

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧНОЇ ФІЗИКИ ІМ.М.М. БОГОЛЮБОВА**

Черняк Олександр Миколайович

УДК 533.9.01; 533.93

**ПЕРЕНОСЕННЯ ЗАМАГНІЧЕНИХ ЧАСТИНОК У
ВИПАДКОВОМУ ЕЛЕКТРИЧНОМУ ПОЛІ**

01.04.02 — теоретична фізика

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ — 2019

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Інституті теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України.

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник
ЗАСЕНКО Володимир Іванович,
Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України, заступник директора із наукової роботи.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор
АНІСІМОВ Ігор Олексійович,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, декан радіофізичного факультету;
доктор фізико-математичних наук, професор
ГЕРАСИМОВ Олег Іванович,
Одеський державний екологічний університет, завідувач кафедри загальної та теоретичної фізики.

Захист відбудеться «27» червня 2019 р. об 11 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.191.01 Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України за адресою: 03143 м. Київ, вул. Метрологічна, 14б.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України.

Автореферат розісланий «25» травня 2019 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради Д 26.191.01,
доктор фізико-математичних наук

Кузьмичев В. Є.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Плазма в природі та в лабораторних умовах перебуває, як правило, у нерівноважному стані. В такій плазмі внаслідок нестійкостей збуджуються інтенсивні власні моди. Нелінійна взаємодія між ними призводить до формування турбулентного стану плазми. Інтенсивність турбулентних полів в цьому випадку може значно перевищувати тепловий рівень і призводити до турбулентного, тобто аномального, перенесення, яке за своєю природою та характеристиками суттєво відрізняється від перенесення у рівноважній плазмі.

Проблема аномального перенесення частинок є однією із найважливіших задач у фізиці плазми. Так, зокрема, інтенсивність перенесення, визначає час утримання плазми в пристроях керованого термоядерного синтезу. Аналітичний опис процесу турбулентного перенесення є складною нелінійною задачею, через це для інтерпретації експериментальних даних або результатів моделювання, часто використовуються феноменологічні моделі. Проте для розуміння механізмів турбулентного перенесення важливо виходити з мікроскопічного опису. Послідовної теорії перенесення частинок в турбулентних полях в загальному випадку поки не існує. Для слабкого поля використовують припущення про гаусовість процесу, але воно не працює для низькочастотних інтенсивних полів. Отже побудова послідовних моделей перенесення частинок в координатному просторі та просторі швидкості на основі мікроскопічного підходу для плазмових систем, в яких часовим масштабом кореляцій полів не можна нехтувати, є актуальною задачею.

Іншою важливою задачею фізики плазми, поряд з проблемою утримання, є нагрівання плазми. Одним із методів є нагрівання електромагнітним випромінюванням, а використання хвиль зі стрибками фази може бути ефективнішим за гармонічні хвилі. Тому актуальним є вивчення впливу випромінювання зі стрибками фази на плазму з метою оптимізації процесів нагрівання.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконана у відділі синергетики Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова Національної академії наук України. Вона є складовою частиною широкого кола досліджень транспортних процесів та формування структур у плазмових системах (теорія нелінійних процесів в макромолекулярних структурах, наносистемах і плазмі), що проводились в рамках таких тем:

- 2008–2012: Транспортні процеси та формування структур у плазмових системах. Номер державної реєстрації – 0107U007871
- 2013–2017: Формування структур та нерівноважні процеси у відкритих системах. Номер державної реєстрації – 0113U001093
- 2018–2022: Динаміка формування просторово-неоднорідних структур в багаточастинкових системах. Номер державної реєстрації – 0118U003535
- 2015: Моделювання дифузії частинок у випадкових полях зі стрибками фази. Номер державної реєстрації – 0115U005472
- 2015–2017: Теоретичні та експериментальні дослідження резонансних явищ в плазмі ближнього космосу: механізми аномального перенесення частинок. Но-

мер державної реєстрації – 0115U002853

- 2016: Дослідження впливу стрибків фази на нагрівання частинок плазми. Номер державної реєстрації – 0116U004354с
- 2017: Аналітичне та числове моделювання динаміки заряджених частинок у мікрохвильових полях зі стрибковою фазою. Номер державної реєстрації – 0117U0076677с

Мета і задачі дослідження. Дисертаційна робота присвячена дослідженню перенесення частинок у зовнішніх полях - випадковому електричному та постійному магнітному. Метою є побудова аналітичного методу опису перенесення частинок в просторі координат поперек магнітного поля *в широкому діапазоні кореляційних часів* випадкового електричного поля, виходячи з перших принципів мікроскопічного опису. Окремою вимогою є коректне відтворення ефекту сильного захоплення частинок в границі замороженого випадкового електричного поля. Метод має також враховувати ефекти скінченного ларморівського радіусу. Окремо досліджується перенесення частинок в просторі координат та швидкостей вздовж магнітного поля.

Для перевірки аналітичних розрахунків має бути створена програма числового моделювання перенесення частинок. Шляхом числового моделювання також має бути визначений вплив стрибків фаз випадкового поля на нагрівання та прискорення частинок.

У рамках загальної мети було поставлено такі задачі.

1. Побудувати аналітичне наближення для кореляційної функції компонент дрейфової швидкості вздовж траєкторій руху частинок за заданою кореляційною функцією у фіксованих точках простору.
2. Провести аналіз динаміки груп частинок, що відрізняються за початковими умовами для уточнення запропонованого аналітичного наближення.
3. Узагальнити аналітичне наближення на випадок точного руху частинок, тобто для скінченного радіусу Лармора, та знайти залежність асимптотичного коефіцієнта дифузії від ларморівського радіусу.
4. Узагальнити аналітичну модель на випадкові поля зі скінченим часом кореляції, знайти залежність асимптотичного коефіцієнта дифузії від часу кореляції в широкому діапазоні його значень.
5. Дослідити повздовжнє перенесення та нагрівання частинок хвилями з стрибками фази.

Об'єкт дослідження. Об'єктом дослідження є стохастичний рух заряджених частинок у заданих випадковому електричному та постійному магнітному полях.

Предмет дослідження. Предметом дослідження є кореляційна функція швидкості, коефіцієнт дифузії, середньоквадратичне зміщення та функція розподілу частинок.

Методи дослідження. Методи, що використані в роботі включають метод функцій Гріна, методи числового моделювання для обчислення кінетичних коефіцієнтів та функції розподілу, методи теорії функцій комплексної змінної, а також методи математичної фізики та спеціальних функцій.

Наукова новизна одержаних результатів. В дисертаційній роботі отримано такі оригінальні наукові результати.

1. Сформульовано статистичні рівняння, що описують часову еволюцію середньоквадратичного зміщення частинок поперек магнітного поля під дією статичного випадкового електричного поля. Врахування особливостей динаміки окремих груп частинок по різних еквіпотенціальним поверхням покращило відповідність аналітичних розрахунків результатам прямого числового моделювання. Виконано порівняння з методом декорельованих траєкторій і показано більшу ефективність та простоту застосування оригінального підходу.
2. Новий метод було узагальнено з метою врахування ефектів скінченного ларморового радіусу. Показано, що розв'язки відтворюють результати моделювання як в області малих так і великих ларморових радіусів. Знайдено, що інтенсивність дифузії по-різному залежить від ларморового радіусу на малих та великих часових масштабах.
3. Запропонований аналітичний метод було розвинено далі для опису перенесення частинок у змінному в часі випадковому електричному полі. Отримано масштабне співвідношення для асимптотичного коефіцієнту дифузії в залежності від часу кореляції в системі. Показано, що запропонований метод відтворює як квазілінійну поведінку статистичних характеристик для малих кореляційних часів, так і перколяційну поведінку для великих кореляційних часів.
4. Порівняно інтенсивності нагрівання частинок хвилями з регулярними фазами та хвилями зі стрибками фаз, а також стохастичними імпульсами електричного поля. Виявлено подібність дії на частинки хвиль зі стрибками фаз та окремих імпульсів поля. Проаналізовано вплив на частинки хвиль з різним характером стрибків фаз. Показано, що стрибки фаз хвилі підвищують інтенсивність нагрівання резонансних частинок, а також залучають до цього процесу нерезонансні частинки з широкого інтервалу початкових швидкостей.

