

В І Д Г У К
офіційного опонента на дисертаційну роботу
Скрипника Тараса Володимировича
*“Метод некососиметричних r -матриць та нові інтегровні класичні і
квантові системи”*,
подану на здобуття наукового ступеня
доктора фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.04.02 – теоретична фізика

Основним об’єктом вивчення дисертаційної роботи Скрипника Тараса Володимировича “Метод некососиметричних r -матриць та нові інтегровні класичні і квантові системи” є гамільтонові системи, які допускають зображення Лакса, та рівняння солітонного типу.

Дослідження і побудова солітонних рівнянь та пов’язаних скінченновимірних гамільтонових систем, які допускають зображення Лакса, проводилися представниками численних дослідницьких груп, зокрема, в США, Франції, Італії, Росії та Україні (Київ, Харків, Львів). Серед праць київських вчених з цієї тематики доцільно виокремити дослідження П.І. Голода, результати яких мають важливе значення для розвитку Лі-алгебраїчного підходу в теорії солітонних рівнянь.

Завдяки піонерським працям представників наукової школи академіка Фаддєєва Л.Д. стало зрозуміло, що рівняння солітонного типу допускають зображення нульової кривини, а відповідні цілком інтегровні гамільтонові системи, які записуються за допомогою пари Лакса, мають так звану r -матричну інтерпретацію, коли дужки Пуассона можна записати за допомогою класичних r -матриць. Вивченню тих чи інших питань, що стосуються класичної та квантової r -матриці, присвячено чисельні монографії і наукові статті, де розглянуто широке коло різних математичних задач і питань. У цьому напрямі класичні результати отримали такі науковці як Є.К. Складнін, О.А. Бєлавін і В.Г. Дрінфельд, І.М. Гельфанд і І.В. Черєднік, Л.Д. Фаддєєв і Л.А. Тахтаджян, А.Г. Рейман і М.А. Семенов-Тян-Шанський, П.П. Куліш і М.Ю. Рєшетіхін та багато інших дослідників.

Хоча класичні r -матриці і пов’язані з ними інтегровні системи вивчалися впродовж тривалого часу багатьма відомими вченими, але основна увага дослідниками приділялася лише кососиметричним r -матрицям, оскільки саме вони пов’язані з так званими групами Лі-Пуассона і квантовими групами.

Тому загальні класичні r -матриці і відповідні інтегровні гамільтонові системи є досить цікавим, але не достатньо вивченим об'єктом для дослідження, як для сучасної математики, так і для потенційних важливих фізичних застосувань.

Таким чином, тема дисертаційної роботи Скрипника Тараса Володимировича “Метод некососиметричних r -матриць та нові інтегровні класичні і квантові системи” є важливою та актуальною.

Основна ідея даної дисертаційної роботи, яка об'єднує всі її розділи, є ідея про побудову класичних і квантових інтегровних рівнянь та систем рівнянь солітонного типу на основі загальної класичної, взагалі кажучи, некососиметричної r -матриці із спектральним параметром.

Перейдемо тепер до детального аналізу змісту дисертації.

Дана дисертація складається з анотації (українською і англійською мовами), списку публікацій здобувача за темою дисертації, переліку умовних позначень, вступу, восьми розділів, висновків, списку використаних джерел (115 найменувань) і викладена на 307 сторінках.

У вступі дисертації обґрунтовано вибір теми досліджень, викладено мету і завдання дослідження, описано наукову новизну отриманих у дисертації результатів та їх практичне значення, охарактеризовано особистий внесок здобувача та подано перелік наукових конференцій і семінарів, на яких доповідалися результати дисертації.

Дамо коротку характеристику наукових результатів кожного з розділів.

У першому розділі подано основні поняття та визначення, зокрема, поняття класичної некососиметричної r -матриці зі спектральними параметрами u і v та описано її аналітичну поведінку в околі діагоналі $u=v$. Частину розділу можна розглядати як узагальнення результатів О.А. Белавіна і В.Г. Дрінфельда на некососиметричний випадок. У цьому розділі також запропоновано важливе поняття “особливої точки” класичної r -матриці, яке є новим і відсутнє у працях О.А. Белавіна і В.Г. Дрінфельда.

