

**Національна академія наук України
Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова**

Назаренко Андрій Володимирович

УДК 536.758; 539.1.01; 531.51

**СТАТИСТИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ СИСТЕМ
ІЗ СИЛЬНОЮ ВЗАЄМОДІЄЮ ТА ЕФЕКТИ ГРАВІТАЦІЇ**

01.04.02 — теоретична фізика

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора фізико-математичних наук

КИЇВ – 2021

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана у відділі математичних методів в теоретичній фізиці Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова Національної академії наук України.

Науковий консультант:

доктор фізико-математичних наук, професор
Гаврилик Олександр Михайлович,
завідувач відділу
математичних методів в теоретичній фізиці
Інституту теоретичної фізики
ім. М.М. Боголюбова НАН України.

Офіційні опоненти:

доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник
Корчин Олександр Юрійович,
завідувач відділу
квантово-електродинамічних явищ і електродинаміки адронів
Інституту теоретичної фізики ім. О.І. Ахієзера НАН України;

доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник
Пелих Володимир Олександрович,
завідувач відділу диференціальних рівнянь і теорії функцій
Інституту прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С. Підстригача НАН України;

доктор фізико-математичних наук, професор
Ребенко Олексій Лукич,
головний науковий співробітник відділу математичної фізики
Інституту математики НАН України.

Захист відбудеться 6 травня 2021 р. об 11 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.191.01 в Інституті теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України за адресою: вул. Метрологічна, 14-б, м. Київ, 03143, Україна.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України (вул. Метрологічна, 14-б, м. Київ, 03143).

Автореферат розіслано 25 березня 2021 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради Д 26.191.01
доктор фізико-математичних наук

Кузьмичев В. Є.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Основну увагу в роботі зосереджено на отриманні характеристик систем багатьох частинок із сильною та гравітаційною взаємодією як функцій температури, густини і складу, що визначають рівняння стану і фазову діаграму станів речовини. Актуальність тематики роботи обґрунтовується необхідністю опису властивостей матерії в ядро-ядерних зіткненнях, темної матерії, а також явищ і процесів з одночасним проявом сильної і гравітаційної взаємодій. Основним підходом є рівноважний статистичний (термодинамічний) опис, обумовлений з теоретичної точки зору подібними станами систем із сильною і гравітаційною взаємодією: конденсатним і надплинним, рідино- і газоподібним, а також існуванням фазових переходів. Хоча рівноважний підхід спрощує картину явищ, він виявляє направленість складної динаміки систем і робить наочним процес розділення фаз, що буває важко досягнути в мікроскопічному формулюванні.

Через розбіжність вигляду і значень параметрів взаємодії у вакуумі та середовищі доводиться звертатись до експериментальних даних, які відповідають умовам задачі. Моделі систем із сильною взаємодією переважно спираються на спостережувані дані з ядро-ядерних зіткнень як за низьких так і за високих енергій.

За малих енергій зазвичай вивчаються властивості гадронних систем, особливо ядерної і нейтронної матерії, а також системи піонів (з великою множинністю). Так, нехтуючи внеском антинуклонів і процесами народження/знищення частинок за низьких температур і густин, доцільно розвинути модель з прямою взаємодією між нуклонами для опису рівноважних властивостей ядерної матерії, фазового переходу рідина-газ та енергетичного спектру надплинної нейтронної матерії. Експериментальним підґрунтям для цього служать дані колаборацій EOS і ISiS (2003) з мультифрагментації збуджених ядер. Нове дослідження ядерної матерії у викривленому просторі-часі варто тоді розпочати з опису переходу рідина-газ в рамках польової моделі у конформно-пласкому просторі-часі і виявлення залежності критичних параметрів за малої зміни масштабного фактору. Окрім того, перехід типу рідина-газ можливий також в системі піонів з тричастинковою взаємодією, на існування якої вказують кіральні моделі Скірма і Вайнберга. Наявність рідино- і газоподібного станів за різних температур, зокрема в конденсаті, може вплинути на динаміку м'яких піонів на кінцевій стадії зіткнень.

В картині релятивістських ядерних зіткнень з проявом кваркової структури гадронів увага приділяється обраним процесам на ранній стадії зіткнення і на рівноважній стадії кварків і глюонів. Потреба в початкових умовах гідродинамічного розширення матерії в зіткненнях, а також виявлена колаборацією STAR (2002) інтерферометрична НВТ-загадка стимулюють розгляд поперечних потоків партонів на дотермічній стадії, а перехід до термалізованої матерії – опису механізму (часткової) ізотропізації системи партонів. На етапі рівноважної кварк-

глюонної речовини з визначеним тензором енергії-імпульсу можна оцінити ймовірність прояву d додаткових компактних вимірів з топологією тора, які враховуються за сценарієм Аркані-Хамеда, Дімопулоса і Двалі (1998). Природно використати квантову космологічну модель мінісуперпростору для знаходження амплітуди переходу від 3 до $3+d$ вимірів в двох режимах: конфайнменту і домінування випромінювання. Цікаво перевірити передбачене теорією суперструн обмеження на число додаткових вимірів (шість) і відстежити механізм передачі енергії від матерії до мод квантового гравітаційного поля.

Поглиблене вивчення ролі топології і геометрії двовимірних просторів, асоційованих з двома додатковими вимірами, можливе за звернення до моделей $(2+1)$ -вимірної гравітації. Так, польова теорія Черна–Саймонса (з джерелом) і геометрична теорія Вейля–Петерсона покликані описати часову еволюцію геометрії ріманових поверхонь роду один (тора) і два (кренделя). Наявність джерела в моделі з виродженими дискретними рівнями власного часу на торі здатне привести до нового ефекту розщеплення рівнів (часу), як в ефекті Зеємана.

Додатковий інтерес викликають властивості випромінювання за високих енергій і температур. Так обмеження на енергію (Планка) у формі оригінального закону додавання 4-імпульсу у версії подвійної спеціальної теорії відносності принципово модифікує закон Стефана–Больцмана для густини випромінювання абсолютно чорного тіла, обмеженої зверху за будь-яких високих температур.

Вагомою науковою задачею є опис властивостей темної матерії, зокрема, темної матерії галактичних ядер і гало карликових галактик. Для цього залучимо бозе-конденсатні моделі і рівняння Гросса–Пітаєвського.

Припускаючи структурованість частинок темної матерії, можна показати, що узгоджений із спостереженнями відомий просторовий розподіл частинок бозе-конденсатної темної матерії гало карликових галактик з повільним обертанням (Т.Нарко, 2018) впливає з моделі з гравітаційною і парною взаємодіями в наближенні Томаса–Фермі завдяки специфічній деформації комутатора для хвильової функції конденсату. Окрім того, модель темної матерії галактичного ядра на основі рівняння Гросса–Пітаєвського з тричастинковою взаємодією здатна виявити рідино- і газоподібний стани, фазовий перехід між якими стимулюється квантовими флуктуаціями за нульової температури.

Для глибшого розуміння спостережуваних властивостей частинок (об'єктів), що описуються статистикою, відмінною від Бозе–Ейнштейна, зокрема, інфінітною, доцільно розглянути ансамбль екстремальних чорних дір за умови рівності значень гравітаційної і електричної констант взаємодії (A.Strominger, 1993). Через гравітаційний вплив на пробну частинку у дозволених точках простору, можна оцінити розбіжність значень середньої затримки часу в статистиках Бозе–Ейнштейна, Фермі–Дірака та інфінітній.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Результати дисертаційної роботи отримано в рамках планової наукової тематики відділу математичних методів в теоретичній фізиці Інституту теоретичної фізики НАН України: тема “Квантові симетрії і властивості інтегровних та квантово-польових систем”, 2001-2004 рр., шифр 1.2.2, 1.4.7, № д.р. в УкрІНТЕІ 0101U000331; тема “Симетрії, інтегровні системи, класичні і квантові поля”, 2005-2007 рр., шифр 1.4.7, № д.р. в УкрІНТЕІ 0101U006883; тема “Методи теорії симетрій та проблеми нелінійної динаміки в сучасній теорії поля та теорії елементарних частинок”, 2007-2011 рр., шифр 1.4.7, № д.р. в УкрІНТЕІ 0106U007885; тема “Нелінійні квантові осцилятори, інтегровні моделі та квантово-польові системи: симетрії і застосування”, 2012-2016 рр., шифр 1.4.7, № д.р. в УкрІНТЕІ 0112U000052; тема “Симетрії, деформації та інтегровність в моделях квантових полів і частинок” 2017-2021 рр., шифр 1.4.7, № д.р. в УкрІНТЕІ 0117U000238.

Мета і задачі досліджень. Метою роботи є знаходження фазових діаграм і рівняння стану систем з сильною та гравітаційною взаємодіями в рамках запропонованих моделей в статистичному підході. Основна увага в роботі приділяється окремим явищам в ядерній і темній матерії, високоенергетичним явищам з одночасним врахуванням сильної взаємодії і ефектів гравітації, а також розвиненню підходів до задач квантової гравітації, термодинаміки систем електрично заряджених тіл з гравітаційною взаємодією.

Поетапне дослідження пов'язано з такими задачами і завданнями:

1. Розвинути квантову модель релятивістських нуклонів з прямою взаємодією (з виключеними на класичному рівні ступенями вільності полів σ , ω і ρ мезонів) з параметрами, що відтворюють рівноважні властивості ядерної матерії за нульової температури; знайти критичні параметри фазового переходу типу рідина-газ в симетричній ядерній матерії; встановити енергетичний спектр надплинної нейтронної матерії за нульової температури.

2. Узагальнити польову модель Валечки гадродинаміки у випадку конформно-плаского простору-часу і оцінити критичні параметри фазового переходу рідина-газ симетричної ядерної матерії за зміною масштабного фактору.

3. Побудувати модель $\pi^+\pi^-$ -речовини з тричастинковою взаємодією, яка забезпечує існування рідиноподібного стану, і описати фазовий перехід типу рідина-газ в конденсаті піонів, а також в системі за ненульової температури.

4. Описати еволюцію потоків партонів на ранній стадії ядерних зіткнень та оцінити їхню анізотропію в кінетичній моделі вільного розльоту для подальшого відтворення інтерферометричних характеристик матерії в (не)центральных зіткненнях. Розвинути модель з абелевим полем для електрично заряджених партонів з метою аналізу процесу ізоτροпізації м'якої моди партонів.

5. За умов концепції Аркані-Хамеда–Дімопулоса–Двалі виникає можливість передачі енергії від кварк-глюонної речовини до гравітаційних мод у звичайних трьох і в додаткових просторових вимірах, ймовірність якої слід визначити в рамках відповідної квантової моделі космологічного типу.

6. Для випромінювання чорного тіла з обмеженою максимальною енергією фотона і кожної окремо взятої моди вивести термодинамічні функції (в наближенні середнього поля) і аналог закону Стефана–Больцмана.

7. Поєднуючи гамільтонову механіку з в'язями і групу гомотопій, редукувати $(2+1)$ -вимірну теорію Черна–Саймонса на торі з модельним джерелом до гамільтонової системи зі скінченим числом глобальних змінних. При квантуванні інтервалів і площі, задати форми джерел, що приводять до розщеплення вироджених станів власного часу і зняття виродження спектра площі.

8. Знайти генератори групи Фукса ріманової поверхні роду два на основі двопараметричного восьмикутника у просторі Лобачевського. За допомогою розкладу на Y -блоки знайти параметри Фенхеля–Нільсена і два-форму Вейля–Петерсона (ВП), звести її до канонічного вигляду в термінах площі ВП, обмеженої ізопериметричною орбітою в просторі параметрів, і кутової змінної. Побудувати генератори Лоренца і гамільтоніан для опису класичної еволюції моделі і знаходження квантового спектра площі ВП.

9. Побудувати статистичну суму моделі напрямлених графів восьмигілкового дерева Кейлі, породженого групою Фукса двопараметричної ріманової поверхні роду два. Обчислити мультифрактальні характеристики спектру довжин графів та звести його обчислення до ланцюга Маркова внаслідок стохастизації ряду (суми).

10. Для опису ефекту екранування в слабконеідеальній системі релятивістських точкових зарядів з прямою гравітаційною взаємодією редукувати ступені вільності гравітаційного поля за допомогою відомої процедури і обчислити термодинамічні і парну кореляційну функції в наближенні кільцевих діаграм.

11. У великому канонічному ансамблі екстремальних чорних дір, за умови балансу між силами гравітаційного притягання і електростатичного відштовхування, вивести середнє значення гравітаційної затримки часу у статистиці Бозе–Ейнштейна, інфінітній, Фермі–Дірака і класичній.

12. На основі функціоналу енергії в наближенні Томаса–Фермі для бозе-конденсату з гравітаційним притяганням і парним розсіюванням обчислити статистичну суму та термодинамічні функції, пов'язані з розв'язком рівняння Гросса–Пітаєвського; деформувати комутаційні співвідношення для хвильової функції і модифікувати обчислення для відтворення ефекту суцільного обертання.

