Національна академія наук України Інститут теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова

Вовченко Володимир Юрійович

УДК 539.141; 529.17

Еволюція взаємодіючої багаточастинкової системи, що виникає у зіткненнях релятивістських ядер

01.04.02 — теоретична фізика

Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук Дисертацією є рукопис.

Робота виконана на кафедрі теоретичної фізики фізичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка.

Науковий керівник:	доктор фізмат. наук, старший науковий співробітник Анчишкін Дмитро Владленович, Інститут теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова НАН України, провідний науковий співробітник відділу фізики високих густин енергії.
Офіційні опоненти:	доктор фізмат. наук, професор Скалозуб Володимир Васильович, Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, завідувач кафедри теоретичної фізики;
	доктор фізмат. наук, старший науковий співробітник Магнер Олександр Григорович, Інститут ядерних досліджень НАН України, провідний науковий співробітник відділу теорії ядра.

Захист відбудеться «<u>4</u>» <u>квітня</u> 2019 р. об <u>11⁰⁰</u> годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.191.01 Інституту теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова НАН України за адресою: вул. Метрологічна 14-б, м. Київ, 03143, Україна.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Інституту теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова НАН України за адресою: вул. Метрологічна 14-б, м. Київ, 03143, Україна.

Автореферат розісланий «<u>1</u>» березня 2019 р.

Вчений секретар спеціалізованої вченої ради Д 26.191.01 доктор фіз.-мат. наук

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Дослідження властивостей процесу зіткнення релятивістських ядер є одним із актуальних напрямів сучасної фізики високих енергій, як з теоретичної, так і з експериментальної точки зору. При зіткненні ядер утворюється сильновзаємодіюча система при високих значеннях густини енергії. Вважається, що при достатньо великих енергіях у процесі зіткнення на деякий час утворюється стан матерії, що зветься кварк-глюонною плазмою (КГП). Основними ступенями вільності у КГП є кварки і глюони, які згідно квантовій хромодинаміці (КХД) є елементарними частинками, що беруть участь у сильній взаємодії. Згідно сучасних космологічних уявлень, подібний стан матерії був домінуючим у Всесвіті протягом перших мікросекунд після Великого Вибуху. Експериментально, зіткнення важких ядер досліджуються вже протягом близько 40 років, починаючи з експериментів у Берклієвській національній лабораторії і закінчуючи експериментами на Великому Адронному Колайдері в CERN. Крім того, існує декілька проектів експериментів на майбутніх прискорювачах, що знаходяться на стадії конструкції або планування. Основними задачами цих експериментів є перевірка базових властивостей КХД, а також вивчення явищ, які на даний момент не можуть бути описані із перших принципів через технічні труднощі.

Система, яка утворюється у зіткненнях релятивістських ядер, швидко розширюється у вакуумі і з часом переходить у систему адронів, що розповсюджуються вільно і у підсумку реєструються у детекторі. Через явище так званого конфайнменту кварки і глюони не можуть бути задетектовані напряму, що робить неможливим прямий експериментальний аналіз властивостей КГП. Експериментально визначаються середні числа адронів, що народжуються у зіткненні ядер, їх імпульсні розподіли, а також кореляції та флуктуації цих величин. Фізичний аналіз процесу зіткнення, як правило, здійснюється за допомогою різних феноменологічних моделей опису зіткнення ядер, які, використовуючи різні фізичні припущення, передбачають значення величин, що вимірюються експериментально.

Серед основних підходів до опису еволюції системи, що виникає у зіткненнях релятивістських ядер, можна виділити кінетичні моделі та методи релятивістської гідродинаміки. Також набувають поширення моделі, які комбінують ці два класи. У той же час, стадія хімічного фрізауту, тобто середні виходи різних адронів, як правило, добре описується аналітичною моделлю адронно-резонансного газу, для роботи з якою необхідно використовувати методи релятивістської статистичної фізики, деякі з яких ще не є повністю розробленими.

Зв'язок з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота є частиною досліджень кафедри теоретичної фізики фізичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Зміст роботи узгоджений з планом роботи по бюджетній темі №11БФ051-01, підрозділ 3 "Взаємодія частинок і електромагнітного випромінювання з конденсованим середовищем і наноструктурами". **Мета і задачі дослідження.** Метою досліджень, представлених у дисертації, є вивчення процесу еволюції системи сильно-взаємодіючих частинок, що утворюється в процесі зіткнення релятивістських іонів, а також фізичний аналіз та інтерпретація імпульсних спектрів адронів, які вимірюються на експерименті.

Для досягнення мети було поставлено наступні задачі:

- 1. Проаналізувати та порівняти імпульсні розподіли адронів у ядро-ядерних та протон-протонних зіткненнях з точки зору теоретичного моделювання та нових експериментальних даних колаборацій NA49 та NA61/SHINE.
- 2. Дослідити процес утворення системи учасників на початковій стадії ядроядерних зіткнень.
- 3. Проаналізувати вплив флуктуацій поздовжньої рапідності системи центру мас учасників при різних центральностях зіткнення на спостережувані.
- 4. Модифікувати формалізм середнього поля для опису статистичних систем та використати його у моделі адронно-резонансного газу для того, щоб врахувати ван дер Ваальсівські взаємодії між адронами.

Об'єктом дослідження є утворення та процес еволюції системи сильновзаємодіючих адронів, що утворюється в зіткненні релятивістських іонів.

Предметом дослідження є рівноважні та нерівноважні властивості взаємодіючої системи адронів.

Методами дослідження є релятивістська транспортна теорія, методи Монте-Карло та методи релятивістської статистичної фізики.

Наукова новизна одержаних результатів.

- Показано, що відмінність між кількістю народжених π⁻ мезонів по відношенню на один нуклон-учасник у протон-протонних та ядро-ядерних зіткненнях при енергіях експерименту NA61/SHINE можна в основному пояснити врахуванням ізоспінових ефектів.
- 2. Для протон-протонних реакцій показано, що у залежностях середньої поперечної маси адронів π⁺, K⁺, Λ та p у центральному діапазоні рапідностей від енергії може виникати немонотонність як наслідок комбінації вкладів від процесів зі збудженням та розпадом адронних резонансів та струн. Також вказано на те, що цей ефект є досить чуттєвим до властивостей важких резонансів, які на даний момент є досить маловідомими і, як наслідок, можуть бути більш точно визначені у відповідних експериментах із протон-протонних зіткнень.
- Побудовано аналітичну модель для опису розділення системи на учасники та спектатори на початковій стадії зіткнення ядер і показано, що цей процес розділення закінчується при часі t ≈ 1.5t_c, де t_c – час максимального перекриття ядер, що визначається початковою швидкістю. Показано, що модель співпадає з ейкональною моделлю Глаубера-Ситенка у границі t → ∞.

- 4. Побудовано спрощену аналітичну модель для розрахунку флуктуацій рапідності центру мас системи учасників та показано, що ці флуктуації описуються розподілом Гаусса із шириною, що визначається прицільним параметром зіткнення. Вказано на необхідність врахування цих флуктуацій при аналізі залежних від рапідності величин, що вимірюються в експерименті.
- 5. Сформульовано формалізм середнього поля для врахування взаємодії між частинками у одно- та багато-компонентному релятивістському газі. В рамках запропонованого формалізму враховано взаємодію типу твердої серцевини у моделі адронно-резонансного газу. Зокрема, вперше використано наближення Карнагена-Старлінга, яке є більш точним за широко вживану модель ван дер Ваальса, у моделі адронно-резонансного газу. Також отримано обмеження на величину радіусу твердої серцевини адронів із порівняння моделі АРГ із розрахунками КХД на гратці при нульовому хімічному потенціалі.

Практичне значення одержаних результатів.

- Правильне врахування ізоспінових ефектів, яке було запропоноване в роботі, може бути використане у теперішніх та майбутніх експериментах при порівнянні виходів адронів у протон-протонних та ядро-ядерних зіткненнях.
- Отримані у моделі для опису розділення на спектатори та учасники результати дозволяють накласти обмеження на мінімальний початковий час та початковий профіль швидкостей у гідродинаміці.
- Отриманий розподіл флуктуацій поздовжньої рапідності системи центра мас учасників може бути використаний для коректного порівняння спостережуваних величин розрахованих у гідродинамічних моделях із експериментом.
- Побудований у роботі формалізм середнього поля може бути використаний для ефективного врахування ван дер Ваальсівських взаємодій у моделях адронного рівняння стану.

Особистий внесок здобувача. Автор брав участь у постановці задач досліджень, обговоренні результатів і написанні всіх робіт [1–11].

