

ВІДГУК ОФІЦІЙНОГО ОПОНЕНТА
на дисертацію **Вахненка Олексія Олексійовича**
“НЕЛІНІЙНА ДИНАМІКА БАГАТОКОМПОНЕНТНИХ СТРУКТУРОВАНИХ НИЗЬКОВИМІРНИХ СИСТЕМ”,
представлену на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.04.02 – теоретична фізика

Дисертація Вахненка О. О. присвячена аналізу дискретних солітонних станів для широкого класу нелінійних явищ в нелінійних електрических мережах, напівпровідниковах надструктурах, природних та синтезованих макромолекулах, синтезованих наноструктурах, регулярно впорядкованих зв'язаних оптических волокнинах, а також опису та прогнозування важливих нелінійних ефектів в геофізичних осадових породах. З початку 70-х років минулого сторіччя фізики та аналіз нелінійних решіток були предметом інтенсивного дослідження у багатьох областях чистої та прикладної науки. У математиці перші повністю інтегруючі рівняння решітки були ідентифіковані та вирішені за допомогою методів зворотного розсіювання. Такі рівняння включають, наприклад, решітку Тода, рівняння Абловіца – Ладика та задачу N-тіла Калогера – Мозера. У фізиці твердого тіла теоретично та експериментально вивчався транспорт нейтрального і зарядного солітону при проведенні полімерних ланцюгів, таких як поліацетилен та політіофен, на основі моделі, запропонованої Су, Шріффер та Гегером. З роками ця картина солітону отримала все більшу експериментальну підтримку, оскільки було виявлено, що ці саме локалізовані стани беруть участь у електрических, оптических та магнітних властивостях цих полімерів. Ще один важливий крок у теорії та фізиці нелінійних дискретних систем був зроблений у 1972 р. Олександром Давидовим, коли він запропонував дискретну модель солітону як засіб зрозуміти передачу енергії у білкових α-спіралах. У теперешній час концепція когерентних нелінійних явищ, а саме солітонних, як континуальних так і дискретних (які саме й вивчалися автором дисертації) проникнула майже в усі сфери людської діяльності, включаючи, зокрема, фінанси, оптимізацію транспортних потоків і так далі. У силу цього актуальність теми дисертації О. О. Вахненка, присвяченої аналізу широкого класу солітонних проблем, не викликає сумніву.

У дисертації О. О. Вахненка чітко сформульована мета, постановка задач, висвітлено наукову новизну та вирішено цілий ряд важливих задач теоретичної фізики.

Дисертація складається із вступу та шести розділів, обсяг дисертації складає 333 сторінки тексту, список літератури складається з 255 посилань.

У **вступі** обґрунтована актуальність теми й розкрита новизна отриманих результатів, а також їх можливе практичне застосування.

Перший розділ дисертаційної роботи, взагалі кажучи, досить відрізняється від п'яти наступних, присвячених солітонам. Автор дисертації аналітично та чисельно дослідив цікаву та практично важливу задачу про різноманітні нелінійні та релаксаційні явища, які експериментально встановлені для резонансного відгуку стрижнеподібних зразків осадових порід (пісковиків) на повздовжнє високочастотне збуджування – а саме побудував самоузгоджену динамічно-кінетичну нелінійну модель взаємозалежних пружних деформацій та порушених міжзернищих зв'язків з обґрутованим асиметричним механізмом утворювання та заліковування мікротрищин типу м'якої хлипавки. При цьому передбачено гістерезисний ефект пам'яті геофізичних осадових матеріалів про найбільше високочастотне динамічне навантаження, а також поступове (майже логарифмічне) відновлювання (збільшення) резонансної частоти з часу за низького рівня динамічного деформування після попереднього кондиціювання зразка великим динамічним деформуванням. За допомогою розвинutoї теорії О. О. Вахненко успішно пояснив відомі експериментальні результати.

