

**Відгук**  
офіційного опонента про дисертаційну роботу  
**Вахненка Олексія Олексійовича**  
«Нелінійна динаміка багатокomпонентних структурованих  
низьковимірних систем»,  
представлену на здобуття наукового ступеня  
доктора фізико-математичних наук за спеціальністю  
01.04.02 – теоретична фізика

**Актуальність теми дисертації**

Дисертаційна робота Вахненка О.О. присвячена моделюванню нелінійних систем, характерною рисою яких є взаємодія кількох підсистем (компонентів), що мають різні фізичні характеристики (сильна-слабка, швидка-повільна, тощо). У більшій частині роботи, моделювання нелінійної динаміки здійснюється в рамках напівдискретних (дискретних за просторовою змінною) систем, що дозволяє певним чином уніфікувати моделювання нелінійних об'єктів різної фізичної природи, включаючи такі актуальні у сучасній науці об'єкти як нанотрубки, наностроби, низьковимірні напівпровідники. Відзначу два важливі аспекти, які роблять роботи автора дуже перспективними з точки зору можливих застосувань: (1) суттєва багатокomпонентність моделей (що призводить до якісно нових рис динаміки нелінійних збуджень порівняно зі стандартними двокомпонентними системами типу Шрьодінгера або Тоди) та (2) інтегровність моделей (зокрема, існування зображення відповідних динамічних систем як умови сумісності системи лінійних рівнянь Лакса). Останній аспект є надзвичайно важливим з точки зору можливості найбільш детального дослідження динаміки, яка не обмежується побудовою явних (солітонних) розв'язків (що, безумовно, представляє первинний інтерес для таких систем), але й дозволяє розбудовувати повний формалізм оберненої задачі розсіяння, який є найбільш ефективним засобом дослідження властивостей таких систем, наприклад, асимптотичної поведінки розв'язків відповідних початкових задач за великим часом. Треба відзначити, що поєднання цих двох аспектів (тобто, знаходження та дослідження нелінійних інтегровних систем, як дискретних, так і неперервних, які відповідають зображенням Лакса у вигляді матричних систем порядку більше ніж 2), є

складною та актуальною математичною задачею, якій присвячено чимало праць у сучасній математичній та математично-фізичній літературі.

Іншою частиною проблематики моделювання багатокomпонентних систем, яка висвітлюється в роботах автора, є моделювання резонансних, нелінійних та релаксаційних ефектів, що спостерігаються при високочастотному механічному збуренні певних зернистих геологічних матеріалів. Побудова теорії, яка, з одного боку, є фізично обґрунтованою та дозволяє пояснити наявні різноманітні експериментальні результати, а з іншого боку, є максимально простою, завжди є нетривіальною задачею. Безумовно, ідея про взаємодію двох підсистем, швидкої та повільної, реалізація якої і дозволила автору побудувати відповідну теорію, виходить за рамки конкретної задачі та є актуальною при моделюванні фізичних явищ багатьох інших класів.

### **Зміст дисертації та основні результати**

Дисертаційна робота Вахненка О.О. складається з анотації, загального вступу до роботи, шести розділів, які розбито на підрозділи, загальних висновків, списку використаних джерел, що містить 255 найменування, та двох додатків, що містять список публікацій здобувача за темою дисертації та відомості про апробацію результатів. Кожен розділ супроводжується своїм окремим підсумком. Повний обсяг дисертації становить 333 сторінки.

У *вступі* обґрунтовано актуальність теми, вказано зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами, встановлено мету і завдання, об'єкт, предмет та методи дослідження, наведено наукову новизну та практичне значення отриманих результатів, детально висвітлено особистий внесок здобувача та апробацію отриманих результатів.

*Перший розділ* присвячений побудові динамічно-кінетичної моделі нелінійних коливань, що виникають при високочастотному механічному збуренні певних зернистих геологічних матеріалів, яка була б здатна теоретично описувати низку експериментальних результатів: гістерезисну поведінку резонансної кривої, лінійне пом'якшення резонансної частоти з ростом рівня урухомлення, логарифмічний характер відновлювання резонансної частоти після попереднього кондиціювання великим динамічним

деформуванням. Запропонована модель складається з двох зв'язаних нелінійних підсистем, одна з яких порушує симетрію відгуку всієї системи на альтероване зовнішнє збурення і діє подібно до діода з незначним зворотнім просочуванням. Ці підсистеми специфікуються як (i) швидка підсистема повздовжніх зміщень та (ii) повільна підсистема пошкоджених міжзернинних когезійних зв'язків. Продемонстровано, що велике коло експериментальних даних можна трактувати як прояв різноманітних граней взаємодії цих підсистем.

У *другому розділі* побудовано варіант нелінійної Шрьодінгерової системи на регулярній багатоланцюжковій драбинчастій ґратці, який дозволяє ефективно моделювати взаємовпливи між повздовжніми та поперечними солітонними модами. Зокрема, показано, що за певних умов центр солітона здатен оминати навіть інтенсивні перепони, слаломуючи між зигзагоподібно розташованими одновузловими домішками. З іншого боку, розглядаючи вплив локально модифікованих поперечних резонансних міжвузлових зв'язків на повздовжню динаміку солітона встановлено, що недосконалість поперечних сегментів ґратки здатна діяти на надхідний солітон і як притягувальний, і як відбивальний потенціал залежно від знаку енергії поперечної моди солітона.

*Третій розділ* присвячено побудові та ретельному дослідженню інтегрованої нелінійної напівдискретної моделі, що описує динаміку внутрішньовузлових збуджень на двоніжковій драбинчастій ґратці зі щаблинами, упорядковуваними в зигзагуватий ланцюжок. Цей розділ є найбільш математично навантаженим: у ньому реалізується формалізм метода оберненої задачі розсіяння для аналізу початкових задач, зокрема, формулюються дискретні аналоги рівнянь Марченка для відповідних всхідного та низхідного варіантів зображення нелінійної системи як умови сумісності рівнянь з пари Лакса. Відзначається важливість одночасного використання обох варіантів, що значно підвищує ефективність метода. Знайдено гамільтоніан системи, основні закони збереження та дисперсійні співвідношення для діагональних елементів редукованої матриці монодромії. Отримано багатосолітонний розв'язок, що відповідає невідбивному випадку у термінах спектральних даних. У випадку односолітонної динаміки наведено повну інтерпретацію солітонних параметрів.

Дослідження інтегрованих напівдискретних моделей продовжується у *четвертому розділі*, у якому побудовано чотирикомпонентну ґратчасту

