Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова
НАН України

Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова
НАН України

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Алькін Антон Олегович

УДК 537.311; 530.199

ДИСЕРТАЦІЯ

Феноменологія множинного народження заряджених частинок у високоенергетичній взаємодії протонів

01.04.02 – теоретична фізика

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

____

підпис, ініціали та прізвище здобувача

Науковий керівник: Мартинов Євген Сергійович
доктор фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник

Науковий консультант: Jean-Pierre Revol
Ph.D., professor (CERN)

Київ – 2018

Анотація

Алькін А.О. Феноменологія множинного народження заряджених частинок у високоенергетичній взаємодії протонів – ІТФ ім. М.М. Боголюбова НАН України, Київ, 2017.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 – теоретична фізика. – Рукопис.

На даний час доступна величезна кількість експериментальних даних із фундаментальних загальних фізичних спостережних величин у взаємодії адронів, зокрема протон-протонному, мезон-протонному, протон-іонному та іон-іонному. На відміну від останніх двох систем, для яких існує сімейство наочних моделей Глаубера-Ситенка, що пов'язує множинність заряджених частинок у події зіткнення із його геометричними характеристиками, для перших двох не існує простих шляхів співвіднести ці властивості в експерименті. Більш того, сучасні універсальні Монте-Карло генератори подій, що реалізують передній край уявлень про процеси квантової хромодинаміки та адронізації, що відбуваються, не справляються із сукупним описом усіх загальних характеристик у середньому. Досі не існує фундаментальних моделей процесу адронізації. Не має також можливості проводити пертурбативні КХД-розрахунки при великих значеннях константи взаємодії, що стосується, наприклад, процесів периферичного народження частинок, таких як одностороння дифракція. Тому феноменологічні міркування є ключовим компонентом алгоритмів, що реалізовано у генераторах подій. Генератори подій, у свою чергу, відіграють надзвичайно важливу роль в експерименті, адже у великому числі випадків тільки вони дозволяють оцінювати ефективності детекторів та проводити корекцію даних. Дуже мала частина сучасних експериментальних результатів у фізиці високих густин енергії, зокрема у колайдерних експериментах, є модельно-незалежною.

Дослідження присвячене перевірці, аналізу та вдосконаленню загальних феноменологічних моделей взаємодії адронів. Поява великої кількості експериментальних даних з повних та диференціальних перерізів, розподілів множинності та густини заряджених частинок за псевдохуткістю, надає шлях для систематичної та повної перевірки моделей, що здатні відтворити ці величини, які є практично єдиним засобом для побудови узгодженої картини взаємодії індивідуальних адронів. Це також дозволяє вдосконалити Монте-Карло методи, необхідні для подальшого збільшення точності колайдерних експериментів. Сукупний опис статистичних розподілів протонної взаємодії дозволяє краще відтворити загальну картину адронної динаміки та визначити шляхи до більш детальних спостережень.

В рамках дисертаційної роботи отримано наступні оригінальні наукові результати.

1. Методом дисперсійних співвідношень для амплітуди розсіяння проаналізовано найповніший (на момент публікації) масив даних з повних перерізів розсіяння та відношення реальної до уявної частини амплітуди при $t = 0$ для hp та $\overline{\text{h}}$p систем, в результаті чого досягнуто гарного опису обох величин. Показано, що оддеронний внесок в амплітуди настільки малий при великих енергіях та $t = 0$, що ним можна знехтувати. Таким чином можна розглядати однолишкове дисперсійне співвідношення замість дволишкового. Порівнянням екстраполяції із даними з повного перерізу взаємодії протонів при енергії зіткнення $\sqrt{s} = 7$ ТеВ від колаборації TOTEM на LHC знайдено, що сингулярність типу подвійний полюс у площині комплексного кутового моменту є асимптотично несумісною за даними.

2. Проаналізовано найповніший (на момент публікації) масив даних з диференціальних перерізів pp та $\overline{\text{p}}$p розсіяння, як функції переданого імпульсу. Показано, що лінійні унітаризовані моделі Редже можуть описати наявні дані, якість цього опису є гарною, але потрібно дослідити більш детально, зокрема, відхилення дифракційних конусів від експоненціального спаду.

3. Вперше для нових даних з диференціальних перерізів pp та $\overline{\text{p}}$p систем реконструйовано залежність дійсної та уявної частини амплітуди, а також профілю непружного перекриття від прицільного параметра. Показано, що вже при енергії зіткнення $\sqrt{s} = 7$ ТеВ уявна частина амплітуди $H(s,b)$ перевищує границю чорного диску, тобто $H(s,0) \geq 1/2$, що має принципово важливі наслідки для опису пружної й непружної взаємодії протонів при високих енергіях. Показано, що профіль перекриття $G_{\text{inel}}(s,b)$ при $\sqrt{s} = 7$ ТеВ досягає максимуму при $b > 0$. Ці факти натякають на нетривіальну геометричну картину розсіяння протонів при цих енергіях, та можливу зміну характеру взаємодії адронів в області енергій порядку 1 ТеВ.

4. На основі даних з розподілів множинності заряджених частинок у протон-протонних зіткненнях в широкому діапазоні енергії в центральному регіоні псевдохуткості продемонстровано, що такі розподіли не можна описати моделлю з одним негативно-біноміальним розподілом. Показано, що наявність структури типу «плече» у розподілу множинності проявляється вже при енергії $\sqrt{s} = 0.9$ ТеВ. Це добре узгоджується із наявністю додаткового механізму народження частинок у взаємодії протонів, що відповідає подіям із дуже великою множинністю. Також продемонстровано, що для подальшого аналізу розподілів множинності необхідно суттєво підвищити точність вимірювань. Запропоновано методи аналізу, які дозволять цього досягти.

5. Побудовано просту феноменологічну модель, що є здатною одночасно сукупно описати розподіли множинності у декількох регіонах фазового простору частинок у фінальному стані (а саме у трьох інтервалах псевдохуткості, $|\eta| < 0.5,\ 1.0,\ 1.5$) при доступних енергіях. Показано, що структура типу «плече» у розподілах множинності в обмеженому інтервалі псевдохуткості з необхідністю є наслідком наявності такої структури у глобальному розподілу, що є непрямим підтвердженням існування додаткового механізму народження частинок в сильно-непружних зіткненнях протонів.

Показано, що в рамках запропонованої моделі КНО-скейлінг може проявлятися незалежно у кожному з механізмів народження, що обумовлюють компоненти розподілу.

Отримані в роботі результати мають теоретичний характер та можуть бути застосовані для подальшого уточнення картини сильної взаємодії адронів на високих енергіях, зокрема залежності статистичних характеристик фінального стану від енергії зіткнення та ступеню непружності події. Також вони можуть бути застосовані для вдосконалення Монте-Карло генераторів подій та покращення експериментальної точності вимірювання статистичних характеристик фінального стану у подіях зіткнення протонів.

Матеріали дисертації представлено у провідних реферованих журналах [1–5], та у збірці трудів конференцій [6].

Структура дисертаційної роботи. Робота складається із вступу, основної частини, що представлена трьома розділами, висновків та бібліографії, яка містить 82 посилання. Дисертація включає 30 рисунків та 5 таблиць. Загальний обсяг роботи становить 110 сторінок друкованого тексту.

Ключові слова: розсіяння адронів, перерізи розсіяння адронів, прицільний параметр, множинне народження частинок.

Список публікацій здобувача:

[1] A. Alkin, J. R. Cudell, and E. Martynov, «Dispersion relations for meson-proton and proton-proton forward elastic scattering», Few Body Syst. **53**, 87–98 (2012) DOI: 10.1007/s00601-012-0306-5, arXiv: 1109.1306 [hep-ph].

[2] A. Alkin, O. Kovalenko, and E. Martynov, «Can the ”standard“ unitarized Regge models describe the TOTEM data?», Europhys. Lett. **102**, 31001 (2013) DOI: 10.1209/0295-5075/102/31001, arXiv: 1304.0850 [hep-ph].

[3] A. Alkin, E. Martynov, O. Kovalenko, and S. M. Troshin, «Impact-parameter analysis of TOTEM data at the LHC: Black disk limit exceeded»,

Phys. Rev. **D89**, 091501 (2014) DOI: 10.1103/PhysRevD.89.091501, arXiv: 1403.8036 [hep-ph].

[4] J. Adam et al., **ALICE** Collaboration, «Charged-particle multiplicities in proton–proton collisions at $\sqrt{s} = 0.9$ to 8 TeV», Eur. Phys. J. **C77**, 33 (2017) DOI: 10.1140/epjc/s10052-016-4571-1, arXiv: 1509.07541 [nucl-ex].

[5] A. Alkin, «Phenomenology of charged particle multiplicity distributions», Ukr. J. Phys. **62**, 743–756 (2017) DOI: 10.15407/ujpe62.09.0743, arXiv: 1710.01979 [hep-ph].

[6] A. Alkin and E. Martynov, «Integral and derivative dispersion relations for pp and anti-pp amplitudes», in Proceedings, Workshop on Forward Physics at the LHC: La Biodola, Isola d'Elba, Italy, May 27-29, 2010 (2010), pp. 7–16, arXiv: 1012.5169 [hep-ex].

Abstract

Alkin A.O. Phenomenology of multiple charged particle production in high-energy proton-proton interactions – Bogolyubov Institute for Theoretical Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, 2017.

Thesis for the Candidate of Science in Physics and Mathematics degree in speciality 01.04.02 – theoretical physics. – Manuscript.

An enormous set of experimental data on general physical properties of hadronic collisions has been accumulated, in particular for proton-proton, meson-proton, ion-proton and ion-ion interactions. Unlike the latter two colliding systems, for which there exists a family of Glauber-Sitenko models relating the multiplicity of particles produced in an act of collision to its geometry, the smaller systems aren't described in such terms experimentally. Moreover, modern general purpose Monte-Carlo event generators realizing the cutting edge of QCD processes description as well as hadronization aren't able to describe the whole set of interaction properties simultaneously. Until now there is no fundamental description of the hadronization process. There is no practical way to perform perturbative QCD calculation at higher orders of coupling constant which relates, for example, to peripheral inelastic processes such as single diffraction. Therefore phenomenological considerations are a key component of the event generator algorithms. These generators, in turn, play an incredibly important role in modern high-energy physics experiments as in many cases they provide the sole way to account for detector efficiencies and biases to facilitate data correction. Only a very small fraction of current experimental results in high-energy physics can be said to be model-independent.

This research work is dedicated to testing, analysis and improvement of general phenomenological models for hadronic interactions. Appearance of a significant body of total and differrential cross-sections data, multiplicity distributions and pseudorapidity densities of charged particles, produced in a collision,

provides a way for a systematic and comprehensive testing of existing models, which are virtually the only instrument for building a consistent picture of individual hadronic interactions. This also allows to tune and improve event generators leading to the increasing precision in HEP measurements. Simultaneous description of proton interaction statistical distributions provides a way for better reconstruction of hadronic dynamics and direct us to more detailed observables and measurements.

In the framework of this research, the following scientific results were obtained.

1. Using the dispersion relations method for scattering amplitude the most complete (at the time of publication) dataset of experimental total cross-section data and real-to-imaginary part of the amplitude ratio at $t = 0$ for hp and $\overline{\text{h}}$p collision systems was analyzed. A good description of both observables was achieved. It was shown that odderon contribution at high-energies and $t = 0$ is negligible. Thus once-subtracted dispersion relation can be used instead of twice-subtracted. The models were extrapolated to higher energies and then compared to experimental results when those became available. Comparison with TOTEM Collaboration results for total cross-section at $\sqrt{s} = 7$ TeV clearly indicates that leading singularity in a form of double pole in the complex angular momentum plane is asymptotically incompatible with data.

2. The most complete (at the time of publication) dataset of experimental differential cross-sections for hp and $\overline{\text{h}}$p collision systems as a function of momentum transfer was analyzed. It was shown that linear unitarized Regge models are able to satisfactory describe the present data, however the further improvement can be achieved, in particular, accounting for the non-exponential behavior of diffractive cone.

3. For the first time for the newest differential cross-section data for pp and $\overline{\text{p}}$p colliding systems functional dependence of real and imaginary part of the amplitude, as well as the inelastic profile, on impact parameter was reconstructed. It was shown that already at the collision energy $\sqrt{s} = 7$ TeV imaginary part

of the amplitude at $b = 0$ exceeds the so called *black disk limit*, $H(s, 0) \geq 1/2$. This has fundamental consequences for the description both elastic and inelastic proton-proton interactions at high energies. It was also shown that inelastic profile $G_{\text{inel}}(s, b)$ at $\sqrt{s} = 7$ reaches its maximum for values of impact parameter $b > 0$. All these facts hint at non-trivial geometry of proton interaction at these energies and possible change of the hadronic interaction regime in the 1 TeV region.

4. Using the experimental charged particle multiplicity distributions in proton collisions in a wide region of center-of-mass energies for a central pseudorapidity region it was shown that such distributions cannot be described by a single negative-binomial probability distribution. It was also shown that «shoulder»-like structure in multiplicity distributions appears already at $\sqrt{s} = 0.9$ TeV. This is compatible with a presence of an extra particle production mechanism in proton-proton interactions, corresponding to collision events with very high final state multiplicity. It was demonstrated, that further improvement of multiplicity distributions model analysis can be only achieved with significant improvements in experimental precision. Suggestions were made for the ways to address this problem.

5. A straightforward phenomenological model was constructed that is able to describe simultaneously charged particle multiplicity distributions in several final state phase space regions (in particular three pseudorapidity intervals, $|\eta| < 0.5, 1.0, 1.5$) at the available LHC energies. It is shown that «shoulder»-like structure in restricted phase space multiplicity distributions arises as a consequence of the similar structure in unrestricted phase space multiplicity distribution. This indirectly confirms the presence of an extra particle production mechanism for highly inelastic proton-proton collisions. It is also shown that in the framework of the proposed model KNO-scaling behavior would appear independently in individual multiplicity distribution components corresponding to different particle production mechanisms.

Scientific results obtained in this research work are theoretical and also can be used for further improvement of the hadronic strong interaction picture at high energies, in particular functional dependence of statistical final state characteristics from center-of-mass energy and the degree of collision event inelasticity. They can also be used for improving Monte-Carlo event generators and increasing precision of proton-proton interaction final state statistical characteristics experimental measurements.

Research, this thesis is based on, was published in leading peer-reviewed journals [1–5] and conference proceedings [6].

Structure of the thesis. This thesis consists of Introduction, three chapters, that correspond to logically confined research efforts, Conclusion and Bibliography that contains 81 references. Thesis includes 30 figures and 5 tables. Overall volume of the thesis is 110 pages of printed text.

Keywords: hadronic scattering, hadronic cross-sections, impact parameter, multiple particle production.

List of publications:

[1] A. Alkin, J. R. Cudell, and E. Martynov, «Dispersion relations for meson-proton and proton-proton forward elastic scattering», Few Body Syst. **53**, 87–98 (2012) DOI: 10.1007/s00601-012-0306-5, arXiv: 1109.1306 [hep-ph].

[2] A. Alkin, O. Kovalenko, and E. Martynov, «Can the "standard" unitarized Regge models describe the TOTEM data?», Europhys. Lett. **102**, 31001 (2013) DOI: 10.1209/0295-5075/102/31001, arXiv: 1304.0850 [hep-ph].

[3] A. Alkin, E. Martynov, O. Kovalenko, and S. M. Troshin, «Impact-parameter analysis of TOTEM data at the LHC: Black disk limit exceeded», Phys. Rev. **D89**, 091501 (2014) DOI: 10.1103/PhysRevD.89.091501, arXiv: 1403.8036 [hep-ph].

[4] J. Adam et al., **ALICE** Collaboration, «Charged-particle multiplicities in proton–proton collisions at $\sqrt{s} = 0.9$ to 8 TeV», Eur. Phys. J. **C77**, 33

(2017) DOI: 10.1140/epjc/s10052-016-4571-1, arXiv: 1509.07541 [nucl-ex].

[5] A. Alkin, «Phenomenology of charged particle multiplicity distributions», Ukr. J. Phys. **62**, 743–756 (2017) DOI: 10.15407/ujpe62.09.0743, arXiv: 1710.01979 [hep-ph].

[6] A. Alkin and E. Martynov, «Integral and derivative dispersion relations for pp and anti-pp amplitudes», in Proceedings, Workshop on Forward Physics at the LHC: La Biodola, Isola d'Elba, Italy, May 27-29, 2010 (2010), pp. 7–16, arXiv: 1012.5169 [hep-ex].

Зміст

Вступ

Сучасною теорією сильної взаємодії є квантова хромодинаміка (КХД) що є частиною Стандартної Моделі фізики частинок. Кульмінацією досягнень в цій області стало відкриття бозону Хіггса, що був передбачений Стандартною Моделлю, в експериментах ATLAS [7] та CMS [8] на LHC. Однак попри значні успіхи в чисельному моделюванні та теорії, у фізиці високої густини енергії та фізиці частинок залишається багато проблем, що не можуть бути розв'язані безпосередньо виходячи лише з фундаментальних принципів. Таким чином вже більш половини сторіччя дуже важливу роль у теоретичній та експериментальній фізиці частинок відіграє феноменологія. Сучасні коллайдерні експерименти практично неможливі без моделювання поведінки детектору при проходженні крізь нього великої кількості високоенергетичних частинок, важливим компонентом якого є прогнозування народження частинок у зіткненні адронів. Для цього, у свою чергу, використовуються програмні комплекси що реалізують методи Монте-Карло симуляцій на основі теоретичних та феноменологічних моделей, а також на основі їх апроксимації до результатів попередніх експериментів. Серед великої кількості таких програмних комплексів, що називаються *генераторами подій*, найбільш широко використовуються програми загального призначення, такі як Pythia (версій 6 [9–11] та 8 [12, 13]), Phojet [14, 15] та EPOS [16]. Генератори загального призначення, зокрема, критично важливі для моделювання загальної картини, на фоні якої можна будувати пошук нових частинок, рідкісних процесів та інших важливих перевірок Стандартної Моделі. Моделювання глобальних характеристик подій зіткнення адронів, таких як, наприклад, множинність та спектри заряджених частинок, розподіли поперечного імпульсу та перерізів різних класів процесів є центральною задачею таких генераторів. КХД-розрахунки (а також інші безпосередні розрахунки у рамках Стандартної Моделі) в таких програмах доповнюються низькою феноменологічних та наближених моделей, що відрізняються від генератора до генератора, для досягнення вичерпної симуляції процесу взаємодії частинок та, зокрема, адронізації. У той час як жорсткі процеси, тобто з великою передачею поперечного імпульсу, можуть бути описані у рамках пертурбативної КХД, єдиною можливістю для м'яких процесів залишається феноменологія.

Таким чином, сучасні експериментальні дослідження у фізиці високої густини енергії та фізиці частинок являють собою ітеративний процес, нерозривно пов'язаний із теоретичними дослідженнями, адже експериментальні виміри залежать від модельних розрахунків, що, у свою чергу, залежать від підстроювання моделей до результатів цих вимірів. Кожен новий результат від експериментів на LHC потребує урахування в рамках наявних моделей та підстроювання генераторів подій. З кожним новим рівнем досягнутої на LHC енергії протонних та іонних пучків ми стикаємося із неспроможністю наявних моделей передбачити та описати навіть гладку еволюцію загальних властивостей подій зіткнення.

Дисертаційна робота присвячена побудові та удосконаленню феноменологічних моделей для опису фізичних величин, що характеризують множинне народження частинок у взаємодії адронів, а також пружного розсіяння, безпосередньо пов'язаного із непружною взаємодією вимогою унітарності.

Актуальність теми. На даний час доступна величезна кількість експериментальних даних із фундаментальних загальних фізичних спостережних величин у взаємодії адронів, зокрема протон-протонному, мезон-протонному, протон-іонному та іон-іонному. На відміну від останніх двох систем, для яких існує сімейство наочних моделей Глаубера-Ситенка, що пов'язує множинність заряджених частинок у події зіткнення із його геометричними характеристиками, для перших двох не існує простих шляхів співвіднести ці властивості в експерименті. Більш того, сучасні універсальні Монте-Карло генератори подій, що реалізують передній край уявлень про процеси квантової хромодинаміки та адронізації, що відбуваються, не справляються із сукупним описом усіх загальних характеристик у середньому. Досі не існує фундаментальних моделей процесу адронізації. Не має також можливості проводити пертурбативні КХД-розрахунки на великих порядках константи взаємодії, що стосується, наприклад, процесів периферичного народження частинок, таких як одностороння дифракція. Тому феноменологічні міркування є ключовим компонентом алгоритмів, що реалізовано у генераторах подій. Генератори подій, у свою чергу, відіграють надзвичайно важливу роль в експерименті, адже у великому числі випадків тільки вони дозволяють оцінювати ефективності детекторів та проводити корекцію даних. Дуже мала частина сучасних експериментальних результатів у фізиці високих густин енергії, зокрема у колайдерних експериментах, є модельно-незалежною.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дана дисертаційна робота була виконана у відділі фізики високих густин енергії Інституту теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова Національної академії наук України. Вона є складовою частиною широкого кола досліджень властивостей сильновзаємодіючої речовини в екстремальних умовах (високі температури та густини, високі енергії взаємодії адронів), що проводились у відділі в рамках наступних тем:

- 2009-2012: Дослідження сильновзаємодіючої матерії в зіткненнях частинок і ядер при високих енергіях. Номер державної реєстрації – 0107U006889, шифр 1.4.7.
- 2013: Дослідження сильновзаємодіючої матерії та структури адронів в релятивістських зіткненнях адронів та ядер. Номер державної реєстрації – 0113U001092, шифр 1.4.1.