У другому розділі дисертації розглянуто методи побудови класичних r -матриць та дано приклади нових некососиметричних r -матриць. Одним з таких методів є метод Костанта – Адлера – Саймса. У 80-х роках минулого століття, у працях А.Г. Реймана і М.А. Семенова-Тян-Шанського було дано застосування цього методу до теорії інтегровних систем на основі використання градуйованих алгебр Лі петель. Автором дисертації запропоновано застосовувати майже градуйовані (або квазіградуйовані) алгебри Лі та метод Костанта – Адлера – Саймса для побудови інтегровних

систем та класичних r -матриць. У цьому розділі дисертації дисертант буде класичні r -матриці, які відповідають квазіградуїтованим деформаціям алгебр петель в однорідному, основному та проміжних градуїтованнях. Тут також розглянуто метод редукції r -матриці відносно автоморфізму скінченного порядку, метод зсуву на постійний тензор та деякі інші методи побудови класичних r -матриць.

Третій розділ дисертації присвячено двом способам побудови нескінченновимірних алгебр Лі мероморфних функцій за загальними класичними r -матрицями зі спектральними параметрами. Один з цих методів узагальнює так званий метод Гельфанда–Чередніка на некососиметричний випадок і полягає в побудові за r -матрицею фільтрованих базисів в нескінченновимірних алгебрах Лі, а інший метод є узагальненням методу П.І. Голода і полягає в побудові за r -матрицею спеціальних квазіградуїтованих базисів. Дисертант також описує так звані багатополюсні алгебри Лі, які асоційовані із класичними r -матрицями. У цьому розділі показано, що структура алгебри залежить від того чи є вибрані полюси особливими точками класичної r -матриці.

Як відомо з праць представників наукової школи з теоретичної фізики академіка Л.Д. Фаддєєва (Є.К. Склянин, А.Г. Рейман, М.А. Семенов-Тян-Шанський, П.П. Куліш, М.Ю. Решетіхін) та французької школи з теоретичної і математичної фізики (J.M. Maillet, O. Babelon, C. Viallet, J. Avan, M. Talon) важливість класичних r -матриць в теорії інтегровних систем полягає у можливості визначення дужки Пуассона для елементів матриці Лакса таким чином, щоб її спектральні інваріанти комутували відносно дужки Пуассона. Крім того, як показано у четвертому розділі дисертації, за наперед заданою класичною r -матрицею можна побудувати мероморфні матриці Лакса для відповідних класичних інтегровних систем. У четвертому розділі дисертації описано структуру матриць Лакса в термінах особливих і неособливих точок r -матриць. Показано, що з особливими точками r -матриць пов'язана редукція, тобто зменшення числа незалежних динамічних змінних у відповідних інтегровних системах. У цьому розділі побудовано матриці Лакса редуктованих інтегровних систем, зокрема, систем типу Тоди та їх інтегровних деформацій, розглянуто відповідні класичні гамільтоніани та інтеграли руху.

П'ятий розділ дисертації присвячено знаходженню так званих солітонних рівнянь у двох вимірах на базі загальних r -матричних алгебр, які побудовані у третьому розділі. Тут описано загальну схему побудови U-V-пар

солітонних ієрархій, що базується на використанні класичної r -матриці зі спектральним параметром. Розглянуто конкретні приклади інтегровних ієрархій, що асоційовані з різними класичними r -матрицями та їх особливими і неособливими точками. Серед таких рівнянь анізотропне нелінійне рівняння Шредінгера (з похідною), векторне узагальнення рівнянь Ландау – Ліфшиця та подвоєна векторна ієрархія Ландау – Ліфшиця, анізотропна ієрархія з двома зсувами, модифікована ієрархія Тоди. Описаний у цьому розділі метод побудови інтегровних ієрархій узагальнює класичні підходи Фляшки-Ньюела-Ратью, Куліша-Реймана та П.І. Голода до побудови рівнянь солітонного типу.