 В роботах [1–4, 6, 8] здобувачем проведені симуляції зіткнень релятивістських ядро-ядерних та протон-протонних зіткнень у діапазоні енергій прискорювачу SPS методом ультра-релятивістської квантової молекулярної динаміки. Побудовано просторово-часові гіперповерхні, що найбільш повно характеризуються просторово-часову структуру системи, що утворюється у зіткненнях релятивістських ядер при цих енергіях. Також в рамках цієї моделі автором проведено розрахунки імпульсних спектрів різних адронів та проведено порівняння із новими експериментальними даними колаборації NA61/SHINE.

- В роботах [5, 7] автором побудовано аналітичну модель для визначення густини розподілу флуктуацій рапідності системи центру мас учасників. В рамках моделі проведено розрахунки та показано, що ці флуктуації є суттєвими у периферійних зіткненнях ядер.
- В роботах [9, 10] автором розвинено формалізм середнього поля для врахування взаємодій між адронами у термодинамічних моделях адронного рівняння стану, та досліджено роль взаємодії типу твердої серцевини у моделі АРГ у контексті порівняння із даними КХД на гратці, а також стадії хімічного фрізауту у зіткненнях ядер. В роботі [11] цей формалізм застосовано для опису ядерної матерії.

Апробація результатів роботи. Основні результати дисертації доповідались та обговорювались на наукових семінарах кафедри теоретичної фізики Київського національного університету імені Тараса Шевченка, Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України (м. Київ, Україна), Інституту важких йонів ім. Гельмгольця (м. Дармштадт, Німеччина), Франкфуртського інституту перспективних досліджень, Інституту теоретичної фізики університету імені Гете (м. Франкфурт, Німеччина), Брукхейвенської Національної Лабораторії (м. Аптон, Нью-Йорк, США), а також були представлені на наукових конференціях та зборах, включаючи: Наукову конференцію молодих вчених «Наука XXI сторіччя» у 2010, 2011, та 2013 рр. (доповіді); VI Young scientists conference "Problems of Theoretical Physics", Kyiv, Ukraine, 25-27 November 2014 (доповідь); Critical Point and Onset of Deconfinement 2016, 30 May-4 June 2016, Wroclaw, Poland (доповідь); Strangeness in Quark Matter 2016, 26 June - 1 July 2016, Berkeley, CA, USA (доповідь).

Публікації. Представлені у дисертації матеріали опубліковано у 18 роботах. Серед них 11 статей в провідних українських та міжнародних реферованих журналах [1–11] та 7 друкованих матеріалів конференцій [12–18]

Структура дисертаційної роботи. Робота складається із вступу, 4 розділів, висновків, списку використаних джерел (177 найменувань). Обсяг дисертації складає 157 сторінок машинописного тексту, містить 46 рисунків та 1 таблицю.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ

У **першому розділі** наведено загальні уявлення про фізику зіткнення релятивістських ядер, перелічено сучасні та майбутні прискорювачі для проведення відповідних експериментів, та обговорено відкриті питання у цій галузі. Описано, як аналіз зіткнень ядер при різних енергіях дозволяє вивчати різні ділянки фазової діаграми квантової хромодинаміки. Перелічено основні сучасні підходи для опису зіткнення ядер: теплова модель, мікроскопічні кінетичні моделі, гідродинамічні моделі, та гібридні моделі, що поєднують кінетичний і гідродинамічний описи. Обговорено їх переваги і недоліки.



Рис. 1: Тривимірна гіперповерхня інваріантної густини кількості негативно заряджених піонів для умов експерименту SPS при енергіях (а) $E_{\rm kin} = 40A$ ГеВ та (б) $E_{\rm kin} = 158A$ ГеВ.

Для отримання загальної просторово-часової картини зіткнення релятивістських ядер досліджено так звані гіперповерхні піонного фрізауту. Процес фрізауту у ядроядерних зіткненнях – це, за визначенням, процес встановлення кінцевого хімічного складу адронів в результаті зіткнення ядер (хімічний фрізаут), що виникає внаслідок швидкого розширення адронної системи у вакуумі. Відповідно, гіперповерхня так званого різкого фрізауту умовно відділяє просторово-часову область, у якій відбуваються адронні реакції від області, де реакцій немає, і вона безпосередньо несе інформацію про просторово-часову структуру взаємодіючої адронної системи, що утворюється при зіткненні ядер. У роботі побудовано гіперповерхні піонного фрізауту задані рівнянням $n_{\pi}(t, r, z) = n_c$, де $n_{\pi} \in$ густиною негативно заряджених пі-мезонів, що залежить від часу t та цилідричних координат r та z. Оскільки розглядаються центральні зіткнення, то залежності від азимутального кута немає. Ці гіперповерхні розраховано в рамках транспортної моделі UrQMD для центральних зіткнень ядер свинцю при енергіях $E_{kin} = 40A$ ГеВ та $E_{kin} = 158A$ ГеВ для $n_c = 0.08$ ϕm^{-3} і наведено на Рис. 1.

Другий розділ присвячений дослідженню імпульсних розподілів (спектрів) різних адронів у протон-протонних та ядро-ядерних зіткненнях. Ці дослідження проведено у контексті нині триваючого експерименту NA61/SHINE у ЦЕРН.

Розподіли адронів по імпульсам є основними величинами, що вимірюються у експериментах. Порівняння із різними моделями опису зіткнення ядер дозволяє зробити висновок про коректність закладених у модель різноманітних фізичних припущень. Окремий інтерес представляє процес деконфайнменту та утворення краплини кварк-глюонної плазми. Вважається, що кварк-глюонна плазма може виникнути у ядро-ядерних зіткненнях, але не у елементарних нуклон-нуклонних зіткненнях. Це є основною мотивацією для порівняння імпульсних спектрів у протон-протонних (p+p) і ядро-ядерних (A+A) зіткненнях.

Нещодавно, колаборація NA61/SHINE опублікувала дані щодо імпульсних спектрів негативно заряджених пі-мезонів, які народжуються у непружних (p+p) реакціях при енергіях зіткнення $p_{lab} = 20$, 31, 40, 80, та 158 ГеВ/*c*. Відповідні дані при тих самих енергіях зіткнення для зіткнень ядер свинцю були отримані ще раніше колаборацією NA49. В роботі проведено теоретичний аналіз цих даних в рамках транспортної моделі UrQMD. Оскільки в UrQMD не закладено кварк-глюонну плазму, то відмінності між передбаченнями UrQMD та даними можна було б трактувати як сигнал утворення кварк-глюонної плазми. Кількість UrQMD подій, що використовуються для аналізу є наступною: приблизно $2 \cdot 10^6$ непружних p+p реакцій та приблизно $5 \cdot 10^4$ центральних Pb+Pb зіткнень. В експерименті, центральні Pb+Pb зіткнення означено наступним чином: це 7.2% найбільш центральних із усіх зареєстрованих непружних подій для енергій $p_{\text{lab}} = 20A$, 30A, 40A, 80A ГеB/c та 5% для $p_{\text{lab}} = 158A$ ГеB/c. У моделюванні UrQMD такий відбір відповідає обмеженням на прицільний параметр зіткнення: b < 4 фм для енергій $p_{\text{lab}} = 20 - 80A$ ГеB/c та b < 3.4 фм для $p_{\text{lab}} = 158A$ ГеB/c.

Експериментальні результати для середньої кількості негативно заряджених пімезонів $\langle \pi^- \rangle$ по відношенню до середньої кількості нуклонів-учасників $\langle N_p \rangle$ (для p+p зіткнень $\langle N_p \rangle = 2$) наведено на Рис. 2. Для зручності стосовно порівняння із експериментом, ми використовуємо енергетичну шкалу $F = (\sqrt{s_{NN}} - 2m_N)^{3/4} / (\sqrt{s_{NN}})^{1/4}$. Із експериментальних даних наведених на Рис. 2 видно, що величина $\langle \pi^- \rangle / \langle N_p \rangle$ є більшою у центральних Pb+Pb зіткненнях у порівнянні із непружними p+p зіткненнями при всіх енергіях SPS. Результати розрахунків в UrQMD наведено лініями на Рис. 2. Видно, що у випадку непружних p+p реакцій результати UrQMD добре узгоджуються із даними для двох найвищих енергій SPS (80 and 158A ГеВ), але недооцінюють експериментальні дані $\langle \pi^- \rangle / \langle N_p \rangle$ при більш низьких енергіях.

Для більш коректного порівняння між p+p та Pb+Pb зіткненнями необхідно враховувати ізоспінові ефекти. У процесі зіткнення ядер в системі відбуваються три різні типи нуклон-нуклонних реакцій: p+p (протон-протон), p+n (протон-нейтрон), та n+n (нейтрон-нейтрон). Кількість π^- мезонів, що народжуються p + p є меншою ніж у p + n чи n + n: наприклад, реакції із народженням лише одного π^- мезону типу $p + n \rightarrow p + p + \pi^-$ чи $n + n \rightarrow p + n + \pi^-$ неможливі у p+p зіткненнях внаслідок закону збереження електричного заряду. Це очікування підтверджується результатами UrQMD.

