

ВІДГУК ОФІЦІЙНОГО ОПОНЕНТА

на дисертацію Лашкіна Володимира Михайловича

“СТІЙКІ НЕЛІНІЙНІ КОГЕРЕНТНІ СТРУКТУРИ В ДИСПЕРГУЮЧИХ
СЕРЕДОВИЩАХ”,

представлену на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних
наук

за спеціальністю 01.04.02 – теоретична фізика

Дисертація Лашкіна В. М. присвячена аналізу солітонних станів (одновимірних або двовимірних локалізованих солітонів, вихорів та інших) для широкого класу нелінійних середовищ з дисперсією, таких як плазма, Бозе-Ейнштейнівські конденсати, оптичні середовища. Солітони та багатосолітонні розв'язки визначають нелінійні когерентні структури в таких середовищах, їх можна розглядати як колективні збудження нелінійного типу. Такі стани досліджуються вже майже сторіччя, досить відзначити роботи Скірма зі співавторами, присвячені аналізу одновимірних солітонів типу кінків та опубліковані в 30-ті роки минулого сторіччя. Однак до 60-х років ХХ сторіччя інтерес фізиків-теоретиків зосереджувався більшою мірою на лінійних колективних збудженнях (плазмони, фонони, магнони, велика різноманітність лінійних хвиль у магнітоактивній плазмі) та їх взаємодії в наближенні випадкових фаз (кінетичні рівняння, релаксаційні явища). Однак на початку 70-х років виникає солітонний бум, і поняття солітон, яке дозволяє описувати властивості речовини поза рамками теорії збурень, проникає в багато областей фізики. Вивчення нелінійних структур важливо як у загальнофізичному плані, так і для практичних додатків, серед яких відзначимо таку важливу проблему як керований термоядерний синтез. У теперешній час концепція когерентних нелінійних явищ проникнула майже в усі сфери людської діяльності, включаючи медицину, фінанси, оптимізацію транспортних потоків і так далі. У силу цього актуальність теми дисертації В. М. Лашкіна, присвяченої аналізу широкого класу солітонних проблем, не викликає сумніву.

У дисертації В. М. Лашкіна чітко сформульована мета, постановка задач, висвітлено наукову новизну та вирішено цілий ряд важливих задач теоретичної фізики.

Дисертація складається із вступу та шести розділів, список літератури складається з 305 посилань. У **вступі** обґрунтована актуальність теми й розкрита новизна отриманих результатів, а також їх можливе практичне застосування.

Значну частину дисертаційної роботи, як за обсягом (більш 100 сторінок, тобто майже третина роботи; майже 500 формул - мабуть, забагато для одного розділу) займає **перший розділ**. У цьому розділі зібрані всі

результати автора, пов'язані з теорією збурень, що базується на методі зворотньої задачі розсіювання (далі МЗЗР). Такий підхід є найбільш загальним, він розвивався багатьма авторами (Косевич і Потеміна, Кившарь, Маломед та ін.); він дозволяє враховувати N-солітонні ефекти, та безперервні (несолітонні) ступені свободи, тобто випромінювання (брижі, квазілінійні хвилі). Істотним внеском автора є те, що він вперше побудував теорія збурень із застосуванням МЗЗР для нелінійного рівняння Шредингера (далі НРШ) з неспадаючими граничними умовами. Це суттєво ускладнює формалізм – зокрема, спектральна задача повинна формулюватися не на звичайній комплексній площині спектрального параметра, як для «нульових» граничних умов, а на більш складній римановій поверхні. Є і якісні відмінності в результатах. Наприклад, автором передбачено ефект безпорогового (на відміну від фокусуєчого НРШ) виникнення темних солітонів під впливом зовнішнього збурення (загалом кажучи, як завгодно малого). Автором розглянуто різні типи збурень, що приводять до конкретних фізичних задач, важливих для застосування в нелінійній оптиці. У цьому ж розділі вивчено й модифіковане НРШ з спадаючими граничними умовами у фізичній моделі, відповідної до поширення ультракоротких лазерних імпульсів у нелінійному оптичному середовищі.