Окрім того, ця робота пов'язана із наступними державними та академічними програмами:

1. «Державна цільова науково-технічна програма впровадження і застосування грід-технологій на 2009—2013 роки», затверджена постановою Кабінету Міністрів України № 1020 від 23.09.2009.
2. Грант №Ф58 на виконання проекту «Дослідження сильновзаємодіючої матерії, що утворюється в зіткненнях адронів та ядер при високих енергіях на прискорювачах ЦЕРН» від державного фонду фундаментальних досліджень України. 2013-2014р.
3. «Впровадження грід-технологій та створення кластерів Національної академії наук України». Затверджено постановою № 249 Президії НАН України від 25.04.2006.
4. Комплексна програма наукових досліджень НАН України «грід-інфраструктура і грід-технології для наукових і науково-прикладних застосувань». Затверджено постановою Президії НАН України від 11.12.2013 (№164-а).
5. Цільова програма співробітництва НАУ України з Європейським центром ядерних досліджень (ЦЕРН) та Об’єднаним інститутом ядерних досліджень (ОІЯД) «Перспективні фундаментальні дослідження з фізики високих енергій та ядерної фізики». Розпорядження Президії НАН України від 22.02.2013 №126.

Мета і задачі дослідження. Дослідження присвячене перевірці, аналізу та вдосконаленню загальних феноменологічних моделей взаємодії адронів. Поява великої кількості експериментальних даних з повних та диференціальних перерізів, розподілів множинності та густини заряджених частинок за псевдохуткістю, надає шлях для систематичної та повної перевірки моделей, що здатні відтворити ці величини. Вони є практично єдиним засобом для побудови узгодженої картини взаємодії індивідуальних адронів. Це також дозволяє вдосконалити Монте-Карло методи, необхідні для подальшого збільшення точності колайдерних експериментів. Сукупний опис статистичних розподілів протонної взаємодії дозволяє краще відтворити загальну картину адронної динаміки та визначити шляхи до більш детальних спостережень.

У рамках загальної мети було поставлено наступні задачі.

1. Сконструювати та перевірити лінійні[1] моделі Редже для повних перерізів розсіяння pp, $\bar{p}$p, π^-p та $K^\pm$p систем на основі наявних до запуску LHC експериментальних даних. Порівняти передбачення цих моделей із експериментальними результатами LHC.
2. На основі наявних експериментальних даних з диференціальних перерізів розсіяння pp та $\bar{p}$p систем проаналізувати та вдосконалити Редже моделі шляхом застосування схем унітаризації та досягти якісного опису диференціальних перерізів.
3. На основі наявних експериментальних даних з диференціальних перерізів розсіяння pp та $\bar{p}$p систем побудувати та дослідити залежність амплітуди розсіяння та пов'язяних із нею величин від прицільного параметра.
4. На основі наявних даних з густини заряджених частинок за псевдохуткістю та розподілів множинності заряджених частинок у взаємодії протонів систематизувати та вдосконалити феноменологічні моделі множинного народження адронів.
5. Побудувати феноменологічну модель, що дозволить сукупний одночасний опис розподілів множинності у фінальному стані в різних областях фазового простору частинок.

Об'єкт дослідження. Об'єктом досліження є система взаємодіючих адронів, а саме мезона та протона, протона та протона, чи протона й антипротона; загальні характеристики такої системи у фінальному стані, її фізичні властивості та залежність від характеристик вихідного стану.

Предмет дослідження. Предметом дослідження є загальні та статистичні характеристики системи у фінальному стані, такі як повні й диференціальні перерізи розсіяння, просторова конфігурація заряджених частинок у

[1]Тут і далі під лінійними моделями розуміються такі, що мають лінійні траєкторії у комплексній площині кутового моменту та експоненціальні функції лишків

фінальному стані, а також розподіли ймовірності народження різної кількості заряджених частинок, що є в деякому сенсі мірою непружності у взаємодії адронів.

Методи дослідження. Методи, що використані в роботі включають методи теорії S-матриці, методи теорії комплексних кутових моментів (теорії полюсів Редже), методи Монте-Карло симуляцій та комп'ютерного моделювання, а також загальнопридатні, статистичні, аналітичні й чисельні методи.

Наукова новизна одержаних результатів. В рамках дисертаційної роботи отримано наступні оригінальні наукові результати.

1. Методом дисперсійних співвідношень для амплітуди розсіяння проаналізовано найповніший (на момент публікації) масив даних з повних перерізів розсіяння та відношення реальної до уявної частини амплітуди при $t = 0$ для hp та $\overline{\text{h}}$p систем, в результаті чого досягнуто гарного опису обох величин. Показано, що оддеронний внесок в амплітуди настільки малий при енергіях до 2 ТеВ та $t = 0$, що ним можна знехтувати. Таким чином можна розглядати однолишкове дисперсійне співвідношення замість дволишкового. Порівнянням екстраполяції із даними з повного перерізу взаємодії протонів при енергії зіткнення $\sqrt{s} = 7$ ТеВ від колаборації TOTEM на LHC знайдено, що сингулярність типу подвійний полюс у площині комплексного кутового моменту є асимптотично несумісною за даними.
2. Проаналізовано найповніший (на момент публікації) масив даних з диференціальних перерізів pp та $\overline{\text{p}}$p розсіяння, як функції переданого імпульсу. Показано, що лінійні унітаризовані моделі Редже можуть описати наявні дані, якість цього опису є гарною, але потрібно дослідити більш детально, зокрема, відхилення дифракційних конусів від експоненціального спаду.
3. Вперше для нових даних експерименту TOTEM з диференціальних перерізів pp та $\overline{\text{p}}$p систем реконструйовано залежність дійсної та уявної ча-

стини амплітуди, а також профілю непружного перекриття від прицільного параметра. Показано, що вже при енергії зіткнення $\sqrt{s} = 7$ ТеВ уявна частина амплітуди $H(s, b)$ перевищує границю чорного диску, тобто $H(s, 0) \geq 1/2$, що має принципово важливі наслідки для опису пружної й непружної взаємодії протонів при високих енергіях. Показано, що профіль перекриття $G_{\text{непруж}}(s, b)$ при $\sqrt{s} = 7$ ТеВ досягає максимуму при $b > 0$. Ці факти натякають на нетривіальну геометричну картину розсіяння протонів при цих енергіях, та можливу зміну характеру взаємодії адронів в області енергій порядку 1 ТеВ.

4. На основі даних з розподілів множинності заряджених частинок у протон-протонних зіткненнях в широкому діапазоні енергії в центральному регіоні псевдохуткості продемонстровано, що такі розподіли не можна описати моделлю з одним негативно-біноміальним розподілом. Показано, що наявність структури типу «плечо» у розподілу множинності проявляється вже при енергії $\sqrt{s} = 0.9$ ТеВ. Це добре узгоджується із наявністю додаткового механізму народження частинок у взаємодії протонів, що відповідає подіям із дуже великою множинністю. Також продемонстровано, що для подальшого аналізу розподілів множинності необхідно суттєво підвищити точність вимірювань. Запропоновано методи аналізу, які дозволять цього досягти.
5. Побудовано просту феноменологічну модель, що є здатною одночасно сукупно описати розподіли множинності у декількох регіонах фазового простору частинок у фінальному стані (а саме у трьох інтервалах псевдохуткості, $|\eta| < 0.5, 1.0, 1.5$) при доступних енергіях. Показано, що структура типу «плечо» у розподілах множинності в обмеженому інтервалі псевдохуткості з необхідністю є наслідком наявності такої структури у глобальному розподілу, що є непрямим підтвердженням існування додаткового механізму народження частинок в сильно-непружних зіткненнях протонів. Показано, що в рамках запропонованої моделі КНО-

скейлінг може проявлятися незалежно у кожному з механізмів народження, що обумовлюють компоненти розподілу.

Практичне значення одержаних результатів. Отримані в роботі результати мають теоретичний характер та можуть бути застосовані для подальшого уточнення картини сильної взаємодії адронів на високих енергіях, зокрема залежності загальних статистичних характеристик фінального стану від енергії зіткнення та ступеню непружності події. Також вони можуть бути застосовані для вдосконалення Монте-Карло генераторів подій та покращення експериментальної точності вимірювання статистичних характеристик фінального стану у подіях зіткнення протонів.

Особистий внесок здобувача. В роботі [1] проведено обчислення за дисперсійними співвідношеннями для апроксимації модельних кривих до даних з повних перерізів та відношення дійсної до уявної частини амплітуди для протонного-, антипротонного-, мезонного- та антимезон-протонного зіткнення.

В роботі [2] розроблено методологію та проведено апроксимацію моделей до даних із диференціальних перерізів як функції переданого імпульсу.

В роботі [3] з експериментальних диференціальних перерізів протон-протонноЇ та антипротон-протонної взаємодії реконструйовано залежність уявної частини амплітуди, дійсної частини амплітуди та функції непружного перекриття від прицільного параметра. Запропоновано та реалізовано оригінальний спосіб пропагації похибки експериментальних даних у фінальні величини, що використовує сучасні обчислювальні можливості.

У роботах [1–3] автором розроблено та використано, незалежно від співавторів, програмний код, що реалізує відповідні обчислення, з метою перехресної перевірки результатів обчислень.

У роботі [4] автором проведено модельний аналіз експериментальних розподілів множинності заряджених частинок в непружній взаємодії протонів від колаборації ALICE на LHC у рамках двокомпонентної моделі. На основі розроблених автором програмних кодів, проведено корекцію даних з множинності заряджених частинок, зокрема з використанням оригінального методу пропагації систематичної похибки, що дозволяє часткове збереження інформації про кореляції в систематичній похибці у фінальних розподілах множинності. Це дозволяє суттєво підвищити можливості їх модельного аналізу. Програмні коди доступні як частина програмного фреймворку для аналізу даних AliROOT/AliPhysics колаборації ALICE.

У роботі [5] автором запропоновано і розроблено феноменологічну модель для сукупного опису розподілів множинності в обмежених інтервалах псевдохуткості та випробувано її на наявних експериментальних даних колаборації ALICE. Продемонстровано, що обмежені розподіли можна описати як редуковані образи загального розподілу, який задається двокомпонентною моделлю. Показано, що масштабна поведінка у формі KHO у двокомпонентній моделі є властивістю окремих компонентів розподілу множинності, а не розподілу в цілому. Запропоновано шляхи вдосконалення моделі та експериментальні шляхи перевірки припущень, що використані у формулюванні моделі.

Апробація роботи. Матеріали роботи було представлено на семінарах в Інституті теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України, а також внутрішніх конференціях колаборації ALICE у ЦЕРНі. Окремі результати доповідалися на міжнародних конференціях:

- Forward Physics at LHC, 27-29 May 2010. La Biodola, Isola d’Elba, Italy;
- 30 Years of Strong Interactions: A three-day Meeting in honor of Joseph Cugnon and Hans-Jürgen Pirner, 6-8 Apr 2011. Spa, Liege, Belgium;
- Fundamentals of Astroparticle and Quantum Physics, 17 - 23 September, 2017, BITP, Kyiv, Ukraine

Публікації. Результати даної дисертаційної роботи представлено у 5-и роботах (з них одна – сумісно із колаборацією ALICE), що опубліковані у провідних фізичних журналах [1–5], та у збірці трудів конференцій [6].

Структура дисертаційної роботи. Робота складається із вступу, трьох розділів, що відповідають логічно завершеним етапам досліджень, висновків та бібліографії, яка містить 81 посилання. Дисертація включає 30 рисунків та 5 таблиць. Загальний об'єм роботи становить 110 сторінок друкованого тексту.

Розділ 1 Пружна взаємодія

1.1 Дисперсійні співвідношення

Розглянемо амплітуду $A(s,t)$ пружного розсіяння $2 \to 2$, для hp чи $\overline{\mathrm{h}}$p[1] системи як функцію кінематичних змінних Мандельштама. У комплексній площині s, амплітуда розсіяння уперед $A(s,0)$ є аналітичною із структурою сингулярностей, що наведено на рис. 1.1, які обумовлені: (а) енергетичними порогами пружних та непружних процесів на $s \geq (m_{\mathrm{h}} + m_{\mathrm{p}})^2$; (б) поріг у u-каналі для $s \leq 0$; (в) u-канальні стани (що створюють нефізичні точки розгалуження).

Фізична амплітуда розсіяння довільного адрона на протоні визначається на верхньому краї всіх розрізів від $(m_{\mathrm{h}} + m_{\mathrm{p}})^2$ до нескінченності, а саме

$$A_{\mathrm{hp}}(s,t) = \lim_{\varepsilon \to 0} A(s + i\varepsilon, t, u) \equiv A_{-}(s,t,u) \quad \text{при} \quad s > (m_{\mathrm{h}} + m_{\mathrm{p}})^2,$$

та

$$A_{\overline{\mathrm{h}}\mathrm{p}}(u,t) = \lim_{\varepsilon \to 0} A(s, t, u + i\varepsilon) \equiv A_{+}(s,t,u)$$

для $u > (m_{\mathrm{h}} + m_{\mathrm{p}})^2$. Звідси, за визначенням амплітуди, можна вивести що

$$A_{\overline{\mathrm{h}}\mathrm{p}}(u,t) = \lim_{\varepsilon \to 0} A(s - i\varepsilon, t, u) \quad \text{при} \quad s + t < 0. \tag{1.1}$$

З вищесказаного витікає, що амплітуда $A_{\overline{\mathrm{h}}\mathrm{p}}$ може бути отримана з A_{hp} за допомогою аналітичного подовження, як показано на рис. 1.2.

Функції амплітуд можуть мати інші сингулярності у комплексній площині s, а також точки розгалуження та відповідні нефізичні розрізи. Вклад цих сингулярностей вважається малою поправкою у наближенні високих енергій.

[1] де h/$\overline{\mathrm{h}}$ позначає один з адронів, $\pi^{\pm}$, $\mathrm{K}^{\pm}$або $\mathrm{p}^{\pm}$

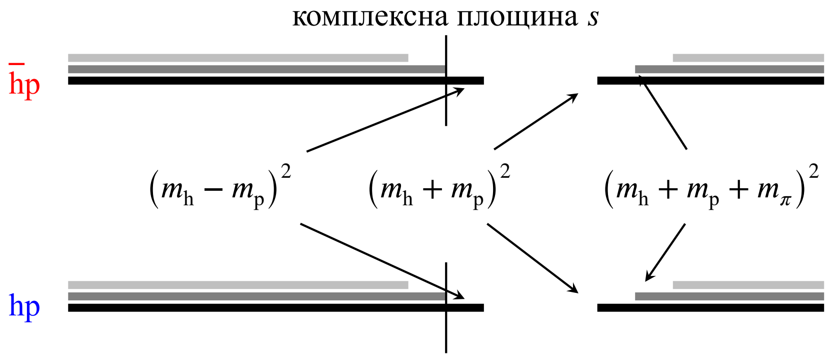


Рис. 1.1 Структура сингулярностей амплітуд пружного розсіяння hp та $\bar{\mathrm{h}}\mathrm{p}$ систем у комплексній площині s.

Розглянемо амплітуду з асимптотичною поведінкою при високих енергіях, $|s| \to \infty$, виду $\left|A(s,0)/s^2\right| \to 0$. Подальші міркування також є справедливими для будь якої степеневої поведінки амплітуди розсіяння на нескінченності s^λ, конкретне значення λ обумовлює цілу кількість віднімань $\lambda - 1 \le N \le \lambda$, необхідну для того щоб інтеграл по контуру на нескінченності збігався.

Аналітична функція змінної s, амплітуда $A(s,t)$ задовольняє умовам теореми Коші

$$A(s,t) = \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{A(s',t)}{s' - s} \tag{1.2}$$

де контур інтегрування оточує точку s та усі сингулярності функції $A(s,t)$. Однак для того щоб запобігти розбіжності, ми використаємо під інтегралом функцію

$$\frac{A(s,t)}{(s-s_0)(s-s_1)},$$

що зануляється при $s \to \infty$ й ми можемо розмістити контур інтегрування на нескінченності (див. рис. 1.3).

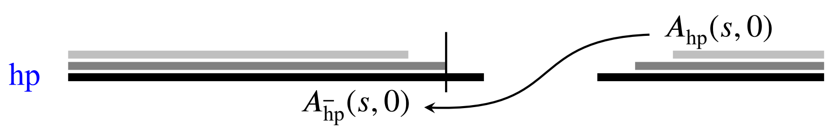


Рис. 1.2 Аналітичне подовження амплітуди пружного розсіяння ap системи в s-каналі до амплітуди $\bar{\mathrm{a}}\mathrm{p}$ системи в u-каналі у комплексній площині s.

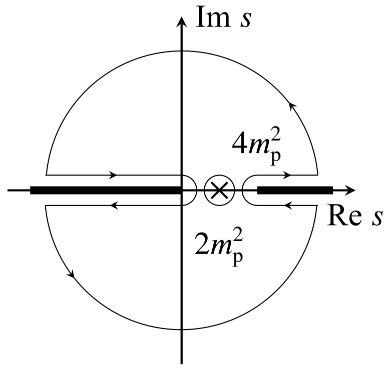


Рис. 1.3 Схематичне представлення контуру інтегрування у комплексній площині s для виводу дисперсійного співвідношення.

Таким чином, у правій частині рівняння 1.2 залишаться тільки доданки, що відповідають сингулярностям, описаним вище

$$\begin{aligned} A(s,0) = A(s_0,0) + (s-s_0)A'(s_0,0) + \\ + \frac{(s-s_0)^2}{2\pi}\left[\int\limits_{s_{\text{поріг}}}^{\infty} \frac{D_s(s',0)}{(s'-s_0)^2(s'-s)}\,\mathrm{d}s' + \int\limits_{-\infty}^{\tilde{s}_{\text{поріг}}} \frac{D_s(s',0)}{(s'-s_0)^2(s'-s)}\,\mathrm{d}s'\right] = \\ = A(s_0,0) + (s-s_0)A'(s_0,0) + \\ + \frac{(s-s_0)^2}{2\pi}\left[\int\limits_{s_{\text{поріг}}}^{\infty} \frac{D_s(s',0)}{(s'-s_0)^2(s'-s)}\,\mathrm{d}s' + \int\limits_{s_{\text{поріг}}}^{\infty} \frac{D_u(u',0)}{(u'-u_0)^2(u'-u)}\,\mathrm{d}u'\right] \end{aligned} \quad (1.3)$$

де $s_{\text{поріг}} = (m_\mathrm{h} + m_\mathrm{p})^2$, $\tilde{s}_{\text{поріг}} = (m_\mathrm{h} - m_\mathrm{p})^2$ для амплітуд $A_{\mathrm{hp}}^{\bar{\mathrm{h}}\mathrm{p}}(s,0)$ та

$$D_s(s,t) = i^{-1}\left[A(s+i\epsilon,t,u) - A(s-i\epsilon,t,u)\right] \quad (1.4)$$

$$D_u(u,t) = i^{-1}\left[A(s,t,u+i\epsilon) - A(s,t,u-i\epsilon)\right], \quad (1.5)$$

є стрибками функції амплітуди уздовж розрізів.

Після простих перетворень, ми отримуємо стандартну форму двічі-лишкових інтегральних дисперсійних співвідношень. У лабораторній системі відліку $s = 2m_\mathrm{p}(E+m_\mathrm{p})$, $u = 2m_\mathrm{p}(-E+m_\mathrm{p})$, точка $s_0 = u_0$ відповідає $E_0 = 0$, тобто

$$\rho_{\pm}\sigma_{\pm} = \frac{A_{\pm}(s_0,0)}{2m_{\mathrm{p}}p} + \frac{E\,A'_{\pm}(s_0,0)}{p} + \\ + \frac{E^2}{\pi p}\mathbf{P}\int\limits_{m_{\mathrm{h}}}^{\infty}\left[\frac{\sigma_{\pm}}{E'^2(E'-E)} + \frac{\sigma_{\mp}}{E'^2(E'+E)}\right]p'\,\mathrm{d}E' \quad (1.6)$$

де

$$\rho_{\pm} = \mathrm{Re}\,A_{\pm}(s,0)\big/\,\mathrm{Im}\,A_{\pm}(s,0), \quad (1.7)$$

$$A'(z,0) = \mathrm{d}A(z,0)\big/\,\mathrm{d}z, \quad (1.8)$$

$$s_0 = (m_{\mathrm{h}} + m_{\mathrm{p}})^2, \quad (1.9)$$

$$A_{+}(s_0) = A_{-}(s_0),\ A'_{+}(s_0) = -A'_{-}(s_0), \quad (1.10)$$

$$\sigma_{+} = \sigma_{\mathrm{tot}}^{\bar{\mathrm{h}}\mathrm{p}},\ \sigma_{-} = \sigma_{\mathrm{tot}}^{\mathrm{hp}}. \quad (1.11)$$

Дисперсійні співвідношення без кросінг-непарного вкладу. Перш ніж застосовувати формулу 1.6 до аналізу експериментальних даних з розсіяння адронів уперед, важливо відзначити, що при відсутності оддеронного вкладу[2] у протон-протонних та антипротон-протонних повних перерізах розсіяння, тобто

$$\Delta\sigma_{\mathrm{tot}}(s) = \sigma_{+}(s) - \sigma_{-}(s) \to\ 0$$

при $s \to \infty$, дисперсійне співвідношення спрощується до однолишкового. Щоб продемонструвати це, ми вносимо E під інтеграл у формі $(E - E') + E'$ в першому доданку та $(E + E') - E'$ у другому. Після перетворень ми отримуємо

[2]тобто кросінг-непарного доданку

$$\rho_{\pm}\,\sigma_{\pm} = \frac{1}{p}\left\{\frac{A_{\pm}(s_0,0)}{2m_{\mathrm{p}}} + E\left[A'_{\pm}(s_0,0) \mp \frac{1}{\pi}\int\limits_{m_{\mathrm{h}}}^{\infty}\frac{\sigma_+ - \sigma_-}{E'^2}\,p'\,\mathrm{d}E'\right]\right\} +$$

$$+\frac{E}{\pi p}\mathbf{P}\int\limits_{m_{\mathrm{h}}}^{\infty}\left[\frac{\sigma_{\pm}}{E'(E'-E)} - \frac{\sigma_{\mp}}{E'(E'+E)}\right]p'\,\mathrm{d}E'. \quad (1.12)$$

Можна показати що якщо $\Delta\sigma = \sigma_+ - \sigma_- \to 0$ то

$$A'_{\pm}(s_0,0) = \pm\frac{1}{\pi}\int\limits_{m_{\mathrm{a}}}^{\infty}\frac{\sigma_+ - \sigma_-}{E'^2}\,p'\,\mathrm{d}E'. \quad (1.13)$$

Це може бути доведено якщо врахувати той факт, що

$$\sigma_+(s') - \sigma_-(s') = \frac{-i}{4m_{\mathrm{p}}p'}\left[A^{(-)}(s'+i\varepsilon) - A^{(-)}(s'-i\varepsilon)\right], \quad (1.14)$$

де $A^{(-)}(s)$ є кросінг-непарними частинами амплітуд $A_{\pm}(s)$

$$A_+(s) \pm A_-(s) \equiv 2A^{(\pm)}(s). \quad (1.15)$$

Таким чином вираз 1.6 спрощується до

$$\rho_{\pm}\,\sigma_{\pm} = \frac{A_{\pm}(s_0,0)}{2m_{\mathrm{p}}p} + \frac{E}{\pi p}\mathbf{P}\int\limits_{m_{\mathrm{p}}}^{\infty}\left[\frac{\sigma_{\pm}}{E'(E'-E)} - \frac{\sigma_{\mp}}{E'(E'+E)}\right]p'\,\mathrm{d}E' \quad (1.16)$$

що є одно-лишковим дисперсійним співвідношенням. Оскільки оддерон не вносить вкладу у мезон-протонні перерізи, в силу негативної P-парності, співвідношення 1.16 використовується у відповідному аналізі експериментальних даних у відповідній роботі автора [1].

