



## ВІДГУК ОФІЦІЙНОГО ОПОНЕНТА

на дисертацію Лашкіна Володимира Михайловича

“Стійкі нелінійні когерентні структури в диспергуючих середовищах”,  
представлену на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних  
наук за спеціальністю 01.04.02 – теоретична фізика

Дослідження нелінійних когерентних структур є однією з актуальних задач сучасної теоретичної фізики. Важлива роль нелінійних структур, таких як солітони та вихори визначається тим, що зазвичай вони є стійкими когерентними (з синхронізацією фаз гармонік) утворенням, тому збудження в хвильових середовищах з дисперсією, де можливе існування лінійних хвиль, має тенденцію розпадатися на солітони та квазілінійні вільні хвилі. Між нелійними й дисперсійними ефектами може встановлюватися рівновага. У цьому випадку виникають нелінійні хвилі й солітони. Головною властивістю солітона є його стійкість, хоча істотною є і його просторова локалізованість. Дисперсійне розпливання хвильового пакета стримується в солітоні нелінійною кореляцією фаз. Поведінка одновимірних (в деяких випадках й двовимірних) солітонів у рівняннях, розв'язуваних методом оберненої задачі розсіювання (МОЗР), таких як, наприклад рівняння Кортевега де-Фріза (КдФ), синус-Гордон (СГ), нелінійне рівняння Шредингера (НРШ), описується добре розвинутою математичною теорією. В реальних фізичних задачах такі повністю інтегровні рівняння в сенсі МОЗР часто містять додаткові члени, які порушують інтегровність, тому вони враховуються за допомогою теорії збурень. В дисертації автором саме й розвинуто теорію збурень, що ґрунтується на МОЗР, для деяких інтегровних моделей поряд з дослідженням відповідних фізичних задач.

Стійкість солітонів представляє досить складну проблему. Особливо далека вона від розв'язання у випадку багатовимірних і дисипативних солітонів, де часто доводиться обмежуватися лише якісними міркуваннями та чисельним моделюванням. Автор дисертації, на мою думку, успішно вирішив ряд задач стосовно стійкості багатовимірних солітонних структур.

Вирішальний вплив на розвиток теорії нелінійних хвиль справила ідея Кортевега та де Фріза. Суть її полягає в тому, що хвильові рівняння вдається значно спростити, не втрачаючи при цьому основних особливостей описуваних ними явищ. Необхідно тільки стежити за збереженням дисперсійних і нелінійних членів з однаковою ступенем точності. При цьому часто виявляється, що ті самі рівняння описують явища різної фізичної природи. Так в дисертації В. М. Лашкіна розглядаються нелінійні хвилі в плазмі, Бозе-Ейнштейнівських конденсатах (БЕК) (ультраохолодних газах), нелінійні оптичні середовища. Проте, в багатьох випадках теоретико-математичний апарат, аналогічний розробленому автором дисертації, може бути застосовано і для інших галузей фізики таких як магнетизм, теорія



надпровідності, динаміка суцільних середовищ. Виходячи з цього актуальність теми досліджень не викликає сумніву.

Дисертація складається з вступу, шести розділів та висновків та переліку посилань з 305 найменувань. Кожний розділ основної частини закінчується висновками, у яких сформульовані основні результати, отримані в цьому розділі. У **вступі** висвітлено обґрунтування теми досліджень та наукова новизна отриманих результатів. Одержані автором результати представлені в розділах з першого по шостий. Всі ці результати є **новими** та оригінальними, а для аналізу новизни я зосереджуся на кожному розділі роботи окремо.

**Перший розділ** присвячений застосуванню МОЗР до розв'язування низки рівнянь що належать до сімейства НРШ. На мою думку найбільш важливим результатом є знаходження  $N$ -солітонних розв'язків для деривативного нелінійного рівняння Шредингера з неспадаючими граничними умовами. До цього слід додати аналітичне передбачення одночасного виникнення бризерів, світлих та темних солітонів для задачі Коші з "прямокутною" початковою умовою. Також в цьому розділі було вперше розроблено теорію збурень на основі МОЗР для темних солітонів в дефокусуєчому звичайному НРШ, та теорію збурень для модифікованого НРШ що поєднує в собі модифіковане та деривативне НРШ. За допомогою розробленої теорії збурень розраховано випромінювання солітона викликане випадковими просторовими збуреннями його почткової форми та для випадкового за часом та за простором збурення, знайдено середні спектральні потужності випромінювання.