Представимо ядро-ядерне зіткнення як набір p+p, p+n та n+n реакцій. Вага кожного із цих трьох вкладів у повну множинність певного сорту адронів у A+A зіткненнях буде залежати від атомного числа A та електричного заряду Z ядер, що зіштовхуються. Множинність у фіктивній N+N реакції, що відповідає A+A зіткненню, можна представити як сконструйоване правильним чином середнє по p+p, p+n, та n+n зіткненням, що мають місце у A+A зіткненні. Для множинності піонів π^i (i = +, -, 0) отримуємо:

$$\langle \pi_{NN}^i \rangle = \alpha_{pp} \langle \pi_{pp}^i \rangle + \alpha_{pn} \langle \pi_{pn}^i \rangle + \alpha_{nn} \langle \pi_{nn}^i \rangle, \qquad (1)$$

де $\alpha_{pp} = Z^2/A^2$, $\alpha_{pn} = 2(A - Z)Z/A^2$, та $\alpha_{nn} = (A - Z)^2/A^2$ є комбінаторними ймовірностями p+p, p+n, та n+n зіткнень, відповідно. Для легких ядер та для ядер середньої ваги $Z \cong 0.5A$, у той час як для важких ядер $Z \cong 0.4A$. Таким чином



Рис. 2: Залежність від енергії зіткнення середньої множинності π^- , яку нормовано на середню кількість учасників. Експериментальні дані NA49 для центральних Pb+Pb зіткнень та NA61/SHINE для непружних p+p реакцій зображено символами. Лініями зображено передбачення моделі UrQMD для непружних p+p (пунктирна), центральних Pb+Pb (суцільна), та непружних N+N (пунктирна з точками) зіткнень.

 $\alpha_{pp} \cong 0.16, \alpha_{pn} \cong 0.48$, та $\alpha_{nn} \cong 0.36$ для Pb+Pb зіткнень. Поведінка розрахованої в UrQMD за допомогою (1) величини $\langle \pi_{NN}^- \rangle/2$, яка є середньою множинністю $\pi^$ мезонів у розрахунку на один учасник у фіктивному N+N зіткенні, наведено на Рис. 2 лінією типу пунктир-точка. Із цього рисунку видно, що значна частина відмінностей між p+p та Pb+Pb зіткненнями по відношенню до величини $\langle \pi^- \rangle/\langle N_p \rangle$ пояснюється ізоспіновими ефектами.

Розподіли π^- мезонів по рапідності dN/dy у непружних p+p реакціях та у центральних Pb+Pb зіткненнях представлено на Puc. 3 для різних енергій зіткнення. Лініями представлено результати розрахунків в UrQMD. Видно, що UrQMD недооцінює повний вихід π^- мезонів у p+p реакціях при всіх енергіях окрім найбільшої ($p_{lab} = 158A$ FeB/c) і розбіжності є найбільшими у центральному діапазоні рапідностей. UrQMD набагато краще описує дані по пі-мезонам у центральних Pb+Pb зіткненнях ніж у непружних p+p реакціях. Це спостереження є досить підозрілим оскільки протон-протонні спектри розглядаються в UrQMD як вхідні дані для опису ядро-ядерних зіткнень у режимі каскаду. Це означає, що якщо вносити зміни в UrQMD для того, щоб описати дані NA61/SHINE, то необхідно це робити у такий спосіб, що зберегти добрий опис даних у ядро-ядерних зіткненнях.

Розподіли π^- мезонів по поперечній масі $m_T = \sqrt{p_T^2 + m^2}$, виміряні колабораціями NA61/SHINE та NA49 у центральному діапазоні рапідностей 0 < y < 0.2, описуються в UrQMD на рівні подібному до опису dN/dy розподілів. В результаті моделювання в UrQMD було встановлено, що поведінка ередньої поперечної маси



Рис. 3: Розподіли π^- мезонів по рапідності у непружних р+р реакціях (зліва) та у центральних Pb+Pb (*справа*) зіткненнях. Експериментальні дані колаборацій NA61/SHINE та NA49 позначено символами з вусами, у той час як результати розрахунків в UrQMD позначено суцільними лініями.

 $\langle m_T \rangle$ деяких адронів є дуже чуттєвою до моделювання важких резонансів. Основними механізмами народження вторинних частинок у транспортних моделях, зокрема UrQMD, є збудження та розпад адронних резонансів, а також збудження та розпад так званих струн. При цьому відносний вклад струн збільшується із енергією зіткнення. Це може призводити до деяких цікавих ефектів, як немонотонна залежність певних величин від енергії зіткнення.

Для ілюстрації розглянемо поведінку $\langle m_T \rangle$ протонів та π^+ мезонів у р+р зіткненнях в рамках трьох транспортних моделей: UrQMD-3.3, UrQMD-3.4, та HSD-2.5 (Рис. 4). У всіх трьох моделях механізм збудження та розпаду струн є подібним. У той же час є суттєві відмінності у моделюванні резонансів: UrQMD-3.3 включає багатий спектр важких резонансів, у тому числі ті, що не підтверджено експериментально, в UrQMD-3.4 спектр резонансів є дещо меншим, а в HSD-2.5 важких резонансів майже немає. Таким чином, відмінності між передбаченнями цих моделей можна віднести то того, як в них моделюються властивості важких резонансів, які експериментально є маловідомими.

На Рис. 4 видно, що передбачення UrQMD-3.3 та UrQMD-3.4 подібні, і вказують на *немонотоннну* поведінку $\langle m_T \rangle$ протонів та π^+ мезонів у p+p реакціях в залежності від енергії зіткнення. Зовсім інша ситуація спостерігається для HSD-2.5, де $\langle m_T \rangle$ демонструє монотонний зріст. Результати вказують на те, що поведінка $\langle m_T \rangle$ є чутливою до моделювання властивостей важких резонансів, що є маловідомими. Таким чином, ця величина може бути використана для вивчення цих властивостей резонансів експериментально, досліджуючи залежність $\langle m_T \rangle$ різних адронів від енергії зіткнення. Попередні дані колаборації NA61/SHINE щодо $\langle m_T \rangle$ протонів вказують на те, що ця величина лежить приблизно посередині між передбаченнями UrQMD та HSD. Експериментальний аналіз ще триває.

У третьому розділі вивчається процес розділення адронної системи на спектатори та учасники, що відбувається на початковій стадії зіткнення релятивістських

8



Рис. 4: Середня поперечна маса π^+ мезонів (*ліва* панель) та протонів (*права* панель) у p + p реакціях в залежності від енергії зіткнення \sqrt{s} . Використовується діапазон рапідностей 0 < y < 0.2. Суцільні лінії відповідають розрахункам UrQMD-3.4, пунктирні – UrQMD-3.3, а точкові – HSD-2.5.

ядер. Ця початкова стадія передує гідродинамічній стадії, рух адронів у поперечному напрямку під час цієї стадії є незначним. Поперечні розподіли нуклонів-спектаторів на цій стадії, як правило, описуються моделлю Глаубера-Ситенка в оптичній границі. У той же час, мало уваги приділяється динаміці процесу розділу та флуктуаціям.

Для опису динаміки розділення на спектатори і учасники в роботі розроблено аналітичну модель для опису початкової стадії, яка базується на кінетичному рівнянні Больцмана, і яка може бути віднесена до класу Глауберівських моделей. У нульовому наближенні робиться припущення балістичного режиму, тобто нехтується усіма реакціями між адронами і проводиться розділення усієї системи на нуклони з ядра-снаряду (А) та ядра-мішені (В). У такому випадку одночастинкова функція розподілу, $f_{A(B)}^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p})$, нуклонів із відповідного ядра описується рівнянням Больцмана без зіткнень та без зовнішніх полів:

$$p^{\mu}\partial_{\mu}f^{(0)}_{A(B)}(t,\mathbf{r},\mathbf{p}) = 0.$$
⁽²⁾

Розв'язок цього рівняння має вигляд

$$f_{A(B)}^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) = \mathcal{F}_{\mathcal{A}(\mathcal{B})} \left[\mathbf{r} - \mathbf{v}(t - t_0), p \right]$$
(3)
$$= \rho_{A(B)}^{(0)}(t, \mathbf{r}) \,\delta^2(\mathbf{p}_{\perp}) \,\delta\left(p_z - p_{A(B)}\right)$$
$$= \frac{\gamma_0 \, c_\rho \,\delta^2(\mathbf{p}_{\perp}) \,\delta\left(p_z - p_{A(B)}\right)}{1 + \exp\left\{ \frac{1}{a} \left[\sqrt{(x \mp b/2)^2 + y^2 + \gamma_0^2 \left(z \pm R_0/\gamma_0 \mp v_0 t\right)^2} - R_0 \right] \right\}},$$

де $v_A = -v_B = v_0$ – початкова швидкість ядра-снаряда (ядра-мішені) у системі центра мас ядер, $\gamma_0 = 1/\sqrt{1-v_0^2}$, та b – прицільний параметр зіткнення. Параметри c_ρ , R_0 , та a є параметрами розподілу Вудса-Саксона нуклонів у ядрі, що визначають, відповідно, кількість нуклонів у ядрі, радіус ядра, та дифузність краю. Момент часу

t = 0 відповідає ситуації, коли координати z центрів налітаючих ядер знаходяться на відстані, що дорівнює Лоренц-стиснутому діаметру ядра, $2R_0/\gamma_0$ (Рис. 5) – це узгоджується із початковим моментом часу у транспортних моделях і відповідає тому моменту, коли в системі починають виникати перші реакції між нуклонами.



