (2005).
- [91] R. Lednicky, V. Lyuboshits, “Final state interaction effect on pairing correlations between particles with small relative momenta”, *Sov. J. Nucl. Phys.* **35**, (1982).
- [92] S. Akkelin, Yu. Sinyukov, “The HBT-interferometry of expanding sources”, *Physics Letters B* **356**, (1995).
- [93] G. Bertsch, M. Gong, and M. Tohyama “Pion interferometry in ultrarelativistic heavy-ion collisions”, *Phys. Rev. C* **37**, (1986).
- [94] S. Pratt, “Pion interferometry of quark-gluon plasma”, *Phys. Rev. D* **33**, (1986).
- [95] ALICE Collaboration, “Two-pion Bose–Einstein correlations in central Pb–Pb collisions at $\sqrt{S_{NN}} = 2.76$ TeV”, *Physics Letters B* **696**, (2011).
- [96] Yu. Sinyukov, R. Lednicky, S. Akkelin, J. Pluta, B. Erazmus, “Coulomb corrections for interferometry analysis of expanding hadron systems”, *Physics Letters B* **432**, (1998).
- [97] V. Shapoval, Yu. Sinyukov, Iu. Karpenko, “Emission source functions in heavy ion collisions”, *Phys. Rev. C* **88**, (2013).

- [98] A. Adare *et al.* (PHENIX Collaboration), “Systematic study of charged-pion and kaon femtoscopy in Au + Au collisions at $\sqrt{S_{NN}} = 200$ GeV”, *Phys. Rev. C* **92**, (2015).
- [99] G. Nigmatkulov (for the STAR Collaboration), “Two-pion and two-kaon femtoscopic correlations in Au+Au collisions at $\sqrt{S_{NN}} = 200$ GeV from STAR”, arXiv:1712.09964, (2017).
- [100] J. Adams *et al.* (STAR Collaboration), “Pion interferometry in Au+Au collisions at $\sqrt{S_{NN}} = 200$ GeV”, *Phys. Rev. C* **71**, (2005).
- [101] Yu. Sinyukov, V. Shapoval, V. Naboka, “On m_T dependence of femtoscopy scales for meson and baryon pairs”, *Nuclear Physics A* **946**, (2016).
- [102] S. Acharya *et al.* (ALICE Collaboration), “Kaon femtoscopy in Pb-Pb collisions at $\sqrt{S_{NN}} = 2.76$ TeV”, *Phys. Rev. C* **96**, (2017).
- [103] V. Shapoval, Yu. Sinyukov, “Kaon and pion maximal emission times extraction from the femtoscopy analysis of 5.02A TeV LHC collisions within the integrated hydrokinetic model”, *Nuclear Physics A* **1016**, (2021).
- [104] S. Akkelin, Yu. Sinyukov, “Phase-space densities and effects of resonance decays in a hydrodynamic approach to heavy ion collisions”, *Phys. Rev. C* **70**, (2004).
- [105] V. Shapoval, P. Braun-Munzinger, Iu. Karpenko, Yu. Sinyukov, “Femtoscopic scales in $p + p$ and $p + Pb$ collisions in view of the uncertainty principle”, *Physics Letters B* **725**, (2013).
- [106] ATLAS Collaboration, “Two-particle Bose–Einstein correlations in pp collisions at $\sqrt{s} = 0.9$ and 7 TeV measured with the ATLAS detector”, *The European Physical Journal C* **75**, (2015).

- [107] The ALICE collaboration, “Event-shape and multiplicity dependence of freeze-out radii in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV”, *Journal of High Energy Physics* **2019**, (2019).
- [108] The CMS collaboration, “Bose-Einstein correlations of charged hadrons in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV”, *Journal of High Energy Physics* **2020**, (2020).
- [109] The LHCb collaboration, “Bose-Einstein correlations of same-sign charged pions in the forward region in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV”, *Journal of High Energy Physics* **2017**, (2017).
- [110] S. Akkelin, Yu. Sinyukov, “The HBT-interferometry of expanding sources”, *Physics Letters B* **356** (1995).
- [111] ALICE Collaboration, “Enhanced production of multi-strange hadrons in high-multiplicity proton–proton collisions”, *Nature Physics* **13** 535–539 (2017).
- [112] E. Schnedermann, J. Sollfrank, U. Heinz, “Thermal phenomenology of hadrons from 200 A/GeV S+S collisions”, *Phys. Rev. C* **48**, 2462–2475 (1993).
- [113] C. Wong, W. Zhang, “Chaoticity parameter λ in Hanbury-Brown–Twiss interferometry”, *Phys. Rev. C* **76**, (2007).
- [114] V. Begun, W. Florkowski, “Bose-Einstein condensation of pions in heavy-ion collisions at energies available at the CERN Large Hadron Collider”, *Phys. Rev. C* **91**, (2015).
- [115] M. Podgoretskii, “Comparison of correlations of identical pions in different reference frames”, *Yad. Fiz.* **37**, (1983).
- [116] D. Zubarev, “Nonequilibrium Statistical Thermodynamics”, Nauka, Moscow, (1971).