Розвинутий формалізм може бути застосовним до різних моделей у теорії конденсованих середовищ, плазмі, Бозе-Ейнштейнівських конденсатах та ін., що приводять до дефокусуєчого НРШ. Цей підхід застосовано автором для аналізу ряду фізичних задач. Серед них відзначимо не тільки стандартне дефокусуєче НРШ з неспадаючими на нескінченності граничними умовами, але й НРШ з похідною при нелінійності (деривативне НРШ), а також модифіковане НРШ (симбіоз НРШ і деривативного НРШ). Для всіх цих випадків отримано еволюційне рівняння для матриці розсіювання в присутності збурень, з якого випливають рівняння для дискретних (солітонних) і безперервних даних розсіювання.

У цьому ж розділі для деривативного НРШ з неспадаючими граничними умовами знайдено N-солітонні розв'язки, що описують зіткнення між світлими й темними солітонами, а також бризерами (відповідні односолітонні розв'язки були відомі раніше). При цьому автором дисертації вводиться досить вдала класифікація розв'язку як $K+M$ ($N=K+M$) розв'язку, для якого в асимптотиці є K бризерів і M солітонів (темних або світлих). Розв'язки застосовані для опису альфвенівських солітонів у плазмі при розповсюдженні уздовж зовнішнього магнітного поля (спадаючі граничні умови) або під кутом до нього (неспадаючі граничні умови). Отримано рівняння для спектральних даних у присутності зовнішніх збурень та вивчено конкретні випадки - кінцева провідність плазми (за рахунок зіткнень), нелінійне загасання Ландау, флуктуації густини плазми. Тут же аналітично вирішена задача про виникнення альфвенівських солітонів з обмеженого в просторі початкового збурення. Цікаво відзначити, що можливі (залежно від параметрів збурення) різні сценарії генерації солітонів

– одночасно бризери, світлі й темні солітони, або тільки темні і т.д.. При цьому аналітичні результати підтверджені в дисертації й прямим чисельним моделюванням, зокрема (найпростіший випадок – фазовий розрив на постійному фоні) із представлених рисунків видно повна згода швидкості виниклого темного солітона зі знайденим аналітичним значенням.

Другий розділ присвячений нелінійним структурам (солітонам, вихорам, нелінійним періодичним хвилям) у плазмі при врахуванні взаємодії хвиль із різними типами дисперсії (у лінійному наближенні). Тут виникає цікава можливість реалізації ефективної нелокальності (дисперсії хвилі або нелінійності), що може приводити до існування стійких неодновимірних солітонів. Зокрема, запропоновано рівняння для нелінійних хвиль поблизу іонно-циклотронного плазмового резонансу, у якому дисперсія є досить нетривіальною: звичайна «лінійна» дисперсія «вимикається» при більших хвильових векторах. Автором дисертації отримано нелінійні рівняння, що описують взаємодію верхньогібридної плазмової хвилі з магнітозвуковою хвилею. Чисельно знайдено нелінійні структури у вигляді фундаментального солітона, мультисолітонов (дипольний, квадрупольний, двогорбий) і солітони у вигляді кільця з радіально симетричною амплітудою й нулем поля в центрі (ці солітони автор називає вихорами, що, по-моєму, не цілком правильно, див. нижче). Знайдено умови стійкості цих солітонів, причому використовується найбільш прямий і надійний метод Ляпунова (що раніше використовувався в подібних задачах Захаровим і Кузнецовим). Аналітичні розрахунки підтверджуються чисельним моделюванням, при цьому чітко продемонстровано, як з майже однорідного фона за рахунок передбаченої автором модуляційної (філаментарної) нестійкості виникає солітон, що досить довго співіснує з турбулентним оточенням. Ще одним важливим результатом цього розділу є опис “швидких” (з швидкістю близької до швидкості пучка) солітонів, що спостерігалися в експерименті, але, що не пояснюються раніше існуючими теоріями.