Рис. 5: Схематичний вигляд еволюції системи у представленій моделі. Нуклони, які не прийняли участі у жодній реакції до поточного моменту часу, позначено білими кружечками у той час як нуклони, що вже вступили у реакції, позначено чорними кружечками.

У наступному наближенні сформульовано модель, яка безпосередньо описує розділення нуклонів на системи спектаторів та учасників. Припускається, що нуклони із ядра-снаряду (мішені) стають учасниками лише у лобових зіткненнях із нуклонами із ядра-мішені (снаряду), які, у свою чергу, описуються балістичною функцією розподілу $f_{A(B)}^{(0)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p})$. Тоді функція розподілу $f_{A(B)}^{S}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p})$ нуклонів із ядра-снаряду (мішені), які не приймали участь у реакціях до моменту часу *t* описується кінетичним рівнянням Больцмана зі стоковим членом:

$$p^{\mu}\partial_{\mu}f^{S}_{A(B)}(t,\mathbf{r},\mathbf{p}) = -\frac{1}{2}\int \frac{d^{3}p_{1}}{E_{p_{1}}}\frac{d^{3}p'_{1}}{E_{p'}}\frac{d^{3}p'_{1}}{E_{p'_{1}}}f^{S}_{A(B)}(t,\mathbf{r},\mathbf{p}) f^{(0)}_{B(A)}(t,\mathbf{r},\mathbf{p}_{1})W(p,p_{1}|p',p'_{1}),$$
(4)

де швидкість переходу $W(p, p_1 | p', p'_1) = s \sigma(s, \theta) \, \delta^4(p + p_1 - p' - p'_1)$ відповідає нуклонному розсіянню, що характеризується диференційним перерізом $\sigma(s, \theta)$. Тут $s \equiv (p + p_1)^2$ та $E_p = \sqrt{m^2 + \mathbf{p}^2}$.

Розв'язок рівняння (4), із початковою умовою $f_{A(B)}^S(t_0, \mathbf{r}, \mathbf{p}) = f_{A(B)}^{(0)}(t_0, \mathbf{r}, \mathbf{p}_1)$, де $t_0 \to -\infty$, можна отримати у явному вигляді:

$$f_{A(B)}^{S}(t,\mathbf{r},\mathbf{p}) = f_{A(B)}^{0}(t,\mathbf{r},\mathbf{p}) \exp\left\{-2\sigma_{_{NN}}v_{0}\int_{t_{0}}^{t}dt'\rho_{B(A)}^{(0)}[t',\mathbf{r}-\mathbf{v}_{A(B)}(t-t')]\right\},$$
 (5)

де σ_{NN} є повним перерізом нуклон-нуклонного розсіяння. Згідно з означенням, у границі $t \to \infty$ функція $f_A^S(t, \mathbf{r}, \mathbf{p})$ описує спектаторів. Поперечний розподіл спектаторів $T_{A(B)}^{\text{spec}}(x, y) = \lim_{t \to \infty} \int d\mathbf{p} \int dz \, f_{A(B)}^S(t, \mathbf{r}, \mathbf{p})$ має вигляд $T_A^{\text{spec}}(x, y) = T_A(x - b/2, y) \exp\left\{-\sigma_{_{NN}}T_B(x + b/2, y)\right\},$ (6) де $T_{A(B)}(x,y) = \int dz \, \rho_{\scriptscriptstyle WS}(x,y,z)$ є так званою функцією товщини ядра-снаряду (мішені). Цей вираз співпадає із оптичною границею моделі Глаубера-Ситенка.

Часову залежність кількості нуклонів-учасників,

$$N_{\text{part}}(t) = 2A - \int d\mathbf{r} \int d\mathbf{p} \left[f_A^S(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) + f_B^S(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) \right], \tag{7}$$

розраховану в аналітичній моделі для умов енергій SPS та RHIC ($\sigma_{_{\rm NN}} = 33$ мб), наведено на Рис. 6 для трьох різних значень прицільного параметру. Часовий масштаб тут заданий залежним від енергії зіткнення часом $t_c = R_0/(\gamma_0 v_0)$, що відповідає моменту максимального перекриття налітаючих ядер. Видно, що процес формування системи учасників є найбільш інтенсивним у інтервалі часу $t \simeq 0.5 - 1 t_c$, і закінчується приблизно при $t \simeq 1.5t_c$. Результати аналітичної моделі добре узгоджуються із монтекарлівськими розрахунками в рамках транспортної моделі UrQMD.



Рис. 6: Часова залежність повної кількості нуклонів-учасників у Pb+Pb зіткненнях при енергіях SPS та RHIC ($\sigma_{\rm NN} = 33$ мб) для різних значень прицільного параметру. Суцільні лінії відповідають розрахункам, проведеним у нашій моделі, у той час як пунктирною лінією позначені розрахунки у моделі UrQMD при енергії $\sqrt{s_{\rm NN}} = 17.3$ ГеВ. Тут $b_{\rm max} = 2R_0$, де $R_0 = 6.53$ фм.

В роботі було проведено дослідження утворення ненульового повного моменту імпульсу системи учасників. Встановлено, що максимальний момент імпульсу учасників виникає у зіткненнях середньої центральності, що відповідають значенням прицільного параметру у діапазоні $b \simeq 3 - 4$ фм.

Процес розділення на спектатори та учасники також характеризується флуктуаціями. Зокрема, це стосується рапідності $y^{c.m.}$ із якою рухається система центра мас (с.ц.м.) учасників відносно системи центра мас двох налітаючих ядер. Внаслідок симетрії в середньому $\langle y^{c.m.} \rangle = 0$, але значення $y^{c.m.}$ можуть бути відмінними від нуля від однієї події до іншої. Флуктуації такого роду автоматично враховані у транспортних моделях опису зіткнення ядер, оскільки вони описують процес розділення на спектатори та учасники. У той же час, гідродинамічні моделі не описують спектаторів взагалі, і тому в цих моделях такі флуктуації природнім чином не враховані. Тому при порівнянні із експериментом величин, які залежать від рапідності (наприклад це можуть бути коефіцієнти колективних потоків), може бути важливим врахування флуктуацій с.ц.м. учасників.

Для досліджень флуктуацій с.ц.м. учасників в роботі побудовано спрощену аналітичну модель. Із закону збереження повного 4-імпульсу, а також того факту, що імпульси спектаторів є відомими, випливає, що рапідність с.ц.м. учасників в окремій події визначається кількістю спектаторів $N_{A(B)}$ з налітаючих ядер:

$$y_P(N_A, N_B) = \operatorname{arctanh}\left(\frac{N_B - N_A}{2A - N_A - N_B}v_0\right).$$
(8)

Таким чином, флуктуації $y^{c.m.}$ визначаються розподілом $p(N_A, N_B)$ числа спектаторів. Цей розподіл можна обчислити використовуючи певні наближення, що відповідають зіткненням важких ядер. По-перше, нехтується кореляцією між числом спектаторів у ядрі-снаряді та числом спектаторів у ядрі-мішені: $p(N_A, N_B) \approx p(N_A) p(N_B)$. По-друге, припускається, що імовірність того, що окремий нуклон у ядрі є спектатором, не залежить від того чи є спектатором будь-який інший нуклон у ядрі. У таком випадку розподіл числа спектаторів у ядрі описується біноміальним розподілом:

$$p(N_{A(B)}) = {\binom{A}{N_{A(B)}}} p^{N_{A(B)}} (1-p)^{A-N_{A(B)}}, \qquad (9)$$

де p є імовірністю того, що нуклон із ядра-снаряду чи ядра-мішені буде спектатором (внаслідок симетрії маємо ту саму імовірність для спектаторів з обох ядер). Потретє, біноміальний розподіл (9) апроксимуєтсья розподілом Гауса:

$$p(N_{A(B)}) \Rightarrow \rho(N_{A(B)}) = \frac{\exp\left(-\frac{(N_{A(B)} - Ap)^2}{2Ap(1-p)}\right)}{\sqrt{2\pi Ap(1-p)}}.$$
 (10)