Практичне значення одержаних результатів. Представлені результати є внеском у теоретичний опис процесів перенесення заряджених частинок у випадкових полях. Результати дисертаційної роботи можуть бути використані при дослідженні плазми, що утримується магнітним полем, для розрахунку коефіцієнта дифузії, оцінки часу перенесення частинок, а також для оцінки ефективності нагрівання частинок плазми. Вони можуть бути корисними для інтерпретації числових та лабораторних експериментів.

Особистий внесок здобувача. Результати, що виносяться на захист, отримані автором самостійно. У роботах, опублікованих у співавторстві, до дисертації включені лише ті результати, що належать автору. Це стосується, зокрема, формулювання задач та виконання аналітичних та числових розрахунків.

У роботах [1—7] автором розроблено програмний код, що реалізує відповідні обчислення; з метою перехресної перевірки результатів проведено незалежне моделювання. Крім того, в роботі [1] отримано аналітичні рівняння для середньоквадратичного зміщення, розраховано асимптотики коефіцієнта дифузії та сере-

дньоквадратичного зміщення на основі оригінального методу. Виконано порівняння способу замикання з відомим методом декорельованих траєкторій та здійснено аналіз типів декорельованих траєкторій. У роботі [2] проведено аналіз перенесення частинок хвилею зі стрибками фази, що сформована до або в області взаємодії. В роботі [3] запропоновано та проаналізовано рівняння для середньоквадратичного зміщення із заданим початковим потенціалом. У роботі [4] отримано аналітичні співвідношення та проведено порівняльний аналіз для гіроусереднених кореляційних функцій. В роботі [5] проведено аналіз перенесення частинок у просторі швидкості різними типами хвиль із різною частотою стрибків фази. У роботі [6] проаналізовано залежність масштабних співвідношень для середньоквадратичного зміщення та коефіцієнта дифузії від часу моделювання. В роботі [7] проаналізовано масштабне співвідношення за кореляційним часом для коефіцієнта дифузії.

Апробація роботи. Матеріали роботи було представлено на семінарах в Інституті теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України та на таких конференціях:

- 14-th Kudowa Summer School "Towards Fusion Energy", Kudowa-Zdrój, Poland, 2018
- Щорічна конференція Інституту ядерних досліджень. Київ, Україна, 2017
- International Conference and School on Plasma Physics and Controlled Fusion. Kharkiv, Ukraine, 2016
- Українська конференція з фізики плазми та керованого термоядерного синтезу. Київ, Україна, 2015;
- International Conference-School on Plasma Physics and Controlled Fusion and The Adjoint Workshop "Nano- and micro-sized structures in plasmas", Kharkiv, Ukraine, 2014
- XVIII International Scientific Conference of Young Scientists and Specialists "AYSS-2014", Dubna, Russian Federation, 2014
- Українська конференція з фізики плазми та керованого термоядерного синтезу, Київ, Україна, 2013
- Конференція молодих вчених "Сучасні проблеми в теоретичній фізиці", Київ, Україна, 2012
- Українська конференція з фізики плазми та керованого термоядерного синтезу, Київ, Україна, 2011
- XII-th Семінар та конкурс для молодих вчених з статистичної фізики та теорії конденсованого стану, Львів, Україна, 2011
- Конференція молодих вчених "Сучасні проблеми в теоретичній фізиці", Київ, Україна, 2010

Публікації. Результати даної дисертаційної роботи представлено у 7-и роботах, що опубліковані у провідних фахових виданнях України [1—7], та висвітлено у матеріалах конференцій [8—18].

Структура дисертаційної роботи. Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел, що містить 79 найменувань. Робота написана на 122 сторінках машинописного тексту, містить 44 рисунки.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ

Розділ 1. Перший розділ присвячено огляду наближених аналітичних методів опису перенесення частинок у заданих полях. Розглянуто перехід від рівняння Власова до рівняння для середньоквадратичного зміщення частинок, яке описує негаусові процеси. При цьому основною задачею стає знаходження кореляційної функції швидкості частинок вздовж траєкторій їхнього руху. В розділі разом з оригінальним *методом моментів* для побудови наближеної кореляційної функції розглянуто найбільш відоме *наближення Корсіна* та найближчий до нашого альтернативний *метод декорельованих траєкторій*.

Вихідним рівнянням є рівняння Власова для функції розподілу частинок у заданому випадковому електричному $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$ та постійному магнітному $\mathbf{B} = \text{const}$ полях

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_d \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \right) F(\mathbf{x}, t) = 0, \quad (1)$$

у наближенні ведучого центру

$$\mathbf{v}_d = c [\mathbf{E}(\mathbf{x}_d, t) \times \mathbf{B}] / B^2. \quad (2)$$

Для усередненої за реалізаціями випадкових полів функції Гріна $G(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0, t_0)$, яка задовольняє початкову умову $G(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0, t) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$ та пов'язана з усередненою функцією розподілу співвідношенням $f(\mathbf{x}, t) = \int d\mathbf{x}_0 G(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0, t_0) f(\mathbf{x}_0, t_0)$, можна отримати інтегрально-диференціальне рівняння

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} G(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0, t_0) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \int dt_1 \int d\mathbf{x}_1 G(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_1, t_1) \times \\ \times \langle \mathbf{v}_d(\mathbf{x}, t) \mathbf{v}_d(\mathbf{x}_1, t_1) \rangle \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_1} G(\mathbf{x}_1, t_1; \mathbf{x}_0, t_0). \end{aligned} \quad (3)$$

Явний розв'язок нелокального нелінійного рівняння (3) невідомий. Для *малих кореляційних часів* рівняння (3) можна спростити до локального у часі параболічного рівняння дифузії

$$\frac{\partial}{\partial t} G(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0, t_0) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left(D(\mathbf{x}, t) \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} G(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0, t_0) \right), \quad (4)$$

із коефіцієнтом дифузії, що залежить від часу

$$D(\mathbf{x}, t) = \int dt_1 \int d\mathbf{x}_1 G(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_1, t_1) \langle \mathbf{v}_d(\mathbf{x}, t) \mathbf{v}_d(\mathbf{x}_1, t_1) \rangle. \quad (5)$$

Можна показати, що рівняння (4) має розв'язком у вигляді гаусової функції.

Побудова теоретичного опису процесу перенесення для *великих кореляційних часів* вимагає іншого підходу. Однією з можливостей здійснити це є перехід до рівняння для середньоквадратичного зміщення частинок $\Delta_i(t) = \langle x_i^2 \rangle$, що є другим моментом від функції розподілу

$$\frac{\partial}{\partial t} \Delta(t) = \int dt_1 \int d\mathbf{x}_1 G(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_1, t_1) \langle \mathbf{v}_d(\mathbf{x}, t) \mathbf{v}_d(\mathbf{x}_1, t_1) \rangle f(\mathbf{x}_1, t_1). \quad (6)$$

Важливо, що рівняння (6) є справедливим для *довільних кореляційних часів*. У випадку однорідності в просторі і часі та ізотропності в просторі рівняння (6) виражає середньоквадратичне зміщення через невідому кореляційну функцію швидкості вздовж траєкторій руху частинок $C_{vv}^L(t)$, яку називають лагранжевою. Для однорідної та ізотропної системи вона має вигляд

$$C_{vv}^L(t - t_0) = \langle \mathbf{v}_d(\mathbf{x}(t), t) \mathbf{v}_d(\mathbf{x}(t_0), t_0) \rangle. \quad (7)$$

Точне визначення кореляційної функції (7) вимагає знання всіх траєкторій частинок, що є неможливим в загальному випадку. Для знаходження її наближення як правило використовують кореляційну функцію у фіксованих точках лабораторної системи

$$C_{vv}^E(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0, t - t_0) = \langle \mathbf{v}_d(\mathbf{x}, t) \mathbf{v}_d(\mathbf{x}_0, t_0) \rangle, \quad (8)$$

яку називають ейлеровою. Вона є відомою і може бути виміряною з експерименту. Таким чином ключовою задачею стає перехід від ейлерової до лагранжевої кореляційної функції.