В **другому розділі** Вахненком О.О. запропоновано нелінійну модель внутрішньовузлових збуджень Шрьодінгерового типу на драбинчастій гратці, утвореній довільним числом M паралельних ланцюжків з урахуванням поперечних (міжланцюжкових) резонансних зв'язків між збудженнями. Модель сформульовано в термінах фізично скоригованих польових амплітуд, що мають сенс амплітуд присутності збуджень на вузлах гратки при цьому автор адекватно враховує як повздовжню (вздовж ланцюжків), так і поперечну (впоперек ланцюжків) динаміку нелінійних хвильових збуджень. Автором дисертації знайдено як односолітонні, так і багатосолітонні розв'язки спеціального (факторизованого) типу, коли повздовжні та поперечні солітонні моди є взаємно незалежними. На основі запропонованої моделі далі автор дослідив додаткових членів в рівняннях руху, які фізично відповідають вплив зовнішніх електричних та магнітних полів на динаміку солітонів в драбинчастих та трубчатих гратках. Наприклад, автором показано, що дія зовнішнього повздовжнього однорідного електричного поля на електрично заряджені збудження системи призводить до бездисипативних повздовжніх осциляцій солітона як цілого за механізмом Блоха–Зінера з деякою частотою (яка визначається інтенсивністю зовнішнього поля). При цьому вказано на повну незалежність Блохових осциляцій та поперечних коливань. В цьому ж розділі розглянуто задачу про поширювання солітонного збудження на драбинчастій гратці з регулярно розташованими точковими домішками. Спираючись на уявлення про незбурену синусоподібну траекторію руху центру солітонного пакету у випадку дволанцюжкової гратки ($M=2$) автором показано, що за умов синхронізації повздовжнього та поперечного рухів солітона доречним вибором початкових

параметрів солітонного пакету, солітон здатен безперешкодно оминути одновузлові домішки на значній ділянці їхнього зигзагоподібного просторового розташування завдяки слаломному ефекту.

У **третьому розділі** автором дисертації побудовано і ретельно досліджено нову інтегровну нелінійну модель шрьодінгерівських полів на пласкій фермоподібній гратці. При цьому просторова структура гратки носія збуджень являє собою драбинчасту гратку із зигзагоподібно впорядкованими щаблями, яка містить по два вузли на одну елементарну комірку. Автором підкресрюється, що параметри міжвузлового резонансного зв'язку системи можуть бути довільними функціями від часу, що є важливим чинником для строгого моделювання широкого кола параметрично розгойдуваних систем різноманітної фізичної природи. При умові комплексно спряжених польових амплітуд, фази параметрів міжвузлового резонансного зв'язку набувають сенсу фаз Паєрлса, відповідальних за зовнішні магнітні поля, що пронизують елементарні клаптики драбинчастої гратки. За свою свою побудовою система є інтегровною, оскільки допускає представлення Лакса. Більше того, з метою відтворення симетрії між двома парами польових амплітуд, О. О. Вахненко запропонував дві пари допоміжних матричнозначних лінійних рівнянь, асоційованих з додатнім та від'ємним зсувами повздовжньої дискретної просторової координати в двох типах допоміжних функцій під дією двох допустимих типів спектральних операторів. Такий симетризований підхід, як зазначає автор дисертації, має кілька практичних переваг, оскільки значно спрощує пошук розв'язків досліджуваної системи нелінійних еволюційних рівнянь і уможливлює надійний симетрійно вмотивований контроль одержаних результатів. Автором знайдено дисперсійні співвідношення для діагональних елементів обох різновидів матриці монодромії за звичного спрощувальногоного припущення про однакове число нулів в кожному діагональному матричному елементі окремо взятій матриці монодромії, що цілком виправдано принаймні за редукції до комплексно спряжених польових амплітуд. Важливою, на мою думку, є розв'язування Вахненком О. О. рівнянь Гельфанд-Левітана-Марченка в невідбивному випадку і одержання багатосолітонний розв'язок початкової (нередукованої) нелінійної системи з еволюцією в часі, опосередкованою часовими залежностями даних розсіяння. Потім автор проаналізував найпростішу реалізацію солітонної динаміки за редукції до комплексно спряжених польових амплітуд та зробив повну інтерпретацію солітонних параметрів, а також наголосив на цілком природній кореляції між двовузловою будовою елементарної комірки гратки-носія та двогілковим розщепленням солітонного розв'язку. Нарешті, Вахненко О. О. знайшов явно низку найважливіших законів збереження досліджуваної інтегровної нелінійної гратчастої системи та вказав на її Гамільтонове представлення як в термінах вихідних польових функцій, так і в термінах спеціально введених фізично скоригованих функцій.