13. З врахуванням квантових кінематичних аспектів отримати термодинамічні функції бозе-конденсатної темної матерії (галактичного ядра) з відштовхувальною тричастинковою взаємодією. Визначити умови існування рідино- і газоподібних станів, а також з'ясувати роль квантових ефектів у переході між станами.

Об'єктом досліджень є системи багатьох частинок із сильною та гравітаційною взаємодією. Специфіка кожної з них визначається не лише складом, але й вибором додаткової (відштовхувальної) взаємодії. Врахування тих чи інших гравітаційних ефектів в системах із сильною взаємодією залежить від густини енергії речовини, що розглядається.

Предметом досліджень є фазові діаграми і рівняння стану речовини, фазові переходи (першого роду), роль топології і геометрії простору в еволюції систем, вплив матерії на властивості простору-часу і додаткові просторові виміри.

Методи досліджень. У роботі використано відомі аналітичні методи теоретичної фізики та математики, зокрема, диференціальної геометрії, теорії представлень і деформованих алгебр, а також чисельні методи для знаходження розв'язків неінтегровних диференціальних рівнянь, значень деяких інтегральних функцій, великих масивів траєкторій та їх характеристик.

Наукова новизна отриманих результатів. У роботі досліджено фізичні системи багатьох частинок із сильною та гравітаційною взаємодією. Виявлено наявність рідино- і газоподібних станів в ядерній, піонній і темній матерії. Описано енергетичний спектр надплинної нейтронної матерії. Шляхом порівняння з результатами у відомих статистиках оцінено прояв інфінітної статистики. Отримано характеристики двопараметричної ріманової поверхні роду два. Виявлено умови прояву гравітаційних ефектів в мікросвіті, зокрема прояву додаткових вимірів. Розвинуто моделі хаотичних блукань в багатозонному середовищі і виявлено наявність перехідної дифузії.

Вперше отримано такі результати:

- Розвинуто модель системи релятивістських нуклонів з прямою взаємодією, в якій відтворено рівноважні властивості ядерної матерії, критичні параметри фазового переходу рідина-газ у симетричній матерії, а також енергетичний спектр надплинної нейтронної матерії в наближенні Бардіна–Купера–Шріфера.
- Знайдено критичні параметри фазового переходу рідина-газ симетричної ядерної матерії (з рівним числом протонів і нейтронів) у конформно-пласкому просторі-часі за малих відхилень масштабного фактора.
- Встановлено наявність переходу рідина-газ в конденсаті піонів з ненульовим електричним зарядом за нульової температури, а також рідино- і газоподібної фаз за високих температур з нульовим хімічним потенціалом.
- Для ранньої стадії релятивістських ядерних зіткнень описано еволюцію та анізотропію потоків партонів, які мають визначальний вплив на основні спостережувані інтерферометричні дані. Показано, що незначне число жорстких партонів обумовлює від'ємну провідність і нестійкість м'якої компоненти (поля) при електромагнітній взаємодії, що сприяє ізотропізації.

- Показано, що термалізована кварк-глюонна речовина в зіткненнях ядер приводить за умов Аркані-Хамеда, Дімопулоса і Двалі до ненульової ймовірності прояву додаткових компактних просторових вимірів, число яких не перевищує шість у випадку конфайнменту і є необмеженим, але обумовленим температурою, в режимі домінування випромінювання.
- За умови планківського обмеження зверху на енергію введено новий закон додавання 4-імпульсів, на підставі якого знайдено термодинамічні функції та модифікований аналог закону Стефана–Больцмана випромінювання чорного тіла за високих температур. Показано, що випромінювання відбувається за температури вище порогової і з обмеженою густиною енергії.
- У гамільтоновому підході описано часову еволюцію геометрії тороїдального простору в $(2+1)$ -вимірній гравітації Черна–Саймонса з модельним джерелом, наявність якого при квантуванні приводить або до розщеплення вироджених станів власного часу, або до зняття виродження спектра площі.
- Для двопараметричного випадку ріманових поверхонь роду два отримано канонічні змінні дія-кут за допомогою геометричної теорії Вейля–Петерсона. Побудовані генератори Лоренца і гамільтоніан задають часову еволюцію геометрії поверхні за сценарієм “великого відскоку” і визначають квантовий спектр площі фазового простору.
- За допомогою статистичної міри як ряду за групою симетрій ріманової поверхні роду два, обчислено мультифрактальні показники спектра довжин напрямлених графів восьмигілкового дерева Кейлі. Виявлено застосовність теорії ланцюгів Маркова для опису вказаного спектра і міри.
- У калібрувально-інваріантній схемі обчислень знайдено термодинамічні функції, що характеризують ефект екранування в слабконеідеальній системі релятивістських зарядів з прямою гравітаційною взаємодією.
- Для ансамблю екстремальних чорних дір, описуваному статичним розв'язком Маджумдара–Папапетру рівнянь Ейнштейна–Максвела отримано середнє значення гравітаційної затримки часу в статистиці Бозе–Ейнштейна, інфінітній, Фермі–Дірака і класичній.
- Показано, що просторовий розподіл частинок, отриманий у запропонованій моделі з деформованим комутатором для хвильової функції бозе-конденсату з гравітаційною і парною взаємодіями в наближенні Томаса–Фермі, відтворює відомий розподіл бозе-конденсатної темної матерії гало карликових галактик з повільним обертанням.
- Чисельно отримано розв'язки стаціонарного рівняння Гросса–Пітаєвського з гравітаційною і тричастинковою взаємодіями і термодинамічні функції, за допомогою яких виявлено існування рідино- і газоподібного станів, фазовий перехід першого роду між якими обумовлюється квантовими флуктуаціями. Надано оцінки фізичних величин для темної матерії галактичного ядра.

Практичне значення отриманих результатів.

Результати, представлені в дисертації мають теоретичний характер і є важливими для досліджень систем із сильною і гравітаційною взаємодією. Результати для систем із сильною взаємодією слугують теоретичним обґрунтуванням для спостережуваних і передбачених ефектів на ранньому та гадронному етапі ядро-ядерних зіткнень. Дослідження моделей з гравітаційними ефектами створює перспективу для експериментальної перевірки засад об'єднання фундаментальних взаємодій. Розвиток моделей бозе-конденсатної темної матерії сприяє з'ясуванню її природи, що є актуальною задачею астрофізики. Нові відомості про властивості частинок з нетривіальними комутаційними співвідношеннями і таких, що описуються інфінітною статистикою, дозволяють краще збагнути їх спостережувані ознаки.

Особистий внесок здобувача.

Викладені в дисертації оригінальні результати отримано автором самостійно або за його безпосередньої участі. Тринадцять робіт [1-7,11,13-16,23] є одноосібними. У виконаних із співавторами роботах, здобувачеві належить:

- польове формулювання моделі піонів з тричастинковою взаємодією, знаходження її розв'язків і умов фазового переходу рідина-газ [8];
- обчислення компонент потоків вільних партонів в системах відліку Екарта і Ландау–Ліфшиця; аналітичне виведення слабкоанізотропної функції розподілу [9];
- обчислення потоків партонів в кінетичному описі вільного розльоту для реалістичних нецентральных ядерних зіткнень [10];
- формулювання польової моделі і обчислення польових потоків [12];
- обчислення характеристик 2-параметричної ріманової поверхні роду два [17];
- знаходження функції розподілу у багатозонному середовищі, обчислення середньоквадратичного відхилення, комп'ютерне моделювання [18,19];
- порівняння характеристик макроскопічної системи μ -бозе-конденсату і темної матерії карликових галактик [20];
- знаходження термодинамічних функцій випромінювання чорного тіла з обмеженням на енергію в наближенні середнього поля [21];
- статистичне формулювання моделі ансамблю екстремальних чорних дір і обчислення середньої затримки часу [22];
- чисельне знаходження розв'язків польових рівнянь і термодинамічних функцій в наближенні Томаса–Фермі, а також з врахуванням квантових ефектів; опис двох фаз і механізму переходу між ними [24].

Апробація результатів дисертації. Результати досліджень, що включені до дисертації, здобувач представляв особисто на таких конференціях та семінарах:

- Bogolyubov Kyiv Conference “Problems of Theoretical and Mathematical Physics”. September 24–26, 2019, Bogolyubov Institute for Theoretical Physics, Kyiv (Ukraine);
- XI Bolyai-Gauss-Lobachevsky Conference: Non-Euclidean, Non-Commutative Geometry and Quantum Physics. May 19-24, 2019, Bogolyubov Institute for Theoretical Physics, Kyiv (Ukraine);
- Conference on Physics of Disordered Systems. October 14–16, 2013, Franko Lviv National University, Lviv (Ukraine);
- International conference “Quantum groups and quantum integrable systems”. June 18–21, 2013, Bogolyubov Institute for Theoretical Physics, Kyiv (Ukraine);
- 8-th Bolyai-Gauss-Lobachevsky Conference: Non-Euclidean Geometry in Modern Physics and Mathematics. May 22-25, 2012, Institute of Electron Physics, Uzhgorod (Ukraine);
- International Conference “Symmetry in Nonlinear Mathematical Physics”. June 21-27, 2009, Institute of Mathematics, Kyiv (Ukraine);
- Zimanyi 2007 Winter School on Heavy Ion Physics. December 5-7, 2007, KFKI RMKI, Budapest (Hungary);
- International Conference “Symmetry in Nonlinear Mathematical Physics”. June 24-30, 2007, Institute of Mathematics, Kyiv (Ukraine);
- Workshop of European Research Group on Ultrarelativistic Heavy Ion Physics. March 9-15, 2006, Joint Institute for Nuclear Research, Dubna (Russia);
- International Conference “Symmetry in Nonlinear Mathematical Physics”. June 20-26, 2005, Institute of Mathematics, Kyiv (Ukraine);
- Bogolyubov Kyiv Conference “Modern Problems of Mathematics and Theoretical Physics”. September 13-16, 2004, Bogolyubov Institute for Theoretical Physics, Kyiv (Ukraine)
- Annual International Conference “Relativistic Astrophysics, Gravitation and Cosmology”. May 21-23, 2003, Astronomical Observatory of Kyiv Taras Shevchenko National University, Kyiv (Ukraine).

Публікації. Основні результати дисертації повністю висвітлено у двадцяти чотирьох журнальних статтях [1-24].

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається з анотації, вступу, п’яти розділів, висновків, списку використаних джерел та одного додатка. Робота містить 40 рисунків. Обсяг дисертації становить 336 сторінок включно зі списком використаних джерел, що містить 393 найменування, та додатком зі списком публікацій за темою дисертації та переліком конференцій і семінарів, де були апробовані результати роботи.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність досліджень, представлено мету та основні завдання роботи, її зв'язок з науковими темами, висвітлено наукову новизну та практичне значення отриманих результатів. Подано перелік публікацій за темою дисертації, зазначено конференції та семінари, на яких результати представлялися здобувачем особисто.

У **першому розділі** описано термодинамічні стани систем гадронів, які складаються з нуклонів (протонів і нейтронів) і піонів за відносно низьких температур і густин, які реалізуються, зокрема, в зіткненнях важких іонів за низьких енергій або на фінальній стадії релятивістських зіткнень [3,5,7,8].

У *підрозділі 1.1*, на основі класичного гамільтоніану тотожних релятивістських частинок з прямими масивними взаємодіями (вектор-ізокалярною, скаляр-ізокалярною і вектор-ізовекторною) в першому порядку наближення за константами зв'язку, побудовано модель системи релятивістських нуклонів (ізодублету, що складається з протона і нейтрона з масами $m = 939$ MeV і розрізнені проекцією ізоспіна $\tau = \pm 1/2$) в термінах фермі-операторів народження і знищення. Під час квантування, знехтувавши антинуклонами і залежністю матричного елемента взаємодії $W_{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2}$ від імпульсу передачі $\mathbf{k}$ за низьких температур і густини, приходимо до гамільтоніану (з $p^0 = \sqrt{m^2 + \mathbf{p}^2}$):

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{p}, \Sigma} p^0 \hat{a}_{\mathbf{p}, \Sigma}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{p}, \Sigma} + \frac{1}{2V} \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\substack{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2 \\ \Sigma_1, \Sigma_2}} W_{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2} \hat{a}_{\mathbf{p}_1 + \mathbf{k}, \Sigma_1}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{p}_2 - \mathbf{k}, \Sigma_2}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{p}_2, \Sigma_2} \hat{a}_{\mathbf{p}_1, \Sigma_1}, \quad (1)$$

$$W_{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2} = (C_v^2 + C_\rho^2 \tau_1 \tau_2) \frac{p_1^\mu p_{2\mu}}{p_1^0 p_2^0} - C_\sigma^2 \frac{m^2}{p_1^0 p_2^0}, \quad \Sigma = (s, \tau), \quad s = \pm 1/2. \quad (2)$$

Параметри взаємодії $C_i^2 = g_i^2/m_i^2$, $i = v, \sigma, \rho$, обираємо так, щоб відтворити, перш за все, рівноважні властивості ядерної матерії (густину ρ_0 , енергію зв'язку ϵ , енергію асиметрії E_{asym} між протоном і нейтроном, і обернену стисливість K^{-1}):

ρ_0 [фм ⁻³]	ϵ [MeV]	E_{asym} [MeV]	K^{-1} [MeV]
0.16	-15.5	34	294.4

За тих самих значень параметрів одержуються критичні параметри фазового переходу рідина-газ в симетричній ядерній матерії (з рівним числом протонів і нейтронів), а також залежність енергетичної щільності в спектрі надплинної нейтронної матерії від густини в наближенні Бардіна–Купера–Шріфера (БКШ).