В **другому та третьому розділах** розглядалися нелінійні хвильові процеси в плазмі. Зокрема вивчались питання взаємодії т.зв. верхньогібридних плазмових хвиль з кінетичними магнітнозвуковими хвилями, динаміки іонно-циклотронних хвиль, модуляційної нестійкості електронних пучків у плазмі. Серед результатів **другого** розділу вважаю найважливішим строге доведення відсутності колапсу для *solitonnyh* верхньогібридних хвиль за рахунок нелокальної нелінійності та чисельне підтвердження цього доведення шляхом демонстрації виникнення солітона з майже просторово-однорідної початкової умови. Іншим безперечно важливим результатом є отримання нового нелінійного рівняння для опису іонно-циклотронних хвиль з лінійною дисперсією. Слід відзначити нетривіальний лінійний закон дисперсії для цього рівняння, в якому частота обернено-пропорційна хвильовому числу. В **третьому розділі** вивчались дрейфові хвильові процеси, та, зокрема дрейфові вихори (*модони*). Було отримано низку нових результатів для розсіяння дрейфових хвиль на двовимірних модонах. Досліджено захоплення дрейфових мод на модонах, знайдено частоти захоплених мод, а також амплітуди те перерізи розсіяння електромагнітних хвиль на модонах. Проте найважливішим на мою думку є виведення тривимірних рівнянь руху для потенціалу електричного поля (узагальнення рівняння Хасегави-Міми) та знаходження точного



аналітичного розв'язку для тривимірного модона, а також чисельна демонстрація пружних зіткнень між модонами.

В **четвертому розділі** досліджувались солітони і вихори в середовищах з нелокальною нелінійністю. До таких середовищ належать нелінійні оптичні хвилеводи, частково іонізована плазма та БЕК. Врахування нелокальної нелінійності є надзвичайно **актуальним** напрямком досліджень оскільки більш точно враховує нелінійні ефекти. Показано, що дипольні солітони в оптичних хвилеводах є стійкими якщо їхня енергія перевищує деяке критичне значення. Знайдено критерії стійкості для двовимірних дипольних, трипольних, квадрупольних солітонів в частково іонізованій плазмі, а також для дипольних, квадрупольних солітонів, вихорів та азимутонів в БЕК. Відзначу також детальне дослідження тривимірних вихорів в БЕК, зокрема аналіз стійкості. Автором було встановлено що в сферично симетричних пастках нелокальність сприяє стійкості цих вихорів, а для витягнутих пасток навпаки, ефект нелокальності є деструктивним.

**П'ятий розділ** та **шостий розділ** присвячені дво- та тривимірним солітонним збудженням в БЕК. Найважливіші результати **п'ятого** розділу стосуються *азимутонів*. На мою думку дана дисертаційна робота є найбільш повним з відомих мені дослідженням цих збуджень. Азимутони — це локалізовані солітоноподібні хвилі у яких відсутня радіальна симетрія амплітуди, а фаза є нелінійною функцією полярного кута. До робіт В.М. Лашкіна азимутони майже не досліджувались. В цій дисертації було вперше чисельно знайдено двох- та тривимірні азимутони в БЕК з пасткою, продемонстровано можливість утворення азимутонів з фундаментального солітона. Детально досліджено стійкість як двовимірних так і тривимірних азимутонів, побудовано діаграму стійкості для параметрів частота обертання та хімічний потенціал. **Шостий розділ** містить в собі дослідження солітонних структур у двохкомпонентних БЕК, тобто таких що містять суміш двох різних атомів. Знайдено нові солітоноподібні розв'язки та проаналізовано їхню стійкість. Серед цих нових розв'язків відзначу зв'язані теж векторні стани типу солітон-азимутон, азимутон-азимутон. Встановлено умови стійкості солітон-азимутонної пари. Азимутон-азимутонна пара є нестійкою, проте показник нестійкості може бути доволі малим, що гарантує доволі довготривале квазі-стійке існування такого збудження.