У четвертому розділі автором дисертації побудовано чотирикомпонентну дискретну інтегровну нелінійну Шрьодінгерову систему з тлозалежними міжузловими резонансними зв'язками, що уособлюють собою принципово новий тип резонансних зв'язків. Автором виявлено низку нетривіальних властивостей цієї системи, важливих для фізичних застосувань. Побудовано представлення Лакса (автором дисертації називає його представленням нульової кривини) для матриць другого та четвертого порядків. Методом одягання тривіального розв'язку за допомоги розвинутих перетворень Дарбу та Беклунда автором знайдено багатокомпонентні односолітонні розв'язки відповідних рівнянь. При цьому їхні часові залежності суттєвим чином визначаються параметричним розгойдуванням нелінійної системи внаслідок часових залежностей параметрів міжузлової резонансної взаємодії і лише за часонезалежних параметрів міжузлової резонансної взаємодії постаються лінійні часові залежності в координатних функціях u та x .

В п'ятому розділі Вахненком О. О. запропоновано низку двокомпонентних та кількакомпонентних дискретних інтегровних нелінійних систем, асоційованих з допоміжними лінійними спектральними задачами другого, третього та четвертого порядків. Кожна із запропонованих загальних систем є суттєво багатокомпонентною і допускає низку редукованих систем з огляду на різноманітні прийнятні варіанти фіксації попередньо недовизначених функцій вибору. Два найважливіших результати тут, на мою думку, дослідження автором дисертації дискретних інтегровних нелінійних систем, першою з яких є система взаємозв'язаних PT -симетричних екситонів і коливань гратки нелінійного Тодового типу, а другою – система PT -симетричних екситонів і нелінійних коливань гратки з калібрувальною природою зв'язку між підсистемами. Отримано $dslgjdslybq$ солітонний розв'язок.

У шостому розділі автором викладено властивості загальної дискретної інтегровної нелінійної системи на квазіодновимірній гратці з трьома структурними елементами в елементарній комірці з її наступною редукцією до шестикомпонентної напівдискретної інтегровної нелінійної системи Шрьодінгера з притягувальним типом нелінійностей. Запропоновано і явно вписано взаємоузгоджені вирази для спектральної та еволюційної матриць, що в рамках дискретного матричного представлення Лакса вказує на інтегровність загальної дискретної нелінійної системи на квазіодновимірній гратці з трьома структурними елементами в елементарній комірці в сенсі Лакса, а отже і на інтегровність кожної з її допустимих редукцій. Інтегровність одержаної загальної системи дає змогу явним чином відшукати низку найважливіших локальних законів збереження, а також солітонні розв'язки.

У якості зауважень по дисертації О. О. Вахненка можна відзначити наступне:

1. Можливо, корисно було б детальніше представити (навіть коротко) в розділах 2-6 дисертації (які стосуються дискретних солітонів) якусь конкретну фізичну модель (з декількох, яких згадує автор). Мається на увазі розмірні змінні та ін.
2. Для зернистих матеріалів типу пісковикових осадових порід пружній модуль Юнга на стискання мусить відрізнятися від пружного модуля Юнга на розтягування. В загалі кажучи, можна було б врахувати цей факт.
3. В розділі 3 дисертації було введено дві комплементарні допоміжні лінійні задачі і дві комплементарні процедури прямої та оберненої задач розсіяння. Здавалось би подібну комплементарність слід би було запровадити і при інтегруванні (вже в рамках методу Дарбу—Беклунда) напівдискретних нелінійних динамічних систем, розглянутих в розділах 4 та 6.
4. В розділі 4 було стандартизовано польові динамічні змінні для інтегровної нелінійної Шрьодінгерової системи на стъожці трикутної ґратки з двома додатковими параметрами міжузлового резонансного зв'язку. Постає питання про можливість такої стандартизації і для розглянутої в розділі 6 системи з шістьма додатковими параметрами.
5. В розділі 3 стверджується, що величини в (3.11.2)-(3.11.5) є інтегralами руху, але майже в той же час стверджується, що вони мають, як пише автор, “всі ознаки точних адіабатичних інваріантів”. При цьому стверджується, що гамільтоніан (який складається з цих величин) є інтегралом руху тільки за умови незалежності омега параметрів в часу. Чи не є тут якесь протиріччя?
6. В дисертації ніде не виникає питання про стійкість знайдених солітонних структур. Хоча й зрозуміло, що в інтегровному випадку стійкість одновимірних структур гарантована по відношенню до одновимірних збурень, стійкість до дво- або навіть тривимірних збурень не гарантована – навпаки, в континуальному випадку, наприклад, для інтегровного одновимірного нелінійного Шрьодінгера (аналог дискретного Абловіца-Ладіка) одновимірний солітон (і багатосолітонні розв'язки) є нестійким (колапсує) по відношенню до поперекових дво- або тривимірних збурень.
7. Стверджується, що властивості регулярності для недіагональних елементів матриці монодромії не можуть бути встановлен, але встановлені властивості регулярності для векторів Йоста (згладжених). Чи не випливають, як відомо принаймні у континуальному випадку, ці властивості і для недіагональних? Зауважу тут, що недіагональні елементи відповідають неперервному спектру спектральної задачі, тобто до випромінювання солітона (яке не розглядається в дисертації).
8. В дисертації скрізь зустрічається термін рівняння Марченка, але у світовій літературі їх звичайно називають рівнянням Гельфанд-Левітана-Марченка. Також використовується термін напівдискретний (напівдискретні), але загальнопринятим вважається просто термін дискретний (discrete).

Зроблені зауваження не знижують загальної високої оцінки конкретних результатів, отриманих у даній дисертаційній роботі. У мене немає сумнівів, що дисертаційна робота О. О. Вахненка є цілісною й завершеною науковою працею, у якій містяться оригінальні й важливі результати по актуальному напрямку сучасної теоретичної фізики – фізиці нелінійних структур у нелінійних низьковимірних системах.

Результати дисертації вчасно й у повному об'ємі опубліковані в 1 монографії, 38 статтях у провідних спеціалізованих наукових журналах та 4 праць міжнародних конференцій (зауважу, що з них 30 без співавторів), доповідалися й обговорювалися на авторитетних конференціях і семінарах. Наукові результати, представлені в дисертації О. О. Вахненка, досить відомі наукової громадськості, широко використовуються в усьому світі й добре цитуються. Так, за даними бази Google Scholar стаття [13] (за авторефератором) цитувалася 51 рази, стаття [14] 49 раз і т. д. Автореферат дисертації повністю відображає зміст і результати дисертації. Результати дисертації мають також практичну цінність і можуть, зокрема, ефективно застосовуватися при проведенні подальших теоретичних досліджень і при плануванні експериментів в області геофізики осадових порід.

Враховуючи актуальність теми дисертації, об'єм проведених досліджень, рівень і кількість публікацій та новизну отриманих результатів вважаю, що дисертаційна робота **“Нелінійна динаміка багатокомпонентних структурованих низьковимірних систем”** повністю відповідає всім вимогам МОН України щодо докторських дисертацій, а її автор **Вахненко Олексій Олексійович**, без сумніву, заслуговує на присудження йому наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 – теоретична фізика.

Офіційний опонент
доктор фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник,
старший науковий співробітник Інституту
ядерних досліджень НАН України

В. М. Лашкін

Підпис Лашкіна Володимира Михайловича засвідчує:
Вчений секретар Інституту ядерних досліджень
НАН України,
кандидат фізико-математичних наук



Н. Л. Дорошко