Оскільки взаємодія в системі є результатом конкуренції між силами притягання і відштовхування ядерної природи, її внесок вважається малим у порівнянні з внеском вільних частинок в термодинамічному описі.

Це обумовлює вираз для густини вільної енергії в наближенні середнього поля:

$$f(T, \mu) = f_{\text{id}}(T, \mu) + \frac{1}{2} C_v^2 I_0(T, \mu) - \frac{1}{2} C_\sigma^2 I_{-1/2}^2(T, \mu) I_0^{-1}(T, \mu), \quad (3)$$

$$I_t(T, \mu) = \frac{2}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{(1+z^2)^t z^2}{\exp[(m\sqrt{1+z^2} - \mu)/T] + 1} dz. \quad (4)$$

Тоді, рівняння стану в параметричній формі задається густиною і тиском,

$$\rho = I_0(T, \mu), \quad P = \rho^2 \left(\frac{\partial f}{\partial \rho} \right)_T, \quad (5)$$

і описує ізотерми симетричної ядерної матерії, які зображено на Рис. 1 ліворуч.

З їх аналізу чисельно визначаються критичні параметри переходу рідина-газ:

ρ_c [фм ⁻³]	T_c [MeV]	P_c [MeV/фм ³]
0.0514	11.336	0.191

У дослідженні надплинної нейтронної матерії виходимо з (1) із збереженням внесків куперівських пар нейтронів. Після перетворення Боголюбова одержується

дисперсійне співвідношення для квазічастинок: $E_p = \sqrt{(p^0 - p_F^0)^2 + \Delta_p^2}$, де

$p_F^0 = (3\pi^2 \rho)^{1/3}$ – імпульс Фермі, ρ – густина нейтронів. Енергетична щільність Δ_p визначається чисельно для фіксованих значень імпульсу p з отриманого рівняння. Зазвичай, її значення наводять на рівні Фермі (сфери), який задається густиною. Порівнюючи одержану нами залежність з графіком для моделі з феноменологічним потенціалом Argonne (U.Lombardo *et al*, 2001), можна відзначити їх подібність (ширину області і положення максимуму). Однак, обидві моделі дають завищене максимальне значення, що вказує на необхідність виходу за межі теорії БКШ, тобто покращення обчислень.

Результати підрозділу 1.2 розширюють діаграму стану ядерної матерії на випадок гравітаційно деформованого простору. Так при перемасштабуванні метрики Мінковського $\eta_{\mu\nu}$, а саме $g_{\mu\nu} = (1 + 2u)\eta_{\mu\nu}$ з параметром $|u| \ll 1$, узагальнено лінійну польову модель Валечки (Serot & Walecka, 1986) на випадок конформно-плаского простору-часу, що приводить до рівняння стану:

$$P(u) = P_{\text{Вал}} - 2u \left[\frac{1}{2} M_* \rho_s + 2P_0 + \frac{1}{2} C_v^2 \rho \right], \quad \rho(u) = (1 - 4u)\rho, \quad (6)$$

де $P_{\text{Вал}}$ – тиск симетричної ядерної матерії в моделі Валечки, P_0 – тиск вільних нуклонів з ефективною масою M_* , ρ_s – скалярна густина нуклонів, ρ – густина баріонів у просторі Мінковського. Параметри $C_i^2 = g_i^2/m_i^2$ вважаються фіксованими у просторі Мінковського, а їх значення відрізняються від тих, що використано в підрозділі 1.1.

Чисельно розв'язуючи систему рівнянь (у тому числі для M_*), вперше знайдено критичні параметри фазового переходу рідина-газ симетричної ядерної матерії у конформно-пласкому просторі-часі за малих відхилень масштабного фактору:

u	T_c [MeV]	P_c [MeV/фм ³]	ρ_c [фм ⁻³]
-0.01	11.8	0.55	0.074
-0.005	15.3	0.5	0.068
0	18.3	0.43	0.064
0.005	21.3	0.36	0.06
0.01	24.8	0.31	0.054

Інтерпретувати результати можна так: при $u > 0$ ефективно проявляється додаткове притягання, яке приводить до вищої температури випаровування за меншого тиску, і навпаки, при $u < 0$ з'являється відштовхування, яке збільшує критичний тиск, але зменшує температуру випаровування (див. Рис. 1 праворуч).

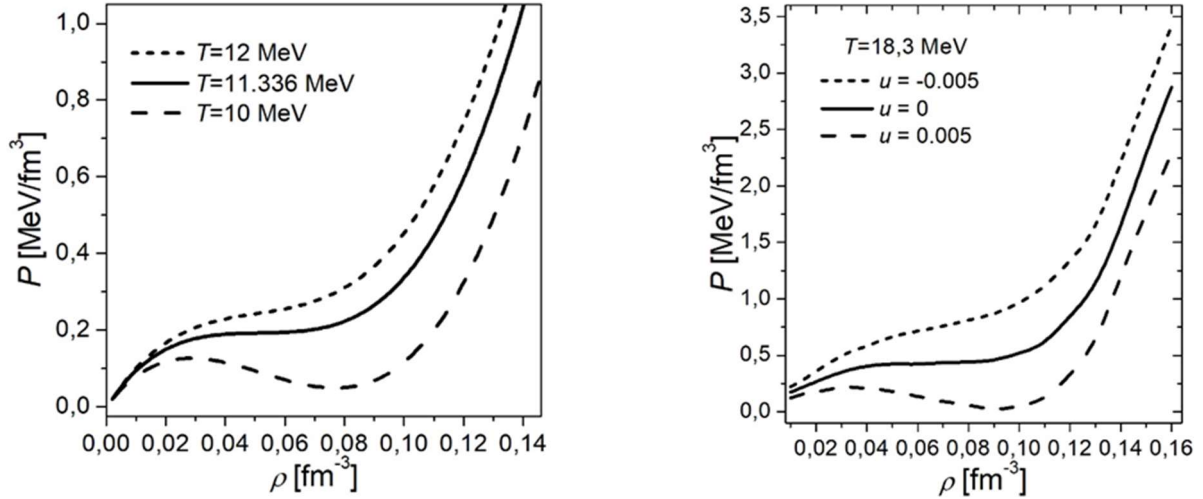


Рис. 1. Ізотерми симетричної ядерної матерії в різних моделях. Ліворуч: Модель нуклонів з прямою релятивістською взаємодією. Праворуч: Узагальнення моделі Валечки у конформно-пласкому просторі-часі з масштабним фактором $1 + 2u$. Тут, ρ – густина нуклонів (баріонів), P – тиск ядерної матерії.

У підрозділі 1.3, за значної кількості піонів в ядерних процесах стає можливим врахування тричастинкової взаємодії між ними в густині лагранжіану моделі,

$$\mathcal{L}(\pi^\dagger, \pi) = \partial_\mu \pi^\dagger \partial^\mu \pi - m^2 \pi^\dagger \pi + \frac{m^2}{2g^2} (\pi^\dagger \pi)^2 - \frac{m^2 \lambda}{4g^4} (\pi^\dagger \pi)^3, \quad (7)$$

що підтверджується кіральними моделями (Т. Skyrme, 1962; S. Weinberg, 1968).

Тут, π – квантове поле заряджених піонів з масою m , які взаємодіють за посередництвом сильної взаємодії з параметром g , який замінює сталу розпаду піона f_π в середовищі, і $0 < \lambda < 1$ для узгодження з кіральними моделями.

Врахування внеску $(\pi^\dagger \pi)^3$ веде до фазового переходу рідина-газ в конденсаті піонів з ненульовим електричним зарядом за нульової температури, а також рідино- і газоподібної фаз за високих температур з нульовим хімічним потенціалом.

У випадку нульової температури, на основі $\mathcal{L}(\phi^*, \phi)$ для аномального середнього $\phi = \langle \pi \rangle$, знаходимо розв'язок у вигляді аксіального солітона вздовж Oz :

$$\phi(t, z) = \frac{2gk \exp(-imt\sqrt{1-k^2})}{\sqrt{\sqrt{1-4\lambda k^2} \cosh(2kmz) + 1}}. \quad (8)$$

Безрозмірна центральна густина $v = |\phi(t, 0)|^2/g^2$ є функцією квазі-імпульсу k за фіксованих параметрів m і λ . Характеристикою моделі є безрозмірний електричний заряд q (різниця між числом піонів додатного і від'ємного заряду). Стрибок центральної густини (див. Рис. 2 ліворуч) вказує на фазовий перехід першого роду рідина-газ в конденсаті зі зміною параметра λ . Критичними параметрами фазового переходу є $\lambda_c \cong 0.268$ і $q_c \cong 5.6$.

У випадку гарячої піонної рідини за $T > 0$, моди квантового піонного поля визначено дисперсійним співвідношенням $E_p = \sqrt{m_*^2 + \mathbf{p}^2}$ і ефективною масою m_* . В наближенні середнього поля $\sigma = \langle \pi^\dagger \pi \rangle$ термодинамічний потенціал системи в об'ємі V набуває вигляду:

$$\frac{\Omega}{V} = \frac{2T}{V} \sum_p \ln[1 - e^{-\beta E_p}] + m^2(1-s^2)\sigma + \frac{m^2}{g^2} \left(\frac{3\lambda}{2g^2} \sigma^3 - \sigma^2 \right), \quad (9)$$

де $s = m_*/m$. Його мінімізація за σ і s приводить до рівнянь моделі, розв'язки яких вказують на існування рідино- і газоподібної фаз зі зміною температури (Рис. 2 праворуч). Для опису ефектів з єдиною системою параметрів, покладається $\lambda = 0.268$, як вище, і $g = 8$ MeV – на підставі даних (DLS Collaboration, 1988).

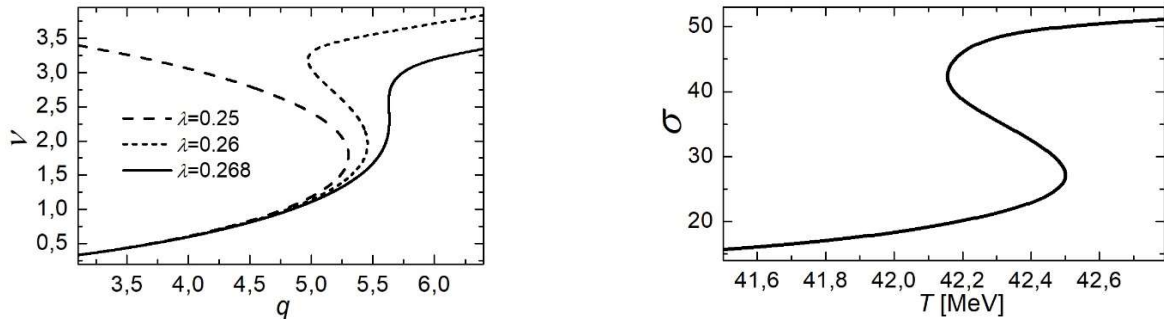


Рис. 2. Стрибок густини (в умовних одиницях) рідина-газ в системі піонів за різних умов. Ліворуч: Густина піонів v в центрі системи як функція питомого заряду системи q на одиницю поперечної площі і параметра тричастинкової взаємодії λ ; $T = 0$. Праворуч: Густина піонів σ як функція температури T за нульового хімічного потенціалу і фіксованих $g = 8$ MeV, $\lambda = 0.268$.

Другий розділ дисертації присвячений окремим процесам і ефектам на різних стадіях ультрарелятивістських ядро-ядерних зіткнень, в яких проявляється кваркова структура гадронів, а саме, швидкоплинним процесам за участю партонів на ранній стадії зіткнення і механізму прояву компактних додаткових вимірів на стадії рівноважної кварк-глюонної речовини [9-13]. Окрім того, приділяється увага термодинамічним властивостям випромінювання (фотонів) за надвисоких, планківських температур [21].

У підрозділі 2.1, на кінетичному етапі релятивістських ядерних зіткнень описано еволюцію та анізотропію потоків партонів, існування яких визначає спостережувані дані фемтоскопії. Виявлено, що незначне число жорстких партонів обумовлює від'ємну провідність і нестійкість м'якої компоненти (поля) при електромагнітній взаємодії, що сприяє ізотропізації поля.