Квантові інтегровні моделі, що пов'язані з класичними r -матрицями, вивчалися у працях М. Годена (М. Gaudin), Є.К. Складніна, П.П. Куліша, М.А. Семенова-Тян-Шанського, М.Ю. Решетіхіна, Б. Юрчо (В. Jurco) та інших дослідників. Довгий час домінувала думка про те, що такі моделі пов'язані лише з кососиметричними r -матрицями, оскільки кососиметричні r -матриці одержуються як квазікласичні границі квантових R -матриць. У шостому розділі дисертації дисертант встановлює зв'язок властивості квантової інтегровності з загальними некососиметричними r -матрицями, що не пов'язані з квантовими групами та похідними від них структурами. Використовуючи цю ідею, у шостому розділі дисертації побудовано нові квантові інтегровні моделі типу Годена, типу Джейнса-Камінгса-Діке та типу Бозе – Хаббарда.

Сьомий розділ дисертації присвячено методам алгебраїчного і ієрархічного анзаців Бете. Алгебраїчний анзац Бете було запропоновано у працях представників наукової школи академіка Л.Д. Фаддєєва для випадку квадратичних квантово-групових структур, що асоційовані з інтегровними моделями теорії поля. Алгебраїчний анзац Бете у своїй Лі-алгебраїчній версії, який пов'язаний з класичними кососиметричними r -матрицями, було запропоновано Є.К. Складніном для алгебри Лі $gl(2)$. Випадок кососиметричних r -матриць і алгебр Лі вищих рангів розглядався у працях Б. Юрчо (В. Jurco). У сьомому розділі дисертації алгебраїчний анзац Бете поширено на випадок некососиметричних r -матриць та алгебр Лі $gl(n)$. У випадку вищих рангів алгебраїчний анзац Бете стає ієрархічним та потребує для своєї реалізації ланцюжка вкладених підалгебр. У цьому розділі дисертації розглядається як стандартний ланцюжок вкладених підалгебр, так і узагальнений ланцюжок, що базується на ланцюжках вкладень, які асоційовані з різними редукціями з алгебри $gl(n)$ на підалгебру $gl(n-k)+gl(k)$.

Ця конструкція застосована для діагоналізації Z_p -градуєваних моделей типу Годена, типу Джейнса-Камінгса-Діке та Бозе-Хаббарда.

Восьмий розділ дисертації присвячено інтегровним ферміонним моделям типу БКШ-Річардсона. Тут описано інтегровні моделі типу БКШ з багатьма типами ферміонів, які одержані за допомогою класичних r -матриць. З використанням раціональної r -матриці побудовано інтегровні квантові системи з багатьма типами ферміонів. У випадку $g=sp(2)$ таким чином заново отримано відому модель Річардсона. Розглянуто також випадок некососиметричних Z_2 -градуєваних класичних r -матриць і алгебр Лі $gl(n)$, $sp(n)$, $so(2n)$ і показано, що їм відповідають інтегровні гамільтоніани БКШ $p+ip$ -типу з багатьма типами ферміонів. Всі побудовані інтегровні ферміонні моделі діагоналізовані методом аналітичного анзацу Бете.

Кожен розділ дисертації має короткий вступ і завершується формулюванням висновків до нього, а все дисертаційне дослідження – формулюванням загальних висновків до дисертації.

На мій погляд, у даній дисертації отримано низку важливих нових наукових результатів, основні з яких полягають у наступному:

1. побудовано нові класи класичних r -матриць;
2. доведено, що з кожною класичною r -матрицею зі спектральними параметрами можна асоціювати квазіградуєвану алгебру Лі;
3. запропоновано метод побудови за класичною r -матрицею мероморфних операторів Лакса скінченновимірних гамільтонових систем;
4. запропоновано метод побудови $U-V$ -пар для рівнянь нульової кривизни за даною класичною r -матрицею;
5. показано, що редукція в теорії солітонних рівнянь та теорії скінченновимірних систем пов'язана з особливими точками класичних r -матриць;
6. побудовано теорію квантово-інтегровних систем, що асоційовані з некососиметричними r -матрицями;
7. метод алгебраїчного анзацу Бете поширено на новий клас квантово-інтегровних систем.