1.2 Моделювання σ_{tot} та параметра ρ при $t = 0$

В роботі розглянуто три моделі повних перерізів розсіяння $\mathrm{p}^{\pm}$ p, $\pi^{\pm}$p й $\mathrm{K}^{\pm}$p систем, та відповідних відношень реальної до уявної частини амплітуди ρ. За допомогою дисперсійних співвідношень проведено сукупну апроксимацію як експериментальних повних перерізів, так й ρ для всіх розглянутих систем, що розсіюються. Для $\mathrm{p}^{\pm}$ p перерізів розглянуто моделі як із кросінг-непарним вкладом так й без нього. Загалом, досягнуто гарного опису високоенергетичної частини еволюції повних перерізів та ρ, наведено екстраполяції для порівняння із наступними експериментами. В подальших підрозділах докладніше викладено процедуру аналізу та отримані результати.

1.2.1 Повні перерізи розсіяння

1.2.1.1 Параметризація при низьких енергіях

Моделі, що розглядаються, можуть бути застосовні безпосередньо лише до високоенергетичної частини повних перерізів, тобто $\sqrt{s} \gtrsim 5$ ГеВ. Однак для інтегрування за енергіями у дисперсійному співвідношенні необхідно починати з порогу народження частинок, який є помітно нижчим. Для спрощення цього процесу ми параметризуємо відповідну частину залежності повних перерізів від енергії за допомогою простих функцій, що дозволяє використовувати аналітичні обчислення. Оскільки низькоенергетична параметризація повинна переходити до високоенергетичної безшовним чином, введено спеціальний вільний параметр. Було показано, що деталі параметризації вносять незначний вклад у остаточний результат, якщо досягнено достатньої якості опису низькоенергетичної частини, що оцінюється стандартним критерієм χ^2. Графічне представлення опису низькоенергетичних частин повних перерізів зображено на рис. 1.4. Остаточне значення $\chi^2/\mathrm{NDF} \approx 1.5$ демонструє достатню якість опису.

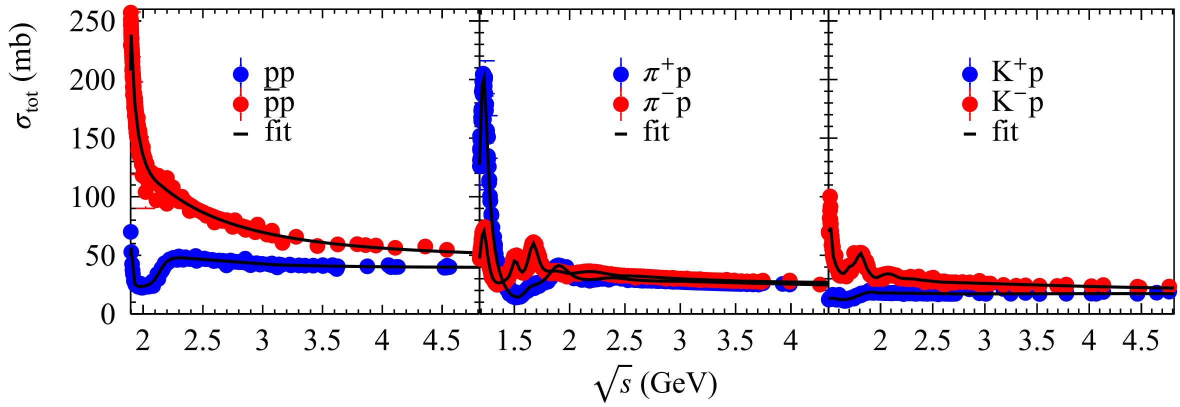


Рис. 1.4 Опис низькоенергетичної частини повних перерізів розсіяння для p$^\pm$ p, $\pi^\pm$p та K$^\pm$p систем

1.2.1.2 Моделі при високих енергіях

Три моделі із різною асимптотичною поведінкою розглянуто в даній роботі. Ми починаемо із опису високоенергетичної частини повних перерізів розсіяння для різних систем та переходимо до відношення реальної до уявної частини амплітуди розсіяння за допомогою дисперсійних співвідношень, що використовує параметризацію низькоенергетичної частини повних перерізів описану вище. Ми розглядаємо моделі побудовані із померону, кросінг-парного реджеону та одерону (для p$^\pm$ p). Ми починаємо з наступного формулювання

$$\mathrm{Im}\, A_{\rm hp}^{\rm \bar{h}p}(s,0) = \mathcal{P}(z) + \mathcal{R}_+(z) \pm \mathcal{R}_-(z) \pm \mathcal{O}(z), \tag{1.17}$$

$$\mathcal{R}_\pm(z) = g_\pm z^{\alpha_\pm(0)}, \tag{1.18}$$

$$z = |\cos\vartheta_t| = \frac{t + 2(s - m_{\rm p}^2 - m_{\rm h}^2)}{\sqrt{(4m_{\rm p}^2 - t)(4m_{\rm h}^2 - t)}} = \frac{t + 4Em_{\rm p}^2}{\sqrt{(4m_{\rm p}^2 - t)(4m_{\rm h}^2 - t)}} \tag{1.19}$$

де ϑ_t є кут розсіяння у крос-каналі. Якщо $t = 0$ то $z = E/m_{\rm h}$.

Основним вкладом, що обумовлює поведінку повного переріза на високих енергіях є померон. Для того щоб забезпечити різну асимптотичну поведінку ми розглядаємо три варіанти цього вкладу: (а) простий полюс; (б) подвійний полюс; та (в) потрійний полюс.

Померон з простим полюсом має інтерсепт більший за одиницю. У контрасті із загальновідомою моделлю Донахі-Ландшофа [17], яка гарно працює для $\sqrt{s} \gtrsim 9$ ГеВ, ми додатково використовуємо ще один простий полюс (з інтерсептом $\alpha_{\mathcal{P}}(0) = 1$)

$$\mathcal{P}(E) = g_0 z + g_1 z^{\alpha_{\mathcal{P}}(0)}. \tag{1.20}$$

У цій моделі ми використовуємо оддеронний доданок у формі

$$\mathcal{O}(E) = g^{\text{од}} z^{\alpha_{\mathcal{O}}(0)}, \quad \alpha_{\mathcal{O}}(0) \leq \alpha_{\mathcal{P}}(0). \tag{1.21}$$

Померон з подвійним полюсом з інтерсептом $\alpha_{\mathcal{P}}(0) = 1$ має вклад у вигляді

$$\mathcal{P}(E) = g_0 z + g_1 z \ln z, \tag{1.22}$$

$$\mathcal{O}(E) = g^{\text{од}} z. \tag{1.23}$$

Померон з потрійним полюсом є найжорсткішою сингулярністю у комплексній площині моменту j що дозволена вимогою унітарності, зокрема, границею Фруасара-Мартена. Він виражається у парі точок розгалуження які сходяться у $t \to 0$ створюючи потрійний полюс при $j = 1$

$$\mathcal{P}(E) = g_0 z + g_1 z \ln z + g_2 z \ln^2 z, \tag{1.24}$$

$$\mathcal{O}(E) = g_1^{\text{од}} z + g_2^{\text{од}} z \ln z. \tag{1.25}$$

Ці моделі можуть бути застосовані безпосередньо до експериментальних даних з повних перерізів за допомогою стандартних асимптотичних виразів для амплітуд. Вони будуються наступним чином. Вклад полюсів Редже із сигнатурою τ (+1 чи -1) до амплітуди є

$$A_{\mathcal{R}_\tau}(s, 0) = \eta_\tau \left(\alpha_{\mathcal{R}}(0)\right) g_{\mathcal{R}} z_t^{\alpha_{\mathcal{R}}(0)} \tag{1.26}$$

де $\eta_\tau(\alpha_\mathcal{R})$ - сигнатурний фактор, що визначено як

$$\eta_\tau(\alpha_\mathcal{R}) = \frac{1 + \tau \exp(-i\pi\alpha_\mathcal{R})}{-\sin(\pi\alpha_\mathcal{R})} =$$
$$= \begin{cases} -\exp\left(-i\pi\alpha_\mathcal{R}/2\right) / \sin\left(\pi\alpha_\mathcal{R}/2\right), & \tau = +1, \\ -i\exp\left(-i\pi\alpha_\mathcal{R}/2\right) / \cos\left(\pi\alpha_\mathcal{R}/2\right), & \tau = -1. \end{cases} \tag{1.27}$$

Померонні, одеронні та реджеонні вклади до амплітуд розсіяння $\mathrm{p}^{\pm}$ p систем завдяки формі сигнатурного фактору (вирази 1.27) можуть бути записані наступним чином

$$A_{\text{hp}}^{\overline{\text{hp}}}(s,0) \;=\; -\mathcal{P}(-i\tilde{s}) - \tilde{R}_+(-i\tilde{s}) \mp i\tilde{R}_-(-i\tilde{s}) \mp i\tilde{O}_-(-i\tilde{s}) \tag{1.28}$$

де $\tilde{s} = s/s_0$, $s_0 = 1$ ГеВ^2 та

$$\tilde{R}_\pm(-i\tilde{s}) = \begin{cases} \mathcal{R}_+(-i\tilde{s})/\sin(\pi\alpha_+/2), & \tau = +1, \\ \mathcal{R}_-(-i\tilde{s})/\cos(\pi\alpha_-/2), & \tau = -1. \end{cases} \tag{1.29}$$

Одеронний вклад $\tilde{O}$ має схожу форму, якщо він вибраний у формі простого полюсу. Перевагою представлення (1.28) є той факт, що повні перерізи в моделях (1.18) та (1.29) мають однакову форму. При виборі асимптотичного нормування $\sigma_{\text{повн}}(s) = \operatorname{Im} A(s,0)/s$, рівняння (1.28) є стандартною аналітичною параметризацією у асимптотичній формі. Апроксимацію з використанням цих виразів для амплітуд ми будемо називати «$-is$ апроксимацією».

1.2.2 Застосування до експериментальних даних

Детальна інформація про набор експериментальних даних, що використовувався, та процедуру апроксимації наведено у [1]. Було показано, що наявність одеронного вкладу не впливає значним образом на остаточне значення χ^2, більш того, дипольна модель недооцінює повні перерізи на $\sqrt{s} =$

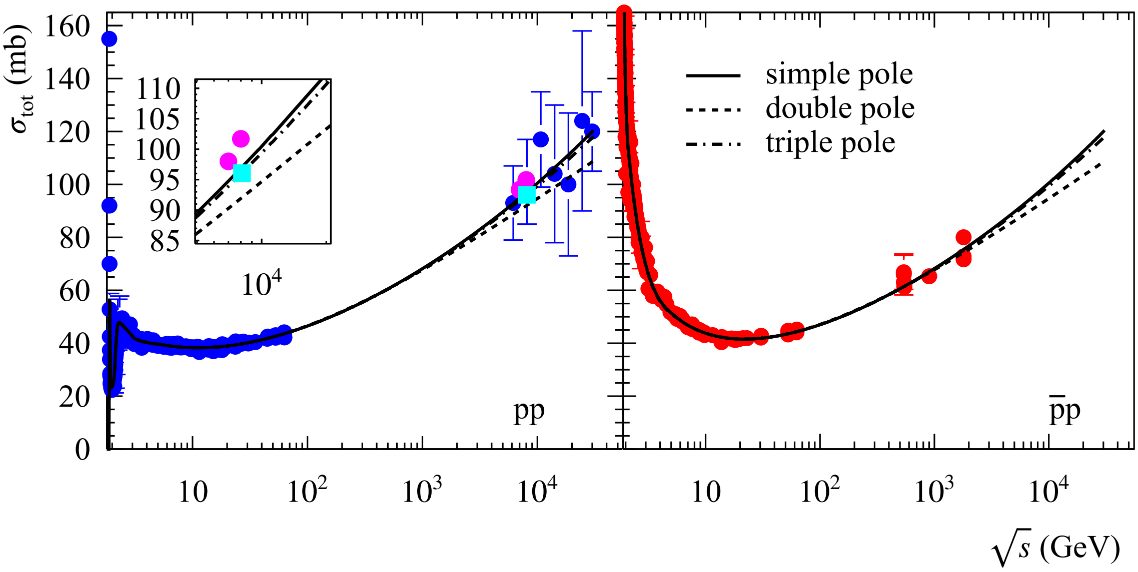


Рис. 1.5 Повні перерізи розсіяння для pp та $\bar{p}p$ зіткнень як функція $\sqrt{s}$. Криві апроксимованих моделей отримано в даній роботі (опубліковано у [1]), експериментальні точки на 7 та 8 ТеВ є результатами експериментів TOTEM [18, 19] (пурпурові точки) та ATLAS [20] (блакитна точка) (на 8 ТеВ), що з'явилися після завершення аналізу, наведені для порівняння з екстраполяцією.

7 та 8 ТеВ [18, 19] З рис. 1.5 можна зробити висновок, що усі три моделі недооцінюють значення повного переріза розсіяння на 7 та 8 ТеВ (виміряного в експерименті TOTEM [18, 19, 21]). Більш того, асимптотична поведінка дипольної моделі не може бути згідною з наявними даними. Нові експериментальні дані демонструють більш різке зростання повного перерізу протон-протонного розсіяння із енергією ніж було спрогнозовано розглянутими моделями, але все ще добре узгоджується із степеневим зростанням. Моделі з простим та потрійним полюсами дають задовільний опис повних перерізів розсіяння адронів на високих енергіях без необхідності одеронного вкладу. Важливо підкреслити, що розглянуті моделі не є унітарними за побудовою, адже інтерцепт померону в моделі простого полюсу є більшим за одиницю $\alpha_{\mathcal{P}}(0) > 1$. В силу невеликої кількості експериментальних точок при високих енергіях $\sqrt{s}$, та значної експериментальної похибки в даних, що отримано із спостереження космічного випромінювання, ці дані також є сумісними із степеневою поведінкою. Однак сукупна апроксима-

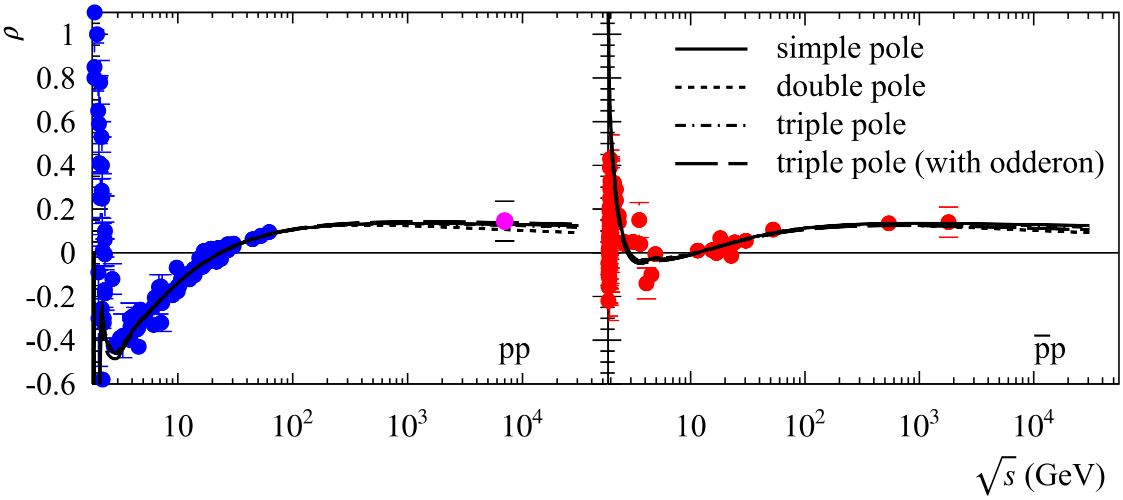


Рис. 1.6 Відношення дійсної до уявної частини амплітуди розсіяння (ρ) як функція $\sqrt{s}$ для pp та $\bar{\text{p}}$p зіткнень. Криві апроксимованих моделей взято отримано в даній роботі (опубліковано у [1]), експериментальна точки на 7 є значенням, що використане в експерименті TOTEM [18, 19] для визначення повного перерізу.

ція адронних повних перерізів та відношення реальної до уявної частини амплітуди ρ є зручним інструментом для перевірки внутрішньої узгодженості самих даних та моделей на основі теорії Редже.

1.3 Унітарізація Реджівських моделей

Експериментальні дані з пружного розсіяння pp та $\bar{\text{p}}$p при енергіях до тих, що було досягнуто на Теватроні, могли досить успішно бути описані в рамках цих моделей. Такі моделі включають померон із інтерсептом більшим одиниці (наприклад модель Донахі-Ландшофа [22], та більш нові [23, 24]).Однак серйозною вадою таких моделей є порушення границі Фруасара, що обмежує зростання повних перерізів розсіяння з енергією. Таким чином подібні моделі повинні бути унітарізовані, навіть якщо вони добре узгоджуються із експериментальними даними. Існує велика кількість методів, якими можна відновити унітарність для даної вихідної функціональної форми амплітуди розсіяння. Найбільш відомими моделями цього типу є ейкональна [25], чи квазі-ейкональна [26], а також U-матрична [27] та її узагальнення [28]. Ще один клас складають моделі, що з самого початку побудовані таким чином, щоб задовольняти умові унітарності та аналітичності амплітуди розсіяння. У подальших підрозділах розглянуто наявні експериментальні дані з диференціальних перерізів розсіяння та застосування унітаризованих моделей Редже для їх опису.

1.3.1 Диференціальні перерізи розсіяння

Перші результати експерименту TOTEM з пружного розсіяння протонів було опубліковано у 2011-у році [29]. Жодна з феноменологічних моделей (що були успішні у широких інтервалах передачі імпульсу t на нижчих енергіях) не змогла коректно передбачити залежність диференційних перерізів розсіяння протонів від t на енергіях LHC [18, 21]. Для апроксимації обрано набір даних з диференціальних перерізів розсіяння pp та $\overline{\text{p}}$p систем в широкому діапазоні енергій, від 19.4 до 7×10^3 ГеВ.

1.3.2 Стандартні схеми унітарізації

Ейкональна та U-матрична моделі будуть розглянуті у їх загальновживній формі з найпростішим виразом для вихідної функціональної форми амплітуди розсіяння. Стандартний підхід використовує реджеони із лінійними траєкторіями та експоненціальними функціями вершин. Ці моделі перевіряються на останніх експериментальних даних з пружного розсіяння протонів, що отримані в експерименті TOTEM.