Для знаходження поперечних потоків некогерентних партонів в реалістичних зіткненнях ядер Au+Au на RHIC (Колайдері релятивістських важких іонів) виходимо з розподілу в початковий момент τ_0 власного часу $\tau = \sqrt{x_0^2 - x_z^2}$:

$$f(x, p)|_{\tau_0} = \frac{a_1}{\exp(m_T/T_{\text{eff}}) - 1} \frac{\exp\left(-\frac{x_x^2}{R_x^2} - \frac{x_y^2}{R_y^2}\right)}{\tau_0 m_T \cosh(y - \eta)}, \quad (10)$$

$$m_T = \sqrt{m_{\text{eff}}^2 + \mathbf{p}_T^2}, \quad y = \frac{1}{2} \ln \frac{p_0 + p_z}{p_0 - p_z}, \quad \eta = \frac{1}{2} \ln \frac{x_0 + x_z}{x_0 - x_z},$$

де параметри $\tau_0 \approx 3/\Lambda$, $m_{\text{eff}} = 0.0358\Lambda$, $T_{\text{eff}} = 0.465\Lambda$, $a_1 = 0.09$ впливають з чисельного розв'язку класичних рівнянь Янга–Мілса (R.Venugopalan *et al*, 2003) і фіксуються характерним масштабом $\Lambda = 2$ ГеВ. Просторовий розподіл Гауса з характерними розмірами $R_x, R_y = 3.7 \div 5.33$ фм включено нами для врахування скінченності системи у площині (xOy) , поперечній до осі зіткнення Oz .

Поперечні швидкості партонів, знайдені на основі функції розподілу в наближенні вільного розльоту $p^\mu \partial_\mu f(x, p) = 0$, зображено на Рис. 3 ліворуч. За їх допомогою сформульовано початкові умови гідродинамічного розширення матерії у використаній нами гідрокінетичній моделі, яка привела, зокрема, до значень піонних інтерферометричних радіусів як зображено на Рис. 3 праворуч.

Таким чином, гідродинамічна картина з початково ненульовим поперечним потоком допомагає в описі Ханбері Брауна–Твіса (НБТ) відносної незалежності інтерферометричних об'ємів від енергії в центральних зіткненнях Au+Au за рахунок посилення поперечних потоків з енергією. Окрім того, вірогідно, короткий час термалізації матерії в ядро-ядерних зіткненнях не потрібен для розвитку фінальних спостережуваних радіальних потоків. Як показано, вони виникають і, навіть більш ефективно, на дотермічній або псевдотермічній стадії.

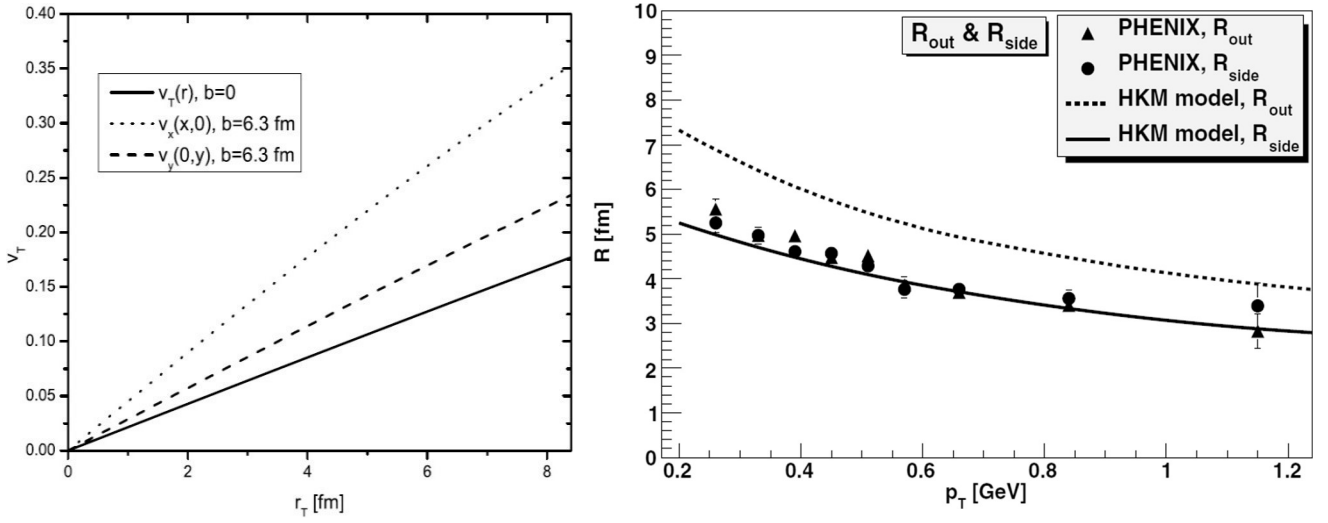


Рис. 3. Ліворуч: Колективна поперечна швидкість партонів v_T , розвинена до моменту $\tau = 1 \text{ фм/с}$, починаючи з $\tau_0 = 0.3 \text{ фм/с}$, для зіткнень Au+Au з прицільним параметром b . Праворуч: Інтерферометричні радіуси піонів R_{out} і R_{side} , обчислені в гідрокінетичній моделі (HKM) та отримані у вимірюваннях PHENIX Collaboration для центральних Au+Au зіткнень (центральність 0–5%) при $200 \text{ А} \cdot \text{ГеВ}$ на RHIC.

Для опису еволюції потоків на дотермічній стадії за допомогою класичного поля у просторі-часі з інтервалом $ds^2 = d\tau^2 - \tau^2 d\eta^2 - dr_T^2 - r_T^2 d\varphi^2$, буст-інваріантний випадок теорії Максвелла з 4-потенціалом $A_\tau = A_{r_T} = 0, A_\eta = \Phi(\tau, r_T), A_\varphi = \Psi(\tau, r_T)$ задається рівняннями:

$$\begin{aligned} \partial_\tau^2 \Phi - \frac{1}{\tau} \partial_\tau \Phi - \partial_{r_T}^2 \Phi - \frac{1}{r_T} \partial_{r_T} \Phi &= J_\eta(\tau, r_T), \\ \partial_\tau^2 \Psi + \frac{1}{\tau} \partial_\tau \Psi - \partial_{r_T}^2 \Psi + \frac{1}{r_T} \partial_{r_T} \Psi &= J_\varphi(\tau, r_T), \end{aligned} \quad (11)$$

з початковими умовами: $\partial_\tau \Psi(\tau_0, r_T) = \Phi(\tau_0, r_T) = 0$, $E_z \sim \frac{1}{\tau} \partial_\tau \Phi|_{\tau_0} \neq 0$, $B_z \sim \frac{1}{r_T} \partial_{r_T} \Psi|_{\tau_0} \neq 0$, запозиченими з концепції конденсату кольорового скла. Ненульові початкові значення полів можна визначити з густини енергії в момент $\tau_0 = 0.3 \text{ фм/с}$, яка задається розподілом Гауса. Таким чином, обчислення приводять до поперечної швидкості м'яких партонів, зображеної на Рис. 4. Порівняння результатів вказує на їх подібність для різних (вільних) моделей.

Останній висновок дозволяє проаналізувати механізм (часткової) ізотропізації в системі м'яких партонів, як поля, за наявності додаткової взаємодії ($J_\mu \neq 0$). Як було відзначено (St.Mrowczynski, 2006), механізм цього явища пов'язаний з нестійкістю в системі і має забезпечити (квазі) рівноважний стан кварків і глюонів.

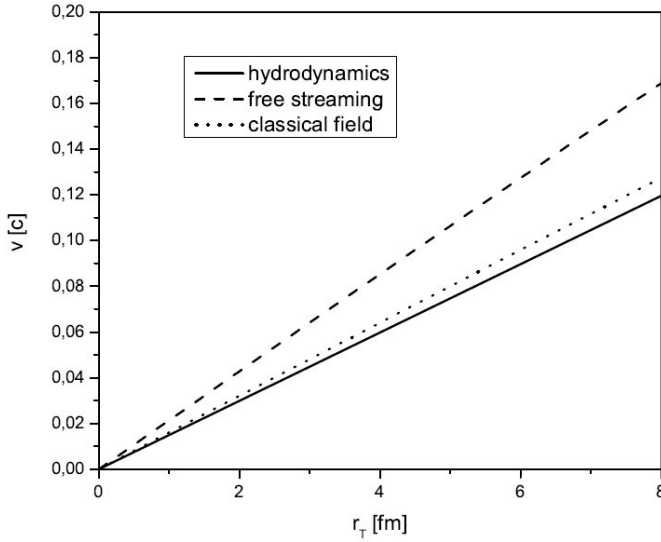


Рис. 4. Колективна поперечна швидкість для моменту $\tau = 1$ фм/с в моделях вільного розльоту, вільного поля (з $J_\mu = 0$), і гідродинаміки ідеальної рідини з рівнянням стану $p = \varepsilon/3$. Згідно з Ландау, 4-швидкість означено так:

$$u^\mu = \frac{T^{\mu\nu} u_\nu}{u_\lambda T^{\lambda\sigma} u_\sigma}, \quad u^2 = 1,$$

де $T^{\mu\nu}$ – тензор енергії-імпульсу.

Нами розвинена модель м'яких партонів з внеском жорстких партонів (із функцією розподілу), електромагнітна взаємодія між якими описується рівняннями Власова–Максвелла. Для просторово однорідного розподілу жорстких партонів, в наближенні малого часу еволюції $\tau - \tau_0 \rightarrow 0$, з рівнянь Власова отримано вирази (закон Ома) для ненульових компонент струму: $J_\eta = \sigma_\eta \partial_\tau \Phi$, $J_\phi = \sigma_\phi \partial_\tau \Psi$, де електропровідності $\sigma_\eta = 2(\tau - \tau_0)\sigma_0$, $\sigma_\phi = -(\tau - \tau_0)\sigma_0$ мають *протилежні* знаки і визначаються множителем σ_0 . Хоча напруженість E_z домінує і за $\tau > \tau_0$, магнітна індукція B_T наближається до значення B_z за рахунок енергії жорсткої компоненти.

У підрозділі 2.2 показано, що термалізована кварк-глюонна речовина у зіткненнях ядер приводить за умов Аркані-Хамеда, Дімопулоса і Двалі (АДД) до ненульової ймовірності прояву додаткових компактних просторових вимірів, число яких, як показано, не перевищує шість у випадку конфайнменту і є необмеженим, але обумовленим температурою, в режимі домінування випромінювання.

Механізм прояву d додаткових і компактних вимірів, які утворюють d -вимірний тор, полягає у передачі енергії від щільної кварк-глюонної речовини до мод гравітаційного поля в наших вимірах, а потім від них – до мод в додаткових вимірах завдяки формі рівнянь Ейнштейна. Збурення в $3 + d$ просторових вимірах характеризуються двома масштабними факторами a і b в інтервалі простору-часу:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2) + b^2(t) \sum_{n=1}^d d\phi_n^2. \quad (12)$$

Така метрика застосовна в середині файєрбола $x^2 + y^2 + z^2 \leq r_{fb}^2$, $r_{fb} \approx 7$ фм. Поза його межами простір вважається 3-вимірним і асимптотично плоским.

Матерія визначається потенціалом $U(a) = Ba^3 + CT^4 a^{-1}$ ($B^{1/4} = 200$ MeV, $C = 37\pi^2/30$) в моделі мінісуперпростору/рівнянні Вілера–ДеВіта. Через складність загальної задачі варто розглянути два граничні випадки.

У випадку конфайнмента, $B \gg T^4$, припускається, що за будь-яких значень d матерія колапсує в трьох вимірах до значення $a_0 < 1$ масштабного фактору, і характерним параметром є $\mu = 1.63 M_{\text{Pl}} V_{\text{fb}} \sqrt{B} a_0^3$, V_{fb} – об’єм файєрбола з r_{fb} .

За всіх відкритих додаткових вимірів, отримано амплітуду переходу:

$$|\langle 3|3+d \rangle| = \left| 1 + i\mu z U\left(1, \frac{5}{3}, -i\mu z\right) \right|, \quad z = \sqrt{3 \frac{2+d}{6-d}} - 1, \quad (13)$$

де $U(a, b, \xi)$ – функція Кумера. Ця величина є малою і означена для $d \leq 6$. Однак, це дозволяє ввести нормовану густину ймовірності (див. Рис. 5) і оцінити значення параметра $\mu = 0.11$, за якого $\langle d \rangle = 2$ в концепції АДД.