Всі основні результати дисертації Скрипника Т.В. є новими, строго обґрунтованими і сформульовані у вигляді теорем, доведення яких не викликає сумнівів.

Наукові результати дисертаційної роботи Скрипника Т.В. отримали розвиток у подальших дослідженнях закордонних вчених і ними цитуються –

праці дисертанта мають більше 500 цитувань за наукометричною БД Scopus, h -index дисертанта становить 13.

Основні результати дисертації Скрипника Т.В. опубліковані у 53 наукових працях у наукових фахових виданнях, з яких 51 стаття є без співавторів.

Результати дисертації Скрипника Т.В. добре апробовані серед фахівців з тематики дисертації і доповідалися на наукових семінарах наукових установ України та наукових семінарах закордонних закладів вищої освіти та наукових установ, де проходив стажування здобувач, а також на численних міжнародних наукових конференціях.

Автореферат правильно і повно відображає зміст дисертації.

Разом з тим, щодо дисертаційної роботи Скрипника Тараса Володимировича “Метод некососиметричних r -матриць та нові інтегровні класичні і квантові системи” можна висловити деякі побажання і зауваження, а саме:

1. результати дисертації опубліковані у престижних наукових виданнях, з високим імпакт-фактором, які віднесені до кватилей Q1 і Q2, таких, як Journal of Mathematical Physics, Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical, Nuclear Physics, Journal of Geometry and Physics, Physica D, SIGMA (всього 40 із 53 статей за темою дисертації), але дисертант не завжди використовує стандартні скорочення для цитування цих видань і не завжди вказує повну назву журналу (див, наприклад, посилання на видання Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical (Journal of Physics A: Mathematical and General)).

2. у даній дисертації розроблено теорію побудови солітонних рівнянь, в основі якої лежить використання класичної r -матриці, та побудовано нові приклади таких рівнянь і систем. На наш погляд, дисертанту доцільно продовжити дослідження таких систем, зокрема, їх розв’язків солітонного типу.

3. кожен розділ дисертації має вступ, в якому дається огляд наукових праць з тих питань, які детально розглядаються у ньому. На наш погляд, доцільно було б зробити загальний огляд літератури до всієї дисертації.

4. дисертант дає посилання на англomовні версії своїх праць, які свого часу були опубліковані у московських наукових виданнях російською мовою і згодом перевидані англійською. На наш погляд, доцільно було б вказати в дисертації та авторефераті також посилання на такі російськомовні праці із зазначенням джерел оригінальних наукових видань.

5. у тексті дисертації і автореферату зустрічають описки і стилістичні огріхи, хоча дисертацію написано чітко і зрозуміло.

Висловлені вище зауваження не впливають суттєвим чином на загальну позитивну оцінку дисертаційної роботи Скрипника Т.В. “Метод некососиметричних r -матриць та нові інтегровні класичні і квантові системи”, яке є завершеним науковим дослідженням.

Дисертаційна робота Скрипника Т.В. виконана на високому науковому рівні, стосується важливих і актуальних проблем теоретичної та математичної фізики. Дисертант продемонстрував досконале володіння методами сучасної теоретичної та математичної фізики.

Вважаю, що дисертаційна робота Скрипника Тараса Володимировича “Метод некососиметричних r -матриць та нові інтегровні класичні і квантові системи” задовольняє всі вимоги “Порядку присудження наукових ступенів”, затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України № 567 від 24 липня 2013 року (зі змінами) щодо дисертаційних робіт на здобуття наукового ступеня доктора наук, а її автор – Скрипник Тарас Володимирович заслуговує на присудження йому наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 – теоретична фізика.

Офіційний опонент
завідувач кафедри математичної фізики
механіко-математичного факультету
Київського національного університету
імені Тараса Шевченка
доктор фізико-математичних наук, професор

В.Г. Самойленко

Самойленко В.Г.

Підпис Самойленко В.Г.
Проректор з наукової роботи
НАУ ім. Шевченка
доктор економічних наук
професор



О.І. Жилінська

Жилінська О.І.