У **третьому розділі** дисертації розглядаються двовимірні та тривимірні нелінійні структури в плазмі, пов'язані з тими гілками коливань, які мають дисперсію акустичного типу (такого ж типу, як для голдстоунівських збуджень, для яких частота звертається в нуль при нульовому хвильовому векторі). Прикладом є дрейфові хвилі, що виникають при врахуванні неоднорідності рівноважної густини й/або температури плазми. Двовимірний дрейфовий солітон відомий досить давно (аналітичний розв'язок Ларичева-Резніка - модон), але в дисертації вирішено цілий ряд важливих задач щодо взаємодії двовимірного модона з лінійними дрейфовими хвилями – розсіюванню й захопленню хвиль модоном. Найбільший інтерес, на мою думку, представляє узагальнення автором двовимірного випадку на тривимірний і точного аналітичного розв'язку для тривимірного “модона”. Дуже цікава чисельна демонстрація абсолютно пружних зіткнень таких модонів, точно таких, як для зіткнень одновимірних солітонів у повністю інтегрованих моделях типу Кортевега-де Фриза, НРШ, sine-Gordon. Раніше

такі ефекти, наскільки мені відомо, не спостерігалися. Це спостереження можна оцінити як пріоритетний результат світового рівня. Питання, чому які ефекти існують, не ясний - автор зв'язує його з існуванням додаткових інтегралів руху.

У цьому ж розділі вивчаються зональні течії на дрейфових гілках коливань – тобто двовимірні структури із залежністю від тільки однієї координати. Ці зональні течії представляють аналоги зональних течій в атмосферах планет, що обертаються, (Юпітер). Автор дисертації розв'язав ряд задач по впливу нестійкостей на генерацію зональних течій і вказав на першочергову важливість досліджень зональних течій та їх нестійкостей у високотемпературній (термоядерній) плазмі.

Четвертий розділ присвячено багатовимірним структурам у моделях з нелокальною нелінійністю й з'ясуванню умов їх стійкості. Автором ще раз продемонстровано, що нелокальність сприяє стійкості солітонів. Чисельно знайдено структури у вигляді дипольних і квадрупольних солітонів і вихорів (тут і далі я зберігаю термінологію автора, див. розділ «зауваження»), які не колапсують. Отримані також солітони, стаціонарні в обертовій системі відліку, які автор назвав азимутонами і які докладніше вивчаються в розділах 5 і 6 дисертації. У якості фізичних додатків розглядаються модельна задача про нелокальну нелінійність з гауссовським відгуком і теплова нелінійність у плазмі. Розглянуто також важливий фізичний приклад нелокальної нелінійності, обумовленої диполь-дипольною взаємодією в Бозе-Ейнштейнівських конденсатах газів нейтральних атомів з великими магнітними моментами, наприклад, реалізованих експериментально газах Rb^{87} або Na^{23} .

У **п'ятому розділі** автор розглядає введені їм раніше азимутонні структури (азимутони), які являють собою принципово неодновимірні локалізовані структури з ненульовим власним моментом імпульсу. Азимутони можна трактувати як якісь проміжні стани між мультисолітонами і радіально симетричними вихорами. Така структура має довільне число піків інтенсивності й нетривіальну просторову фазову структуру. У якості моделі розглядалося двовимірне та тривимірне НРШ з утримуючим параболічним потенціалом. Фізично це відповідає Бозе-Ейнштейнівському конденсату в зовнішній магнітній або оптичній пастці. Наявність утримуючого потенціалу формально еквівалентно дефокусуєчій нелінійності, що зберігає солітон від колапсу й приводить до можливості стійких як двовимірних, так і тривимірних азимутонів. Цікавим є факт, що навіть при наявності досить сильного початкового шумового збурення тривимірний азимутон є стійким. Для знаходження чисельних розв'язків у вигляді азимутонів автором дисертації розроблено оригінальний багатоступінчастий чисельний алгоритм, який може бути корисним і в інших солітонних задачах.