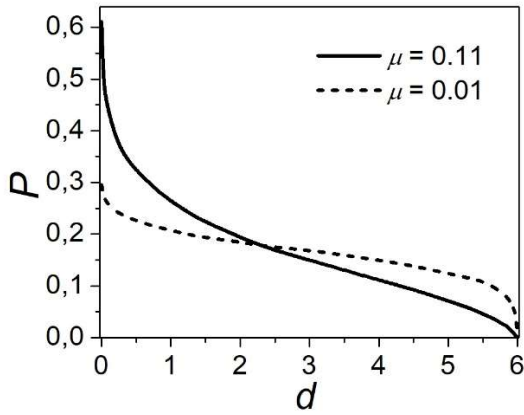


Рис. 5. Густина ймовірності прояву додаткових вимірів в режимі конфайнмента кварк-глюонної речовини.

У режимі домінування випромінювання, коли $B \ll T^4$, зручно ввести квазі-імпульс $k(T) = 4.9 M_{\text{Pl}} V_{\text{fb}} \sqrt{C} T^2$, а також $k_{\text{in}} = k(T_{\text{in}})$ і $k_{\text{fin}} = k(T_{\text{fin}})$. Тоді, амплітуда та ймовірність переходу від 3-х до $3+d$ вимірів є

$$\langle 3, k_{\text{in}} | 3+d, k_{\text{fin}} \rangle = \delta(k_{\text{in}} - k_{\text{fin}}) - \frac{3d}{2(d+2)} \frac{1}{k_{\text{in}}} \theta(k_{\text{in}} - k_{\text{fin}}), \quad (14)$$

$$\text{Prob}(d) = 1 - \frac{3d}{2(d+2)} \frac{1}{k_{\text{in}}}, \quad (15)$$

де $\theta(k)$ – функція Хевісайда. У цьому випадку прояв додаткових вимірів супроводжується охолодженням матерії ($T_{\text{in}} \geq T_{\text{fin}}$), а його ймовірність зростає із збільшенням початкової температури матерії T_{in} . Однак, у даному (ВКБ) наближенні неможливо ввести густину ймовірності.

У підрозділі 2.3 на підставі введеного нового закону додавання енергії

$$E_1 \oplus_{\kappa} E_2 = \frac{\frac{E_1}{1 - E_1/\kappa} + \frac{E_2}{1 - E_2/\kappa}}{1 + \frac{1}{\kappa} \left(\frac{E_1}{1 - E_1/\kappa} + \frac{E_2}{1 - E_2/\kappa} \right)}, \quad E_1 \oplus_{\kappa} \kappa = \kappa, \quad (16)$$

де κ – має сенс енергії Планка і обмежує величину енергії згідно із принципами

подвійної спеціальної теорії відносності (Magueijo & Smolin, 2002), знайдено термодинамічні функції та аналог закону Стефана–Больцмана випромінювання чорного тіла за високих температур.

Застосовуючи обмеження до кожної моди (тотожних фотонів!) з частотою $\omega = c|\mathbf{k}|$ та числом фотонів n_ω в об'ємі V , для повної адитивної енергії маємо

$$E(\{n_\omega\}) = \sum_{\omega} \frac{\hbar\omega n_\omega}{1 + \hbar\omega(n_\omega - 1)/\kappa}. \quad (17)$$

Енергетичний спектр кожної моди обмежений зверху і представляє енергетичну зону на відміну від звичайного газу фотонів. Тому, в наближенні середнього поля повна енергія випромінювання виявляється обмеженою функцією температури:

$$\mathcal{E}^{\text{MFA}} = \frac{V\kappa^4}{\pi^2(\hbar c)^3} \varepsilon_0(z). \quad (18)$$

Тут, функція $\varepsilon_0(z)$ така, що $\varepsilon_0(0) = 0$ і $\varepsilon_0(1) = 1/3$, і визначає густину енергії випромінювання як на Рис. 6 праворуч. Видно, що (18) за виглядом відрізняється від закону Стефана–Больцмана. Отже, властивості вказують на додаткове притягання в системі, яке перешкоджає процесу випромінювання і визначає порогову температуру (з умови нульового тиску):

$$\frac{T_{\text{th}}^{\text{MFA}}(z)}{\kappa} = -3 \frac{\varepsilon_0(z)}{\ln(1-z)}, \quad \lim_{z \rightarrow 0} \frac{T_{\text{th}}^{\text{MFA}}(z)}{\kappa} = \frac{3}{4}. \quad (19)$$

Її графік подано на Рис. 6 ліворуч.

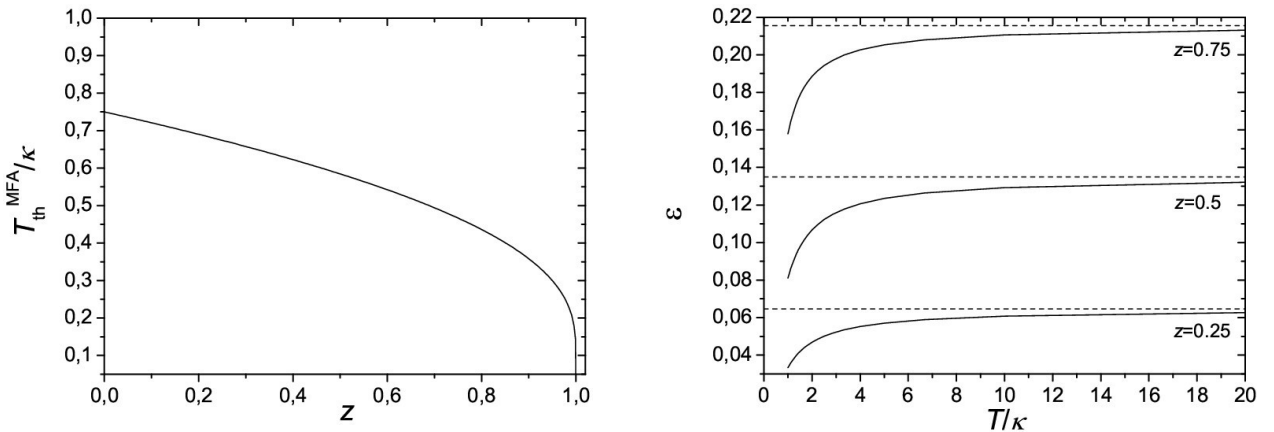


Рис. 6. Порогова температура (ліворуч) і густина енергії (праворуч) випромінювання чорного тіла з обмеженням, знайденим в MFA (пунктир), за різних значень активності z . Суцільні лінії на графіку густини енергії описують точні залежності, одержані чисельно.

Отримані результати є новими порівняно з низкою інших модифікацій (Chang & Chen, 2002; Zhang, Shao & Ma, 2011; S.Hossenfelder, 2014).

У **третьому розділі** враховується така топологічна особливість компактних двовимірних просторів як рід, яку може мати підпростір додаткових вимірів, поки існуючий (наш) тривимірний простір залишається топологічно тривіальним. Вивчається часова еволюція геометрії ріманових поверхонь роду один (тор) і роду два (крендель), а також квантові спектри геометричних характеристик: просторово-і часоподібних інтервалів, площі. У статистичному описі спектра довжин випадкових двовимірних графів розглядаються аспекти симетризації польових величин на рімановій поверхні роду два [4,6,14-19].

Так, у *підрозділі 3.1*, із застосуванням гамільтонового підходу описано часову еволюцію геометрії тороїдального простору в (2+1)-вимірній гравітації Черна–Саймонса з модельним джерелом, наявність якого при квантуванні приводить до розщеплення вироджених станів власного часу.

Узагальнимо дію Черна–Саймонса на плоскому торі $T^2 = \mathbb{R}^2 / \mathbb{Z}^2$,

$$I = \frac{1}{2} \int \epsilon^{\mu\nu\lambda} e_\mu^a (\partial_\nu \omega_{\lambda a} - \partial_\lambda \omega_{\nu a} + \epsilon_{abc} \omega_\nu^b \omega_\lambda^c) d^3x - \int I_a^\mu \omega_\mu^a d^3x, \quad (20)$$

в термінах тріад e_μ^a і спінової зв'язності ω_μ^a з додатковим джерелом I_a^μ ; $\epsilon_{012} = 1$.

Поєднуючи гамільтонову механіку Дірака з гомотопічною групою (петель Вільсона), отримаємо дві пари канонічних глобальних змінних, які визначають розв'язок польових рівнянь і задають канонічну реалізацію алгебри Лоренца $so(2,1)$ (або $su(1,1)$), зокрема Казимір Q і поворот J_0 .

Приймаючи, що Всесвіт – замкнена система, конструємо джерело додаткової взаємодії з характеристик Всесвіту. Для запропонованого вигляду джерела, пов'язаного з обертанням, одержуємо такі вирази для просторово-часового інтервалу (казнерівського виду) і власного часу:

$$ds_I^2 = Q(1 - hJ_0)^2 (-dt^2 + d\phi^2 + t^2 d\psi^2), \quad (21)$$

$$T_I = \tau \sqrt{-Q(1 - hJ_0)^2}, \quad \tau = \int_0^1 \sqrt{1 - \left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2 - \left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2} dt, \quad (22)$$

де h – параметр включення взаємодії, і при $h=0$ відтворюються відомі результати (S.Carlip, 1995; Freidel, Livine & Rovelli, 2003). Змінні ϕ і ψ є циклічними координатами тора, заданими в одиничному інтервалі.

З вигляду метрики (21) можна дійти висновку, що твірні вектори фундаментальної області тора (паралелограма) є лінійними функціями часу, що розв'язує задачу класичної еволюції геометрії.

Зазвичай, при подальшому квантуванні покладають $\tau \rightarrow \tau_{Pl}$, де τ_{Pl} – планківський час. З відомих серій спектрів операторів Казиміра Q і повороту J_0 , одержуємо

$$\hat{T}_I \Psi = \tau_{Pl} \sqrt{n(n-1)} |1 - hm| \Psi, \quad |m| < n. \quad (23)$$

Таким чином, за значень параметра $h > 0$ спостерігається розщеплення рівнів власного часу (подібно до ефекту Зеємана для $so(3)$), які фіксуються значенням n (незбуреної теорії). Взаємодія з $m = \pm 1$ або збільшує $(1 + h)T_0$ або зменшує $(1 - h)T_0$ інтервал часу у порівнянні з очікуваним T_0 , що може залежати від напрямів геодезійної (частинки) і обертання у Всесвіті.

У підрозділі 3.2 для двопараметричного випадку ріманової поверхні роду два отримано канонічні змінні дія-кут за допомогою геометричної теорії Вейля–Петерсона. Побудовані на їх базі генератори Лоренца і гамільтоніан задають часову еволюцію геометрії поверхні за сценарієм “великого відскоку” (див. Рис. 7) і визначають квантовий дискретний спектр площі фазового простору.

За теорією Вейля–Петерсона ріманових поверхонь (Imayoshi & Taniguchi, 1992), чия фундаментальна область задається восьмикутником на Рис. 7 ліворуч, означено простір Тейхмюлера і його координати – параметри Фенхеля–Нільсена як функції параметрів a і α . За теоремою Вольперта знайдено симплектичну два-форму у просторі двох параметрів поверхні:

$$\omega_{WP} = \frac{8a}{(1 - a^2)(2a^2 \cos^2 \tilde{\alpha} - 1)} da \wedge d\tilde{\alpha}, \quad \tilde{\alpha} = \alpha - \frac{\pi}{4}. \quad (24)$$

Окрім того виявляється, що простір параметрів a і α щільно покривається замкненими (ізопериметричними) орбітами сталого периметра фундаментального восьмикутника, що дозволяє ввести канонічні змінні дія-кут, асоційовані з площею, обмеженою орбітою, і кутовою координатою на орбіті.

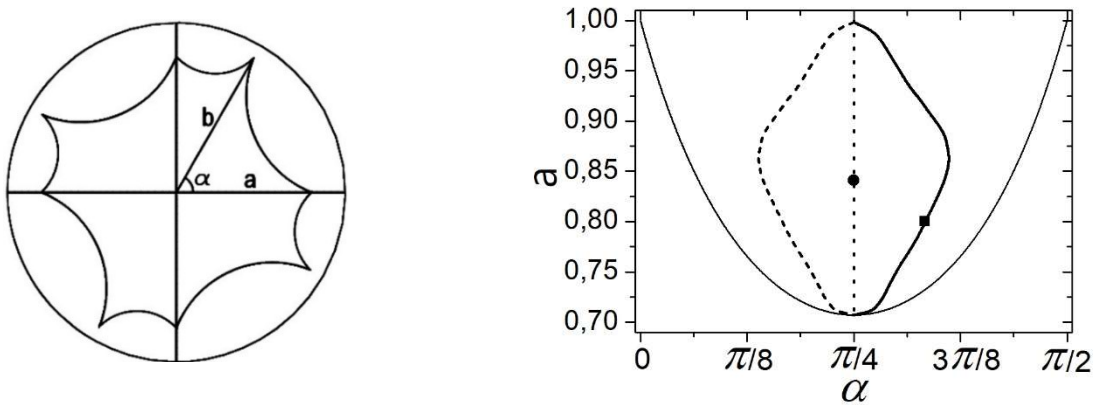


Рис. 7. Фундаментальний восьмикутник двопараметричної ріманової поверхні роду два (ліворуч) і траєкторія еволюції поверхні за сценарієм “великого відскоку” у просторі параметрів (праворуч). Початкова умова еволюції задається значеннями $a = 0.8$, $\alpha = \pi/3$.