Густина розподілу $y^{c.m.}$ набуває вигляду

$$f_P(y) = \int_0^A dN_A \int_0^A dN_B \,\rho(N_A) \,\rho(N_B) \,\delta\big[\,y - y_P(N_A, N_B)\,\big] \\\approx \sqrt{\frac{A(1-p)}{\pi p \,v_0^2}} \,\exp\left[-\frac{A(1-p)}{p \,v_0^2} \,y^2\right] \,.$$
(11)

Отримано, що розподіл флуктуацій с.ц.м. учасників апроксимуєтсья розподілом Гауса із дисперсією

$$(\Delta y^{c.m.})^2 = \frac{p \, v_0^2}{2A(1-p)} \,. \tag{12}$$

Імовірність p нуклона бути спектатором можна розрахувати в моделі Глаубера-Ситенка

$$p = \frac{1}{A} \int dx \, dy \, T_{A(B)}^{\text{spec}}(x, y). \tag{13}$$

Залежність цієї величини від прицільного параметра зіткнення у випадку Pb+Pb зіткнень при енергії $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeB ($\sigma_{_{NN}} = 70$ мб) наведено у лівій панелі Рис. 7. Залежність від прицільного параметра відповідної ширини розподілу $\Delta y^{c.m.}$ показано у правій панелі Рис. 7. Флуктуації $y^{c.m.}$ є найбільшими у периферійних зіткненнях

ядер, де $p \approx 1,$ і найменшими у центральних зіткненнях ядер де p приймає найменше значення.



Рис. 7: Ліва панель: Залежність імовірності того, що нуклон є спектатором від прицільного параметру. Права панель: Залежність середньо-квадратичного відхилення $\Delta y^{c.m.}$ від прицільного параметру. Розрахунки проведено для Pb+Pb зіткнень при енергії $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeB.

Цікавою є поведінка флуктуацій в залежності від розміру ядер A, що зіштовхуються, та від середнього числа нуклонів-учасників одного ядра, $N_p = A(1-p)$. Дисперсія $(\Delta y^{c.m.})^2$ може бути переписана у вигляді

$$(\Delta y^{c.m.})^2 = \frac{v_i^2}{2} \left(\frac{1}{N_p} - \frac{1}{A}\right).$$
 (14)

Залежність $(\Delta y^{c.m.})^2$ від N_p для Pb+Pb (A = 208), In+In (A = 113), S+S (A = 32) та C+C (A = 12) зіткнень наведено на Рис. 8.



Рис. 8: Залежність середньоквадратичного відхилення $\Delta y^{c.m.}$ розподілу рапідності учасників, означеного у (14), від середньої кількості учасників N_p , для різних ядер, що зіштовхуються, а саме Pb+Pb, In+In, S+S, C+C.

З Рис. 8 видно, що при фіксованому значенні N_p флуктуації с.ц.м. учасників є меншими у зіткненнях більш легких ядер. Таким чином, щоб зменшити ефект від цих небажаних флуктуацій при вивченні систем певного фіксованого розміру, що характеризується N_p , має сенс розглядати більш центральні зіткнення більш легких ядер, ніж менш центральні зіткнення більш важких ядер.

Модель дозволяє дослідити вплив енергії зіткнення ядер на флуктуації $y^{c.m.}$. Як випливає із (12), ця залежність може виникнути лише через відповідну залежність від енергії зіткнення імовірності p та початкової швидкості v_0 . Оскільки розглядаються зіткнення ядер при ультрарелятивістських енергіях, то $v_0 \approx 1$, тобто залежність цього параметру від енергії зіткнення є дуже малою. Імовірність бути спектатором *p*, що в даній роботі обчислюється в моделі Глаубера-Ситенка, залежить від енергії лише внаслідок того, що від енергії зіткнення залежить переріз нуклон-нуклонного розсіяння σ_{NN} . Розглянемо флуктуації $y^{c.m.}$ при трьох різних енергіях: $\sqrt{s_{NN}} = 6.41$ ГеВ $(E_{\rm kin} = 20$ ГеВ), $\sqrt{s_{NN}} = 17.32$ ГеВ $(E_{\rm kin} = 158$ ГеВ) та $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТеВ. Перші дві енергії відповідають експериментам на прискорювачі CERN-SPS, у той час як третя енергія відповідає CERN-LHC. Для обох енергій SPS значення перерізу нуклонного розсіяння вибрано як $\sigma_{NN} = 33$ мб, у той час як для енергії LHC маємо $\sigma_{NN} = 70$ мб. Результати розрахунків для різних енергій зіткнення у випадку периферійних зіткнень ($b = 9.5 \, \text{фм}$) представлено на Рис. 9. Із проведених розрахунків випливає, що флуктуації досить слабко залежать від енергії зіткнення ядер, особливо у порівнянні із відповідною залежністю від прицільного параметру.



Рис. 9: Густина розподілу рапідності с.ц.м. учасників у периферійних Pb+Pb зіткненнях при енергіях $\sqrt{s_{NN}} = 6.41$ ГеВ ($E_{kin} = 20$ ГеВ), $\sqrt{s_{NN}} = 17.32$ ГеВ ($E_{kin} = 158$ ГеВ) та $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ ТеВ.

Отримані результати вказують на те, що, при аналізі та порівнянні із експериментом різних величин, що залежать від рапідності, отриманих у гідродинамічному описі, необхідно перевіряти, як впливають на результат флуктуації рапідності с.ц.м. учасників, особливо у випадку периферійних зіткнень. Слід відмітити, що флуктуації $y^{c.m.}$ можна також вивчати експериментально, наприклад за допомогою так званих калориметрів нульового кута, за допомогою яких в кожній окремій події визначається кількість нейтронів-спектаторів з кожного із налітаючих ядер. Нещодавно такий аналіз був проведений колаборацією ALICE для Pb+Pb зіткнень при енергії $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeB. Отримані результати вказують на флуктуації $y^{c.m.}$, що описуються розподілом Гауса із шириною, що збільшується для більш периферійних зіткнень, підтверджуючи передбачення запропонованої тут моделі.

У четвертому розділі проведено узагальнення підходу термодинамічного середнього поля на випадок багатокомпонентних систем, із подальшим використанням цього формалізму для врахування взаємодії між адронами в моделі адроннорезонансного газу (АРГ). Модель АРГ моделює рівняння стану адронної матерії як багатокомпонентний газ відомих у природі адронів та резонансів, та має широке застосування щодо моделювання кінцевої стадії зіткнення релятивістських ядер – так званої стадії хімічного фрізауту. Успіх теплової моделі щодо опису експериментальних даних множинностей різних сортів адронів дає підстави характеризувати стадію хімічного фрізауту як газ адронів у тепловій та хімічній рівновазі, що описується моделлю АРГ. Зазвичай використовується модель ідеального АРГ – газ невзаємодіючих адронів та резонансів. У більш реалістичному описі необхідно враховувати відштовхування між адронами, наприклад взаємодію типу твердої серцевини. Термодинамічний підхід середнього поля дозволяє моделювати таку взаємодію. Він був сформульований у роботі (D. Anchishkin, Sov. Phys. JETP, 1992) для однокомпонентних систем взаємодіючих частинок. У цьому підході густина вільної енергії, ϕ , розділяється на вільну, ϕ_0 , та взаємодіючу, ϕ_{int} , частини:

$$\phi(n,T) = \phi_0(n,T) + \phi_{\rm int}(n,T) .$$
(15)

Густина кількості частинок $n(T, \mu)$ у великому канонічному ансамблі визначається трансцендентним рівнянням

$$n(T,\mu) = n^{\rm id}[T,\mu - U(n,T)],$$
(16)

де $n^{\rm id}$ є густиною кількості частинок в ідеальному газі

$$n^{\rm id}(T,\mu) = g \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \left\{ \exp\left[\frac{\sqrt{m^2 + k^2} - \mu}{T}\right] + a \right\}^{-1}, \tag{17}$$

де g є кратністю виродження, а a визначає статистику (a = +1 – статистика Фермі-Дірака, a = -1 – статистика Бозе-Ейнштейна, a = 0 – наближення Больцмана). Величина $U(n,T) = \partial \phi_{\rm int} / \partial n$ є термодинамічним середнім полем. Тиск визначається як

$$p(T,\mu) = p^{\rm id}[T,\mu - U(n,T)] + P^{\rm ex}(n,T),$$
(18)

де $P^{\text{ex}}(n,T) = [n \partial \phi_{\text{int}}(n,T) / \partial n - \phi_{\text{int}}]$ є надлишковим тиском. Величини U(n,T) та $P^{\text{ex}}(n,T)$ не є незалежними, вони пов'язані співвідношенням термодинамічної самоузгодженості

$$n\frac{\partial U(n,T)}{\partial n} = \frac{\partial P^{\rm ex}(n,T)}{\partial n} .$$
(19)