- [117] E. Jaynes, “Information Theory and Statistical Mechanics”, *Phys. Rev.* **108**, (1957).
- [118] M. Namjoo, A. Guth, D. Kaiser, “Relativistic corrections to nonrelativistic effective field theories”, *Phys. Rev. D* **98**, (2018).
- [119] R. Glauber, “The Quantum Theory of Optical Coherence”, *Phys. Rev.* **130**, (1963).
- [120] T. Csorgo, “The Quantum Theory of Optical Coherence”, *Heavy Ion Phys.* **9**, (1999).
- [121] S. Akkelin, R. Lednicky, Yu. Sinyukov, “Correlation search for coherent pion emission in heavy ion collisions”, *Phys. Rev. C* **65**, (2002).
- [122] E. Henley , W. Thirring, “Elementary Quantum Field Theory”, McGraw-Hill, New York, (1962).
- [123] H. Politzer, “Condensate fluctuations of a trapped, ideal Bose gas”, *Phys. Rev. A* **54**, (1996).
- [124] M. Gyulassy, S. Kauffmann, L. Wilson, “Pion interferometry of nuclear collisions. I. Theory”, *Phys. Rev. C* **20**, (1979).
- [125] W. Ketterle, N. J. van Druten, “Bose-Einstein condensation of a finite number of particles trapped in one or three dimensions”, *Phys. Rev. A* **54**, (1996).
- [126] The CMS collaboration, “Bose-Einstein correlations of charged hadrons in proton-proton collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 13 \text{ TeV}$ ”, *Journal of High Energy Physics* **2020**, (2020).

ДОДАТКИ

Публікації здобувача за темою дисертації

1. Yu. Sinyukov, M. Adzhymambetov, V. Naboka, V. Shapoval, “The prethermal stage of heavy-ion collision and the particle production”, *Acta Physica Polonica B*. **11**, (2018).
2. Yu. Sinyukov, M. Adzhymambetov, V. Naboka, V. Shapoval, “The femtoscopy scales in Au+Au collisions at the top RHIC energy”, *Acta Physica Polonica B*. **12**, (2019).
3. M. Adzhymambetov, V. Shapoval, Yu. Sinyukov, “Description of bulk observables in Au+Au collisions at top RHIC energy in the integrated hydrokinetic model”, *Nuclear Physics A* **987**, (2019).
4. Yu. Sinyukov, M. Adzhymambetov, V. Shapoval, V. Naboka, “Femtoscopic Structure of Relativistic Heavy Ion Collisions in the Integrated Hydro-Kinetic Model”, *Physics of Particles and Nuclei* **51**, (2020).
5. Yu. Sinyukov, M. Adzhymambetov, V. Shapoval. “Particle production in Xe+Xe collisions at the LHC within the Integrated Hydrokinetic Model”, *Particles* **2020**, (2020).
6. V. Shapoval, M. Adzhymambetov, Yu. Sinyukov, “Femtoscopy scales and particle production in the relativistic heavy ion collisions from Au+Au at 200 AGeV to Xe+Xe at 5.44 ATeV within the integrated hydrokinetic model”, *Eur. Phys. J. A* **56**, (2020).

7. M. Adzhymambetov, Yu. Sinyukov, “Inclusive spectra and Bose-Einstein correlations in small thermal quantum systems”, *Phys. Rev. D* **102**, (2020).
8. M. Adzhymambetov, S. Akkelin, Yu. Sinyukov, “Bose-Einstein momentum correlations at fixed multiplicities: Lessons from an exactly solvable thermal model for pp collisions at the LHC”, *Phys. Rev. D* **103**, (2021).
9. M. Adzhymambetov, S. Akkelin, Yu. Sinyukov, “Fixed particle number constraint in a simple model of a thermal expanding system and pp collisions at the LHC ”, *Phys. Rev. D* **105**, (2022).

Відомості про апробацію результатів дисертації

1. M.D. Adzhymambetov, Yu.M. Sinyukov. Femtoscopic analysis of relativistic heavy ion collisions in hydrokinetic approach. GDRI International Workshop “Heavy Ions at Relativistic Energies”, 14 - 20 липня, Нант, Франція, 2019. (пленарна доповідь)
2. Yu.M. Sinyukov, M.D. Adzhymambetov, V.M. Shapoval. Femtoscopic structure of relativistic heavy ion collisions in integrated HydroKinetic Model. XIV Workshop on particle correlation and femtoscopy, 03 - 07 червня, Дубна, 2019. (усна доповідь)
3. Yu.M. Sinyukov, M.D. Adzhymambetov, V.M. Shapoval. Properties of the superdense matter and its space-time evolution in ultrarelativistic heavy ion collisions. The II International Workshop on Theory of Hadronic Matter Under Extreme Conditions, 16 - 19 вересень, Дубна, 2019. (пленарна доповідь)
4. M. Adzhymambetov, Yu. Sinyukov, V. Shapoval. Femtoscopic analysis of relativistic heavy-ion collisions in the hydrokinetic approach. XI conference

- of young scientists “Problems of theoretical physics”, 21 - 23 грудня, Київ, Україна (онлайн), 2020. (усна доповідь)
5. M. Adzhymambetov. Femtoscopic analysis of particle production in ultra-relativistic heavy-ion collisions, Семінар "Проблеми теоретичної фізики" для студентів, аспірантів і наукових працівників, 17 березня, Київ, Україна (онлайн), 2021. (усна доповідь)
 6. M. Adzhymambetov. Релятивістська гідродинаміка у зіткненнях важких іонів, Семінар "Проблеми теоретичної фізики" для студентів, аспірантів і наукових працівників, 13 жовтня, Київ, Україна (онлайн), 2021. (усна доповідь)
 7. M. Adzhymambetov, Yu. Sinyukov, First results of iHKM at RHIC BES energies: measuring shear viscosity of QGP. XII conference of young scientists “Problems of theoretical physics”, 21 - 23 грудня, Київ, Україна (онлайн), 2021. (усна доповідь)