Шостий розділ присвячено векторним нелінійним структурам у двокомпонентних Бозе-Ейнштейнівських конденсатах з утримуючим

потенціалом, які характеризується двома конденсатними хвильовими функціями. Знайдено чисельно векторні пари солітон-вихор, вихор-вихор, солітон-азимутон, азимутон-азимутон. Як вказувалося в п'ятому розділі дисертації потенціал, що втримує, сприяє стабілізації, і в певному діапазоні параметрів знайдені структури або стійкі, або характеризуються аномально малим інкрементом нестійкості. При цьому для пари солітон-азимутон виникає цікавий приклад спонтанного порушення симетрії задачі. Порушується радіальна симетрія солітонної компоненти, яка випробовує тетрагональну деформацію - замість кола проекція амплітуди на площину має квадратовидну форму. Цей ефект пояснено тим фактом, що несиметричний азимутон служить фактично зовнішнім потенціалом.

У якості зауважень по дисертації В. М. Лашкіна можна відзначити наступне:

1. Розподіл матеріалу по розділах представляється мені неоптимальним, наприклад, сумарний об'єм розділів 5 і 6 суттєво менше, чим розділ 1.
2. Автор пише «якщо вхідні імпульси коротше за 1 пс...спектральна ширина імпульсу стає порівнянною з несучою частотою» Насправді, для оптичного й близького інфрачервоного діапазонів ці величини не зрівнюються й при довжині імпульсу порядку 100 фс.
3. Автор використовує термін «вихор» для всіх станів з азимутальною залежністю фази комплексної динамічної змінної. Мені представляється, що це не цілком коректно – у фізику конденсованих середовищ під вихорами звичайно розуміють тільки стани з нетривіальним топологічним зарядом π_1 , що має на увазі ненульову амплітуду вдалині від вихору. Зокрема, автор пише про «топологічний заряд» азимутона, не пояснюючи, що він має на увазі.
4. Було б корисно порівняти характеристики запропонованих автором «азимутонів» та топологічних локалізованих солітонів - скірміонів, відомих у теорії магнетизму. Усі ці стани мають ненульовий власний момент імпульсу.
5. У розділі 4 (с. 252) умова застосовності дельта-функційного наближення повинне містити нерівність протилежного знака.

Зроблені зауваження не знижують загальної високої оцінки конкретних результатів, отриманих у даній дисертаційній роботі. Зауваження 5 зв'язане, імовірно, з друкарською помилкою. У мене немає сумнівів, що дисертаційна робота В. М. Лашкіна є цілісною й завершеною науковою працею, у якій містяться оригінальні й важливі результати по актуальному напрямку сучасної теоретичної фізики – фізиці нелінійних структур у нелінійних середовищах з дисперсією.

Результати дисертації вчасно й у повному об'ємі опубліковані в 27 статтях (з них 11 без співавторів) у провідних спеціалізованих наукових журналах (тільки в Physical Review 11, з них 8 без співавторів), доповідалися й обговорювалися на авторитетних конференціях і семінарах. Наукові результати, представлені в дисертації В. М. Лашкіна, досить відомі наукової громадськості, широко використовуються в усьому світі й добре цитуються. Так, за даними бази ISI Web of Science стаття [15] (за авторефератом) цитувалася 123 рази, стаття [13] 52 рази; по Google Scholar число цитувань цих робіт, відповідно, 135 і 66. Автореферат дисертації повністю відображає зміст і результати дисертації. Результати дисертації мають практичну цінність і можуть ефективно застосовуватися при проведенні подальших теоретичних досліджень і при плануванні експериментів в області фізики плазми, нелінійної оптики, а також при дослідженні Бозе-Ейнштейнівських конденсатів.

Враховуючи актуальність теми дисертації, об'єм проведених досліджень, рівень і кількість публікацій та новизну отриманих результатів вважаю, що дисертаційна робота "Стійкі нелінійні когерентні структури в диспергуючих середовищах" повністю відповідає всім вимогам МОН України щодо докторських дисертацій, а її автор **Лашкін Володимир Михайлович**, без сумніву, заслуговує на присудження йому наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 – теоретична фізика.

Офіційний опонент

доктор фізико-математичних наук, професор,
член-кореспондент НАН України,
завідувач лабораторії магнітних матеріалів
Інституту магнетизму НАН України та МОН України



Б. О. Іванов

Підпис Іванова Бориса Олексійовича засвідчую:

Вчений секретар Інституту магнетизму НАН України та МОН України,
кандидат фізико-математичних наук

А. О. Хребтов