Для застосування підходу середнього поля у моделі АРГ необхідно узагальнити цей підхід на випадок багатокомпонентних систем. Це узагальнення проведено в даній роботі. Густина вільної енергії взаємодіючої системи, що складається із f компонент, записується у вигляді

$$\phi(\mathbf{n}, T) = \sum_{i=1}^{f} \phi_0^i(n_i, T) + \phi_{\text{int}}(\mathbf{n}, T).$$
(20)

Надлишковий тиск $P^{\text{ex}}(\mathbf{n},T)$ та середні поля $U_i(\mathbf{n},T)$ тоді означаються як

$$P^{\text{ex}}(\mathbf{n},T) = \sum_{i=1}^{f} n_i \left[\frac{\partial \phi_{\text{int}}(\mathbf{n},T)}{\partial n_i} \right]_{T,n_{j\neq i}} - \phi_{\text{int}}(\mathbf{n},T), \qquad (21)$$

$$U_i(\mathbf{n},T) = \left[\frac{\partial \phi_{\text{int}}(\mathbf{n},T)}{\partial n_i}\right]_{T,n_{j\neq i}},$$
(22)

і пов'язані один з одним набором рівнянь, які визначають узагальнені умови термодинамічної самоузгодженості

$$\sum_{j=1}^{f} n_j \frac{\partial U_j}{\partial n_i} = \frac{\partial P^{\text{ex}}}{\partial n_i}, \quad i = 1 \dots f.$$
(23)

Повний тиск $p(T,\mu)$ та густини кількості різних сортів частинок $n_i(T,\mu)$ записуються як

$$p(T, \boldsymbol{\mu}) = \sum_{i=1}^{f} p_i^{\rm id}[T, \boldsymbol{\mu} - U_i(\mathbf{n}, T)] + P^{\rm ex}(\mathbf{n}, T) , \qquad (24)$$

$$n_i(T, \boldsymbol{\mu}) = n_i^{\rm id}[T, \boldsymbol{\mu} - U_i(\mathbf{n}, T)].$$
 (25)

Густину енергії можна визначити із стандартних термодинамічних співвідношень.

Вираз (25) є системою f рівнянь (як правило трансцендентних) для густин n_i . Він є ключовим елементом підходу середнього поля. Цю систему рівнянь можна розв'язувати чисельно, наприклад за допомогою методу послідовних наближень або методу Бройдена. Явний вигляд $P^{\text{ex}}(\mathbf{n}, T)$ та $U_i(\mathbf{n}, T)$ визначається конкретним виглядом взаємодії між частинками. Один із підходів полягає у використанні відомого класичного рівняння стану у канонічному ансамблі $p^{\text{int}}(\mathbf{n}, T)$ і обчисленні надлишкового тиску як $P^{\text{ex}}(\mathbf{n}, T) = p^{\text{int}}(\mathbf{n}, T) - p^{\text{id}}(\mathbf{n}, T)$. Середні поля $U_i(\mathbf{n}, T)$ тоді можна визначити із рівнянь термодинамічної самоузгодженості (23).

У подальшому розглядаються моделі, що відповідають взаємодії типу твердої серцевини. Для простоти вважається, що ця взаємодія є однаковою для всіх сортів частинок, а також нехтується ефектами квантової статистики. У такому випадку середні поля для всіх сортів частинок співпадають і залежать лише від повної густини кількості всіх частинок n. Для взаємодії типу твердої серцевини надлишковий тиск і середні поля лінійно пропорційні температурі.

Розглянуто три різні моделі:

а) Модель прямого виключеного об'єму:

$$P^{\rm ex}(n,T) = -\frac{T}{2v_0}\ln(1-2v_0n) - nT, \qquad U(n,T) = -T\ln(1-2v_0n), \qquad (26)$$

де $v_0 = (16\pi/3) r^3$ – це є об'єм адрона, помножений на чотири, r є радіусом твердої

серцевини частинки.

б) Виключений об'єм типу ван дер Ваальса:

$$P^{\rm ex}(n,T) = Tn \frac{v_0 n}{1 - v_0 n}, \qquad U(n,T) = T \frac{v_0 n}{1 - v_0 n} - T \ln(1 - v_0 n). \tag{27}$$

в) Рівняння стану Карнагена-Старлінга:

$$P^{\rm ex}(n,T) = Tn \frac{v_0 n - (v_0 n)^2 / 8}{(1 - v_0 n / 4)^3}, \qquad U(n,T) = -3T \left[1 - \frac{1 - v_0 n / 12}{(1 - v_0 n / 4)^3} \right].$$
(28)

Варто зазначити, що рівняння Карнагена-Старлінга описує Монте-Карло дані щодо рівняння стану твердих сфер за більш високих густин, ніж модель виключеного об'єму ван дер Ваальса. Таким чином, порівняння моделі ван дер Ваальса із моделлю Карнагена-Старлінга дає змогу визначити умови застосовності рівняння ван дер Ваальса.

У якості застосування підходу термодинамічного поля досліджуються властивості АРГ на стадії хімічного фрізауту у зіткненнях важких іонів при різних енергіях. Використовується наступна параметризація залежності температури та баріонного хімічного потенціалу від енергії зіткнення ядер:

$$T(\sqrt{s_{\rm NN}}) = 0.166 \,\mathrm{FeB} - 0.139 \,\mathrm{FeB}^{-1} \mu_B^2 - 0.053 \,\mathrm{FeB}^{-3} \mu_B^4, \tag{29}$$

$$1.308 \,\mathrm{FeB}$$

$$u_B(\sqrt{s_{\rm NN}}) = \frac{1.000\,{\rm reB}}{1+0.273\,{\rm reB}^{-1}\sqrt{s_{\rm NN}}}.$$
(30)

Додатково враховані кінцеві ширини резонансів, що розподілені по Брейт-Вігнерівському розподілу, та неповна термалізація дивних частинок за допомогою фактору придушення γ_S .

Залежність густини баріонного заряду ρ_B від енергії зіткнення $\sqrt{s_{_{\rm NN}}}$, розраховану для чотирьох різних значень твердої серцевини адрона r = 0, 0.3, 0.5, та 1 фм, наведено на Рис. 10.



Рис. 10: Залежність густини баріонного заряду на стадіїї хімічного фрізауту від енергії зіткнення для трьох різних моделей виключеного об'єму: модель прямого виключеного об'єму (точкова лінія), модель виключеного об'єму ван дер Ваальса (точково-пунктирна лінія), та для рівняння стану Карнагена-Старлінга (суцільна лінія).

Врахування відштовхування у вигляді твердих сфер приводить до зсуву максимуму в енергетичній залежності густини баріонного заряду у область більш низьких енергій. Наприклад, для радіусу рівного 0.5 фм максимум зсувається від енергії $\sqrt{s_{_{\rm NN}}} \simeq 8$ ГеВ до $\sqrt{s_{_{\rm NN}}} \simeq 6$ ГеВ. Видно, що наближення ван дер Ваальсу для аналізу хімічного фрізауту є достатнім, якщо радіус адронів не перевищує 0.5 фм.

У якості іншого застосування проводиться порівняння рівняння стану взаємодіючого АРГ із даними КХД на гратці. Рівняння стану КХД при нульовій баріонній густині розраховується із перших принципів за допомогою монтекарлівських розрахунків КХД на гратці. Такі розрахунки вказують на наявність двох фаз сильновзаємодіючої матерії: адронної фази при малих T та кварк-глюонної фази деконфайнменту при великих T. При цьому розрахунки показують, що цей перехід між фазами не є справжнім фазовим переходом, а, натомість, є переходом типу плавного кросоверу. При $T < T_c \simeq 150 - 160$ МеВ домінує адронна фаза конфайнменту. Цікавим питанням є порівняння рівняння стану АРГ із виключеним об'ємом із даними КХД на ґратці у цьому діапазоні температур. Для цієї задачі використано процедуру виключеного об'єму ван дер Ваальса у наближенні Больцмана.



Рис. 11: Залежність тиску від температури у моделі АРГ із виключеним об'ємом при нульовому баріонному хімічному потенціалі та декількох різних значеннях радіусу твердої серцевини адрону, у діапазоні температур 0 < T < 800 МеВ (*ліва панель*) та 100 < T < 155 МеВ (*права панель*). Символами зображено дані КХД на ґратці колаборації Вупперталь-Будапешт. Границю Стефана-Больцмана $p_{SB}/T^4 = \sigma_{SB}/3 \cong 5.2$ показано штрихованою горизонтальною лінією.