Вони служать глобальними змінними ріманової поверхні і дозволяють побудувати канонічну реалізацію алгебри Лоренца. Завдяки цьому, одержуємо квантовий спектр площі Вейля–Петерсона (фазового простору), обмеженої ізопериметричною орбітою:

$$A_{WP} = 4\pi \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (25)$$

Окрім того, з використанням гамільтоніану, вигляд якого запропоновано в петльовій квантовій гравітації для сценарію “великого відскоку” (A. Ashtekar *et al.*, 2006; Livine & Martin-Benito, 2012), визначено класичну траєкторію еволюції геометрії поверхні (див. Рис. 7 праворуч). Найнижча точка траєкторії відповідає нескінченно далекому минулому, а найвища – майбутньому. В цих точках гіперболічна площа восьмикутника – безмежна.

У підрозділі 3.3, в рамках задачі про симетризацію локальних величин на рімановій поверхні роду два, а також обчислення сліду Сельберга (Н.Харт, 1985), сформульовано статистичну суму,

$$Z_N(q) = \sum_{i=1}^{v(N)} \exp[qL_i(N)/N], \quad v(N) = 8 \times 7^{N-1}, \quad (26)$$

залежну від впорядкованого спектру $\{L_1 < L_2 < \dots\}$ (інтегральних) довжин випадкових графів восьмигілкового дерева Кейлі, яке з’єднує центри сусідніх комірок октагональної ґратки в просторі Лобачевського; $v(N)$ – число графів.

Чисельне дослідження вказує на стохастизацію спектра довжин (див. Рис. 8 ліворуч) із збільшенням числа N , що надає можливість для застосування центральної граничної теореми і теорії ланцюгів Маркова. Окрім того, звернемось до мультифрактальних показників підмножин графів, зокрема спектру “мас”:

$$\tau_N(q) = \frac{2}{\ln v(N)} [\ln Z_N(q) - q \ln Z_N(1)]. \quad (27)$$

Аналіз вказує на відсутність домінуючих підмножин графів і необхідність врахування усіх графів, хоча б наближено. Таким чином, за результатами аналізу статистичну міру (суму) як функцію від q зведено до виразу:

$$Z_N(q) \cong C \exp N \left(\frac{1}{2} q^2 s^2 + q \bar{l} + \ln 7 \right), \quad (28)$$

де параметри s^2 і $\bar{l}$ знайдено в наближенні ланцюгів Маркова.

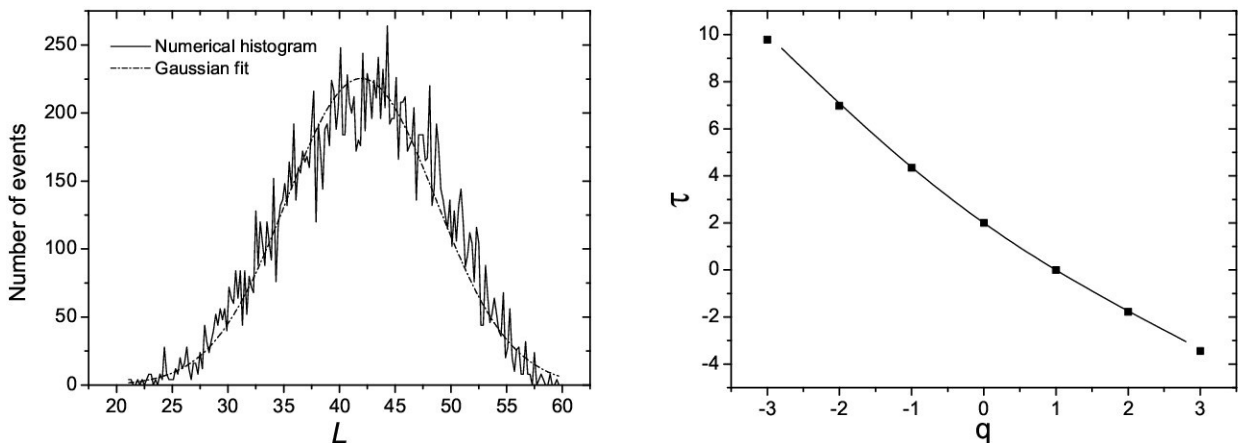


Рис. 8. Стохастизація спектру довжин графів $N = 5$ покоління (ліворуч) і мультифрактальний спектр мас (праворуч) з точними (квадрати) і наближеними (лінія) значеннями для $N = 5$.

Порівняння точних (чисельних) значень показника $\tau_N(q)$ з його гаусовим наближенням на основі (28) наведено на Рис. 8 праворуч.

Отже, обчислення ряду за групою Фукса симетрій (двопараметричної) ріманової поверхні роду два приводить до стохастизації членів ряду і надає можливість для застосування теорії Маркова, тобто, детермінована модель проявляє хаотичні властивості.

Четвертий розділ присвячений вивченню статистичних властивостей систем заряджених тіл з гравітаційною взаємодією, де електростатичне відштовхування відіграє провідну роль, щоб запобігти колапсу. Дослідження ґрунтується як на розв'язках рівнянь класичної теорії поля в першому наближенні за константами взаємодії, так і на точному розв'язку рівнянь Ейнштейна–Максвела для екстремальних чорних дір, як граничному випадку рівності констант гравітаційної і електромагнітної взаємодії [1,2,22].

У підрозділі 4.1, виходячи із загальної теорії відносності, за допомогою Пуанкаре-інваріантної процедури редукції польових ступенів вільності методами механіки Дірака з в'язами, отримано гамільтонів опис та канонічну реалізацію алгебри Пуанкаре в термінах частинкових змінних в першому наближенні за гравітаційною сталою. При цьому, вираз для метрики простору-часу збігається з відомим результатом (Navas & Goldberg, 1962).

У підрозділі 4.2, поєднуючи попередній результат із релятивістською електромагнітною взаємодією в першому наближенні за константою зв'язку, знайдено термодинамічні функції, що характеризують ефект екранування в слабконеідеальній системі релятивістських зарядів з прямою гравітаційною взаємодією в калібрувальній-інваріантній схемі обчислень. Знайдена в наближенні кільцевих діаграм вільна енергія системи записується так:

$$F = F_{\text{id}} + F' + F'', \quad (29)$$

$$F' = -\frac{1}{4}NT\frac{r_g}{r_0}, \quad F'' = -\frac{\kappa^3 V}{12\pi\beta} \left[\left(1 - \frac{r_g}{r_0}\right) \frac{K_0(m\beta)}{K_2(m\beta)} \right]^{3/2}, \quad (30)$$

де $\kappa^2 = 4\pi e^2 \beta N/V$ – параметр Дебая, $T = \beta^{-1}$ – температура, $r_g = Gm$, $r_0 = e^2/m$, N – число зарядів e з масою m в об'ємі V , K_n – функція Макдональда.

За відсутності гравітаційної взаємодії ($r_g = 0$), у нерелятивістській границі отримані вирази збігаються з результатом для кулонівської плазми (А.Исихара, 1973). З іншого боку, за умови $r_g = r_0$, вирази описують газ невзаємодіючих частинок і не відображають можливий вплив на пробну частинку в системі. Тому, цей випадок потребує глибшого вивчення в рамках загальної теорії відносності.

У підрозділі 4.3 для ансамблю тотожних екстремальних чорних дір (з масою $m \geq 1.04 \text{ GeV}/c^2$ і електричним зарядом eZ , за умови $11.7m = |Z|M_{Pl}$, де

$M_{Pl} \cong 1.22 \cdot 10^{19} \text{ GeV}/c^2$), описуваному статичним розв'язком Маджумдара–Папапетру рівнянь Ейнштейна–Максвела, здійснено порівняння (див. Рис. 9) середнього значення гравітаційної затримки часу $\sigma = \langle \Delta\tau/\Delta t \rangle$ в доступних для спостерігача точках простору у статистиці Бозе–Ейнштейна, інфінітній, Фермі–Дірака і класичній. Показано, що у випадку однорідного розподілу чорних дір у просторі ефект затримки часу можна оцінити за допомогою виразів:

$$\sigma(z, \mu) = \sum_{N=0}^{\infty} \frac{d_N z_N}{1 + \mu N}, \quad \mathcal{N}(z) = \sum_{N=0}^{\infty} N d_N z_N, \quad \mu = \frac{Gm}{Rc^2}. \quad (31)$$

Тут, z – активність (відіграє роль вільного параметра), R – радіус системи, d_N – вага конфігурації з чорних дір у заданій статистиці.

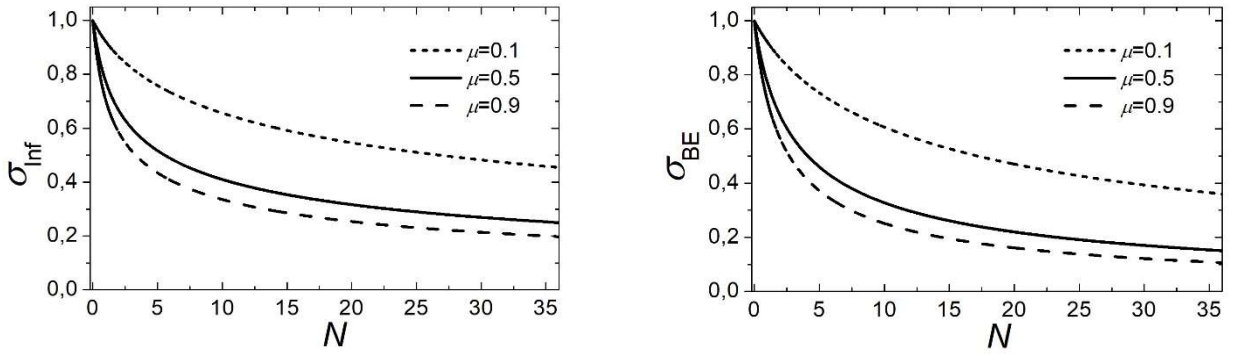


Рис. 9. Залежність середньої затримки часу σ від середнього числа чорних дір $\mathcal{N}$ в інфінітній статистиці (ліворуч) і Бозе–Ейнштейна (праворуч).

Хоча застосування інфінітної статистики до екстремальних чорних дір фізично виправдано наявністю внутрішніх ступенів вільності (A.Strominger, 1993), отримана залежність затримки часу від числа чорних дір (див. Рис. 9) є подібною до випадку статистики Бозе–Ейнштейна. Однак, відмінність швидкостей плину часу може вплинути на тривалість еволюційних процесів за час існування Всесвіту.

У **п'ятому розділі** описані термодинамічні стани в моделях бозе-конденсатної темної матерії з дво- і тричастинковою взаємодіями із застосуванням відповідних модифікацій рівняння Гросса–Пітаєвського [20,23,24].

У *підрозділі 5.1* розглянута модель бозе-конденсатної темної матерії з гравітаційною і парною взаємодіями в наближенні Томаса–Фермі, яка складається з частинок маси $m \sim 10^{-22} \text{ eV}/c^2$ і описується стаціонарною хвильовою функцією $\psi(\mathbf{r})$. Спершу, для темної матерії з повільним обертанням отримано термодинамічні функції і просторовий розподіл частинок у двох узгоджених підходах: з обчисленої статистичної суми системи, як інтегралу за шляхами, і знайденого розв'язку рівняння Гросса–Пітаєвського. На відміну від чисто диференціального підходу (Т.Нарко, 2018), де розмір системи фіксується відношенням між силами

притягання і відштовхування, одержано загальні вирази для різних можливих розмірів (радіуса R), які визначаються граничними умовами задачі.

Із застосуванням відповідності між формалізмом статистичної суми і рівняння Гросса–Пітаєвського проаналізовано випадок темної матерії з деформованим комутаційним співвідношенням в термінах дужки Пуасона:

$$\{\psi(\mathbf{r}_1), \psi^*(\mathbf{r}_2)\} = \exp \left[-\lambda^3 \rho(\mathbf{r}_1) \left(1 - \frac{\mathbf{r}_1^2}{R^2} \right) \right] \delta^3(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \quad (32)$$

де $\rho = |\psi|^2$ – густина частинок, λ – стала кореляційна довжина, R – радіус сферичної системи.