Один із широко відомих наближених методів у фізиці плазми ґрунтується на *наближенні Корсіна*, про гаусовий розподіл зміщень частинок та їх статистичну незалежність від випадкового поля

$$C_{v_i v_i}^L(t) \approx \int \frac{d\mathbf{x}}{2\pi \sqrt{\Delta_x(t)\Delta_y(t)}} C_{v_i v_i}^E(\mathbf{x}) \exp\left(-\frac{x_x^2}{2\Delta_x(t)} - \frac{x_y^2}{2\Delta_y(t)}\right). \quad (9)$$

Метод є коректним для швидкозмінних полів. Проте для полів, що повільно змінюються у часі, результати методу не узгоджуються із результатами числового моделювання. Основною причиною цієї невідповідності є захоплення частинок полем – такі частинки можуть довгий час рухатися скорельовано, а це суперечить припущенням, які покладені в основу методу Корсіна.

Інший метод, який спирається на припущення про існування підансамблів, тобто груп частинок з однаковими значеннями випадкових потенціалів $\phi(0)$ та швидкостей $\mathbf{v}(0)$ в початкових точках

$$C_{v_i v_i}^L(t) \approx \int \frac{d\phi_0 d\mathbf{v}_0}{\sqrt{(2\pi)^3 C_{\phi\phi}^E(0,0) C_{v_x v_x}^E(0,0) C_{v_y v_y}^E(0,0)}} v_{0i} V_i(\mathbf{X}(t); \phi_0, \mathbf{v}_0) \times \exp\left(-\frac{\phi_0^2}{2C_{\phi\phi}^E(0,0)} - \frac{v_{0x}^2}{2C_{v_x v_x}^E(0,0)} - \frac{v_{0y}^2}{2C_{v_y v_y}^E(0,0)}\right), \quad (10)$$

та унікальну еволюцію підансамблю частинок, що описується декорельованою траєкторією $\mathbf{X}(t)$

$$V_i(\mathbf{X}(t); \phi_0, \mathbf{v}_0) = \frac{d\mathbf{X}}{dt} = \phi_0 \frac{C_{\phi v_i}^E(\mathbf{X}, t)}{C_{\phi\phi}^E(0,0)} + v_{0x} \frac{C_{v_x v_i}^E(\mathbf{X}, t)}{C_{v_x v_x}^E(0,0)} + v_{0y} \frac{C_{v_y v_i}^E(\mathbf{X}, t)}{C_{v_y v_y}^E(0,0)}, \quad (11)$$

називається *методом декорельованих траєкторій*. Цей метод якісно відтворює результати числового моделювання – враховує ефекту захоплення частинок та якісно

описує перехід від квазікласичного до перколяційного режиму перенесення зі зростанням кореляційного часу випадкового поля. Проте у границі нескінченного кореляційного часу, коли всі частинки захоплені, його авторами не було отримано відповідності із числовим моделюванням. Крім того підансамблі в методі декорельованих траєкторій визначаються неоднозначно.

Нами сформульовано відмінний від наближення Корсіна та методу декорельованих траєкторій наближений підхід для статичного випадкового поля, що відповідає нескінченному кореляційному часу. Він враховує ефекти захоплення частинок, не використовує вільних параметрів та замикає статистичні рівняння на середньоквадратичне зміщення в інший спосіб, ніж згадані наближення

$$C_{v_i v_i}^L(t) \approx \langle C_{v_i v_i}^E(|\mathbf{x}(t)|) \rangle \approx C_{v_i v_i}^E(\langle |\mathbf{x}(t)| \rangle) \approx C_{v_i v_i}^E(\Delta^{1/2}(t)). \quad (12)$$

Наш метод може також враховувати особливості еволюції частинок з різних підансамблів.

$$C_{v_i v_i}^L(t; \phi_0) \approx \frac{\phi_0^2}{C_{\phi\phi}^E(0, 0)} C_{v_i v_i}^E(\Delta^{1/2}(t)), \quad (13)$$

$$C_{v_i v_i}^L(t) = \int \frac{d\phi_0}{\sqrt{2\pi C_{\phi\phi}^E(0, 0)}} \exp\left(-\frac{\phi_0^2}{C_{\phi\phi}^E(0, 0)}\right) C_{v_i v_i}^L(t; \phi_0). \quad (14)$$

Розв'язки рівнянь (9)-(14) порівняні із результатами числового моделювання в наступних розділах.

Розділ 2. У другому розділі досліджено перенесення частинок у статичному випадковому електричному полі. Рух частинок розглянуто в наближенні ведучого центра (2). Його важливою особливістю є наявність інтегралу руху – електричного потенціалу вздовж траєкторій. Це призводить до захоплення частинок – руху вздовж замкнутих еквіпотенціальних ліній. В статистичному описі така особливість руху частинок віддзеркалена довгою від'ємною областю значень лагранжевої кореляційної функції компонент швидкості (7), інтеграл від якої дає нульовий асимптотичний коефіцієнт дифузії. Це є зрозумілим, оскільки майже всі частинки є захопленими у скінченній області руху.

Для аналітичного опису та числового моделювання випадкове електричне поле було обрано у вигляді зваженої суперпозиції гармонік

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \phi(\mathbf{x}) = -\frac{2k_{max}^{1/2} \phi_0}{(\pi^{1/2} \Delta k N)^{1/2}} \sum_{s=1}^N \mathbf{k}_s \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{\mathbf{k}_s}{\Delta k}\right)^2\right) \sin(-\mathbf{k}_s \mathbf{x} + \alpha_s). \quad (15)$$

з ізотропним набором хвильових векторів \mathbf{k}_s та випадковими фазами α_s . Статистична ізотропність потенціалу $\phi(\mathbf{x})$ підтверджується виглядом його кореляційної функції

$$C_{\phi\phi}^E(\mathbf{x}) = \phi_0^2 \exp\left(-\frac{\Delta k^2 \mathbf{x}^2}{8}\right) I_0\left(\frac{\Delta k^2 \mathbf{x}^2}{8}\right). \quad (16)$$

Кореляційна функція компонент швидкості відповідно до рівняння (2) має вигляд

$$C_{v_i v_j}^E(\mathbf{x}) = -\epsilon_{ik} \epsilon_{jm} \frac{\partial^2}{\partial x_k \partial x_m} C_{\phi\phi}^E(\mathbf{x}). \quad (17)$$

Підстановка кореляційної функції (17) в аналітичні наближення (9)-(14) дає рівняння для середньоквадратичного зміщення в нашому методі наближення моментами (12)

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \Delta = \frac{\phi_0^2}{2} \exp\left(-\frac{\pi^2 \Delta}{2}\right) \left(I_0\left(\frac{\pi^2 \Delta}{2}\right) (1 - \pi^2 \Delta) + I_1\left(\frac{\pi^2 \Delta}{2}\right) \pi^2 \Delta \right). \quad (18)$$

Для порівняння наведемо рівняння в наближенні Корсіна (9)

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \Delta = \frac{\phi_0^2 \sqrt{2\pi}}{[1 + 2\pi^2 \Delta]^{3/2}}. \quad (19)$$