У лівій панелі Рис. 11 наведено залежність тиску p/T^4 від температури у моделі АРГ із виключеним об'ємом при нульовому баріонному хімічному потенціалі та декількох різних значеннях радіусу твердої серцевини адрону. У випадку ідеального АРГ (r = 0) тиск p/T^4 швидко зростає при високих температурах і перевищує ліміт Стефана-Больцмана для безмасових невзаємодіючих кварків та глюонів, $p_{SB}(T)/T^4 = \sigma_{SB}/3 \cong 5.2$. Тому, відповідно до критеріїв Гіббса щодо глобальної термодинамічної рівноваги це означало б, що точкові адрони завжди мають бути домінуючою фазою при високих температурах. Така властивість ідеального АРГ протирічить даним КХД на ґратці і вказує на обмеженість такої моделі. У той же час, як видно із Рис. 11, наявність ефектів виключеного об'єму приводить до іншої поведінки тиску: при $r \ge 0.13$ фм маємо $p^{ev}(T)/T^4 < \sigma_{SB}/3$ за будь-якої T. Звідси можна зробити висновок про необхідність накласти обмеження знизу $r \ge 0.13$ на радіус твердої серцевини адрона.

У правій панелі Рис. 11, наведено порівняння залежності тиску p^{lat}/T^4 від температури у моделі АРГ із виключеним об'ємом із даними КХД на ґратці для декількох різних значень радіусу твердої серцевини адрону та при температурах T < 155 MeB. Видно, що дані КХД на ґратці описуються добре у досить широкому діапазоні значень радіусу твердої серцевини $r \leq 0.4$ фм. При більших значення r значення тиску у АРГ будуть суттєво подавленими у порівнянні із КХД на ґратці.

Таким чином, у результаті порівняння даних для адронного тиску можна накласти такі обмеження знизу та згори на значення адронного радіусу: $0.13 < r \leq 0.4$ фм. Інші термодинамічні величини, які розраховуються на гратці, можуть у майбутньому бути використані для отримання більш сильних обмежень на величину r. Крім того, представлені розрахунки були виконані у припущенні однакового радіусу твердої серцевини для всіх адронів. Висновки можуть бути іншими за інших припущень, наприклад, коли радіус адрону явно залежить від його сорту. Обмеження, отримані у даній роботі, стосуються "середнього" радіусу всіх адронів.

ВИСНОВКИ

- 1. В результаті аналізу імпульсних спектрів показано, що транспортна модель UrQMD якісно описує експериментальні спостереження у ядро-ядерних та протон-протонних зіткненнях при енергіях SPS. Показано, що при порівнянні спектрів пі-мезонів у ядро-ядерних та протон-протонних зіткненнях необхідно правильно враховувати ізоспінові ефекти. Розрахунки в UrQMD передбачають наявність немонотонної ділянки у залежностях середньої поперечної маси деяких адронів, зокрема протонів та π⁺, у центральному діапазоні рапідностей від енергії зіткнення у p+p реакціях при малих енергіях SPS, що пояснюється наявністю вкладів від розпадів баріонних резонансів та фрагментації струн. Наявність немонотонної поведінки може бути перевірена у найближчому майбутньому колаборацією NA61/SHINE.
- 2. В рамках побудованої аналітичної моделі опису процесу розділення системи на учасники та спектатори показано, що цей процес характеризується часовим масштабом t_c (який є часом максимального перекриття налітаючих ядер) і закінчується приблизно при t ≈ 1.5 t_c. Показано, що момент імпульсу підсистеми учасників є ненульовим у нецентральних зіткненнях ядер, і його треба врахувати при заданні початкових умов у гідродинамічних моделях.
- 3. В рамках спрощеної аналітичної моделі проведено аналіз поздовжніх флуктуацій центру мас системи учасників та показано, що ці флуктуації описуються розподілом Гауса із шириною, яка в першу чергу визначається центральністю зіткнення. Отримано, що флуктуації суттєво зростають із прицільним параметром зіткнення ядер, і слабко залежать від енергії зіткнення ядер. Отримані результати вказують на важливість врахування цих флуктуацій при порівнянні

різноманітних розподілів по рапідності між експериментом та гідродинамічними моделями.

4. Побудовано підхід середнього поля для одно- та мульти-компонентних статистичних систем, який дозволяє ефективно врахувати взаємодії між частинками у великому канонічному ансамблі. В рамках запропонованого підходу побудовано різноманітні процедури виключеного об'єму у одно- та мультикомпонентних системах, які потім включено у модель адронно-резонансного газу. Показано, що вибір процедури виключеного об'єму є важливим при високих густинах адронів, і запропоновано у таких випадках використовувати рівняння стану Карнагена-Старлінга. В рамках порівняння моделі адронно-резонансного газу із розрахунками квантової хромодинаміки на ґратці отримано обмеження знизу та зверху на величину середнього адронного радіусу.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

- [1] Д. Анчишкін, А. Мускеєв, В. Вовченко, and С. Єжов, структура релятивістських ядро-ядерних зіткнень," "Просторово-часова Науковий вісник Ужгородського університету. Серія Фізика **29**, 124 (2011).
- [2] D. V. Anchishkin, A. O. Muskeyev, V. Y. Vovchenko, and S. N. Yezhov, "Evolution of the Hadronic System Created in Relativistic Heavy-Ion Collisions," Problems of Atomic Science and Technology 77, 115 (2012).
- [3] D. Anchishkin, V. Vovchenko, and L. P. Csernai, "Pionic freeze-out hypersurfaces in relativistic nucleus-nucleus collisions," Physical Review C 87, 014906 (2013), arXiv:1211.1927 [nucl-th].
- [4] D. Anchishkin, V. Vovchenko, and S. Yezhov, "Hadronic Reaction Zones in Relativistic Nucleus–Nucleus Collisions," International Journal of Modern Physics E 22, 1350042 (2013), arXiv:1302.6190 [nucl-th].
- [5] V. Vovchenko, D. Anchishkin, and L. P. Csernai, "Longitudinal fluctuations of the center of mass of the participants in heavy-ion collisions," Physical Review C 88, 014901 (2013), arXiv:1306.5208 [nucl-th].
- [6] V. Y. Vovchenko, D. V. Anchishkin, and M. I. Gorenstein, "System-size and energy dependence of particle momentum spectra: The UrQMD analysis of p +p and Pb + Pb collisions," Physical Review C **90**, 024916 (2014), arXiv:1407.0629 [nucl-th].
- [7] V. Vovchenko, D. Anchishkin, and L. P. Csernai, "Time dependence of partition into spectators and participants in relativistic heavy-ion collisions," Physical Review C 90, 044907 (2014), arXiv:1407.4644 [nucl-th].
- [8] V. Y. Vovchenko, D. V. Anchishkin, and M. I. Gorenstein, "Mean transverse mass of hadrons in proton-proton reactions," Nuclear Physics A **936**, 1 (2015), arXiv:1408.5493 [nucl-th].

- [9] D. Anchishkin and V. Vovchenko, "Mean-field approach in the multi-component gas of interacting particles applied to relativistic heavy-ion collisions," Journal of Physics G Nuclear Physics 42, 105102 (2015), arXiv:1411.1444 [nucl-th].
- [10] V. Vovchenko, D. V. Anchishkin, and M. I. Gorenstein, "Hadron resonance gas equation of state from lattice QCD," Physical Review C 91, 024905 (2015), arXiv:1412.5478 [nucl-th].
- [11] R. V. Poberezhnyuk, V. Vovchenko, D. V. Anchishkin, and M. I. Gorenstein, "Quantum van der Waals and Walecka models of nuclear matter," International Journal of Modern Physics E 26, 1750061 (2017), arXiv:1708.05605 [nucl-th].
- [12] D. Anchishkin, A. Muskeyev, V. Vovchenko, and S. Yezhov, "The space-time structure of relativistic nucleus-nucleus collisions," *Proceedings of the International School-seminar "New Physics and Quantum Chromodynamics at External Conditions"*, *Dnipropetrovsk*, Ukraine, May 3-6, 2011, pp. 5–12.
- [13] D. Anchishkin, A. Muskeyev, V. Vovchenko, and S. Yezhov, "Zone of reactions as a tool in studying the space-time structure of relativistic nucleus-nucleus collisions," *Book of abstracts of XX International School-Seminar of Galyna Puchkovska* "Spectroscopy of Molecules and Crystals", Beregove, Crimea, Ukraine, September 20-27, 2011, p. 23.
- [14] В. Вовченко and Д. Анчишкін, "Гіперповерхні піонного фрізауту в релятивістських ядро-ядерних зіткненнях," Збірник тез Наукової конференції молодих учених «Наука XXI сторіччя», Київ, Україна, 15-16 травня, 2013, pp. 5–6.
- [15] V. Vovchenko, D. Anchishkin, and L. Csernai, "Time dependence of partition into spectators and participants in relativistic heavy-ion collisions," *Book of abstracts* of the VI Young scientists conference "Problems of Theoretical Physics", Kyiv, Ukraine, November 25-27, 2014, pp. 17–18.
- [16] V. Vovchenko, I. Kisel, and D. Anchishkin, "Event-by-event extraction of kinetic and chemical freeze-out properties in the CBM experiment," *Book of abstracts* of the "Quark Matter 2015" conference, Kobe, Japan, September 27 – October 3, 2015, p. 137.
- [17] V. Vovchenko, "Critical fluctuations in models with van der Waals interactions," Book of abstracts of the "Critical Point and Onset of Deconfinement 2016" conference, Wroclaw, Poland, May 30 – June 4, 2016, pp. 5–6.
- [18] V. Vovchenko and H. Stoecker, "Analysis of hadron yield data within hadron resonance gas model with multi-component eigenvolume corrections," *Book of abstracts of the "Strangeness in Quark Matter 2016" conference, Berkeley, CA, USA, June 26 – July 1, 2016*, pp. 4–5.