Показано, що просторовий розподіл частинок $\rho(r)$, отриманий з модифікованого рівняння Гросса–Пітаєвського за температури $T \sim 10^{-27} \text{ К}$ (значно нижчої за температуру бозе-конденсації),

$$\begin{aligned} \rho(r) &= v + (\rho_c - v) j_0(\kappa r), \\ \kappa^2 &= \frac{Gm^3}{a\hbar^2}, \quad v = \frac{9}{8\pi^2} \frac{\lambda^3}{R^5} \frac{k_B T}{Gm^2}, \end{aligned} \quad (33)$$

(ρ_c – центральна густина, $\rho_c = \rho(0)$; j_0 – сферична функція Беселя; a – довжина розсіяння) збігається з відомим розподілом (усередненим за кутами) бозе-конденсатної темної матерії гало карликових галактик з повільним обертанням з циклічною частотою ω і параметром $v = \omega^2 / 2\pi Gm$.

Таким чином, деформація вказує на наявність внутрішньої структури у частинок темної матерії, що робить їх відмінними від звичайних бозонів.

У підрозділі 5.2 сформульована модель бозе-конденсатної темної матерії, описувана дійсною безрозмірною хвильовою функцією χ , з тричастинковою і гравітаційною взаємодією, заданою потенціалом φ . Для неї отримано чисельні розв'язки стаціонарної системи рівнянь Гросса–Пітаєвського і Пуасона у сферично-симетричному випадку з радіальною змінною ξ :

$$\frac{1}{2}(\Delta_\xi \chi + v\chi) - A\chi(\varphi(\xi) - \varphi(0)) - B\chi^5 = 0, \quad \Delta_\xi \varphi = \chi^2, \quad (34)$$

де Δ_ξ – радіальна частина оператора Лапласа, v – вільний параметр моделі, пов'язаний з хімічним потенціалом, A і B – параметри гравітаційної (притягальної) і тричастинкової (відштовхувальної) взаємодій, відповідно.

За допомогою термодинамічних функцій (залежних від v , але за фіксованих A і B), зокрема, густини σ і внутрішнього тиску P ,

$$\sigma = \frac{3}{\xi_B^3} \int_0^{\xi_B} \chi^2(\xi) d\xi, \quad P = \frac{2B}{\xi_B^3} \int_0^{\xi_B} \chi^6(\xi) d\xi, \quad (35)$$

виявлено існування рідино- і газоподібного станів (див. Рис. 10). Тут, ξ_B – перший нуль осцилюючої хвильової функції ($\chi(\xi_B) = 0$), який визначає розмір системи в залежності від параметрів ν , A і B . Фазовий перехід першого роду між термодинамічно відмінними станами обумовлюється квантовими флуктуаціями, які зручно ототожнити із “стисканням”:

$$\Pi_\nu = -\frac{B/A}{\xi_B^3} \int_0^{\xi_B} \left[(\partial_\xi \chi(\xi))^2 - \nu \chi^2(\xi) \right] d\xi. \quad (36)$$

Таким чином, вперше виявлена можливість існування рідино- і газоподібної фаз темної матерії у малій щільній області (в галактичному ядрі). На основі здійснених обчислень надано оцінки фізичних характеристик. Так, значення радіуса системи R лежить в межах $r_0 \leq R \leq 5r_0$ (див. Рис. 11), де $r_0 \cong 0.824$ кпк для $A = 10$ і маси частинок $m \sim 10^{-2}$ еВ/ c^2 .

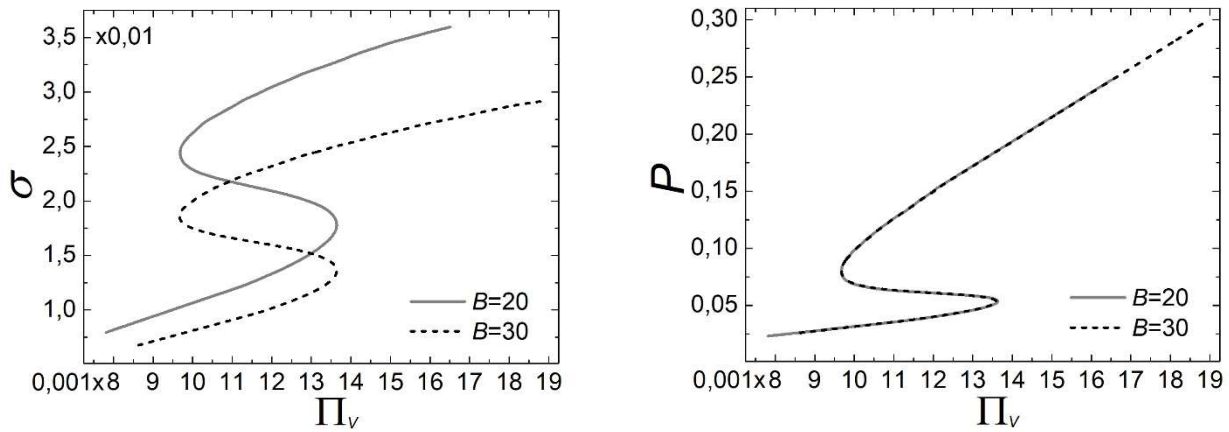


Рис. 10. Безрозмірна густина σ (ліворуч) і внутрішній тиск P (праворуч) як функції стискання Π_ν за різних значень параметрів взаємодії B і $A = 10$.

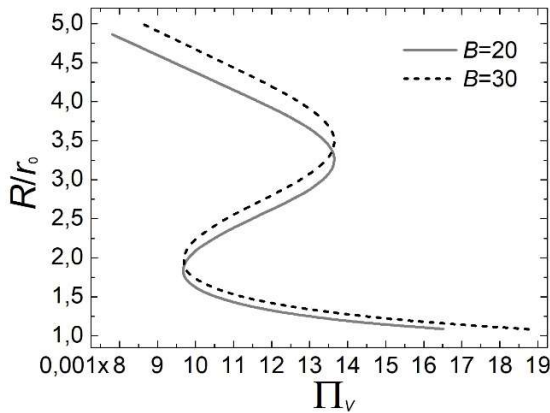


Рис. 11. Приведений розмір системи як функція стискання Π_ν за різних значень параметрів взаємодії B і $A = 10$.

На завершення дисертаційної роботи представлено **Висновки** та **Список використаних джерел**, а також **додаток** із списком публікацій за темою дисертації та інформацією про апробацію представлених результатів.

ВИСНОВКИ

У дисертації запропоновано та досліджено низку моделей фізичних систем багатьох частинок із сильною та гравітаційною взаємодією. В рамках рівноважного статистичного підходу продемонстрована наявність рідино- і газоподібних станів в симетричній ядерній, піонній і темній матерії. Описано енергетичний спектр надплинної нейтронної матерії. Завдяки порівнянню з результатами у відомих статистиках оцінено прояв інфінітної статистики в системі екстремальних чорних дір. Отримано детальний опис характеристик двопараметричної ріманової поверхні роду два. Виявлено механізми взаємного впливу матерії і гравітації в мікросвіті, зокрема прояву додаткових вимірів. Окрім того, розвинуто моделі хаотичних блукань в багатозонному середовищі для опису перехідної дифузії.

Серед найважливіших відзначимо такі результати:

- Розвинуто модель системи релятивістських нуклонів з прямою взаємодією, в якій відтворено рівноважні властивості ядерної матерії, критичні параметри фазового переходу рідина-газ у симетричній матерії, енергетичний спектр надплинної нейтронної матерії в наближенні Бардіна–Купера–Шріфера.
- Знайдено критичні параметри фазового переходу рідина-газ в симетричній ядерній матерії у конформно-пласкому просторі-часі за малих відхилень масштабного фактору.
- Встановлено наявність переходу рідина-газ в конденсаті піонів з ненульовим електричним зарядом за нульової температури, а також рідино- і газоподібної фаз за високих температур з нульовим хімічним потенціалом.
- Для ранньої стадії релятивістських ядерних зіткнень описано еволюцію та анізотропію потоків партонів, наявність яких має визначальний вплив на основні спостережувані інтерферометричні величини. Показано, що незначне число жорстких партонів обумовлює від'ємну провідність і нестійкість м'якої компоненти (поля) при електромагнітній взаємодії, що сприяє ізотропізації поля.
- Показано, що термалізована кварк-глюонна речовина у зіткненнях ядер приводить за умов Аркані-Хамеда, Дімопулоса і Двалі до ненульової ймовірності прояву додаткових компактних просторових вимірів, число яких не перевищує шість у випадку конфайнменту і є необмеженим, але обумовленим температурою, в режимі домінування випромінювання.
- За планківського обмеження на енергію введено новий закон додавання 4-імпульсів, на підставі якого знайдено термодинамічні функції та модифікацію закону Стефана–Больцмана випромінювання чорного тіла за

високих температур. Показано, що випромінювання відбувається за температури вище порогової і з обмеженою густиною енергії.

- У гамільтоновому підході описано часову еволюцію геометрії тороїдального простору в $(2+1)$ -вимірній гравітації Черна–Саймонса з модельним джерелом, наявність якого при квантуванні приводить або до розщеплення вироджених станів власного часу, або до зняття виродження спектра площі.
- Для двопараметричної ріманової поверхні роду два отримано канонічні змінні дія-кут за допомогою геометричної теорії Вейля–Петерсона. Побудовані генератори Лоренца і гамільтоніан задають часову еволюцію геометрії поверхні за сценарієм “великого відскоку”, і на їх основі визначено дискретний квантовий спектр площі фазового простору.
- За допомогою статистичної міри як ряду за групою симетрій ріманової поверхні роду два, обчислено мультифрактальні показники спектра довжин напрямлених графів восьмигілкового дерева Кейлі. Виявлено застосовність теорії ланцюгів Маркова для опису вказаного спектра і міри.
- У калібрувально-інваріантній схемі обчислень знайдено термодинамічні функції, що характеризують ефект екранування в слабконеідеальній системі релятивістських зарядів з прямою гравітаційною взаємодією.
- Для ансамблю екстремальних чорних дір, описуваному статичним розв'язком Маджумдара–Папапетру рівнянь Ейнштейна–Максвела, отримано середнє значення гравітаційної затримки часу в статистиці Бозе–Ейнштейна, інфінітній, Фермі–Дірака і класичній, і зроблено їх порівняння.
- Показано, що просторовий розподіл частинок, отриманий у запропонованій моделі з деформованим комутатором для хвильової функції бозе-конденсату з гравітаційною і парною взаємодіями в наближенні Томаса–Фермі, відтворює відомий розподіл бозе-конденсатної темної матерії гало галактик з повільним обертанням.
- Для стаціонарного рівняння Гросса–Пітаєвського з гравітаційною і тричастинковою взаємодіями отримано чисельні розв'язки і термодинамічні функції, за допомогою яких виявлено існування рідино- і газоподібного станів та фазовий перехід першого роду між ними, обумовлений квантовими флуктуаціями. Отримано оцінки фізичних величин для моделі бозе-конденсатної темної матерії галактичного ядра.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

- [1] A.V. Nazarenko, Classical relativistic system of pointlike masses with linearized gravitational interaction, *Acta Phys. Slovaca* **53**(1), 1-16 (2003).
- [2] A. Nazarenko, Thermodynamic functions of a relativistic system of charges in the ring-diagram approximation, *Ukr. J. Phys.* **49**(2), 182-187 (2004).
- [3] A.V. Nazarenko, Relativistic direct interaction between nucleons derived from classical field theory, *Int. J. Mod. Phys. E* **13**(3), 631-645 (2004).
- [4] A.V. Nazarenko, Quantization of reduced Chern-Simons gravity with a source, *Int. J. Mod. Phys. A* **19**(28), 4883-4897 (2004).
- [5] A.V. Nazarenko, Superfluidity in a system of neutrons with direct relativistic interaction, *Ukr. J. Phys.* **50**(3), 293-298 (2005).
- [6] A. Nazarenko, Time level splitting in quantum Chern-Simons gravity, *Class. Quantum Grav.* **22**, 2107-2120 (2005).
- [7] A.V. Nazarenko, Evaporation of symmetric nuclear matter in weakly curved space, *Int. J. Mod. Phys. E* **15**(3), 561-570 (2006).
- [8] D.V. Anchishkin and A.V. Nazarenko, Liquid-like phases of $\pi^+\pi^-$ matter, *J. Phys. Stud.* **10**(2), 93-97 (2006).
- [9] M. Gyulassy, Iu.A. Karpenko, A.V. Nazarenko, and Yu.M. Sinyukov, HBT and initial conditions for hydrodynamic expansion in A+A collisions, *Braz. J. Phys.* **27**(3a), 1031-1038 (2007).
- [10] Yu.M. Sinyukov, Iu.A. Karpenko, and A.V. Nazarenko, Spacetime scales and initial conditions in relativistic A+A collisions, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **35**, 104071 (5 pages) (2008).
- [11] A.V. Nazarenko, The probability of the creation of extra dimensions in nuclear collisions, *Int. J. Mod. Phys. E* **17**(8), 1605-1618 (2008).
- [12] Yu.M. Sinyukov, A.V. Nazarenko, and Iu.A. Karpenko, Is early thermalization really needed in A+A collisions?, *Acta Phys. Polonica B* **40**(4), 1109-1117 (2009).
- [13] A.V. Nazarenko, Glasma evolution in partonic medium, *J. Phys. Stud.* **14**(3), 3202 (7 pages) (2010).
- [14] A.V. Nazarenko, Directed random walk on the lattices of genus two, *Int. J. Mod. Phys. B* **25**(26), 3415-3433 (2011).
- [15] A.V. Nazarenko, Directed random walk on the eight-branching Cayley tree, *Вісник Львів. Універ. Серія фізична* **48**, 253-269 (2013).
- [16] A.V. Nazarenko, Area quantization of the parameter space of Riemann surfaces in genus two, *Ukr. J. Phys.* **58**(11), 1055-1064 (2013).