та з методу декорельованих траєкторій (11) для коефіцієнта дифузії $D_i(t)$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \xi_i = & \frac{\Omega_B}{\sqrt{8}} \exp(-\xi^2) \left(I_0(\xi^2) \left[v_{0i}(1 - 4\xi_j^2) - \sqrt{2\pi} \phi_0 \epsilon_{ij} \xi_j + v_{0j} 4\xi_i \xi_j \right] + \right. \\ & \left. + I_1(\xi^2) \left[\sqrt{2\pi} \phi_0 \epsilon_{ij} \xi_j + v_{0j} \left(4\xi_j \xi_i + \frac{2\xi_j \xi_i}{\xi^2} - 1 \right) + v_{0i} \left(4\xi_j^2 + \frac{2\xi_j^2}{\xi^2} - 1 \right) \right] \right), \\ & \xi_i = \frac{\Delta k X_i}{\sqrt{8}}, \quad \xi^2 = \xi_x^2 + \xi_y^2. \quad (20) \end{aligned}$$

$$D_i = \int \frac{d\phi_0 d\mathbf{v}_0 v_{0i} X_i}{\sqrt{(2\pi)^3 C_{\phi\phi}^E(0) C_{v_x v_x}^E(0) C_{v_y v_y}^E(0)}} \exp\left(-\frac{\phi_0^2}{2C_{\phi\phi}^E(0)} - \sum_{j=x,y} \frac{v_{0j}^2}{2C_{v_j v_j}^E(0)}\right). \quad (21)$$

Порівняння розв'язків рівнянь аналітичних наближень (9)-(14) з результатами прямого числового моделювання подано на Рис. 1-3. Часова залежність кореляційної функції швидкості на Рис. 1 демонструє, що наближення Корсіна не відтворює області від'ємних значень, яка спостерігається у числовому моделюванні. А наближення моментами та метод декорельованих траєкторій її відтворюють. Це означає, що наближені підходи (10), (11) та (12) описують ефект захоплення частинок. На Рис. 2 наведено часову залежність середньоквадратичного зміщення, яка показує, що наближення моментами краще відповідає результатам числового моделювання ніж метод декорельованих траєкторій. Останній передбачає насичення середньоквадратичного зміщення, рівень якого залежить від кількості підансамблів взятих в моделюванні, що суперечить результатам числового моделювання.

Перевірку існування підансамблів – груп частинок із заданими значеннями випадкових полів $\phi(0)$ і $\mathbf{v}(0)$ в початковій точці, та розрахунок еволюції частинок в підансамблях виконано шляхом числового моделювання. Порівняння передбачень методу декорельованих траєкторій для підансамблів з результатами числового моделювання наведено на Рис. 3. З нього випливає, що еволюція середньоквадратичного зміщення для підансамблю за початковими потенціалом та швидкостями в

методі декорельованих траєкторій не відтворює результати числового моделювання. Крім того, числове моделювання показує суттєву різницю в еволюції розподілу частинок за зміщеннями в різних підансамблях за початковими потенціалами. А різні початкові швидкості частинок слабо впливають на еволюцію підансамблів. Виходячи з існування інтегралу руху $\phi(\mathbf{x}(t)) = \text{const}$ в дрейфовому наближенні (2) сформульовано наближення моментами з підансамблями частинок (13), (14) за значенням потенціалу $\phi(0)$. Як видно з Рис. 1, воно краще відтворює результати числового моделювання.

Отже замикання в нашому методі на середньоквадратичне зміщення (14) краще відповідає результатам прямого числового моделювання ніж замикання на парціальний коефіцієнт дифузії в методі декорельованих траєкторій (10), а врахування підансамблів за початковим потенціалом (14) покращує цю відповідність.

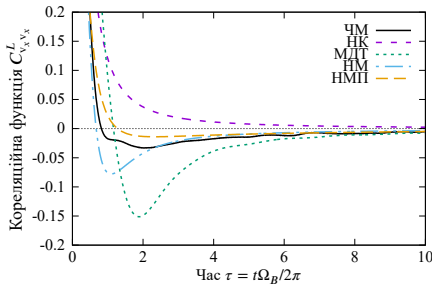


Рис. 1 Лагранжева кореляційна функція компонент дрейфової швидкості з числового моделювання (ЧМ), наближення Корсіна (НК), методу декорельованих траєкторій (МДТ), наближення моментами (НМ) та наближення моментами з підансамблями (НМП)

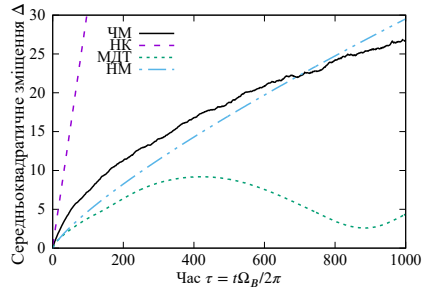


Рис. 2 Середньоквадратичне зміщення з числового моделювання (ЧМ), наближення Корсіна (НК), методу декорельованих траєкторій (МДТ) та наближення моментами (НМ)

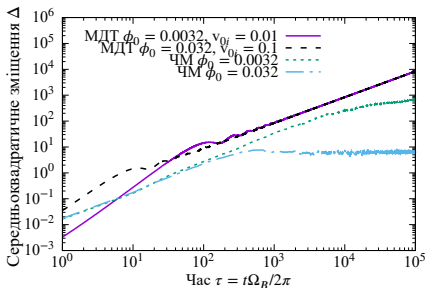


Рис. 3 Середньоквадратичне зміщення для різних підансамблів з числового моделювання (ЧМ) та методу декорельованих траєкторій (МДТ)

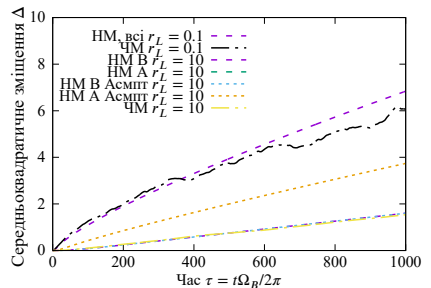


Рис. 4 Середньоквадратичне зміщення для різних ларморівських радіусів r_L з числового моделювання (ЧМ), та наближення моментами (НМ) для двох типів гіроусереднення

Розділ 3. У третьому розділі розглянуто точний рух частинок у випадковому статичному електричному полі, тобто враховано *ефекти скінченного радіуса Лармора*. Так, точний рух частинок суттєво відрізняється від руху ведучого центра — частинки, навіть у статичному полі, не захоплюються повністю і можуть переходити із однієї еквіпотенціальної лінії на іншу. Це впливає на перенесення частинок. Прийнято вважати, що саме рух ведучого центру визначає перенесення частинок, а ефекти обертання навколо нього можна враховувати як поправки шляхом усереднення за циклотронним обертанням. Розглянуто два методи усереднення за циклотронним обертанням та знайдено залежність коефіцієнтів перенесення від радіусу Лармора.

Рівняння точного руху $\mathbf{x} = \mathbf{x}_d + \mathbf{r}_L$ у випадковому полі (15) мають вигляд

$$\frac{d\mathbf{x}_d}{dt} = \frac{1}{\Omega_B} \frac{e}{m} [\mathbf{E}(\mathbf{x}_d + \mathbf{r}_L) \times \mathbf{e}_B], \quad (22)$$

$$\frac{d\mathbf{r}_L}{dt} = -\frac{1}{\Omega_B} \frac{e}{m} [\mathbf{E}(\mathbf{x}_d + \mathbf{r}_L) \times \mathbf{e}_B] + \Omega_B [\mathbf{r}_L \times \mathbf{e}_B], \quad (23)$$

де введено координату ведучого центру \mathbf{x}_d ларморівський радіус $\mathbf{r}_L = -[\mathbf{v} \times \mathbf{e}_B] / \Omega_B$. Кореляційні функції для потенціалу (16) та дрейфової швидкості (17) тепер залежать від точної координати, а значить і від ларморівського радіусу \mathbf{r}_L . Для випадку повільної гладкої еволюції ведучого центра та швидкого обертання навколо нього можна наближено вважати ларморівський радіус постійною величиною, а тому можна усереднити за циклотронним обертанням. Існує дві можливості усереднення – або випадкового потенціалу, або його кореляційної функції. Вибір кращого методу усереднення визначимо через порівняння з результатами прямого числового моделювання.