Методи унітарізації, що розглядаються у даній роботі, базуються на припущенні, що взаємодія двох адронів може бути апроксимована добутком послідовних обмінів помероном й таким чином залежить лише від кількості таких обмінів n. Це називається полюсним наближенням для проміжних станів (див. рис. 1.7). Цей підхід призводить до амплітуди у формі

$$H(s,b) = \frac{1}{2i}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\lambda_{\mathrm{a}}(n)\lambda_{\mathrm{b}}(n)}{n!}[2ih(s,b)]^n, \qquad (1.30)$$

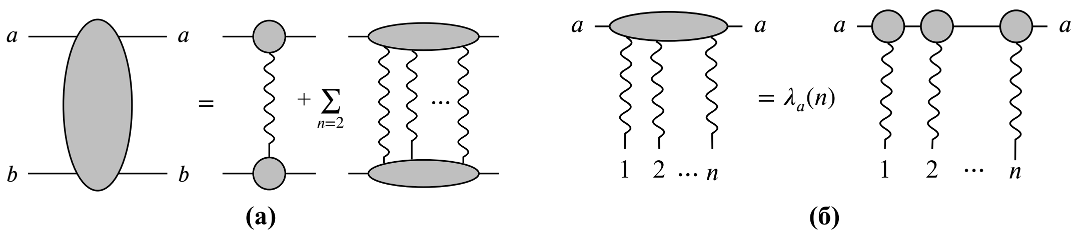


Рис. 1.7 Многопомеронний вклад до амплітуди пружного розсіяння (а) та полюсне наближення двоадронної n-померонної амплітуди (б)

де $h(s, b)$ - амплітуда однопомеронного обміну. Використовуючи $\lambda(n) = \lambda^n$ чи $\lambda(n) = \lambda^n n!$, з $\lambda = \lambda_\mathrm{h}\lambda_\mathrm{p}$ ми отримуємо добре відомі схеми унітарізації померона: (а) (квазі-)ейкональну [25, 26, 30, 31] та (б) (квазі-)U-матричну [27, 28] .

Явні вирази отримуються наступним чином. Квазі-ейкональна модель

$$H^{\mathrm{hp}}(s, b) = \frac{\exp\left[2i\lambda_{\mathrm{hp}}h^{\mathrm{hp}}(s, b)\right] - 1}{2i\lambda_{\mathrm{hp}}}, \quad \lambda_{\mathrm{hp}}(n) = (\lambda_{\mathrm{hp}})^n, \tag{1.31}$$

що перетворюється на звичайну ейкональну коли $\lambda_{\mathrm{hp}} = 1$, та квазі-$U$-матрична модель

$$H^{\mathrm{hp}}(s, b) = \frac{h^{\mathrm{hp}}(s, b)}{1 - 2i\lambda_{\mathrm{hp}}h^{\mathrm{hp}}(s, b)}, \quad \lambda_{\mathrm{hp}}(n) = (\lambda_{\mathrm{hp}})^n n!. \tag{1.32}$$

що перетворюється на чисту U-матричну коли $\lambda_{\mathrm{hp}} = 1/2$. В обох випадках $\lambda_{\mathrm{hp}} \geq 1/2$, оскільки повна амплітуда повинна задовольняти нерівності $|H^{\mathrm{hp}}| \leq 1$.

Вихідні амплітуди у стандартній Реджівській формі

$$a^{\mathrm{p}^\pm \mathrm{p}}(s, t) = \sum_{\mathrm{R}_+} a_+(s, t) \pm \sum_{\mathrm{R}_-} a_-(s, t). \tag{1.33}$$

При високих енергіях ($s \gg m_\mathrm{p}^2$) їх можна записати наступним чином

$$a_\pm(s,t) = \begin{pmatrix} -1 \\ i \end{pmatrix} g_{\mathrm{R}_\pm}(t)(-i\tilde{s})^{\alpha_{\mathrm{R}_\pm}(t)}, \tag{1.34}$$

де $\tilde{s} = s/s_0$, s_0=1 ГеВ^2.

Тільки два типи полюсів Редже мають вклад до амплітуди, яким не можна знехтувати. Перший тип це полюси з інтерсептом близьким до чи більшим за одиницю, а саме кросінг-парний померон (чи декілька померонів) та кросінг-непарний одерон (чи декілька одеронів). Другий тип це так звані вторинні реджеони із інтерсептами меншими за одиницю. Такими реджеонами є f, a_2, ω, ρ з $\alpha(0) \sim 0.5$ та інші з навіть меншими значеннями інтерсептів. Для високих енергій розсіяння $\mathrm{p}^\pm\,\mathrm{p}$ достатньо розглядати лише один ефективний кросінг-парний вторинний реджеон R_+ й лише один кросінг-непарний вторинний реджеон R_-.

У наступних міркування ми слідуємо аргументам, що викладено у [30], та розглядаємо вторинні реджеони із зафіксованими інтерсептами та крутістю траєкторій (строго кажучи, такі траєкторії не співпадають з траєкторіями f- та □-реджеонів, але на високих енергіях їх вклад є експоненційно пригніченим)

$$\begin{aligned} \alpha_+(0) &= 0.69, & \alpha'_+ &= 0.84\ \text{ГеВ}^{-2} \\ \alpha_-(0) &= 0.47, & \alpha'_- &= 0.93\ \text{ГеВ}^{-2}. \end{aligned} \tag{1.35}$$

1.3.3 Застосування до експериментальних даних

Навіть дуже прості феноменологічні моделі здатні описати деякі інтегральні характеристики розсіяння, такі як, наприклад, повні перерізи $\sigma_{\text{повн}}$ та відношення реальної до уявної частини амплітуди ρ, як було продемонстровано у попередньому розділі. Раніше було показано [30], що модель з одним, двома чи трьома померонами та одним одероном, для експоненціальних функцій вершин, не здатна описати вже низькоенергетичні експериментальні дані з диференціальних перерізів. Це було підтверджено також для більш нових експериментальних даних на 7 ТеВ від колаборації TOTEM [31]. Можна продемонструвати, що двопомеронна модель не може досягнути кращого узгодження з даними навіть при використанні двічі-експоненціальної форми вершинної функції [2]. Трьохпомеронна модель, заново апроксимована до повного набору даних [32] дає незначним чином кращий опис, проте вона також не узгоджується з даними.

Була розглянута модифікована модель, з з додатковим одеронним вкладом, що призводить до вихідної амплітуди у формі

$$\begin{aligned} h^{\mathrm{p}^{\pm}\,\mathrm{p}}(s,b) &= h_{\mathcal{P}}(s,b) + h_{+}(s,b) \pm \left(h_{\mathcal{O}}(s,b) + h_{-}(s,b)\right), \\ h_{\mathcal{P}}(s,b) &= \sum_{i=1}^{3} h_{\mathcal{P}_i}(s,b), \quad h_{\mathcal{O}}(s,b) = \sum_{i=1}^{2} h_{\mathcal{O}_i}(s,b) \end{aligned} \tag{1.36}$$

де кожний вихідний доданок обрано в стандартній формі (формула 1.34) з лінійною траєкторією

$$\alpha_i = \alpha_i(0) + \alpha_i' t$$

та експоненціальною функцією вершини

$$g_i(t) = g_i \exp\left(B_i t\right).$$

Обидві схеми унітаризації (з $\lambda = 1$ для ейкональної та $\lambda = 1/2$ для U-матричної) було використано для апроксимації експериментальних даних у наступній області енергій

$$\begin{array}{llll} \text{для} & \sigma_{\text{повн}}(s) \quad \text{та} \quad \rho(s) & \text{при} & \sqrt{s} \geq 5\ \text{ГеВ}, \\ \text{для} & \mathrm{d}\sigma(s,t)\big/\mathrm{d}t & \text{при} & \sqrt{s} \geq 19.0\ \text{ГеВ}, \\ & & & 0.01 \leq |t| \leq 14.2\ \text{ГеВ}^2. \end{array} \tag{1.37}$$

Опис експериментальних даних, що отримано в результаті (як показано на рис. 1.8, з роботи автора [2]), є помітно кращім, ніж у простих моделях, але

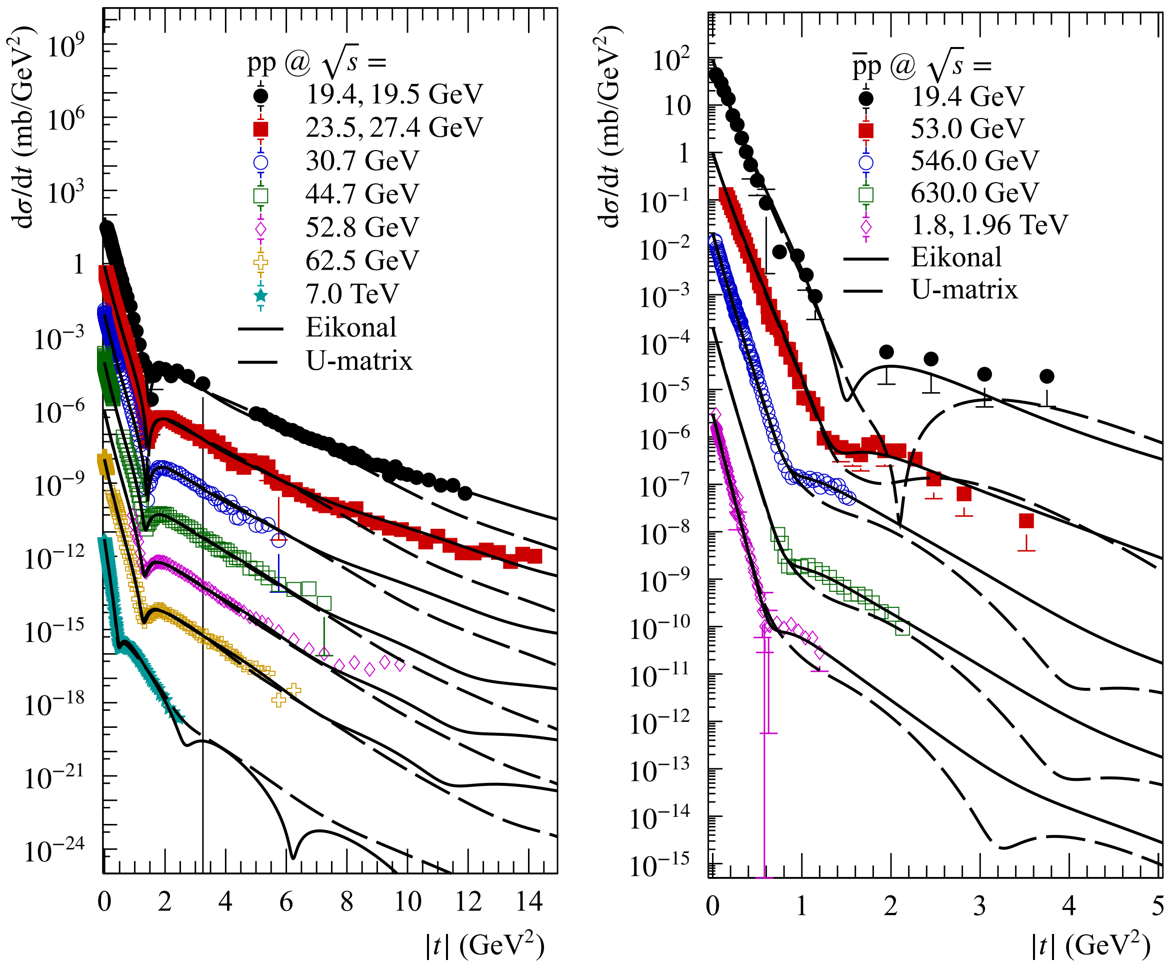


Рис. 1.8 Пружні диференціальні перерізи як функції $|t|$ для (а) pp й (б) $\bar{p}p$ розсіяння з ейкональною (неперервна крива) та U-матричною (пунктирна крива) модельною апроксимацією

у деяких випадках при великих значеннях $|t|$ спостерігаються нефізичні осциляції.

Унітаризовані моделі забезпечують значно кращу якість опису експериментальних даних диференціальних перерізів розсіяння. Однак на великих значеннях $|t|$ нефізичні осциляції присутні як в ейкональній (для pp розсіяння), так й в U-матричній моделях (для $\bar{p}p$). Зазначимо, що ці осциляції присутні в області де не існує експериментальних даних. Окрім того, подібна поведінка є схожою на провал в області переходу від дифракційного конусу до степеневого спаду диференційного перерізу, тобто виникає при зміні знаку уявної частини амплітуди, що не є неможливим.

1.4 Геометрична картина зіткнення протонів

Експерименти на LHC значно розширили діапазон енергій, що є доступним для аналізу. Це дозволяє звернутися до таких ще не розв'язаних проблем як геометрія області зіткнення адронів. На відміну від іон-іонних та протон-іонних зіткнень, де нам доступне поняття центральності, для протон-протонного розсіяння ми не маємо зручної характеристики. Завдяки умові унітарності, ми можемо, на основі наявних даних з диференціальних перерізів розсіяння, дослідити поведінку дійсної і уявної частин амплітуди як функції s, t. Безпосередній аналіз перерізів наведений у наступному підрозділі. Тут ми зосередимося на обговоренні фундаментальних властивостей амплітуди й, зокрема, співвідношенню між пружним та непружним розсіянням.

Інформація про поведінку амплітуди у значному інтервалі t є дуже важливою, адже зараз не існує способу отримати її безпосередньо з КХД. Попри те, що розсіяння на великі кути (тобто при великій передачі імпульсу $p_\perp^2 = -t$) може бути описане у режимі асимптотичної свободи, аналіз розсіяння на малі кути потребує врахування когерентних станів партонів у вихідних протонах. Дуже важливу роль для отримання цієї інформації відіграють процеси пружного розсіяння на малі кути, тобто в області так званого дифракційного конусу, де диференційний переріз описується залежністю

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} = \frac{\sigma_{\mathrm{tot}}^2}{16\pi} \exp\left(-B|t|\right). \tag{1.38}$$

Розсіяння на дуже малі кути дозволяє безпосередньо вимірювати відношення уявної до дійсної частини амплітуди ядерної взаємодії в силу її інтерференції із Кулонівською в цій області, яка може бути розрахована. Доступні зараз експериментальні енергії дозволяють розглядати протони, що взаємодіють, як тонкі диски, в силу Лоренцевого скорочення довжини в напрямку бусту. Геометричний підхід припускає певні властивості внутрішньої структури адрона, зокрема, у найбільш загальній формі, наявність констітуентів, партонів, що мають деяку густину розподілу всередині адрону. Однак партонні моделі не в змозі описати розсіяння на малі кути адже є суто пертурбативними. Таким чином, єдиним інструментом в цьому випадку залишаються феноменологічні моделі. Однак найбільший інтерес для розуміння поперечної структури області взаємодії є асимптотична поведінка співвідношень пружного, та непружного перерізів, що в силу унітарності та (узагальненої) оптичної теореми характеризує фундаментальні особливості адронної взаємодії.

Розглядаючи поглинальній та відбивний режими розсіяння (див. наступний підрозділ), ми можемо перевірити наявні гіпотези про асимптотику перерізів, а значить й зробити висновки про припущення, що до них приводять. Прямою аналогією з квантовомеханічним та оптичним розсіянням є гіпотеза чорного диску, тобто асимптотична гіпотеза, що припускає повністю поглинальний режим пружного розсіяння в центральних зіткненнях на асимптотично високих енергіях, тобто

$$\sigma_{\mathrm{el}}(s)\big/\sigma_{\mathrm{tot}}(s) \to 1/2. \tag{1.39}$$

Видобування залежності амплітуди та пов'язаних з нею величин від прицільного параметра b з експериментальних даних є найбільш прямим шляхом для відповіді на ці питання. Також дуже цікавою в цьому представленні є поведінка непружного профілю як функції b, адже вона фактично визначає поперечну структуру протона для сильної взаємодії.

1.4.1 Геометрія зіткнення з диференціальних перерізів

Привабливою особливістю представлення прицільного параметра є діагоналізація рівняння унітарності (Б.15) для амплітуди пружного розсіяння $H(s,b)$, тобто, на великих енергіях, пружна та непружна частини розділені із точністю $O(1/s)$ [33]. Інформація про $H(s,b)$ та, зокрема, про $H(s,0)$, необхідна для того, щоб задати верхню границю амплітуди. Це дозволить перевірити сумісність експериментальних даних із наближенням чорного диску що відповідає максимальному вкладу від непружного каналу в пружну унітарність з асимптотичним відношенням (1.39), чи, альтернативно, це відношення дорівнює одиниці й відповідає максимальним значенням парціальних амплітуд дозволених унітарністю

$$\sigma_{\mathrm{el}}(s)\big/\sigma_{\mathrm{tot}}(s) \to 1 \tag{1.40}$$

при $s \to \infty$. Допускаючи границю в 1/2 можна зменшити множник у визначенні границі Фруасара удвічі [34]. Границя зменшується в чотири рази для повного непружного перерізу розсіяння [35]. Декілька асимптотичних границь було розглянуто у [36] практично модельно-незалежним чином, також лише для розсіяння уперед.

Рівняння Б.15 також є зручним для реконструювання $G_{\mathrm{inel}}(s, b)$[3] з експериментальних даних пружного розсіяння[4].

Співвідношення унітарності тягне за собою існування двох режимів розсіяння, що можуть бути розглянуті як поглинальний та відбивний. А саме, елемент $\tilde{S}$-матриці для пружного розсіяння (пов'язаний з амплітудою як $\tilde{S}(s, b) = 1 + 2iH(s, b)$) може бути представлений у формі

$$\tilde{S}(s, b) = \kappa(s, b) \exp\left[2i\delta(s, b)\right] \tag{1.41}$$

з двома реальними функціями $\kappa(s, b)$ та $\delta(s, b)$. Функція κ ($0 \le \kappa \le 1$) є фактором поглинання[5], її значення $\kappa = 0$ відповідає повному поглинанню. На достатньо високих енергіях реальна частина амплітуди розсіяння дуже мала та їй можна знехтувати, що дозволяє зробити заміну $H \to iH$. Розглянемо цей спрощений варіант. Вибір режиму пружного розсіяння, тобто,

[3] Хоча $G_{\mathrm{inel}}(s, b)$ не є строго визначеною у асимптотичному режимі

[4] Див. наприклад [37, 38] для раннього аналізу $G_{\mathrm{inel}}(s, b)$ та [39, 40] для оновленого.

[5] Але вона має інший зміст у регіоні відбиття, як буде розглянуто у подальшому

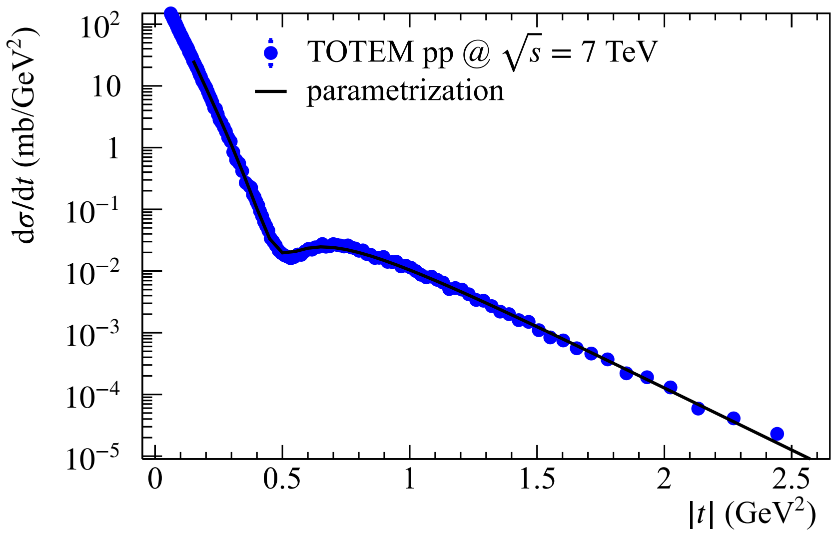


Рис. 1.9 Апроксимація даних експерименту TOTEM з диференціальних перерізів розсіяння на 7 ТеВ, отримана з використанням виразу 1.46

поглинального чи відбивного, диктується фазою $\delta(s,b)$. Стандартним припущенням є то, що $\tilde{S}(s,b) \to 0$ для фіксованого прицільного параметра b та $s \to \infty$. Це припущення називається границею чорного диску та пружне розсіяння є повністю поглинальним у цьому випадку, тобто є тінню всіх непружних процесів. Це призводить до $\max[\operatorname{Im} H(s,b)] = 1/2$.

Існує інша можливість, а саме, функція $\tilde{S}(s,b) \to -1$ коли b фіксовано й $s \to \infty$, тобто $\kappa \to 1$ і $\delta \to \pi/2$. Це відповідає повністю відбивному розсіянню [41]. Важливим фактом є те, що фаза ненульова, тобто δ дорівнює $\pi/2$ й $\max[\operatorname{Im} H(s,b)] = 1$.

Розглянемо експериментальні ефекти, що є чутливими до ненульової фази. Найпряміший шлях - реконструювання залежності амплітуди пружного розсіяння від прицільного параметра з експериментальних даних диференціальних перерізів розсіяння pp та $\bar{\text{p}}$p систем.

Реконструкція реалізована (з деякими модифікаціями) на основі методу, що запропоновано у [37] для pp розсіяння та використаного у [38] для $\bar{\text{p}}$p. Щоб обчислити амплітуди як функції прицільного параметра з експериментальних значень $\mathrm{d}\sigma \big/ \mathrm{d}t$ ми починаємо із перетворення, визначеного виразами Б.13 та Б.14 (див. Додаток Б), але з явними нормувальними факторами

$$H(s,b) = \frac{1}{8\pi s}\int_0^\infty \mathrm{d}q\, q\, J_0(qb/k_1)A(s,t), \tag{1.42}$$

$$A(s,t) = 8\pi s \int_0^\infty \mathrm{d}b\, b\, J_0(qb/k_1)H(s,b), \tag{1.43}$$

$$t = -p_\perp^2, \tag{1.44}$$

де $k_1 = 0.1973269718$ ГеВ·фм. Нормування $A(s,t)$ обрано у вигляді

$$\sigma_{tot} = \frac{k_2}{s}\,\mathrm{Im}\,A(s,0), \qquad \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} = \frac{k_2}{16\pi s^2}\,|A(s,t)|^2\,, \tag{1.45}$$

з $k_2 = 0.389379338$ мб $\cdot$ ГеВ^2.