- [17] A.V. Nazarenko and Yu.A. Kulinich, Relativistic kinematics of two-parametric Riemann surface in genus two, *Hadronic J.* **39**(2), 181-198 (2016).
- [18] A.V. Nazarenko and V. Blavatska, A one-dimensional random walk in a multi-zone environment, *J. Phys. A: Math. Theor.* **50**, 185002 (11 pages) (2017).
- [19] A.V. Nazarenko and V. Blavatska, Asymmetric random walk in a one-dimensional multi-zone environment, *Ukr. J. Phys.* **62**(6), 508-517 (2017).
- [20] A.M. Gavrilik, I.I. Kachurik, M.V. Khelashvili, and A.V. Nazarenko, Condensate of μ -Bose gas as a model of dark matter, *Physica A* **506**, 835-843 (2018).
- [21] W.S. Chung, A.M. Gavrilik, and A.V. Nazarenko, Photon gas at the Planck scale within the doubly special relativity, *Physica A* **533**, 121928 (10 pages) (2019).
- [22] A.M. Gavrilik and A.V. Nazarenko, Statistics effects in extremal black holes ensemble, *Int. J. Mod. Phys. A* **34**, 1950215 (16 pages) (2019).
- [23] A.V. Nazarenko, Partition function of the Bose–Einstein condensate dark matter and the modified Gross-Pitaevskii equation, *Int. J. Mod. Phys. D* **29**(2), 2050018 (18 pages) (2020).
- [24] A.M. Gavrilik, M.V. Khelashvili, and A.V. Nazarenko, Bose-Einstein condensate dark matter model with three-particle interaction and two-phase structure, *Phys. Rev. D* **102**(8), 083510 (13 pages) (2020).
- [25] Yu.M. Sinyukov, Iu. Karpenko, and A.V. Nazarenko, Interferometry analysis and initial conditions in A+A collisions. International School-seminar “New Physics and Quantum Chromodynamics at External Conditions”. May 3–6, 2007, Dnipropetrovsk (Ukraine). *Proceedings*, 75 (2007).
- [26] A.V. Nazarenko, Self-gravitating condensate of deformed bosons, described by the modified Gross-Pitaevskii equation. Bogolyubov Kyiv Conference “Problems of Theoretical and Mathematical Physics”. September 24–26, 2019, Bogolyubov Institute for Theoretical Physics, Kyiv (Ukraine). *Program and Abstracts*, 44 (2019).
- [27] A.V. Nazarenko and A.M. Gavrilik, Statistical effects in extremal black holes ensemble. XI Bolyai-Gauss-Lobachevsky Conference: Non-Euclidean, Non-Commutative Geometry and Quantum Physics. May 19–24, 2019, Bogolyubov Institute for Theoretical Physics, Kyiv (Ukraine). *Book of Abstracts*, 29 (2019).
- [28] A.V. Nazarenko, Directed random walk on the eight-branching Cayley tree. Conference on Physics of Disordered Systems. October 14–16, 2013, Franko Lviv National University, Lviv (Ukraine). *Abstract*, 27 (2013).

- [29] A.V. Nazarenko, Area quantization of the parameter space of Riemann surfaces in genus two. International conference “Quantum groups and quantum integrable systems”. June 18–21, 2013, Bogolyubov Institute for Theoretical Physics, Kyiv (Ukraine). Abstract, 35 (2013).
- [30] A.V. Nazarenko, Directed random walk on the eight-branching Cayley tree. 8-th Bolyai-Gauss-Lobachevsky Conference: Non-Euclidean Geometry in Modern Physics and Mathematics. May 22–25, 2012, Institute of Electron Physics, Uzhgorod (Ukraine). Conference Programme.
iep.org.ua/content/conferenc/bgl_2012/Prog_BGL-8.pdf
- [31] A.V. Nazarenko, Momentum and space asymmetry of the matter at high-energy density. Internat. Conference “Symmetry in Nonlinear Mathematical Physics”. June 21–27, 2009, Institute of Mathematics, Kyiv (Ukraine).
www.imath.kiev.ua/~appmath/Abstracts2009/Nazarenko.html
- [32] A.V. Nazarenko, Initial conditions for hydrodynamic expansion of fireball. Zimanyi 2007 Winter School on Heavy Ion Physics. December 5–7, 2007, KFKI RMKI, Budapest (Hungary). Conference Programme.
www.kfki.hu/~csorgo/school07/programme/index.html
- [33] A.V. Nazarenko, Probability of creation of extra dimensions in quantum gravity. International Conference “Symmetry in Nonlinear Mathematical Physics”. June 24–30, 2007, Institute of Mathematics, Kyiv (Ukraine).
www.imath.kiev.ua/~appmath/Abstracts2007/Nazarenko.html
- [34] A.V. Nazarenko, New quantum effects in (2+1)-dimensional non-empty universe. International Conference “Symmetry in Nonlinear Mathematical Physics”. June 20–26, 2005, Institute of Mathematics, Kyiv (Ukraine).
www.imath.kiev.ua/~appmath/Abstracts2005/Nazarenko.html

АНОТАЦІЯ

Назаренко А.В. Статистичні властивості систем із сильною взаємодією та ефекти гравітації. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 – теоретична фізика, Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України, Київ, 2021.

Описано фазовий перехід рідина-газ в ядерній матерії у просторі Мінковського і конформно-пласкому просторі, в системі заряджених піонів у різних температурних режимах, в моделі бозе-конденсатної темної матерії галактичного ядра із самодією. В ядерних зіткненнях описано еволюцію вільних і взаємодіючих потоків партонів на дотермічній стадії та надано оцінку ймовірності прояву додаткових просторових вимірів на рівноважній стадії кварків і глюонів. Досліджено термодинаміку випромінювання фотонів за планківських температур, еволюцію геометрії двовимірних просторів роду один і два та квантові спектри їх характеристик, а також властивості екстемальних чорних дір і темної матерії в рамках деформаційного підходу.

Ключові слова: статистична фізика і термодинаміка, ядро-ядерні зіткнення, теорія гравітації, рівняння стану, фазові переходи першого роду, рівняння Гросса–Пітаєвського, гадрони, кварки і глюони, темна матерія, додаткові виміри.

АННОТАЦИЯ

Назаренко А.В. Статистические свойства систем с сильным взаимодействием и эффекты гравитации. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика, Институт теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова НАН Украины, Киев, 2021.

Описан фазовый переход жидкость-газ в ядерной материи в пространстве Минковского и конформно-плоском пространстве, в системе заряженных пионов в различных температурных режимах, в модели бозе-конденсатной темной материи галактического ядра с самодействием. В ядерных столкновениях описана эволюция свободных и взаимодействующих потоков партонов на дотермической стадии и дана оценка вероятности проявления дополнительных измерений на равновесной стадии кварков и глюонов. Исследована термодинамика излучения фотонов при планковских температурах, эволюция геометрии двумерных пространств рода один и два и квантовые спектры их характеристик, а также свойства экстремальных черных дыр и темной материи в рамках деформационного подхода.

Ключевые слова: статистическая физика и термодинамика, ядро-ядерные соударения, теория гравитации, уравнение состояния, фазовые переходы первого рода, уравнение Гросса–Питаевского, адроны, кварки и глюоны, темная материя, дополнительные измерения.

ABSTRACT

Nazarenko A.V. Statistical properties of the systems with strong interaction and the effects of gravity. – Manuscript.

Thesis for the Doctor of Sciences in Physics and Mathematics in speciality 01.04.02 — theoretical physics. – Bogolyubov Institute for Theoretical Physics, NAS of Ukraine, Kyiv, 2021.

The dissertation is aimed at obtaining the phase diagrams and equations of state of systems of many particles with strong and gravitational interactions. It also explores the influence of space-time geometry and extra dimensions on the state of matter with strong interaction. Some systems under study are characterized by the distribution functions and multifractal quantities, geometric parameters and quantum spectra.

A model of a system of relativistic nucleons with direct interaction with the reduced meson fields is elaborated, where the equilibrium properties of nuclear matter, critical parameters of the liquid-gas phase transition in symmetric nuclear matter, and the energy spectrum of the superfluid neutron matter in the Bardeen-Cooper-Schrieffer approximation are successfully reproduced. To extend the diagram of nuclear matter, the gravitationally deformed space is applied. Within the generalization of the Walecka model, the critical parameters of the liquid-gas phase transition of symmetric nuclear matter in conformally-flat space-time with small deviations of the scale factor are found. In view of significant number of pions in nuclear processes, we have explored the problem of taking into account the three-pion interaction. Such a model reveals a liquid-gas phase transition in the condensate of pions with a total non-zero electric charge at zero temperature, as well as liquidlike and gaseous phases at high temperatures with zero chemical potential.

A number of problems deals with certain processes at chosen stages of relativistic nucleus-nucleus collisions, in which the quark structure of hadrons is manifested. Thus, at the kinetic stage of relativistic nuclear collisions, the evolution and anisotropy of partonic fluxes are described, the existence of which determines the observed interferometric data. It is found that a small number of hard partons causes the negative conductivity and instability of the soft component (field) because of electromagnetic interaction, which stimulate the isotropization of the field. It is shown that the thermalized quark-gluon matter in the nuclear collisions leads within the concept of Arkani-Hamed, Dimopoulos and Dvali to a non-zero probability of manifestation of extra compact spatial dimensions, the number of which does not exceed six in the case of confinement, and is unlimited, but determined by temperature, in the case of radiation dominance. Due to the new law of the 4-momentum addition introduced, which takes into account the Planck limit on energy according to the principles of the doubly special relativity, thermodynamic functions and a modified Stefan–Boltzmann law of black body radiation at high temperatures are found. It is shown that radiation occurs at temperatures above the threshold, and an energy density goes to certain finite value.

The next problems concern such topological feature of compact two-dimensional spaces as the genus, that may be treated as a subspace of extra dimensions. To this end, we describe the time evolution of the geometry of torus space in $(2+1)$ -dimensional Chern-Simons gravity with a source, the presence of which during quantization leads either to lifting of the degeneracy of area or to splitting of degenerate states of proper time. Using the Weyl–Petersson geometry theory, the canonical action-angle variables are obtained for the two-parameter Riemann surface in genus two. The Lorentz generators and Hamiltonian built on their basis determine the time evolution of surface geometry in accordance with the “big bounce” scenario and the quantum discrete spectrum of the phase space area. Using a statistical measure as a series over the group of symmetries of the Riemann surface of genus two, multifractal exponents of the length spectrum of directed graphs of octagonal Cayley tree are calculated. The applicability of Markov chain theory for the description of the length spectrum and the measure is revealed.

There are two problems devoted to the statistical properties of systems of charged bodies with gravitational interaction. Starting from the general relativity theory and using the Poincare-invariant procedure for reducing field degrees of freedom by Dirac mechanics with constraints, we obtain a Hamiltonian description and the canonical realization of the Poincare algebra in terms of particle variables within the first order approximation in the gravitational constant. Combining the obtained result with the relativistic electromagnetic interaction in the first order approximation in the coupling constant, we find thermodynamic functions that characterize the screening effect in a weakly non-ideal system of relativistic charges with gravitational interaction in the gauge-invariant scheme. The static Majumdar–Papapetrou solution of the Einstein-Maxwell equations defines the ensemble of extremal black holes and serves as a basis for comparing mean value of the gravitational time delay in Bose–Einstein, infinite, and Fermi–Dirac statistics.

The models of Bose-condensate dark matter with few-particle self-interactions using appropriate modifications of the Gross–Pitaevskii equation are also under study. It is shown that the particle distribution, obtained due to deformed commutation relations for the condensate wave function in our model with gravitational and pairwise interactions in the Thomas–Fermi approximation, reproduces the known distribution of Bose-condensate dark matter of galactic halo. For the stationary Gross–Pitaevskii equation with gravitational and three-particle interactions, numerical solutions and thermodynamic functions are obtained. These reveal the existence of liquidlike and gaseous states, the first order phase transition between which is induced by quantum fluctuations. Estimates of physical quantities for the dark matter model of the galactic nuclei are given.

Keywords: statistical physics and thermodynamics, nucleus-nucleus collisions, the theory of gravity, equation of state, first order phase transition, Gross–Pitaevskii equation, hadrons, quarks and gluons, dark matter, extra dimensions.