Усереднений випадковий потенціал має вигляд

$$\sigma(\mathbf{x}_d, r_L) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi_c \sigma(\mathbf{x}_d + \mathbf{r}_L(\varphi_c)) = \int d\mathbf{k} \sigma(\mathbf{k}) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{x}_d) J_0(kr_L), \quad (24)$$

який визначає кореляційну функцію швидкості (17) як додатну

$$C_{v_d v_d}^{E,B}(\mathbf{x}_d) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\mathbf{k} e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}_d} \frac{k}{4\pi^{7/2} \Delta k} \exp\left(-\frac{k^2}{8\pi^2 \Delta k^2}\right) J_0^2(kr_L), \quad (25)$$

Безпосереднє усереднення кореляційної функції дає знакозмінну функції

$$C_{v_d v_d}^{E,A}(\mathbf{x}_d, r_L) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\mathbf{k} e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}_d} \frac{k}{4\pi^{7/2} \Delta k} \exp\left(-\frac{k^2}{8\pi^2 \Delta k^2}\right) J_0(kr_L). \quad (26)$$

Для побудови масштабних співвідношень були отримані також наближені функції (25), (26) для малих $kr_L < 1$

$$C_{v_d v_d}^{E,B,<}(\mathbf{x}_d) = \exp\left(-\frac{\Delta k^2 \mathbf{x}_d^2}{8}\right) \left[I_1\left(\frac{\Delta k^2 \mathbf{x}_d^2}{8}\right) \left(\frac{\Delta k^2 \mathbf{x}_d^2}{8} + \frac{\Delta k^4 \mathbf{x}_d^2 (\Delta k^2 \mathbf{x}_d^2 - 8)r_L^2}{64} \dots\right) + I_0\left(\frac{\Delta k^2 \mathbf{x}_d^2}{8}\right) \left(\frac{4 - \Delta k^2 \mathbf{x}_d^2}{8} + \frac{(12\Delta k^2 \mathbf{x}_d^2 - 24 - \Delta k^2 \mathbf{x}_d^4)}{64} \Delta k^2 r_L^2 \dots\right) \right], \quad (27)$$

$$C_{v_d v_d}^{E.A.<}(\mathbf{x}_d) = \exp\left(-\frac{\Delta k^2 \mathbf{x}_d^2}{8}\right) \left[I_1\left(\frac{\Delta k^2 \mathbf{x}_d^2}{8}\right) \left(\frac{\Delta k^2 \mathbf{x}_d^2}{8} + \frac{\Delta k^4 \mathbf{x}_d^2 (8 - \Delta k^2 \mathbf{x}_d^2)}{128} r_L^2 \dots\right) + I_0\left(\frac{\Delta k^2 \mathbf{x}_d^2}{8}\right) \left(\frac{4 - \Delta k^2 \mathbf{x}_d^2}{8} + \frac{(12\Delta k^2 \mathbf{x}_d^2 - 24 - \Delta k^4 \mathbf{x}_d^4)}{128} \Delta k^2 r_L^2 \dots\right) \right], \quad (28)$$

Асимптотика для великих $kr_L > 1$ має вигляд

$$C_{v_d v_d}^{E.B.>}(\mathbf{x}_d) = \frac{\exp(-\Delta k^2 \mathbf{x}_d^2 / 4)}{\pi^{3/2} \Delta k r_L}, \quad (29)$$

$$C_{v_d v_d}^{E.A.>}(\mathbf{x}_d) = \frac{\Gamma\left(\frac{5}{4}\right) L_{-5/4}(-\Delta k^2 \mathbf{x}_d^2 / 4)}{\pi \sqrt{\Delta k} r_L}. \quad (30)$$

Підстановка у рівняння (14) кореляційних функцій (25)–(30) дозволяє отримати числові розв'язки для середньоквадратичного зміщення в наближенні моментами. Вони продемонстровані на Рис. 4. Видно, що середньоквадратичні зміщення із усередненнями потенціалу (25) та кореляційної функції (26), як наближені так і точні, задовільно відтворюють результат числового моделювання для $kr_L < 1$, проте для $kr_L > 1$ усереднення (26) не працює, в той час як наближений (29) і точний числовий розрахунок (25) результат для усереднення (25) задовільно відповідають моделюванню.

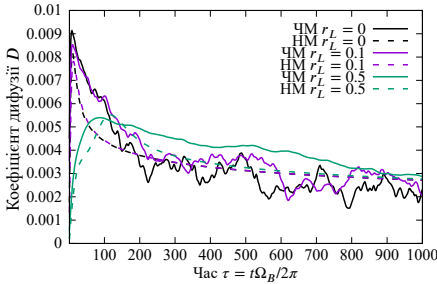


Рис. 5 Коефіцієнт дифузії для різних ларморівських радіусів r_L з числового моделювання (ЧМ), та наближення моментами (ММ)

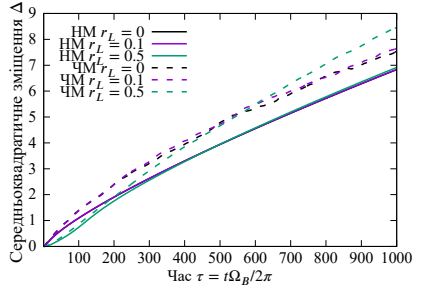


Рис. 6 Середньоквадратичне зміщення для різних ларморівських радіусів r_L з числового моделювання (ЧМ), та наближення моментами (ММ)

Цікавою є залежність еволюції коефіцієнта дифузії, Рис. 5, та середньоквадратичного відхилення, Рис. 6, від початкового ларморівського радіуса. Частинки із малим початковим радіусом Лармора мають більший коефіцієнт дифузії та середньоквадратичне відхилення на малих часах, які спадають з часом. А частинки із великими ларморівськими радіусами навпаки мають менші початкові значення коефіцієнта дифузії і середньоквадратичного зміщення, але з часом хоч і повільно, але зростають. Причому, на Рис. 5 та Рис. 6 видно, що ці криві перетинаються. Така особливість пояснюється малим відхиленням від траєкторії ведучого центра

частинок з малим початковим ларморівським радіусом – вони виявляються захопленими довше, ніж частинки з більшими ларморівськими радіусами, їхній рух є більш скорельованим.

З Рис. 5 та Рис. 6 також випливає, що залежність коефіцієнта дифузії чи середньоквадратичного зміщення від ларморівським радіусом в статичному випадковому полі змінюється з часом. Для випадкового поля змінного в часі масштабне співвідношення буде різним, для різних кореляційних часів.

Таким чином, визначено, що з двох методів усереднення коректнішим є усереднення випадкового потенціалу, показано що числові та наближені напіваналітичні розв'язки задовільно відтворюють результати прямого числового моделювання. Виявлено якісну різницю в залежності коефіцієнта дифузії та середньоквадратичного зміщення від часу для великих і малих ларморівських радіусів.

Розділ 4. У четвертому розділі вивчено перенесення частинок у випадковому електричному полі залежному від часу. Розглянуто поперечне до магнітного поля перенесення частинок та їхнє поздовжнє перенесення і нагрівання.