На певній енергії s, амплітуда розсіяння була параметризована таким чином, щоб описати експериментальні значення $\mathrm{d}\sigma\big/\,\mathrm{d}t$ з використання модифікованого виразу з [37, 38]

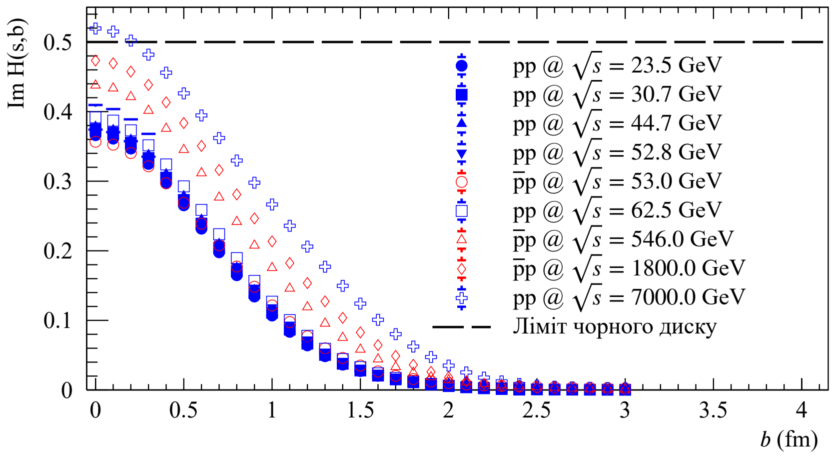
$$A(t) = 8\pi s\Big[i\alpha\left(A_1 e^{b_{1\alpha}t/2} + (1-A_1)e^{b_{2\alpha}t/2}\right) - \\ - iA_2 e^{b_3 t/2} - A_2\rho(1-t/\tau)^{-4}\Big], \tag{1.46}$$

де

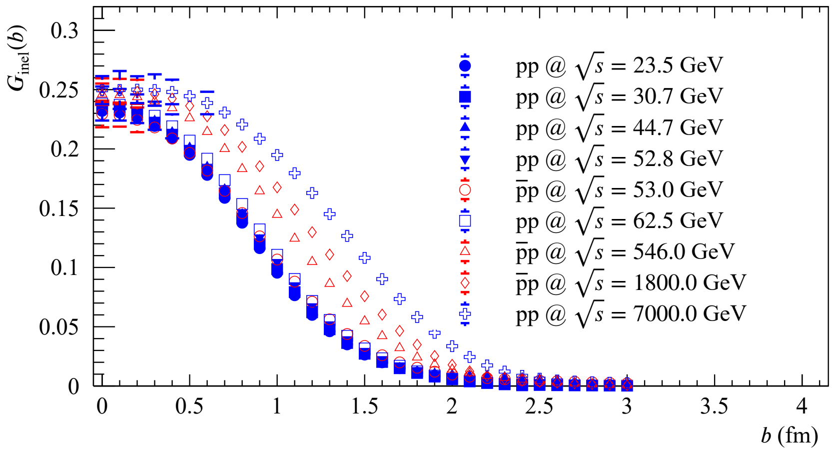
$$\alpha = (1-i\rho)\left(\sigma_{\mathrm{tot}}/(8k_2\pi) + A_2\right), \tag{1.47}$$

із ρ та σ_{tot} взятими з експериментальних даних. Апроксимація з використанням цього виразу була зроблена незалежно для набору даних на кожній енергії. Параметризацію 1.46 побудовано таким чином, що співвідношення 1.45 та рівняння $\mathrm{Re}\,A(s,0)\big/\,\mathrm{Im}\,A(s,0) = \rho$ є справедливими незалежно від значень вільних параметрів. Ця параметризація дає значно кращий опис експериментальних диференціальних перерізів розсіяння (див. рис. 1.9), ніж прості моделі Редже (див. рис. 1.8а у розділі 1.3);

Детальний аналіз, що описаний у [3], реконструює залежності $H(s,b)$ та $G_{\mathrm{inel}}(s,b)$ від прицільного параметра як показано на рис. 1.10. Найбільш



(а)



(б)

Рис. 1.10 Уявна частина амплітуди розсіяння (а) та функція непружного перекриття (б) в залежності від прицільного параметру b для pp та $\bar{\text{p}}$p розсіяння на різних енергіях.

значним результатом є той факт, що $\operatorname{Im} H(s, 0) > 1/2$ вже при $\sqrt{s} = 7$ ТеВ, що перевищує границю чорного диску. Фізичні наслідки цього будуть розглянуті у наступному розділі.

Розділ 2 Непружна взаємодія

2.1 Характеристики зіткнень адронів

Множинність заряджених частинок, що народжені у непружному зіткненні адронів, є однією з базових характеристик високоенергетичного розсіяння та є предметом довготривалих експериментальних та теоретичних досліджень, що формували розуміння механізмів сильної взаємодії.

На енергіях LHC, народження частинок все ще переважно забезпечується м'якими процесами, але й має помітний вклад від жорсткого розсіяння. Таким чином множинність народжених частинок, як і інші глобальні спостережні величини, дозволяє досліджувати обидва компоненти. Оскільки ці спостережні використовуються як вихідні дані для моделей типу Глаубера-Сітенка [42–45], подібні дослідження також необхідні для кращого моделювання іон-іонних зіткнень, таких як Pb–Pb на LHC. На найвищій досягнутій в експерименті енергії, зіткнення протонів з дуже високою множинністю досягають густини енергії, що може бути порівняна до такої в найбільш центральних Au–Au зіткненнях в експерименті RHIC, що дає нам інструмент для порівняння систем із схожою густиною енергії та об'ємами, що відрізняються на порядок величини.

Важливо зазначити, що вже на $\sqrt{s} = 2.36$ ТеВ, сучасні моделі адронного розсіяння не змогли відтворити базові характеристики протон-протонних зіткнень в експерименті LHC, такі як густина заряджених частинок за псевдохуткістю, розподіли множинності заряджених частинок, баланс між типами частинок, що народжено, долю странних частинок, розподіли поперечного імпульсу та сферичності (див. [46], [47], [48] and [49]).

Оскільки множинність є прямою характеристикою ступеню непружності події зіткнення, розподіли множинності потенційно містять інформацію щодо механізмів адронізації. Однак, на відміну від іон-іонного розсіяння, де множинність напряму пов'язана із центральністю зіткнення (див.

наприклад [50]), для протон-протонної взаємодії немає аналогічних співвідношень та понять, ситуація в цілому є менш зрозумілою. Враховуючи останню та однозначну інформацію про колективні процеси у протон-протонному розсіянні на енергіях LHC [51], а також потенційно нетривіальну поперечну геометрію області зіткнення (див. попередній розділ), можливий зв'язок множинності із характеристиками акту сильної взаємодії, що відбувається у зіткненні протонів, стає ще більш цікавим. Даний розділ присвячено саме експериментальним розподілам множинності з акцентом на експериментальні обмеження та особливості інтерпретації експериментальних результатів з точки зору теорії.

2.1.1 Розподіли множинності до LHC

Експериментальні виміри розподілів множинності та спроби їх теоретичного опису мають давню та багату історію. Детальний огляд експериментальних даних та їх теоретичного розуміння у період до LHC було стрвορено Карузерзом та Шихом у 1987 році [52]. Низка дискретних розподілів ймовірності, що виникають з різноманітних гіпотетичних процесів, було розглянуто, але найбільш успішним в описі розподілів множинності став негативно-біноміальний розподіл. Залишаючи дискусію з природи цього спостереження до наступного розділу ми зосередимося на особливостях експериментальних даних та способу вимірювання розподілів множинності. Також необхідно зазначити, що вже на енергії зіткнення 900 ГеВ, в експерименті UA5, для розподілів у необмеженому фазовому просторі було помічено відхилення від негативно-біноміальної поведінки. Але це не було підтверджено до отримання нових вимірів на цій енергії що було зроблено в експерименті ALICE на LHC [46], де аналогічна поведінка була помічена для розподілу в інтервалі $|\eta| < 1.5$, оскільки доступний діапазон множинностей був помітно розширений в нових експериментальних установках.

2.1.2 Розподіли множинності в експериментах на LHC

З початку своєї роботи у 2008-у році,LHC створив безпрецедентний масив даних з протон-протонних, протон-іонних та іон-іонних зіткнень на енергіях від 900 ГеВ до 13 ТеВ, у широкому діапазоні характеристик пучків. Розподіли множинності, отримані в експериментах на LHC є цікавими з теоретичної точки зору в силу того, що вони отримані у широкому класі умов на практично незмінних експериментальних установках, що означає можливість контролювати систематичну похибку, яка є помітною проблемою саме вимірів множинності, між результатами на різних енергіях, а значить й досягти рівню на якому можна розрізняти та спростовувати феноменологічні й теоретичні моделі. В наступному розділі викладена спроба створити феноменологічний одночасний опис розподілів множинності в протонних зіткненнях в різних симетричних інтервалах псевдохуткості на основі результатів, що отримані автором для колаборації ALICE [4].

В цьому розділі ми розглянемо шлях, яким отримуються виміри розподілів множинності в експерименті ALICE на LHC, та наслідки, які це несе для моделювання цих розподілів й процесів, що призводять до них. Зокрема важливою є нормалізація розподілів множинності в рамках певних класів подій. З точки зору теорії віддається перевага виборкам подій зіткнення що, або відповідають певним процесам, що розглядаються, або навпаки не включають певні процеси, що мають інші очікувані характеристики та тим самим можуть замаскувати важливу особливість. Однією з таких вибірок є непружні події за виключенням односторонньої дифракції (тобто процесів виду $1 + 2 \rightarrow 1 + X$ та $1 + 2 \rightarrow X + 2$). Нажаль, в силу відсутності повноцінної теоретичної моделі таких процесів, побудова вибірки, що їх виключає, потребує використання Монте-Карло симуляцій за допомогою генераторів подій, що реалізують різні наближені моделі односторонньої дифракції. Сучасні генераторі неспроможні правильно передбачити відносну долю дифракційних подій в розсіянні протонів та потребують спеціального підстроювання[53]. Таким чином експериментально визначена вибірка непружних подій за виключенням односторонньої дифракції є модельно- та детекторно-залежною й повинна розглядатися відповідно.

Інші нормалізації розподілів множинності включають всі непружні події, що є найбільш незміщеною вибіркою, та непружні події з якнайменше однією частинкою у центральній (зазвичай $|\eta| < 1$) області псевдохуткості. Також в деяких експериментах використовують явне обмеження на поперечний імпульс зареєстрованих частинок (ATLAS [54]) або несиметричні інтервали псевдохуткості (LHCb [55]). Такі нормалізації мають помітно меншу систематичну похибку, але є більш складними для теоретичного опису в силу додаткових обмежень.

Важливою експериментальною проблемою також є інструментальний «бін 0», тобто велике, в порівнянні із рештою розподілу, значення $P(0)$. Це є прямим результатом обмеження фазового простору, оскільки прямо з визначення непружної події ми не можемо мати менше двох народжених частинок. Навіть якщо ці частинки є нейтральними, частота таких подій повинна бути дуже низькою на великих енергіях. Таким чином цей бін включає події, які не мають заряджених частинок у даному інтервалі псевдохуткості, що є характерним, зокрема, для дифракційних подій, особливо на великих енергіях де дифракційна система має значний вихідний буст в результаті чого вилітає з робочої області центральних детекторів не перетнувши їх.

2.2 Експеримент ALICE на LHC

2.2.1 Детектори експерименту ALICE

Детальний опис детекторів експерименту ALICE наведено у відповідних технічних документах [56]. У даній роботі викладено лише особливості, які важливі для опису аналізу даних та аналізу систематичних похибок. Трекінг заряджених частинок та вимірювання їх поперечного імпульсу базуються на внутрішній трекінговий системі (Inner Tracking System, далі ITS) в комбінації з час-проєкційною камерою (Time Projection Chamber, далі TPC) [57], обидві системи розташовані у центральному циліндрі установки ALICE всередині великого соленоїдного електромагніту, що створює однорідне магнітне поле інтенсивністю 0.5 Т паралельно осі детектору.

Детектор V0 [58] складається із двох сцинтиляційних годоскопів, кожен з яких розташовано з однієї із сторін від області взаємодії, на $z = 3.3$ м (V0A) та на $z = -0.9$ м (V0C) (вісь z розташовано уздовж протонного променю, початок координат знаходиться у геометричному центрі детектору), що дозволяє детектувати заряджені частинки у області псевдохуткості $2.8 < \eta < 5.1$ та $-3.7 < \eta < -1.7$ відповідно. Часова роздільна здатність годоскопів є кращою за 0.5 нс.

ITS складається з напівпровідникових детекторів високої роздільної здатності, розміщених на шістьох циліндричних шарах на відстані від лінії протонного променю від 3.9 см до 43 см. Три технології детектування використовуються у цій системі. На найглибших шарах використовуються напівпровідникові пікселі (silicon pixel detector, далі SPD [59]), що забезпечують покриття псевдохуткості $|\eta| < 2$ та $|\eta| < 1.4$ відповідно. За SPD слідують два шари напівпровідникової дрейфової камери (Silicon Drift Detector, далі SDD [60]). Завершують систему два шари двосторонніх сенсорів з напівпровідникових мікросмужок (Silicon Strip Detector SSD, [61]).

SPD та сцинтиляційні годоскопи V0 також забезпечують тригер для ініціації зчитування даних з детекторів.

TPC [57] є великим циліндричним дрейфовим детектором з центральною високовольтною мембраною на $z = 0$, потенціал якої підтримується на +100 кВ та двома площинами зчитування на торцях циліндру. Кількість стороннього матеріалу[1] між точкою перетину пучків та активним об'ємом детектору TPC відповідає, в середньому, 11% радіаційної довжини в області $|\eta| < 0.8$.

Детектори TPC та ITS було відцентровано один до одного з точністю до кількох сотень мікрометрів з використанням даних від космічних променів та протон-протонних зіткнень в детекторі [62].

Вимірювання поперечного імпульсу частинок не використовується в цій роботі, але важливо зазначити, що ефективність трекінгу частинок в детекторі ALICE є чутливою до поперечного імпульсу. Для оцінки систематичної похибки, пов'язаної із обмеженою ефективністю трекінгу, спектр поперечних імпульсів в симульованих даних, що використовуються для побудові корекції, варіювався під порогом детектування (тобто точки, де ефективність падає нижче 50%), який у випадку детекторів ALICE відповідає поперечному імпульсу частинки $p_\perp \approx 0.05$ ГеВ$/c^2$.

Множинність заряджених частинок вимірюється з використанням інформації від TPC у області $|\eta| < 0.9$ та від ITS у $|\eta| < 1.3$. На більших кутах розсіяння (більших значеннях псевдохуткості) лише SPD має покриття й був використаний для розширення виміру $\mathrm{d}N_{\mathrm{ch}}/\mathrm{d}\eta$ до $|\eta| < 2.0$.

2.3 Огляд аналізу даних в експерименті ALICE

Вихідні дані протон-протонних зіткнень для вимірювання множинності заряджених частинок було обрано із набору даних із низькою інтенсивністю зіткнень, для того щоб зменшити систематичну похибку від поєднання окремих подій зіткнення в одному перетині протонних пучків та зменше-

[1] Кріплення детекторів, електроніка, електро- та теплопроводи, тощо.

ння фонових подій: зіткнення протонних пучків із залишками газу у трубі та гало зустрічного пучка. Висока стабільність детекторів експерименту ALICE дозволила зібрати майже неперервний набір з 3×10^8 подій зіткнення протонів на енергії 7 ТеВ в системі відліку центра мас. Ця вибірка містить події зіткнення із множинністю заряджених частинок (у $|\eta| < 1.5$) до 150, що може бути порівняна до тієї у протон-іонних та периферичних іон-іонних зіткненнях.

Нову процедуру вимірювання множинності заряджених частинок було розроблено для використання вдосконалених можливостей трекінгу частинок у програмному комплексі реконструкції даних експерименту ALICE та детального аналізу систематичних похибок із низки джерел. Спеціальні зусилля були спрямовані на врахування скорельованих систематичних похибок, що є специфічною проблемою вимірів множинності заряджених частинок. Додатково, модельні похибки було зменшено в результаті урахування різноманітних недоліків моделей, що використовуються у генераторах подій, у відтворенні характеристик протон-протонних зіткнень. Зокрема, доля дивних частинок у протон-протонних зіткненнях помітно (майже вдвічі) недооцінена у генераторах подій Pythia 6 [11] та Phojet [14, 15], та потребує підстроювання. Долю дифракційних подій в Монте-Карло симуляціях також було підстроєно на основі теоретичних прогнозів розподілу маси дифракційної системи [53].

Дані з протон-протонних зіткнень на енергіях від 0.9 до 8 ТеВ було використано, що забезпечує узгоджений вимір та можливість дослідити еволюцію розподілів з енергією зіткнення та псевдохуткістю η завдяки однаковій процедурі вимірювання та схожих систематичних похибок. Значне покращення якості вимірювання було досягнуто у порівнянні із попередніми результатами ALICE та інших колаборацій.

Детальний опис аналізу, та експериментальної техніки, включаючи вибірки даних та оцінку систематичних похибок опубліковано у роботі автора для колаборації ALICE [4].

2.4 Важливі результати

2.4.1 Густина заряджених частинок за псевдохуткістю

Експериментальні результати колаборації ALICE для густини частинок за псевдохуткістю на енергії $\sqrt{s} = 0.9$ TeB показано на рис. 2.1 разом із попередніми результатами від цієї ж та інших експериментальних колаборацій, що існували на момент проведення вимірювань. На $|\eta| > 0.9$ експериментальні точки для класу непружних подій дещо менші ніж попередні результати експерименту ALICE[46]. Найвпливовішими джерелами різниці є : (а) підстроювання долі дифракції у генераторах подій для нового виміру, оскільки частинки у дифракційних подіях головним чином народжуються на великих значеннях η; (б) врахування ефекту від частинок, що відповідають продуктам розпаду дивних частинок було удосконалено з використанням відповідних результатів експерименту ALICE [48]; та (в) вдосконалення алгоритму реконструкції треків частинок у SPD, зокрема якості реконструкції для великих кутів розсіяння (тобто великих значеннях η).

Розбіжність результатів ALICE із результатами UA5 для класу непружних подій на великих η може бути пояснена тим фактом, що в експерименті UA5 використовувалася обернена залежність перерізу дифракції від маси дифракційної системи, $1/M_X$ [63]. Необхідно також зазначити, що результати експерименту UA5 є внутрішньо неузгодженими [64]. Експериментальні результати на $\sqrt{s} = 2.76$ TeB показані на верхній частині рис. 2.1 та узгоджуються з результатами на $\sqrt{s} = 2.36$ TeB [46], згідно із очікуваннями в силу незначної зміни енергії пучків у системі центру мас. Останні результати з $\mathrm{d}N_{\mathrm{ch}}/\mathrm{d}\eta$, на $\sqrt{s} = 7$ TeB (рис. 2.1, посередині), демонструють добру узгодженість як із попередніми результатами ALICE для класу непружних подій з якнайменш однією частинкою у центральній області псевдохуткості [47], так й з результатами CMS для класу непружних подій за виключенням односторонньої дифракції [65]. Вимір $\mathrm{d}N_{\mathrm{ch}}/\mathrm{d}\eta$ на

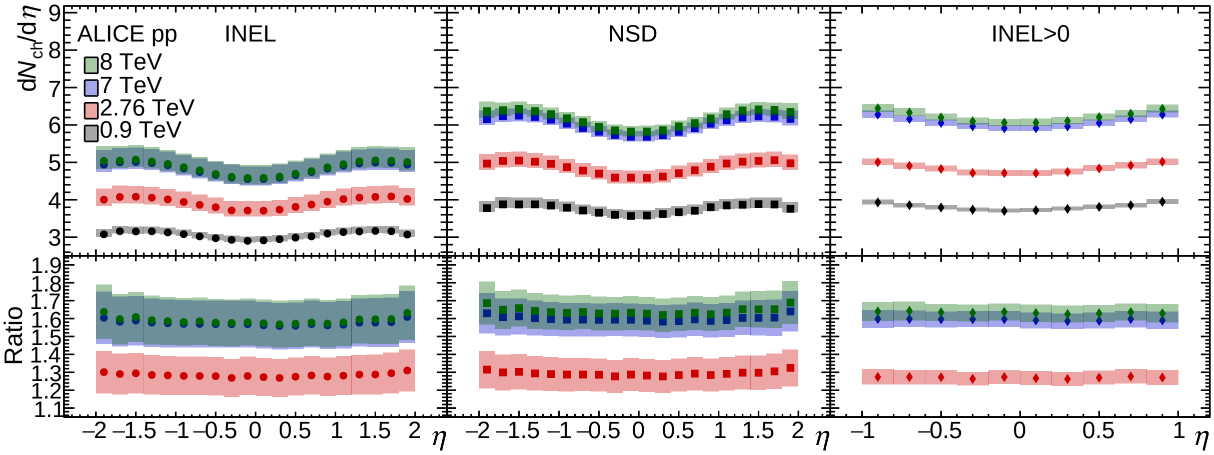
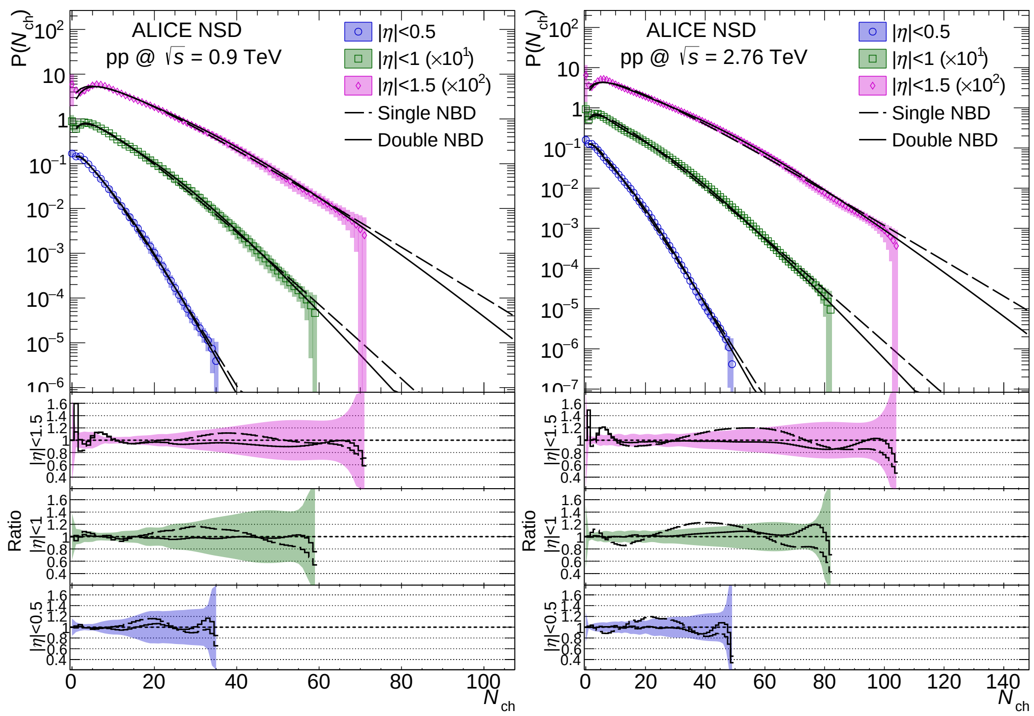


Рис. 2.1 Густина частинок за псевдохуткістю, що отримана в експерименті ALICE, як функція η, для трьох класів подій, зліва направо: непружних, непружних за вкилюченням односторонньої дифракції та непружних із якнайменш однією частинкою у $|\eta| < 1$, при енергіях від 0.9 до 8 ТеВ.