АНОТАЦІЯ

Вовченко В. Ю. Еволюція взаємодіючої багаточастинкової системи, що виникає у зіткненнях релятивістських ядер. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 – теоретична фізика. – Інститут теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова НАН України, Київ, 2018.

Дисертація присвячена теоретичному вивченню системи сильно-взаємодіючих частинок, що утворюється в процесі зіткнення релятивістських ядер, а також аналізу та інтерпретації нових експериментальних даних по імпульсним розподілам адронів. Вивчено роль ізоспінових ефектів при порівнянні експериментальних даних у протон-протонних та ядро-ядерних зіткненнях. Проведено дослідження процесу розділення системи адронів на спектатори і учасники, зокрема флуктуацій у цьому процесі. Також у роботі узагальнено підхід середнього поля для врахування взаємодій між частинками у багатокомпонентних системах. Цей формалізм застосовано для моделювання взаємодії типу твердої серцевини у моделі адронно-резонансного газу.

<u>Ключові слова</u>: ядро-ядерні зіткнення, протон-протонні зіткнення, імпульсні розподіли, кінетичний опис, флуктуації, рівняння стану, адронно-резонансний газ, модель твердих сфер, середнє поле.

АННОТАЦИЯ

Вовченко В. Ю. Эволюция взаимодействующей адронной системы, которая возникает в столкновениях релятивистских ядер. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика. – Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова НАН Украины, Киев, 2018.

Диссертация посвящена теоретическому исследованию системы сильновзаимодействующих частиц, которая возникает в процесе соударения релятивистских ядер, а также анализу и интерпретации новых экспериментальных данных по импульсным распределениям адронов. Изучена роль изоспиновых эффектов при сравнении экспериментальных данных в протон-протонных и ядро-ядерных столкновениях. Проведено исследование процесса разделения системы адронов на спектаторы и участники, в частности флуктуаций в этом процессе. Также в работе произведено обобщение подхода среднего поля для учета взаимодействия между частицами в многокомпонентных системах. Этот формализм использован для моделирования взаимодействия типа твердых сфер в модели адронно-резонансного газа.

<u>Ключевые слова</u>: ядро-ядерные столкновения, протон-протонные столкновения, импульсные распределения, кинетическое описание, флуктуации, уравнение состояния, адронно-резонансный газ, модель твердых сфер, среднее поле.

ABSTRACT

Vovchenko V. Yu. Evolution of interacting many-particle system created in relativistic nuclear collisions. – Manuscript.

Thesis of Candidate of Physico-Mathematical Sciences (Doctor of Philosophy in Physics and Mathematics) in the specialty 01.04.02 – theoretical physics. – Bogolyubov Institute for Theoretical Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, 2018.

The thesis deals with the theoretical description of the strongly interacting manyparticle system created in heavy-ion collisions, as well as the analysis and interpretation of new experimental data on momentum spectra of hadrons.

Simulations of relativistic nucleus-nucleus and proton-proton collisions in the framework of ultrarelativistic quantum molecular dynamics (UrQMD) were performed in the present work. The so-called pionic freeze-out hypersurfaces, defined as surfaces of constant pion density, were calculated. They yield the most general picture of the temporal and spatial scales of heavy-ion collisions for various collision energies.

The manuscript presents a detailed analysis of the new pion production data of the NA61/SHINE collaboration for proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 6.3 - 17.3$ GeV. In particular, the new p+p data are contrasted with the old Pb+Pb data of the NA49 collaboration. The UrQMD model analysis shows that differences between p-p and Pb-Pb collisions regarding the π^- production per wounded nucleon at NA61/SHINE energies can be largely accounted for through the isospin effects, rather than the medium effects.

The UrQMD model analysis of p+p collisions at NA61/SHINE energies suggests a possibility of a non-monotonous collision energy dependence of the mean transverse mass of π^+ , K^+ , Λ , and p at mid-rapidity. This effect results from the energy-dependent interplay of resonance and string excitation processes. It is found that the effect is rather sensitive to the details of how the poorly known, higher-mass resonances are modeled. The corresponding p+p measurements can therefore constrain the poorly known properties of these higher-mass resonances. These measurements are presently being performed by the NA61/SHINE collaboration.

The process of partition into spectators and participants at an early stage of nucleusnucleus collisions is studied in some detail in this thesis. In particular, a simplified analytic model to describe the partition process is presented. The analytic description is obtained on the basis of the kinetic Boltzmann equation, using the fact that spectators always move with the known, initial velocity, and assuming that the partition takes place through the firstchance nucleon-nucleon collisions at an early stage. The obtained model is well consistent with UrQMD Monte Carlo simulation results. The model shows that the partition process becomes complete at time $t \approx 1.5 t_c$, where t_c – is the maximum nuclei overlap time, defined by the initial nuclei velocities. It is shown that the participant system attains a sizable angular momentum in mid-central collisions, which should be taken into account in the hydrodynamic description. It is also shown that the model reproduces the eikonal Glauber-Sitenko model in the limit $t \to \infty$.

A special attention is paid to the fluctuations of the center of mass of the participants. The center of mass of the participant system coincides with the collider center of mass system on average. However, due to fluctuations this not the case on the event-by-event basis. These fluctuations can therefore have an important effect on comparisons of rapiditydependent observables between hydro simulations, which describe the evolution of the participant system, and experiment. This work presents a simplified analytic model to calculate the fluctuations of the rapidity of the center of mass of the participants. In the case of the collisions of heavy nuclei, the participant rapidity fluctuations are shown to be described by the Gaussian distribution. The width of this distribution is a monotonically increasing function of the impact parameter. It is pointed out that participant center of mass fluctuations are smaller in central collisions of smaller nuclei than in non-central collisions of heavier nuclei with the same mean number of participatns. The Gaussian distribution of the participant center of mass rapidity fluctuations was later confirmed experimentally by the ALICE collaboration at the Large Hadron Collider.

The thesis also deals with the equilibrium properties of hadronic matter. It is well known that mean multiplicities of many hadron species measured in heavy-ion collisions at various collision energies are described on a 10% level by the hadron resonance gas (HRG) model. The standard HRG model is the multi-component gas of non-interacting experimentally charted hadrons and resonances, which are in the state of chemical equilibrium. It can be shown within the S matrix approach to statistical mechanics that the attractive interactions resulting in the formation of narrow resonances are accounted for in the HRG model. At the same time, the standard HRG model cannot account for repulsive interactions, such as the hard-core type interaction present in the nucleon-nucleon potential. To take these repulsive interactions into account, the present work employs the thermodynamic mean field approach, generalized here to multi-component systems. The approach preserves the thermodynamic consistency by construction. The mean-field approach is then used to include hard-core hadron-hadron interactions into the HRG model. In particular, the Carnahan-Starling approach is applied within the HRG model for the first time, which yields an improved accuracy compared to the commonly used van der Waals model. The van der Waals excluded volume model is shown to be appropriate for the heavy-ion collisions chemical freeze-out phenomenology when $r \lesssim 0.5$ fm, where ris the hadron hard-core radius parameter, assumed to be the same for all hadron species.

The HRG model with hard-core interactions is also applied to study the equation of state of hadronic matter at zero chemical potentials. This is done in the context of the recent, first-principle lattice QCD data. It is shown that the pressure of the hadronic matter overshoots the Stefan-Boltzmann limit of massless quarks and gluons if the hadron hard-core radius is too small, $r \leq 0.13$ fm. In such a case one would expect the hadronic phase to be dominant at high temperatures – a picture not supported by lattice QCD results. On the other hand, for a too large hadron radii, $r \gtrsim 0.40$ fm, it becomes impossible to describe the lattice QCD data at temperatures $T \leq 160$ MeV, where a hadronic gas phase is expected. These considerations lead to the following restriction on the mean hadron radius: $0.13 \leq r \leq 0.40$ fm.

Keywords: nucleus-nucleus collisions, proton-proton collisions, momentum spectra, kinetic description, fluctuations, equation of state, hadron resonance gas, hard-core interactions, mean field.