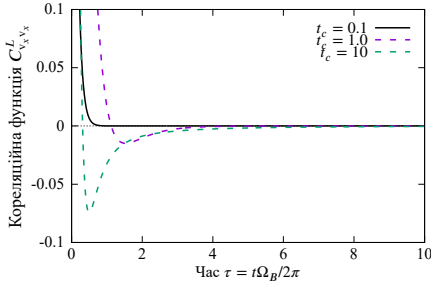


Рис. 7 Лагранжева кореляційна функція компонент дрейфової швидкості з наближення моментами (НМ) для різних кореляційних часів

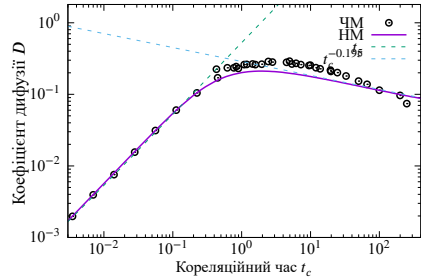


Рис. 8 Залежність асимптотичного коефіцієнта дифузії від часу кореляції поля з числового моделювання (ЧМ) та наближення моментами (НМ)

Поперечне перенесення розглянуто у випадковому полі, що змінюється в часі через стрибки випадкових фаз з певною ймовірністю та частотою

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = -\frac{2k_{max}^{1/2}\phi_0}{(\pi^{1/2}\Delta k N)^{1/2}} \sum_{s=1}^N \mathbf{k}_s \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\mathbf{k}_s}{\Delta k}\right)^2\right) \sin(-\mathbf{k}_s \mathbf{x} + \alpha_s(t)). \quad (31)$$

Стрибки фаз призводять експоненційного загасання в часі кореляційної функції (17) таких випадкових полів

$$C_{v_i v_i}^L(\mathbf{x}, t) \approx \exp(-t/t_c) C_{v_i v_i}^E(\Delta^{1/2}(t), r_L). \quad (32)$$

Розв'язок рівняння наближення моментами (14) з кореляційною функцією (32) дає залежність асимптотичного коефіцієнта дифузії від кореляційного часу t_c . На Рис. 7 показано, що наближення моментами задовільно відтворює поведінку лагранжевої кореляційної функції для різних часів кореляції поля. Залежність асимптотичного коефіцієнта дифузії від кореляційного часу подано на Рис. 8. Можна бачити, що

наш метод відтворює результати числового моделювання в широкому діапазоні значень t_c . Важливо, що при цьому метод описує перехід від квазікласичного режиму до перколяційного.

Повздовжній рух частинок в електричному полі зі стрибками фази $\alpha(t)$

$$E(x, t) = E_0 \cos(\omega_0 t - k_0 x + \alpha(t)). \quad (33)$$

досліджувався шляхом числового моделювання. Було розглянуто два типи стрибків фази. Для однорідних стрибків фази ймовірність стрибків $p = 0.2$ є незмінною, тобто не залежить від швидкості частинки. Для вповільнених стрибків фази ймовірність стрибків зменшується із наближенням швидкості частинок до фазової швидкості хвилі $p = 0.2 \left| 1 - k_0 \langle v(t) \rangle / \omega_0 \right|$, де усереднена швидкість частинок $\langle v(t) \rangle$. Перше припущення відповідає хвилі, фаза якої змінюється у плазмовому середовищі, де відбувається її взаємодія з частинками. Друге припущення відповідає іншому процесу, коли хвиля вже сформованою потрапляє в область взаємодії з частинками.

Результати числового моделювання перенесення частинок хвилею та їхнє нагрівання (33) із однорідними та вповільненими стрибками фаз продемонстровані на Рис. 9-14. Отримані результати показують, що хвилі зі стрибками фаз, що відбуваються в області взаємодії, ефективніше розігрівають частинки і збільшують їх дифузію.

Далі для оцінки внеску стрибків фази у нагрівання частинок ми порівнювали хвилі із регулярними фазами, хвилі зі стохастичними стрибками фази та окремі імпульси електричного поля. Було розглянуто поведінку частинок у полі, яке задано через потенціал

$$\phi(x, t) = \sum_{i=1}^{10} \frac{1}{5\sqrt{\pi}} \phi_0^2 \frac{k_{max}}{\Delta k} \exp\left(-\left(\frac{k_i - k_0}{\Delta k}\right)^2\right) \cos(\omega t - k_i x + \alpha_i + \beta(t)). \quad (34)$$

Для регулярних хвиль фаза була незмінною $\beta(t) = 0$. У другому випадку відбувалися стрибки фаз $\beta(t) \neq 0$, вони трапляються із частотою $\nu = 1$ або $\nu = 2$ та ймовірністю $p = 0.2$ або $p = 0.1$. В третьому випадку електричне поле мало вигляд коротких прямокутних імпульсів, що виникають з тією ж частотою та ймовірністю як і стрибки фаз.

Відповідні результати наведені на Рис. 9-14. Вони демонструють, що для резонансних частинок нагрівання хвилями із стрибками фаз ефективнішим за нагрівання регулярними хвилями. Але цікавішим є той факт, що в процес нагрівання залучаються нерезонансні частинки. Поряд із нагріванням, хвилі зі стрибковими фазами прискорюють або сповільнюють частинки до фазової швидкості хвилі. Крім того з наведених рисунків також впливає, що дія хвиль зі стрибками фази є подібною до дії випадкових окремих імпульсів поля.

Для поперечного перенесення за допомогою нашого методу (14) отримано залежність асимптотичного коефіцієнта дифузії від кореляційного часу випадкового поля. Вона відтворює результати числового моделювання та задовільно описує перехід від квазікласичного до перколяційного режиму перенесення. Для пов-

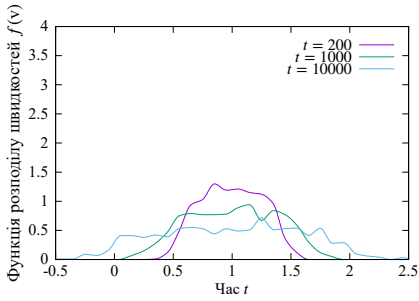


Рис. 9 Функція розподілу в просторі швидкостей для рівномірних стрибків фази

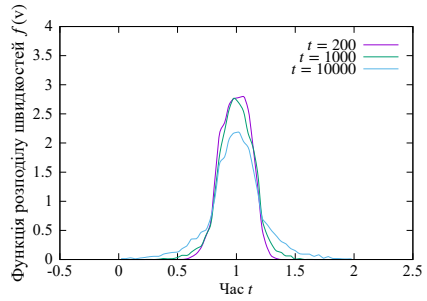


Рис. 10 Функція розподілу в просторі швидкості для сповільнених стрибків фази

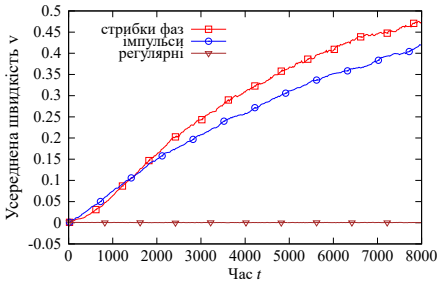


Рис. 11 Прискорення нерезонансних частинок у хвилях, $v_0 = 0$, $v_{ph} = 1$

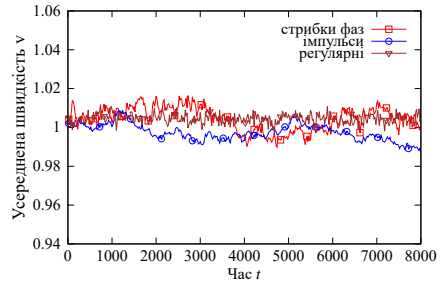


Рис. 12 Середні швидкості резонансних частинок, $v_0 = 1$, $v_{ph} = 1$

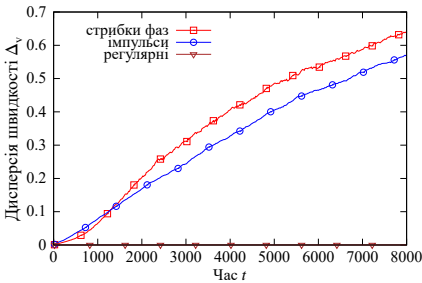


Рис. 13 Дисперсія швидкості нерезонансних частинок, $v_0 = 0$, $v_{ph} = 1$

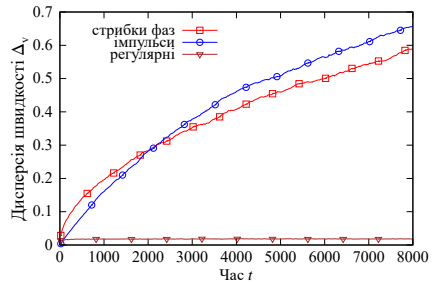


Рис. 14 Дисперсія швидкості резонансних частинок, $v_0 = 1$, $v_{ph} = 1$

здовжнього перенесення продемонстровано, що нагрівання частинок можливе для хвиль зі стрибковими фазами, а їх ефективність відповідає, або перевищує, дію окремих імпульсів.