$\sqrt{s}$ = 8 ТеВ (рис. 2.1, внизу) є на 3% більшим у порівнянні із таким на 7 ТеВ, що відповідає екстраполяції від результатів на менших енергіях.

2.4.2 Множинність заряджених частинок

Експериментальні результати ALICE для розподілів множинності заряджених частинок представлені як розподіли ймовірності, що є функцією кількості частинок у певному інтервалі псевдохуткості. Ці розподіли наведено на рис. 2.2 та 2.3 для класу непружних подій за виключенням односторонньої дифракції. Розподіли для INEL та NSD класів подій отримано у трьох інтервалах псевдохуткості $|\eta| < 0.5$, 1 та 1.5, а для INEL>0 у $|\eta| < 1$. На $\sqrt{s}$ = 7 ТеВ, $\mathrm{P}\left(N_{\mathrm{ch}}\right)$ змінюється на 6–7 порядків величини а множинність досягає 160 у $|\eta| < 1.5$ як для INEL так й NSD класів подій. У інтервалах $|\eta| < 0.5$ та $|\eta| < 1$, множинність досягає величин на порядок більших за середню множинність. Очікується, що середня густина енергії у протонних зіткненнях на в експериментах на LHC, при енергії $\sqrt{s}$ = 14 ТеВ буде у 5–15 разів меншою ніж густини енергії, досягнуті в зіткненнях іонів золота в експериментах на RHIC [66]. Таким чином, у протонних зіткненнях із множинністю в 10 раз більшою за середню, густина енергії досягає величин, що перекриваються із тими, що досягнуто у зіткненнях важких іонів



(а) (б)

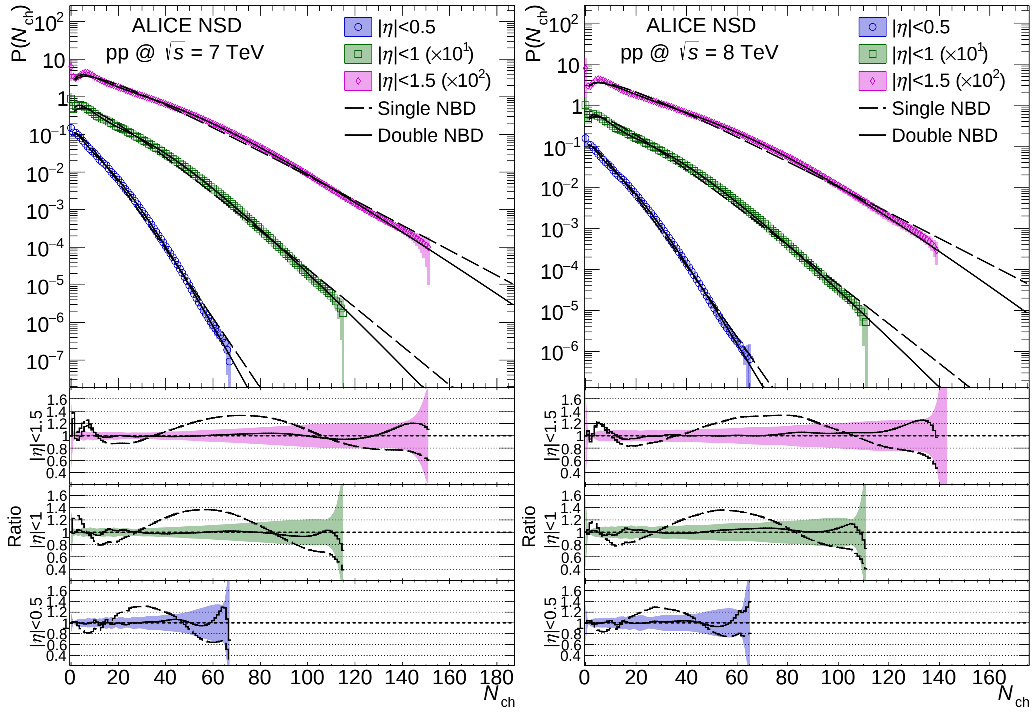
Рис. 2.2 Експериментальні розподіли множинності заряджених частинок у трьох інтервалах псевдохуткості для непружних подій за виключення односторонньої дифракції. Пунктирні та суцільні лінії показують апроксимацію одним та зваженою сумою двох негативно-біноміальних розподілів. Затінені області відображають комбінацію систематичної та статистичної похибки: (а) результат при $\sqrt{s} = 0.9$ ТеВ; (б) результат при $\sqrt{s} = 2.76$ ТеВ. Відношення експериментальних результатів до апроксимацій також наведено на рис., затінені області відображають комбінацію систематичної та статистичної похибки.

в експериментах на RHIC. Це дозволяє безпосередньо порівнювати системи частинок із дуже різними об'ємами взаємодії але схожими густинами енергії.

2.4.3 Феноменологічні наслідки отриманих результатів

2.4.3.1 Негативно-біноміальний розподіл ймовірності

Велика кількість дискретних розподілів ймовірності використовувалася для моделювання множинності в зіткненнях як адронів, так й лептонів. Найбільш успішний опис, при $\sqrt{s} \leq 0.9$ ГеВ, давався негативно-біноміаль-



(a) **(б)**

Рис. 2.3 Експериментальні розподіли множинності заряджених частинок у трьох інтервалах псевдохуткості для непружних подій за виключення односторонньої дифракції. Пунктирні та суцільні лінії показують апроксимацію одним та зваженою сумою двох негативно-біноміальних розподілів. Затінені області відображають комбінацію систематичної та статистичної похибки: (а) результат при $\sqrt{s} = 7$ ТеВ; (б) результат при $\sqrt{s} = 8$ ТеВ. Відношення експериментальних результатів до апроксимацій також наведено на рис., затінені області відображають комбінацію систематичної та статистичної похибки.

ним розподілом (далі НБР) [67] який ми запишемо як

$$P(n; \langle n \rangle, k) = \frac{\Gamma(k+n)}{\Gamma(k)\Gamma(n+1)} \left[\frac{\langle n \rangle}{k + \langle n \rangle} \right]^n \times \left[\frac{k}{k + \langle n \rangle} \right]^k, \tag{2.1}$$

де $\langle n \rangle$ є середньою множинністю та k є параметром форми, що пов'язаний із дисперсією розподілу співвідношенням

$$\frac{D^2}{\langle n \rangle^2} = \frac{1}{\langle n \rangle} + \frac{1}{k}. \tag{2.2}$$

Зазначимо, що значення $k = 1$ відповідає розподілу *Бозе-Ейнштейна*

$$P(n; \langle n \rangle) = \frac{\langle n \rangle^n}{(1 + \langle n \rangle)^{n+1}}, \tag{2.3}$$

а границя $k \to \infty$ — розподілу *Пуасона*

$$P(n; \langle n \rangle) = \frac{\langle n \rangle^n e^{-\langle n \rangle}}{n!}. \tag{2.4}$$

Більш ніж півсторіччя тому, Поляков [68], а потім, незалежно від нього Коба, Нільсен та Олесен [69] запропонували гіпотезу, згідно з якою на великих енергіях у системі центру мас розподіл ймовірності $P(n)$ народження n частинок у події зіткнення має досягти асимптотичної форми як функція змінної $z = n \big/ \langle n \rangle$ (далі - КНО змінна)

$$P(n) = \frac{1}{\langle n \rangle} \psi(z). \tag{2.5}$$

Попри те що в ранніх експериментах ця гіпотеза підтверджувалася, вже на енергіях експерименту на ISR [70] вона виконувалася лише для вибірки подій, що виключала односторонню дифракцію. Вона вважалася приблизно справедливою для цього класу подій навіть на енергії 900 ГеВ [46], але наступні уточнення продемонстрували що вона порушується на всіх енергіях LHC, для всіх вибірок та інтервалів псевдохуткості. За допомогою змінної КНО ми можемо записати вид НБР на масштабній границі, яка визначена як

$$n \to \infty, \quad \langle n \rangle \to \infty, z = \text{const.}. \tag{2.6}$$

При $\langle n \rangle / k \gg 1$, вираз (2.1) перетворюється на

$$P(n; k) = \frac{1}{\langle n \rangle} \psi(z; k) \tag{2.7}$$

із
$$\psi(z;k) \equiv \frac{k^k}{\Gamma(k)} z^{k-1} e^{-kz} \tag{2.8}$$
що є частковим випадком *гамма-розподілу*
$$\psi(x;k,\gamma) = \frac{\gamma^k}{\Gamma(k)} x^{k-1} e^{-\gamma x} \tag{2.9}$$
в якому параметр масштабу γ збігається із параметром форми k в силу того що $\langle z \rangle = 1$. В подальшому ми будемо використовувати гамма-розподіл де середнє значення $\langle x \rangle$ є явним параметром
$$\psi(x;k,\langle x \rangle) = \frac{1}{\Gamma(k)} \frac{k}{\langle x \rangle} \left(\frac{k}{\langle x \rangle} x \right)^{k-1} e^{-\frac{k}{\langle x \rangle} x}. \tag{2.10}$$

2.4.3.2 Опис розподілів множинності за допомогою НБР

Як вже було зазначено, вже на енергії $\sqrt{s} = 0.9$ ТеВ експериментальні розподіли помітно відрізняються від НБР. Поява подібних структур у розподілах множинності може бути пояснена як суміш незалежних наборів подій зіткнення з дещо різними властивостями механізмів множинного народження [71–74]. На даний момент якісний опис досягається зваженою сумою двох НБР
$$P(n) = \lambda \left[\alpha P_{\text{НБР}} \left(n, \langle n \rangle_1, k_1 \right) + (1-\alpha) P_{\text{НБР}} \left(n, \langle n \rangle_2, k_2 \right) \right] \tag{2.11}$$
з незалежними параметрами $\langle n \rangle_{1,2}$ та $k_{1,2}$, а також параметром відносної долі α, $0 < \alpha < 1$. Масштабний множник λ введено для того щоб врахувати зсув основної частини розподілу вниз завдяки відносно великому експериментальному значенню $P(0)$, зокрема для розподілів, що нормовано до вибірки непружних подій. Як було продемонстровано автором у сумісній роботі з колаборацією ALICE [4], подібна функціональна форма забезпечує якісний опис розподілів як для непружного класу подій, так й для не-

пружних подій за виключенням односторонньої дифракції. В цьому місці необхідно зазначити, що в силу використання для вимірювання розподілів множинності процедури деконволюції, практично неможливо розділити систематичні похибки, що мають різні джерела. Найбільшою проблемою є систематичні похибки, що пов'язані із неоднозначністю в обчисленні детекторної відповіді, тобто кореляції між величиною, такою як множинність заряджених частинок, на рівні генератору подій та на рівні реконструкції після симуляції транспорту частинок в моделі детектору. Подібна неоднозначність призводить до зміни масштабу шкали множинності, а не зміні кількостей подій при тому чи іншому значенні множинності. В результаті фінальний експериментальний розподіл містить значні кореляції на великому масштабі, роблячи безпосередню апроксимацію функцій до цього розподілу майже беззмістовною. Оскільки на даний момент не існує кращого методу отримання експериментальних розподілів множинності заряджених частинок, додаткові кроки необхідні щоб зробити ці експериментальні результати корисними для теоретичного аналізу. В рамках роботи з ALICE було розроблено наближений метод для врахування кореляцій того типу, що виникають від зміни масштабу шкали. Було розглянуто проміжні результати, отримані для певних комбінацій факторів, що впливають на шкалу, та побудовано апроксимації функціями типу (2.11). Проміжні результати не містять кореляцій того типу, що розглядаються (або ними можна знехтувати), а значить ці апроксимації є більш надійними. Використовуючи достатньо великій набір таких проміжних результатів ми можемо зробити вибірку значень параметрів апроксимації, тобто непрямим чином перенести кореляції, які створюються комбінуванням цих проміжних результатів, у простір параметрів.

Апроксимовані криві, що відповідають центральним значенням параметрів, наведені на рис. 2.2 та 2.2.

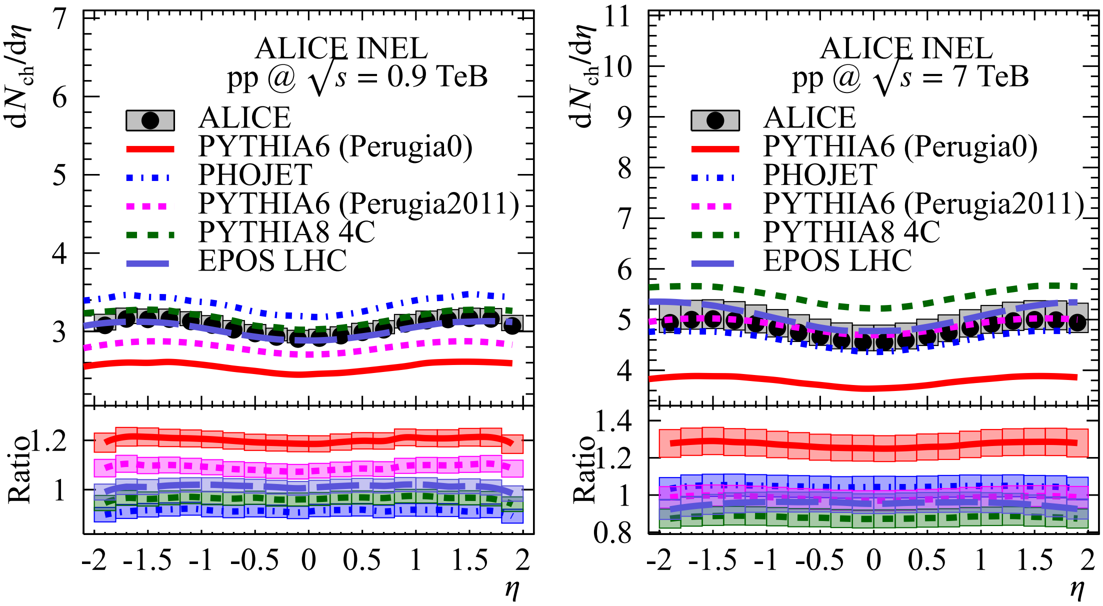


Рис. 2.4 Порівняння результатів колаборації ALICE з густини за псевдохуткістю з моделями, що використовуються в генераторах подій, для непружного класу подій, при $\sqrt{s} = 0.9$ (зліва) та 7 ТеВ (справа). Нижня частина рисунку показує відношення даних до симуляції. Систематичні похибки на відношеннях зображено кольоровими смужками.

2.4.3.3 Опис розподілів множинності сучасними генераторами подій

Результати для непружного класу подій на $\sqrt{s} = 0.9$ та 7 ТеВ порівняно до симуляцій за допомогою сучасних генераторів подій (рис. 2.4). При $\sqrt{s} = 0.9$ ТеВ, EPOS LHC [16] та PYTHIA8 4C [12, 13] адекватні експериментальним даним. PHOJET переоцінює величину густини за псевдохуткістю, а PYTHIA6 Perugia0 й Perugia 2011 - недооцінюють. При $\sqrt{s} =$ 7 TeV, EPOS LHC, PHOJET та PYTHIA6 Perugia 2011 адекватні даним. PYTHIA8 4C переоцінює, а PYTHIA6 Perugia0 - недооцінює дані. Зазначимо, що PYTHIA6 Perugia 2011, PYTHIA8 4C and EPOS LHC були підстроєні за допомогою результатів експериментів на LHC.

Експериментальні розподіли множинності порівняно до моделей (рис. 2.5), на двох енергіях, найнижчій ($\sqrt{s} = 0.9$ ТеВ), та на тій, де вибірка подій була найбільш численною ($\sqrt{s} = 7$ ТеВ), для непружного класу подій в інтервалі псевдохуткості $|\eta| < 1$.

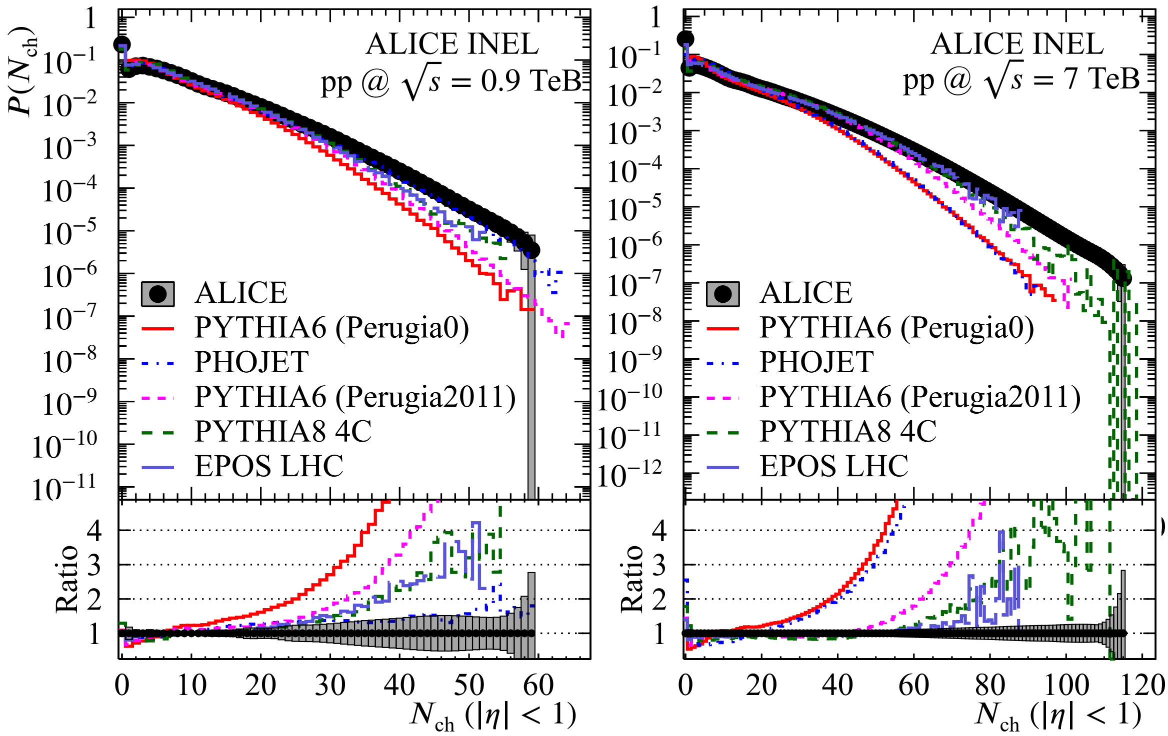


Рис. 2.5 Порівняння результатів колаборації ALICE з розподілів множинності заряджених частинок з моделями, що використовуються в генераторах подій, для непружного класу подій, в інтервалі псевдохуткості $|\eta| < 1.0$, затінена смужка показує систематичну похибку: при енергії 0.9 (зліва) й 7 ТеВ (справа). Відношення експериментальних даних до модельних наведено в нижній частині рисунку з аналогічними позначеннями.

При $\sqrt{s} = 0.9$ ТеВ, PYTHIA6 Perugia0 не спроможний відтворити експеримент. PYTHIA6 Perugia 2011, PYTHIA8 4C та EPOS LHC недооцінюють ймовірність подій з високою множинністю ($N_{ch} \gtrsim 25$). PHOJET надає найкраще відтворення в доступному діапазоні множинностей, до $N_{ch} \approx 60$.

При $\sqrt{s} = 7$ ТеВ, як PYTHIA6 Perugia0 так й PHOJET не можуть відтворити дані. Вони значно недооцінюють ймовірність подій із високою множинністю. PYTHIA6 Perugia 2011, EPOS LHC та PYTHIA8 4C добре відповідають області низьких множинностей, але також недооцінюють ймовірності для значень N_{ch} від 60 та вище.