В цілому докторська дисертація В. М. Лашкіна є актуальною і завершеною науковою працею, яка містить фундаментальні теоретичні результати стосовно нелінійних структур в середовищах з дисперсією. Результати дисертації є новими, достовірними та обгрунтованими.

Проте, до дисертаційної роботи слід зробити низку зауважень:

1. В деяких розділах спостерігається перенасичення подробицями обчислень (наприклад підрозділ 1.3) в той час як вступи до розділів 2 та 3 занадто короткі, аналіз попередніх досліджень недостатній.



Зокрема, система рівнянь (2.7)-(2.10) — чи вона одержана автором чи кимось раніше? З тексту це не зрозуміло. Також, бракує достатнього для неспеціалістів пояснення різних явищ фізики плазми, таких як верхньогібридні хвилі, верхньогібридний резонанс, дрейфові хвилі, зональні течії.

2. В розділі 4 (підрозділи 4.1 для оптичних солітонів і 4.2 для солітонів в плазмі) нелінійні рівняння руху вводяться практично без пояснення їхнього походження, з яких фізичних законів вони виводяться. Для рівняння (4.1) з підрозділу 4.1 слід було б пояснити що вони є наслідком рівнянь Максвелла.
3. В підрозділі 1.5.3 досліджується динаміка солітона з додатковими малими випадковими збуреннями його профілю. Випадковість вводиться по просторовій змінній  $x$ , в той час як часова динаміка залишається детерміністичною. Проте далі в тексті, зокрема на стор. 129 йдеться про «час кореляції», хоча по часу ніякої випадковості немає і ця величина стосується кореляції у просторі.
4. В останньому реченні підрозділу 2.2.1. (стор. 162, 1-2 рядки) наведено неправильний закон дисперсії для рівняння синус-Гордон. Він повинен мати вигляд  $\omega^2 = q^2 + 1$ .
5. В підрозділі 2.3.3 (стор. 172) запропоновано шукати розв'язок у вигляді розкладу (2.121) по еліптичним косинусам. Проте не вказано що є малим параметром розкладу. Більш того, в подальших розрахунках ніякого розкладу не застосовано, а береться лише наближення першого члену ряду. Не зрозуміло, навіщо пропонувати розклад який так і не було використано?
6. Загалом, в тексті роботи помітні залишки комп'ютерного перекладу тексту, або взагалі неправильні слова, зокрема спостерігаються слова «уявляє» замість «являє» (стор. 119), «зневажити» замість «знехтувати» (ст. 192, 226), «скобка» замість «дужка» (ст. 200), «помітимо» замість «азначимо» (стор. 229), «обурений» замість «збурений» (стор. 257), «друг крізь друга» замість «один крізь одного» (стор. 180), «образом» замість «чином» (ст. 284) тощо.

Ці недоліки не знижують загалом високого рівня виконаної роботи. Результати дисертації вчасно й у повному об'ємі опубліковані в 27 статтях у провідних фахових наукових журналах, вони доповідалися на численних міжнародних та національних конференціях та семінарах. Наукові результати, представлені в дисертації В. М. Лашкіна, широко відомі науковій громадськості та добре цитуються. Автореферат дисертації повністю відображає зміст і результати дисертації. Результати дисертації мають практичну цінність і можуть застосовуватися при проведенні подальших теоретичних та експериментальних досліджень в області фізики плазми, нелінійної оптики, Бозе-Ейнштейнівських конденсатів.



Враховуючи актуальність теми дисертації, об'єм проведених досліджень, рівень і кількість публікацій та новизну отриманих результатів вважаю, що дисертаційна робота “*Стійкі нелінійні когерентні структури в диспергуючих середовищах*” повністю відповідає всім вимогам МОН України щодо докторських дисертацій, а її автор **Лашкін Володимир Михайлович**, без сумніву, заслуговує на присудження йому наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 – теоретична фізика.

Офіційний опонент

доктор фізико-математичних наук, старший дослідник,  
провідний науковий співробітник  
Інституту теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова  
НАН України

Я. О. Золотарюк

Підпис докотра фізико-математичних наук  
Золотарюка Ярослава Олександровича засвідчую:  
Заступник директора  
Інституту теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова  
НАН України,  
доктор фізико-математичних наук



В.І. Засенко