ВИСНОВКИ

Сформульовано статистичні рівняння, що описують часову еволюцію середньоквадратичного зміщення частинок поперек магнітного поля під дією статичного випадкового електричного поля з довільними, як завгодно великими, часами кореляції. Важливою їх особливістю є те, що вони описують процес перенесення з урахуванням ефекту захоплення частинок на замкнені, чи близькі до них траєкторії. Врахування особливостей динаміки окремих груп частинок по різних еквіпотенціальним поверхням дозволило покращити відповідність аналітичних розрахунків результатам прямого числового моделювання. Виконано порівняння оригінального підходу з методом декорельованих траєкторій і показано його більшу ефективність та простоту застосування оригінального підходу. Розраховано еволюцію кореляційної функції, коефіцієнта дифузії та середньоквадратичного відхилення і показано, що їхня поведінка узгоджується з прямим числовим моделюванням. Узгодження розв'язків аналітичних рівнянь досягнуто без використання вільних параметрів.

Новий метод було узагальнено з метою врахування ефектів скінченного ларморівського радіусу. Показано, що розв'язки відтворюють результати моделювання як в області малих так і великих ларморівських радіусів. Знайдено, що інтенсивність дифузії по-різному залежить від ларморівського радіусу на малих та великих часових масштабах.

Запропонований аналітичний метод також розвинено для опису перенесення частинок у змінному в часі випадковому електричному полі. Отримано залежність асимптотичного коефіцієнту дифузії від часу кореляції в системі. Показано, що метод відтворює як квазілінійну поведінку статистичних характеристик для малих кореляційних часів, так і перколяційну поведінку для великих кореляційних часів.

Порівняно інтенсивності нагрівання частинок хвилями з регулярними фазами та стрибками фаз, а також зі стохастичними імпульсами. Виявлено подібність дії на частинки хвиль зі стрибками фаз та окремих імпульсів поля. Показано, що стрибки фаз хвилі значно підвищують інтенсивність нагрівання резонансних частинок, а також залучають до цього процесу нерезонансні частинки з широкого інтервалу початкових швидкостей. Розглянуто нагрівання частинок та їх прискорення хвилями з регулярними фазами, стрибками фаз та стохастичними імпульсами, показано подібність між впливом стрибків фаз та дією окремих імпульсів поля.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ РОБОТИ

- [1] O. Cherniak, «Particle's Diffusion in a Two-Dimensional Random Velocity Field», *Ukrainian Journal of Physics* **60**, 1196–1210, ISSN: 2071-0186 (2015) DOI: 10.15407/ujpe60.12.1196.
- [2] V. Zasenکو, A. Zagorodny, and O. Chernyak, «Particle Diffusion in a Wave with Randomly Jumping Phase», *Problems of Atomic Science and Technology* **95**, 62–64, ISSN: 1562-6016 (2015).
- [3] V. Zasenکو, O. Cherniak, and A. Zagorodny, «Subensemble concept in 2D magnetized particle transport model», *Problems of Atomic Science and Technology* **106**, 77–80, ISSN: 1562-6016 (2016).
- [4] O. Cherniak, V. Zasenکو, and A. Zagorodny, «Finite Larmor Radius Effects on Turbulent Transport of Test-Particles», *Problems of Atomic Science and Technology* **106**, 96–99, ISSN: 1562-6016 (2016).
- [5] V. Zasenکو, A. Zagorodny, and O. Cherniak, «Impact of Wave Phase Jumps on Stochastic Heating», *Problems of Atomic Science and Technology* **107**, 60–63, ISSN: 1562-6016 (2017).
- [6] O. Cherniak and V. Zasenکو, «Finite Larmor Radius Effects on a Test-Particle Diffusion», *Ukrainian Journal of Physics* **62**, 495–501, ISSN: 2071-0186 (2017) DOI: 10.15407/ujpe62.06.0495.
- [7] V. Zasenکو, A. Zagorodny, and O. Cherniak, «Magnetized Particle Diffusion in a Random Electric Field with Jumping Phase», *Problems of Atomic Science and Technology* **116**, 246–267, ISSN: 1562-6016 (2018).
- [8] A. Chernyak, «Test-particle transport in external fields», in "Program and Abstracts, Young Scientists Conference "Modern Problems of Theoretical Physics": Kyiv, Ukraine, December 22-24, 2010 (2010), p. 62.
- [9] О. Черняк та В. Засенко, «Феноменологічні моделі опису перенесення тестових частинок у зовнішніх полях», укр., в "Збірка тез, 11-та Всеукраїнська школа-семинар та конкурс молодих учених зі статистичної фізики та теорії конденсованого стану: Київ, Україна, Червень 1-3, 2011 (2011), с. 57.
- [10] О. Черняк, «Дифузія у замороженому випадковому полі швидкостей», укр., в "Програма. Збірник анотацій. Спсик учасників, Українська конференція з фізики плазми та керованого термоядерного синтезу": Київ, Україна, Жовтня 25-26, 2011 (2011), с. 56.
- [11] O. Chernyak, «Transport of magnetized particles in a frozen turbulent electric field», in "Program and Abstracts, Young Scientists Conference "Modern Problems of Theoretical Physics": Kyiv, Ukraine, October 23-26, 2012 (2012), p. 58.
- [12] О. Черняк, А. Загородній та В. Засенко, «Перенесення частинок у випадковому електричному полі», укр., в "Програма. Збірник анотацій. Спсик учасників, Українська конференція з фізики плазми та керованого термоядерного синтезу": Київ, Україна, Вересня 24-25, 2013 (2013), с. 53.
- [13] А. Черняк, «Particle diffusion in two-dimensional random velocity field», рус., в "Сборник анотаций докладов, 18 международная научная конференция

молодых ученых и специалистов к 105-летию Н.Н. Боголюбова: Дубна, РФ, Февраля 24-28, 2014 (2014), с. 39.

- [14] О. Cherniak, «Finite larmor radius effects on test-particle diffusion in frozen random field», in "Book of Abstracts, International conference-school on plasma physics and controlled fusion": Kharkiv, Ukraine, September 15-18, 2014 (2014), p. 62.
- [15] О. Черняк та В. Засенко, «Динаміка підансамблів замагнічених частинок у випадковому електричному полі», укр., в "Програма. Збірник анотацій. Список учасників, Українська конференція з фізики плазми та керованого термоядерного синтезу": Київ, Україна, Вересня 22-23, 2015 (2015), с. 36.
- [16] О. Cherniak, V. Zasenکو, and A. Zagorodny, «Finite larmor radius effects on turbulent transport of test-particles», in "Book of Abstracts, International conference-school on plasma physics and controlled fusion": Kharkiv, Ukraine, September 12-15, 2016 (2016), p. 82.
- [17] О. Черняк та В. Засенко, «Перенесення частинок у випадковому полі зі скінченним часом кореляції», укр., в "Тези доповідей, 24 Щорічна наукова конференція Інституту ядерних досліджень НАН України": Київ, Україна, Квітня 10-13, 2017 (2017), с. 183.
- [18] О. Cherniak and V. Zasenکو, «Test-particle diffusion in random electric field», in "Book of Abstracts, 14-th Kudowa Summer School "Towards Fusion Energy"": Kudowa-Zdroj, Poland, June 4-8, 2018 (2018), p. 56.