2.4.4 Структури в розподілах множинності

Після того як недостатність НБР для опису розподілів множинності була помічена, багато феноменологічних і теоретичних досліджень розглянули можливі наслідки такої поведінки, та їх причини. Найбільш успішним є опис, що вважає розподіл множинності таким, що складається з двох незалежних компонентів. Ці компоненти умовно позначені як «м'який» та «напівжорсткий» й інтерпретуються як результати відповідних КХД-процесів. Це призводить до функціональної форми розподілу множинності у вигляді зваженої суми двох НБР (див. рівняння 2.11) [72, 75]. До старту LHC, в літературі було запропоновано декілька можливих сценаріїв еволюції цих компонентів з енергією зіткнення та розміром інтервалу псевдохуткості. Аналіз результатів вимірів на LHC в рамках цих передбачень, а саме розподілів множинності, що було отримано колаборацією CMS [76], був проведений Ґошем у 2012-у році [77]. Жоден зі сценаріїв не був підтверджений, зокрема тому що еволюція параметрів моделі із інтервалом псевдохуткості не відповідає очікуваній. Однак деякі спостереження було зроблено, такі як зростання відносної долі напівжорсткого компоненту при зростанні енергії та приблизна стабільність м'якого компоненту при цьому, що натякає на часткову масштабно-незалежну поведінку. Також було відмічено, що виконується приблизне співвідношення $\langle n \rangle_2 \approx 3 \times \langle n \rangle_1$.

Аналогічний аналіз, що було зроблено автором для колаборації ALICE [4], підтвердив ці спостереження, але одночасно вказав на низьку надійність результатів в силу специфіки розподілів множинності, а саме наявності значних кореляцій у систематичній похибці, що не можуть бути враховані безпосередньо при апроксимації моделей до експериментальних даних. Проте те, що зважена сума двох НБР дуже гарно описує експериментальні розподіли, її параметри не підпорядковуються ніякому помітному тренду. В силу доволі значної систематичної похибки, апроксимація функцій до розподілів множинності має занадто багато свободи та не дозволяє побудувати простий критерій для розрізняння та спростування моделей, окрім екстремальних випадків (зокрема, опис лише одним НБР є однозначно неадекватним). Все це призводить до виводу, що для якісного опису розподілів множинності необхідно, по-перше, розробити спеціальні критерії, що дозволять врахувати особливості систематичної похибки експериментальних даних, та, по-друге, розробити більш докладні моделі, які обумовлюють співвідношення між модельними параметрами й тим самим додатково обмежують свободу апроксимації.

Іншим типом структур, які спостерігаються у розподілах множинності є кореляції на малому масштабі. Вони можуть бути ідентифіковані при розгляданні розподілів у термінах рекурентних співвідношень [78, 79]

$$(n+1)P(n+1) = \langle n \rangle \sum_{j=0}^{n} C_i P(n-j). \tag{2.12}$$

Однак необхідно зазначити, що в силу використання процедури деконволюції при побудові експериментальних розподілів множинності, ці розподіли мають містити залишкові осциляції з «періодом», що є пропорційним до $\sqrt{n}$, що обумовлено структурою матриці відгуку, що використовується для деконволюції. Наявність регуляризації в цьому процесі згладжує дрібномасштабні осциляції, але вона балансується таким чином, щоб вносити якнайменше зсуву у фінальний результат, а значить деякі залишкові структури можуть залишитися в розподілі. Як відомо із формулювання процесу деконволюції [80], ці осциляції є артефактом флуктуацій у вихідному розподілі. Для однозначного розв'язку цього питання необхідно розглянути деконволюцію у термінах коефіцієнтів C_i в рекурентному співвідношенні (2.12) та явно визначити їх залежність від вихідних флуктуацій.

2.4.5 Безпосередня апроксимація

В даному пункті ми розглянемо можливості вдосконалення підходу з безпосередньою апроксимацію розподілів множинності в обмеженому фазовому просторі. Ми зосередимося лише на геометричних обмеженнях, тобто розподілах у певних інтервалах псевдохуткості, що фактично є мірою кута розсіяння. Масштабний фактор λ, що було введено автором в роботі з колабораціею ALICE, вводиться таким чином, що

$$\lambda \sum_{n=1}^{n_{\max}} P(n;\mathbf{p}) = \sum_{n=1}^{n_{\max}} P_{\exp}(n), \tag{2.13}$$

тобто модельний розподіл $P(n;\mathbf{p})$, з його набором апроксимованих параметрів $\mathbf{p}$, нормується таким чином, що відповідати нормалізації експериментального розподілу для $n > 0$, щоб врахувати неможливість використаного модельного розподілу описати значення при $n = 0$. Для відомих розподілів ці значення є малими $P(0) \ll \sum_n P(n)$, але в експериментальних розподілах $P_{\exp}(0)$ це не так в силу наявності обмеження фазового простору, а значить решта розподілу масштабується вниз. Враховуючи, що загальне нормування експериментального розподілу прямо залежить від значення $P_{\exp}(0)$, ми додаємо обмеження до критерію апроксимації. Використовуючи вираз (2.13) та той факт що експериментальний та модельний розподіли нормовані на одиницю, ми можемо записати

$$P_{\exp}(0) + \sum_{n=1}^{n_{\max}} P_{\exp}(n) + \Delta\left(\sum P_{\exp}\right) = 1, \tag{2.14}$$

$$\Delta\left(\sum P_{\exp}\right) \approx 0 \tag{2.15}$$

$$P_{\exp}(0) + \lambda \sum_{n=1}^{n_{\max}} P(n;\mathbf{p}) \approx 1, \tag{2.16}$$

$$\Delta\chi^2 = \left[\left(P_{\exp}(0) + \lambda \sum_{n=1}^{n_{\max}} P(n;\mathbf{p}) - 1\right) \Big/ \sigma_0\right]^2, \tag{2.17}$$

де σ_0 - похибка значення $P_{\exp}(0)$ та ми нехтуємо хвостом розподілу, адже сума для $n > n_{\max}$ є дуже малою. Таким чином повний критерій апрокси-

Табл. 2.1 Функціональні форми компонентів зваженої суми розподілів у рівнянні (2.19) з характерним значенням χ^2. Зазначимо, що ці значення є якнайменш на порядок величини нижчими, ніж відповідає математичному змісту χ^2 в силу наявності значних кореляцій у систематичній похибці.

	P_1	P_2	типове значення χ^2/NDF
1	NBD	NBD	0.1
2	Poisson	NBD	10
3	NBD	Bose-Einstein	10
4	NBD	Gamma	0.1

мації можна записати як

$$\chi^2 = \beta \Delta \chi^2 \left(P_{\exp}(0), P(n; \mathbf{p}) \right) + \sum_{n=1}^{n_{\max}} \left(\frac{\lambda P\,(n; \mathbf{p}) - P_{\exp}(n)}{\sigma_n} \right)^2, \tag{2.18}$$

з множником Лагранжа β який буде підстроєно для поліпшення якості апроксимації (але він не буде розглядатися як вільний параметр).

Розглянемо загальний вигляд модельного розподілу у формі зваженої суми розподілів P_1, P_2 з наборами параметрів $\mathbf{p}_1$, $\mathbf{p}_2$, аналогічне виразу (2.11)

$$P(n; \mathbf{p}) = \alpha P_1(n; \mathbf{p}_1) + (1 - \alpha) P_2(n; \mathbf{p}_2),\ 0 < \alpha < 1. \tag{2.19}$$

Ми використовуємо комбінації розподілів, що наведено у таблиці 2.1 разом із типовими значеннями χ^2, що отримано їх апроксимацією. Зазначимо, що розподіл Бозе-Ейнштейна (рівняння (2.3)) може бути використано лише у другому складнику, оскільки він не має характерного для розподілів множинності піку на малих n. Розподіл Пуасона, з іншої сторони, є занадто вузьким для того щоб бути використаним як другий складник. Гамма-розподіл використано у двопараметричному вигляді (рівняння (2.10)). Тільки сума двох НБР, чи сума НБР та гамма-розподілу дають адекватну апроксимацію експериментальних розподілів. Апроксимовані параметри для цих двох модельних розподілів наведено у таблиці 2.2 для всіх енергій $\sqrt{s}$ та інтервалів η. Проте те, що параметри дають якісний опис експеримен-

Табл. 2.2 Апроксимовані параметри для НБР + НБР та НБР + Гамма модельних розподілів при усіх $\sqrt{s}$ та в усіх η інтервалах. Зазначимо, що в силу знехтованих кореляцій в систематичній похибці, похибки параметрів є ненадійними.

NBD+NBD								
$\sqrt{s}$ (TeB)	$\lvert\eta\rvert <$	λ	α	$\langle n\rangle_1$	k_1	$\langle n\rangle_2$	k_2	χ^2/NDF
	0.5	0.93 ± 0.06	0.43 ± 0.53	2.1 ± 1.9	3.3 ± 13.9	5 ± 4	2.8 ± 3.4	0.2/30
0.9	1	0.94 ± 0.02	0.58 ± 0.25	5.0 ± 2.4	2.9 ± 1.7	13 ± 6	3.8 ± 3.0	0.2/54
	1.5	0.96 ± 0.01	0.76 ± 0.28	9.0 ± 5.1	2.4 ± 1.1	22 ± 14	5.2 ± 5.6	3.4/66
	0.5	0.93 ± 0.03	0.50 ± 0.16	2.5 ± 1.0	2.8 ± 2.4	7 ± 2	3.0 ± 1.2	0.4/44
2.76	1	0.94 ± 0.01	0.55 ± 0.09	5.3 ± 1.2	2.7 ± 0.9	16 ± 2	3.5 ± 0.9	0.4/77
	1.5	0.95 ± 0.01	0.68 ± 0.15	9.8 ± 3.6	2.2 ± 0.6	27 ± 8	4.4 ± 2.4	6.6/99
	0.5	0.94 ± 0.02	0.70 ± 0.12	3.6 ± 1.4	1.8 ± 0.7	12 ± 3	4.1 ± 1.6	0.9/62
7	1	0.94 ± 0.01	0.66 ± 0.05	7.0 ± 1.1	2.0 ± 0.4	23 ± 2	4.2 ± 0.7	1.9/110
	1.5	0.95 ± 0.01	0.60 ± 0.04	9.9 ± 1.2	2.1 ± 0.3	32 ± 3	3.7 ± 0.5	8.0/146
	0.5	0.93 ± 0.02	0.57 ± 0.10	3.1 ± 1.0	2.0 ± 1.0	11 ± 2	3.2 ± 1.0	0.8/60
8	1	0.93 ± 0.01	0.61 ± 0.05	6.6 ± 1.2	2.1 ± 0.4	22 ± 2	3.8 ± 0.7	1.5/106
	1.5	0.94 ± 0.01	0.70 ± 0.06	11.6 ± 2.2	1.8 ± 0.2	37 ± 5	4.6 ± 1.1	6.0/138
NBD+Gamma								
$\sqrt{s}$ (TeB)	$\lvert\eta\rvert <$	λ	α	$\langle n\rangle_1$	k_1	k_2	$\langle n\rangle_2$	χ^2/NDF
	0.5	0.62 ± 0.05	0.80 ± 0.02	5.6 ± 0.4	2.96 ± 0.45	2 ± 1	2.6 ± 0.4	0.2/30
0.9	1	0.84 ± 0.20	0.70 ± 0.20	5.0 ± 2.8	2.91 ± 1.53	4 ± 3	13.7 ± 6.8	0.2/54
	1.5	0.88 ± 0.19	0.89 ± 0.09	9.5 ± 4.1	2.34 ± 0.95	5 ± 4	24.7 ± 12.0	3.4/66
	0.5	0.98 ± 0.06	0.55 ± 0.15	2.5 ± 1.1	2.66 ± 1.84	3 ± 1	8.3 ± 2.2	0.4/44
2.76	1	0.79 ± 0.07	0.70 ± 0.07	5.4 ± 1.3	2.65 ± 0.80	3 ± 1	16.7 ± 2.7	0.4/77
	1.5	0.80 ± 0.22	0.86 ± 0.10	10.1 ± 4.9	2.18 ± 0.76	4 ± 3	28.1 ± 11.5	6.6/99
	0.5	0.94 ± 0.02	0.76 ± 0.12	3.9 ± 1.7	1.74 ± 0.74	4 ± 2	12.9 ± 3.8	0.9/62
7	1	0.82 ± 0.04	0.81 ± 0.04	7.3 ± 1.2	1.95 ± 0.36	4 ± 1	24.0 ± 2.5	1.9/110
	1.5	0.72 ± 0.05	0.82 ± 0.03	10.0 ± 1.3	2.10 ± 0.30	4 ± 1	32.5 ± 2.8	8.0/146
	0.5	0.92 ± 0.03	0.64 ± 0.11	3.2 ± 1.1	1.98 ± 0.89	3 ± 1	11.5 ± 2.3	0.8/60
8	1	0.77 ± 0.05	0.77 ± 0.04	6.8 ± 1.3	2.12 ± 0.42	4 ± 1	23.4 ± 2.6	1.5/106
	1.5	0.77 ± 0.07	0.87 ± 0.03	11.9 ± 2.2	1.80 ± 0.24	4 ± 1	37.9 ± 4.9	6.0/138

тальних кривих, похибки параметрів повинні розглядатися з обережністю, адже використані алгоритми їх оцінки не враховують наявність кореляцій. Більш того, як показано у роботі автора для колаборації ALICE, в силу специфіки зваженої суми, параметри є сильно скорельованими (див. запис для роботи [4] у базі даних HEPData [81]).

Як й очікувалося, еволюція параметрів з енергією та інтервалом псевдохуткості не демонструє ніяких очевидних трендів (окрім середніх множинностей, але є лише показником того, що апроксимація є вдалою). Таким чином ми можемо зробити висновок, що хоч факт наявності двох компонентів в експериментальних розподілах не підлягає сумніву, ми не маємо можливості розділити ці підмножини подій базуючись лише не формі сумарного розподілу.

Зазначимо також, що якість опису експериментальних даних з використанням форми НБР у масштабно-інваріантній формі для другого компоненту є не гіршим за опис з двома НБР. Також важливо вказати, що параметр форми $k \approx 4$ для гамма-розподілів у рамках (ненадійних) похибок не залежить від енергії, тобто може відповідати досягненню масштабної границі другим компонентом суміші подій вже на енергіях $\sqrt{s} = 0.9$ ТеВ. Подальші дослідження необхідні для уточнення чи спростування цих спостережень, зокрема значне покращення в точності вимірювання розподілів множинності є критичним для можливості перевірки феноменологічних моделей.

Розділ 3 Множинне народження заряджених частинок

3.1 Розподіли множинності в обмеженому фазовому просторі

3.1.1 Модель геометричної редукції множинності.

Як вже було зазначено у попередньому розділі, значення множинності в обмеженому фазовому просторі визначаються взаємодією обмеження та реального розподілу народжених в акті розсіяння частинок у просторі. Розглянемо це детальніше. Допустимо, що існує загальний розподіл множинності у необмеженому фазовому просторі, $P_{\mathrm{tot}}(N)$, де N є повним числом заряджених частинок, що народилися в непружному зіткненні. Нехай розподіл $P(n|N,\Delta\eta)$ позначає умовну ймовірність того, що n заряджених частинок з N потрапляють у вибраний інтервал $\Delta\eta$. Тоді середню кількість частинок в інтервалі $\Delta\eta$ при фіксованому N можна записати як

$$\langle n\rangle_{\Delta\eta,N} = \sum_{n\leq N} nP(n|N,\Delta\eta), \tag{3.1}$$

із загальною середньою множинністю

$$\langle n\rangle_{\Delta\eta} = \sum_{N}\langle n\rangle_{\Delta\eta,N} P_{\mathrm{tot}}(N) = \sum_{N}\sum_{n\leq N} nP(n|N,\Delta\eta)P_{\mathrm{tot}}(N). \tag{3.2}$$

Розширюючи $P(n|N,\Delta\eta)$ таким чином, що $P(n>N|N,\Delta\eta)\equiv 0$, ми можемо змінити послідовність сум в рівнянні (3.2) та переписати його у вигляді

$$\langle n\rangle_{\Delta\eta} = \sum_{n} n\left(\sum_{N} P(n|N,\Delta\eta)P_{\mathrm{tot}}(N)\right), \tag{3.3}$$

таким чином визначаючи

$$P_{\text{mod}}(n, \Delta\eta) \equiv \sum_N P(n|N, \Delta\eta) P_{\text{tot}}(N) \tag{3.4}$$

як модельний розподіл множинності в обмеженому фазовому просторі. Важно підкреслити, що для отримання двокомпонентної структури у цій формі розподілу, аналогічна структура повинна бути присутньою в одній з частин, або у повному розподілі, або в розподілі обмеження. Оскільки з експериментів відомо, що подібна структура більш помітна у більших інтервалах псевдохуткості, ми припускаємо, що вона визначається поведінкою повного розподілу. Також є важливо нагадати, що гіпотетично механізми народження частинок, що відповідають кожному з компонентів в цій моделі, можуть мати різні просторові розподіли народження частинок, а отже припущення факторизації, на якому засновано вираз (3.2) швидше за все порушується. Для початку ми все ж будемо розглядати його як таке, що приблизно виконується, а відхилення від нього є малими.

Щоб використати рівняння (3.4) для моделювання експериментальних даних, ми обираємо функціональну форму $P(n|N, \Delta\eta)$, тобто як форму самого розподілу так й залежність його параметрів від інтервалу $\Delta\eta$ та загальної множинності N. У граничному випадку необмеженого інтервалу η цей розподіл повинен спрощуватися до нескінченно тонкого піка на $\langle n\rangle = N$. Припускаючи що форма густини заряджених частинок за псевдохуткістю $\left.\frac{1}{n_{\text{events}}}\frac{\mathrm{d}n_{\text{particles}}}{\mathrm{d}\eta}\right|_N$ не залежить, чи дуже слабо залежить від N[1] ми можемо постулювати лінійну залежність

$$\langle n\rangle = A\,(\Delta\eta)\,N, \tag{3.5}$$

де параметр A має простий фізичний зміст долі площини в рамках інтервалу $\Delta\eta$ під кривою густини частинок за псевдохуткістю. Таким чином оче-

[1]зазначимо, що це може бути перевірено в експерименті, але на даний час подібних вимірів для протон-протонних зіткнень не існує

видним вибором для $P(n|N)$ є *біноміальний розподіл*

$$P(n|N) = \frac{N!}{n!\,(N-n)!} p^n \,(1-p)^{(N-n)} \tag{3.6}$$

з середнім значенням $\langle n \rangle = Np$ та дисперсією $D = Np(1-p)$, звідки слідує, що $p \equiv A$.

3.1.2 Модель у повному інтервалі псевдохуткості

Використовуючи явну форму $P(n|N, \Delta\eta)$ ми можемо апроксимувати єдину модель $P_{\text{tot}}(N)$ до всього набору розподілів в різних інтервалах псевдохуткості для даної енергії у системі центру мас $\sqrt{s}$.

Вибір обмежувального розподілу у формі біноміального, є зокрема дуже зручним якщо повний розподіл $P_{\text{tot}}(N)$ є НБР, або сумою НБР. Дійсно, підставляючи вираз (2.1) до виразу (3.4) ми отримуємо

$$P(n) = \sum_{N \geq n} \binom{N}{n} p^n (1-p)^{N-n} \times \binom{N+k-1}{N} q^N (1-q)^k \tag{3.7}$$

де ми позначили

$$q \equiv \frac{\langle N \rangle}{k + \langle N \rangle}. \tag{3.8}$$

Можна показати, що цей ряд збігається до НБР

$$P(n) = \binom{n+k-1}{n} z^n (1-z)^k \tag{3.9}$$

з таким же самим параметром форми k та

$$z \equiv \frac{qp}{1-q+qp}, \tag{3.10}$$

з чого ми отримуємо $\langle n \rangle = p\langle N \rangle$. Таким чином в обраному підході двохкомпонентна поведінка безпосередньо обумовлюється такою у повному розподілі. Зазначимо, що розрахунок вище проведено для цілих значень k, однак можна показати що результат є справедливим також й для дійсних значень.

Ми можемо зробити декілька безпосередніх висновків з наведених міркувань. Розглядаючи відношення експериментальних середніх множинностей в результатах ALICE[2] [4] (див. таб. 3.1), ми можемо очікувати, що відношення відповідних обмежувальних параметрів $A_1 : A_2 : A_3$ повинно бути аналогічним. Іншим важливим фактом є то, що така процедура обмеження залишає параметр (чи параметри, у випадку зваженої суми) k вихідного НБР незмінним. Цей параметр в рамках так званої моделі кланів частинок [67] має прямий фізичний зміст та визначає середнє число *кланів* (каскадів) частинок

$$N_{\text{clans}} = k \times \ln\left(1 + \frac{\langle n \rangle}{k}\right), \tag{3.11}$$

із середнім числом частинок у каскаді

$$n_{\text{particles}} = \frac{\langle n \rangle}{N_{\text{clans}}}, \tag{3.12}$$

а значить має сенс очікувати що він не залежить від обраного вікна кутів, обумовленого інтервалом псевдохуткості, оскільки обумовлюється внутрішнім динамічним механізмом. Таким чином можливість (чи неможливість) сукупного опису розподілів в обмеженому фазовому просторі одним повним розподілом є важливим тестом просторових характеристик народження частинок в зіткненні адронів.