АНОТАЦІЯ

Черняк О.М. Перенесення замагнічених частинок у випадковому електричному полі — Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 — теоретична фізика. — ІТФ ім. М.М. Боголюбова НАН України, Київ, 2019

У дисертаційній роботі досліджено перенесення заряджених частинок поперек постійного магнітного поля під дією випадкового електричного поля. Для опису перенесення частинок в широкому інтервалі кореляційних часів зовнішніх випадкових полів розроблено оригінальний метод, який враховує ефект захоплення частинок. На основі цього методу знайдено асимптотичний коефіцієнт дифузії, який демонструє перехід від квазілінійного режиму для малих кореляційних часів до перколяційного режиму для великих, а в границі нескінченного кореляційного часу асимптотичний коефіцієнт дифузії прямує до нуля. Цей метод узагальнено для врахування ефектів скінченного ларморовського радіусу. Показано, що інтенсивність дифузії по-різному залежить від ларморовського радіусу на малих та великих часових масштабах. Отримано узгодженість аналітичних розрахунків із результатами прямого числового моделювання. Розвинутий метод є ефективнішим та простішим у застосуванні ніж відомі раніше методи. Показано, що стрибки фаз хвилі значно підвищують інтенсивність нагрівання як резонансних так і не резонансних частинок.

Ключові слова: перенесення частинок, аномальна дифузія, скінченний радіус Лармора, кореляційні функції, випадкові поля, числове моделювання.

АННОТАЦИЯ

Черняк А.Н. Перенос замагниченых частиц в случайном электрическом поле — Рукопись.

Диссертация на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 — теоретическая физика. — ИТФ им. Н.Н. Боголюбова НАН Украины, Киев, 2019

В диссертационной работе исследован перенос заряженных частиц поперек постоянного магнитного поля под действием случайного электрического поля. Для описания переноса частиц в широком интервале корреляционных времен внешних случайных полей разработан оригинальный метод, учитывающий эффект захвата частиц. На основе этого метода найдено асимптотический коэффициент диффузии, который демонстрирует переход от квазилинейного режима для малых корреляционных времен до перколяционного режима для больших, а в пределе бесконечного корреляционного времени асимптотический коэффициент диффузии стремится к нулю. Этот метод обобщен для учета эффектов конечного ларморовского радиуса. Показано, что интенсивность диффузии по-разному зависит от ларморовского радиуса на малых и больших временных масштабах. Получено согласованность аналитических расчетов с результатами прямого численного моделирования. Развинутый метод является более эффективным и простым в применении чем известные ранее способы. Показано, что прыжки фаз волны значительно повышают интенсивность нагрева как резонансных так и не резонансных частиц.

Ключевые слова: перенос частиц, аномальная диффузия, случайные поля, конечный радиус Лармора, корреляционные функции, численное моделирование.

ABSTRACT

Cherniak O.M. Magnetized particles transport in a random electric field — Manuscript.

Thesis for the Doctor of Philosophy degree (Candidate of Science in Physics and Mathematics) in speciality 01.04.02 — theoretical physics. — Bogolyubov Institute for Theoretical Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, 2019

Charged particle transport in external electric and uniform magnetic fields is studied by analytical method and direct numerical simulation. Particle heating and acceleration by electric field with jumping phase along magnetic field is studied numerically.

Transport processes play significant role in evolution of plasma systems. Plasmas in nature and laboratory are usually in non-equilibrium state. Due to various instabilities in such plasmas intensive eigenmodes are excited. Nonlinear interactions between these modes leads to a turbulent state of plasma. Turbulent fields intensity can significantly exceed the plasma equilibrium level, so particle transport will be determined by interaction with these intensive fields. Such anomalous transport, due to particles scattering with random fields, differs considerably from collisional transport in equilibrium plasma. Thus special theoretical approaches to examine anomalous transport are needed.

Commonly for interpretation of experimental data and simulation results phenomenological models are used. However phenomenological approaches only partly explain mechanisms of anomalous transport, for this reason a study of anomalous transport on the basis of microscopic equations is important.

However, there is no mathematically consistent theory of turbulent transport in general case developed yet. So several approximations are used. For high-frequency fields the assumption of Gaussian distribution of particle displacements can be applied. But according to a numerical simulation this assumption is invalid for high-intensive low-frequency fields, e.g. drift waves, which are considered to be a cause of anomalous transport in fusion devices. Transport problem for low-frequency long-correlated fields is rather complicated even for external fields, which are used as necessary step to self-consistent problem.

There are Corrsin approximation, which is valid for a small correlation times, and decorrelation trajectories method, which qualitatively reproduces results of numerical simulation for large finite correlation times and accounts for particle trapping effects. But, in limit of infinite correlation time, when particle trapping effect is most pronounced, neither Corrsin approximation, nor decorrelation trajectories method reproduce results of direct numerical simulation.

In our work the statistical equations for a time evolution of particle mean-square displacement across uniform magnetic field undergoing static random electric field were formulated. The particle trapping effect, i.e. particle motion along closed equipotential lines, is accounted. Detailed consideration of specific particle dynamics on different equipotential lines allowed to improve the correspondence of analytical calculations to the results of direct numerical simulation. A comparison of the original approach based on these statistical equations with the method of decorrelated trajectories was made, it

demonstrated efficiency and simplicity of the original approach. The evolution of correlation function, diffusion coefficient and mean square displacement was calculated and agreement with direct numerical simulation was achieved without use of free parameters.

Despite particle transport is usually determined by gyrocenter motion in a drift approximation, for energetic particles the effect of finite Larmor radius can't be neglected because of strong influence on transport. The statistical equations of original analytical approach were formulated for a gyrocenter motion. Using gyroaveraging procedure it was generalized to account for finite Larmor radius effects. The two methods of gyroaveraging were considered and the more accurate one was chosen for further application. Obtained statistical equations were validated for both small and large Larmor radii. An interesting feature of different dependence of diffusion intensity on Larmor radius for small and large time scales was found. The solutions of generalized statistical equations are in agreement with the results of direct numerical simulation as well.

Our analytical approach was generalized as well to account for particle transport in a random electric field with finite correlation time, where particles only partially trapped. Analytical approximation reproduced transition from quasi-linear behavior of statistical characteristics for small correlation times to a percolation behavior for large ones. The asymptotic diffusion coefficient obtained by analytical approximation for a finite correlation time is in agreement with direct numerical simulation.

Along with plasma confinement there is another important problem of efficiency improvement of plasma heating in fusion devices. One of the possible ways of plasma heating is application of electric waves with jumping phase, which can be more efficient than harmonic ones. Further, the intensity of particle heating by field of stochastic pulses, fields with a set of regular phases and set of waves with phase jumps was compared. The similarity of effects on particles by field of waves with phase jumps and field of stochastic pulses was shown. The considerable increase of the heating intensity of resonance particles was demonstrated. The involvement in heating process of nonresonance particles from a wide range of initial velocities was obtained.

Keywords: particle transport, anomalous diffusion, random fields, finite Larmor radius, correlation functions, numerical simulation.

Черняк Олександр Миколайович

Перенесення замагнічених частинок у випадковому електричному полі. (Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук.)

Зам. – 6. Формат 60 × 84/20. Обл.-вид. арк. – 1.20

Підписано до друку 23.05.2019. Тираж 100 прим.

Поліграфічна дільниця Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН
України,
03143 м. Київ, вул. Метрологічна, 14б.