Додатково, ми не обмежуємо загальну множинність заряджених частинок до парних чисел, як можна було б вивести із закону збереження електричного заряду. Це зроблено, зокрема, в силу того, що модель є неповною та не описує експериментальні криви на $n = 0$ та для дуже малих множинностей, де експериментальні розподіли, особливо у широких інтервалах η демонструють S-форму. Це значить що ми виключаємо деякий тре-

[2] зазначимо, що ці відношення є дуже близькими до просто відношень ширини інтервалів псевдохуткості, тобто центральна частина густини за псевдохуткістю є доволі плоскою

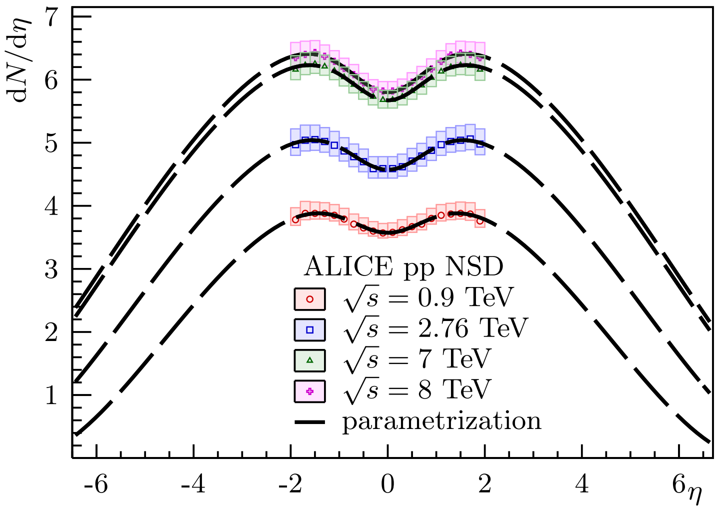


Рис. 3.1 Апроксимація розподілів $\mathrm{d}N/\mathrm{d}\eta$ від ALICE для оцінки параметрів $A_{1,2,3}$

тій компонент розподілу, наприклад той, що характеризую двосторонню дифракцію, а також залишкову односторонню дифракцію у вибірці подій, що розглядається. Також необхідно нагадати про так званий ефект частинки, що лідирує. В цьому сенсі обрана модель повного розподілу виключає її із повної множинності, тобто N може приймати непарні значення.

3.1.3 Застосування до експериментальних даних.

З відомого графіку НБР, ми можемо заключити, що така модель не може описати експериментальне значення на $n = 0$. Розглядаючи $P_{\mathrm{tot}}(N)$ (вираз (2.19)) у вигляді зваженої суми двох НБР, ми бачимо, що оскільки параметр k не змінюється при обмеженні, характерний максимум у першому доданку також буде присутній у P_{mod} (для не забагато сильної редукції) й таким чином значення $P_{\mathrm{mod}}(0)$ буде нижче, ніж у подальших $n > 0$ навколо максимуму. Зазначимо, що попередні експериментальні результати ALICE [82], отримані за участю автора, для широких інтервалів псевдохуткості демонструють «S»-подібну форму розподілів на малих n. Значення $P_{\mathrm{exp}}(0)$ є більшими ніж решта розподілу, навіть для вибірки непружних подій за виключенням односторонньої дифракції, особливо у найширших інтервалах η на високих енергіях $\sqrt{s}$. Подібна поведінка може бути пояснена

Табл. 3.1 Відношення середніх множинностей в різних інтевалах η для розподілів, що нормовано до непружних подій за виключенням односторонньої дифракції, та оцінка для параметрів $A_{1,2,3}$ з екстраполяції розподілів $\mathrm{d}N/\mathrm{d}\eta$ (дані ALICE [4]).

$\sqrt{s}$ (ТеВ)	$\langle n \rangle_{\lvert\eta\rvert<}$ 0.5 : 1 : 1.5	Відношення множинностей	$A^{0.5}_{-0.5} : A^{1}_{-1} : A^{1.5}_{-1.5}$	Відношення параметрів
0.9	3.8 : 7.8 : 11.8	1 : 2.05 : 3.11	0.104 : 0.212 : 0.323	1 : 2.040 : 3.112
2.76	4.6 : 9.4 : 14.2	1 : 2.04 : 3.09	0.091 : 0.186 : 0.284	1 : 2.044 : 3.127
7	5.7 : 11.6 : 17.5	1 : 2.04 : 3.07	0.083 : 0.170 : 0.260	1 : 2.041 : 3.119
8	5.8 : 11.9 : 17.8	1 : 2.05 : 3.07	0.082 : 0.168 : 0.257	1 : 2.043 : 3.126

особливостями двосторонньої (та залишкової односторонньої) дифракції у вибірці, адже в таких подіях більшість частинок народжується на великих значеннях $|\eta|$ та має менше шансів потрапити в обмеження. Однак з ростом енергії росте й загальна кількість частинок, а з нею і ймовірність того, що вони будуть задетектовані на границях центральної області псевдохуткості. В даній роботі ми не моделюємо такі події, але ми зазначимо, що це може бути зроблено додаванням третього доданка до повної множинності, що відповідає спеціальному типу подій, а також ще одним доданком в моделі обмеження, що враховує той факт, що подібні події мають зовсім іншу форму розподілу за псевдохуткістю. Використання експериментальних даних від колаборацій, детектори яких мають різну чутливість до дифракційних мас (наприклад ALICE та CMS), дозволить обмежити параметри цієї моделі.

Ми моделюємо основну частину розподілу, виключаючи точку на $n = 0$ з критерію апроксимації. Масштабний фактор λ, аналогічний тому, що вводився у попередньому підпункті, є непотрібним, оскільки для вибірки непружних подій за виключенням односторонньої дифракції він має типові значення $0.94 \approx 1$. Було спеціально перевірено, що додавання його до моделі не привносить помітних змін. Для певної енергії $\sqrt{s}$ критерій апроксимації записується як

$$\chi^2 = N_{\mathrm{tot}} \sum_{\Delta\eta} \frac{1}{N_{\mathrm{bins}}(\Delta\eta)} \chi^2_{\Delta\eta} \tag{3.13}$$

Табл. 3.2 Модельні параметри та χ^2 для апроксимації повного розподілу множинності у вигляді зваженої суми двох НБР (зображено на рис. 3.2 та 3.3) й зваженою сумою НБР і гамма-розподілу.

NBD+NBD										
$\sqrt{s}$ (TeB)	α	$\langle N \rangle_1$	k_1	$\langle N \rangle_2$	k_2	A_1	A_2	A_3	χ^2/NDF	Ratio $A_1 : A_2 : A_3$
0.9	0.55	23.92	3.23	59.29	3.79	0.103	0.204	0.301	81.517 / 166	1 : 1.986 : 2.941
2.76	0.59	31.16	2.55	87.80	3.69	0.092	0.182	0.268	116.085 / 236	1 : 1.979 : 2.907
7	0.66	41.49	1.91	132.63	4.06	0.084	0.167	0.249	212.602 / 334	1 : 1.990 : 2.965
8	0.68	45.35	1.89	143.20	4.47	0.085	0.168	0.247	259.175 / 320	1 : 1.980 : 2.910

NBD+Gamma										
$\sqrt{s}$ (TeB)	α	$\langle N \rangle_1$	k_1	k_2	$\langle N \rangle_2$	A_1	A_2	A_3	χ^2/NDF	Ratio $A_1 : A_2 : A_3$
0.9	0.80	25.98	2.74	4.00	55.32	0.128	0.252	0.376	196.316 / 166	1 : 1.979 : 2.945
2.76	0.70	30.70	2.50	4.00	93.34	0.096	0.189	0.279	76.353 / 236	1 : 1.972 : 2.916
7	0.80	42.68	1.93	4.00	140.15	0.087	0.171	0.257	792.772 / 334	1 : 1.962 : 2.960
8	0.76	41.34	1.97	4.00	141.34	0.088	0.172	0.256	270.035 / 320	1 : 1.963 : 2.920

де для кожного інтервалу $\Delta\eta$

$$\chi^2_{\Delta\eta} = \sum_{n=1}^{n_{\max}} \left(\frac{P_{\text{mod}}(n, \Delta\eta) - P_{\text{exp}}(n, \Delta\eta)}{\sigma_n} \right)^2 \tag{3.14}$$

а множник

$$N_{\text{tot}} = \sum_{\Delta\eta} N_{\text{bins}}(\Delta\eta) \tag{3.15}$$

вводиться для того щоб зберегти математичний зміст χ^2. Критерії для різних інтервалів η зважені для того щоб збалансувати обмеження. Без зважування, експериментальний розподіл з найбільшим $\Delta\eta$ буде вносити найбільший вклад до сумарного χ^2 оскільки він має більше точок. Однак ці розподіли отримуються для чисельно меншої вибірки подій, а значить є менш точними. Нажаль, як й очікувалося, в силу наявності значних кореляцій в систематичній похибці, цей критерій апроксимації є недостатнім для оцінки похибок результуючих параметрів. Ця проблема буде частково подолана з публікацією даних в широких інтервалах η.

Ми також зазначимо, що обраний критерій не дозволяє обмежити суттєву свободу у співвідношенні параметрів $A_{1,2,3}$ та середньою множинності у необмеженому фазовому просторі $\langle N \rangle_{1,2}$. Одночасне масштабування па-

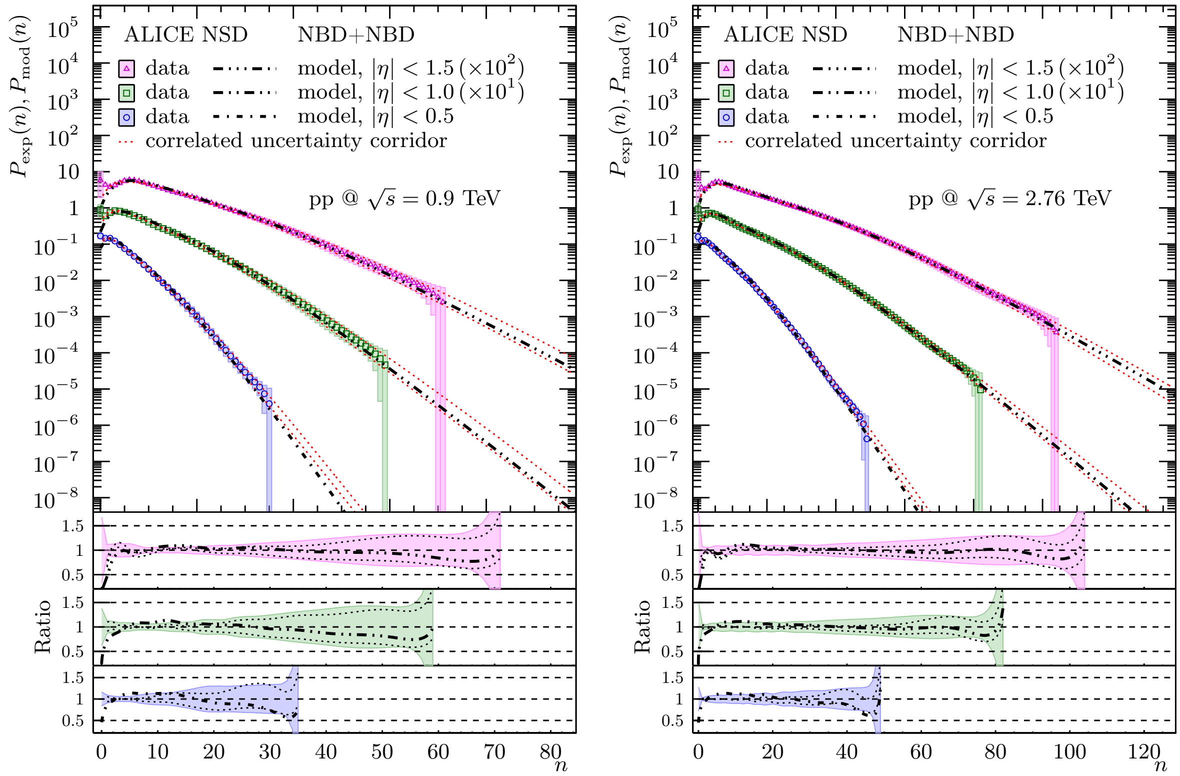


Рис. 3.2 Апроксимація експериментальних результатів ALICE для непружних подій за виключенням односторонньої дифракції за допомогою моделі у повному фазовому просторі у формі зваженої суми двох НБР й біноміальним обмеженням при $\sqrt{s} = 0.9$ (зліва) та 2.76 (справа) ТеВ. Безпосередні обмежуючі апроксимації додано для демонстрації коридора кореляції в експериментальних розподілах. Криві для різних інтервалів η зміщено по вертикалі для легшого сприйняття.

раметрів $A_{1,2,3}$ повністю компенсується аналогічним масштабуванням в інший бік $\langle N \rangle_{1,2}$ що оставляє χ^2 незмінним. Це означає, що параметри обмеження або середня множинність, або усі одночасно, необхідно обмежувати ззовні. Розглянемо граничні випадки. Зниження повної середньої множинності є сумісним із даними до тих пір, поки параметр A для найширшого інтервалу псевдохуткості не досягне 1. Подальше зменшення призведе до неадекватності опису розподілу для цього інтервалу. Збільшення середньої множинності не є обмеженим в цьому підході, але очевидно що вона повинна обумовлюватися енергією зіткнення тобто має верхню границю. Ця границя є доволі високою для ТеВ-коллайдеру.

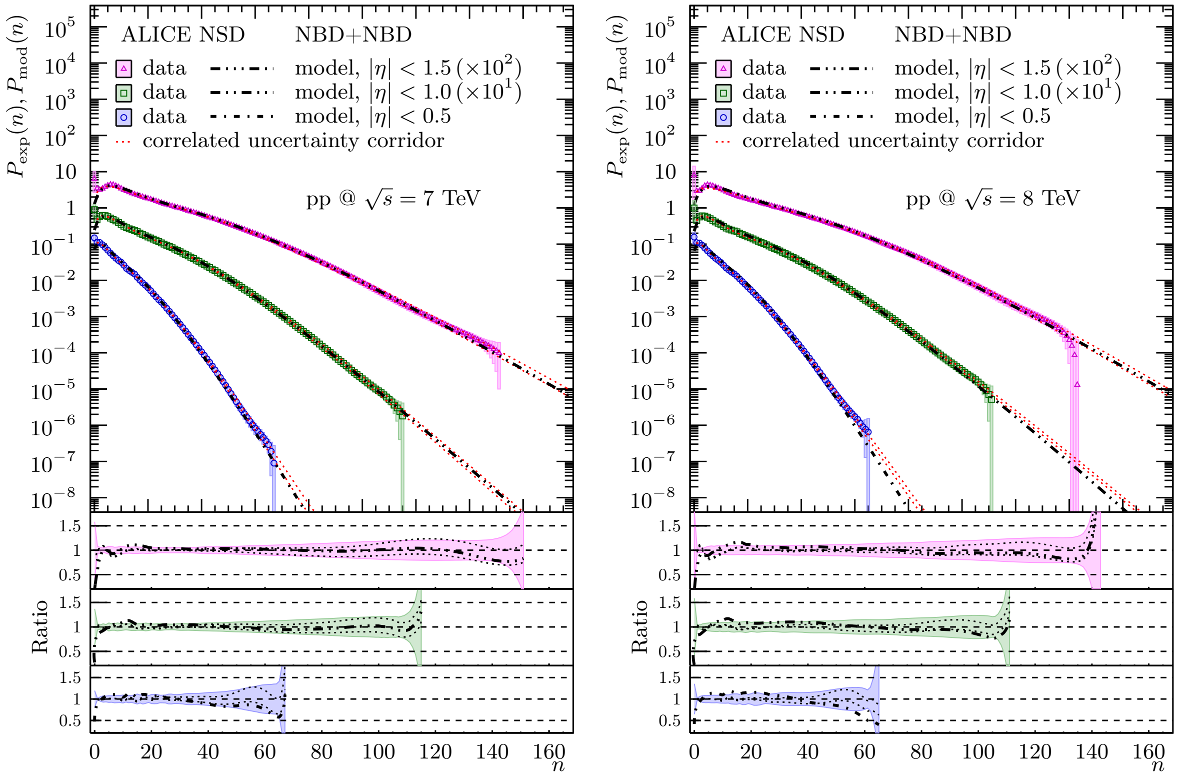


Рис. 3.3 Апроксимація експериментальних результатів ALICE для непружних подій за виключенням односторонньої дифракції за допомогою моделі у повному фазовому просторі у формі зваженої суми двох НБР й біноміальним обмеженням при $\sqrt{s} = 7$ (зліва) та 8 (справа) ТеВ. Безпосередні обмежуючі апроксимації додано для демонстрації коридора кореляції в експериментальних розподілах. Криві для різних інтервалів η зміщено по вертикалі для легшого сприйняття.

Альтернативно ми можемо обмежити параметри $A_{1,2,3}$ оскільки вони мають прямий фізичний зміст. За визначенням, $A_{1,2,3}$ обумовлюються асимптотичною поведінкою густини частинок за псевдохуткістю. Параметризуючи $\mathrm{d}N/\mathrm{d}\eta$ (див. рис. 3.1) отримані автором сумісно з колаборацією ALICE [4], ми можемо оцінити вихідні значення обмежуючих параметрів. Ці значення наведені у таблиці 3.1.

Для пераметризації, ми починаємо з простої функціональної форми для густини частинок за хуткістю (така форма, наприклад, витікає із моделі померона у вигляді потрійного полюса)

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}y} = \langle N\rangle\big|_0 \left(1 - y\big/ y_{\mathrm{max}}\right)^{2k} \left(1 + y\big/ y_{\mathrm{max}}\right)^{2k}, \tag{3.16}$$

де $y_{\mathrm{max}} = \ln \frac{\sqrt{s}}{m_{\mathrm{p}}}$ (m_{p} маса протона) та $k = 1$. Для окремої частинки з масою m та поперечним імпульсом $p_{\perp}$, ми можемо записати густину за псевдохуткістю як

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}\eta} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{b^2 \cosh^2 \eta}}} \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}y} \tag{3.17}$$

де $b = p_{\perp}\big/ m$ та

$$y = \ln\left(\frac{\sqrt{1 + b^2 \cosh^2 \eta} + b \sinh \eta}{\sqrt{1 + b^2}}\right). \tag{3.18}$$

Використовуючи «ефективний» b у якості вільного параметру, ми можемо апроксимувати дані із густини за псевдохуткістю на всіх енергіях при $b \approx 0.6$.

Зазначимо, що оцінені відношення між параметрами близьки до відношень середніх множинностей у відповідних інтервалах η.

Остаточна апроксимація експериментальних даних з моделлю повного розподілу у формі зваженої суми двох НБР зображено на рис. 3.2, 3.3 та відповідні параметри наведено у таблиці 3.2. Зважена сума НБР та гамма-розподілу також дає одночасний опис розподілів в обмеженому фазовому просторі (див. таб. 3.2), однак з меншою сумісністю, особливо на низьких енергіях. Також така модель має іншу динаміку середньої множинності з енергією (див. рис. 3.4), але ми не можемо сказати більше в силу відсутності оцінки похибок. Взагалом, оцінка розподілів множинності в необмеженному фазовому просторі від 0.9 до 8 ТеВ, екстрапольована з НБР+НБР та НБР+Гамма моделей, зображена на рис. 3.5.

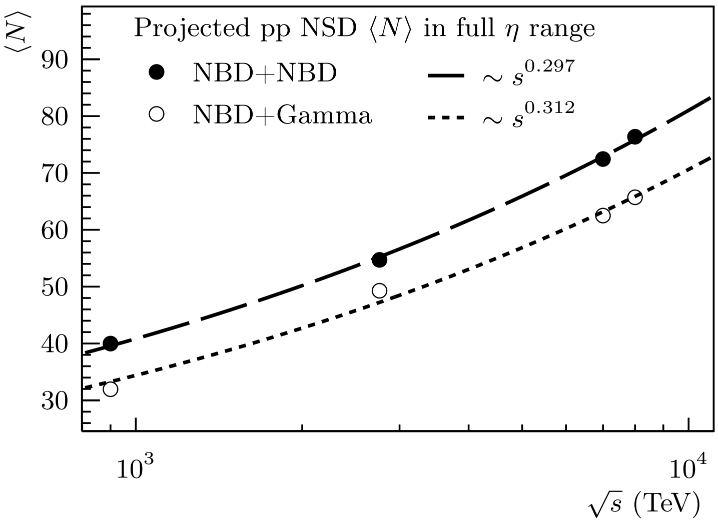


Рис. 3.4 Оцінка динаміки середньої множинності в необмеженому фазовому просторі як функція $\sqrt{s}$.

3.2 Підсумок

Поперед усе, ми маємо підкреслити, що в силу експериментальних обмежень, запропонована феноменологічна модель потребує додаткових обмежень для того щоб ми могли запропонувати якість передбачення на її основні. Використання більшого масиву даних, зокрема в біль широких інтервалах псевдохуткості, дозволить значно покращити опис та отримати оцінку похибки для модельних параметрів.

Обмежувальні фактори $A_{1,2,3}$ є різними для моделі з двома НБР та НБР + Гамма. В обох випадках вони зменшуються з енергією (як й їх відношення) що є очікуваним, адже відповідає поширенню розподілу частинок за псевдохуткістю. Однак ці відношення відрізняються від відношень середніх множинностей. Відсутність в обраних моделях доданку для подій з малою множинністю в центральній області псевдохуткості (як, наприклад, дифракційних) може бути причиною, тобто середня множинність в обмежених інтервалах в нашій моделі зростає швидше, ніж в реальності, в силу недостатньо великих ймовірностей для низьких множинностей. Альтернативно це може бути пояснено тим, що припущення про незалежність форми густини за псевдохуткістю від повної множинності не є цілком вірним. Це може бути безпосередньо перевірено за допомогою даних в широких

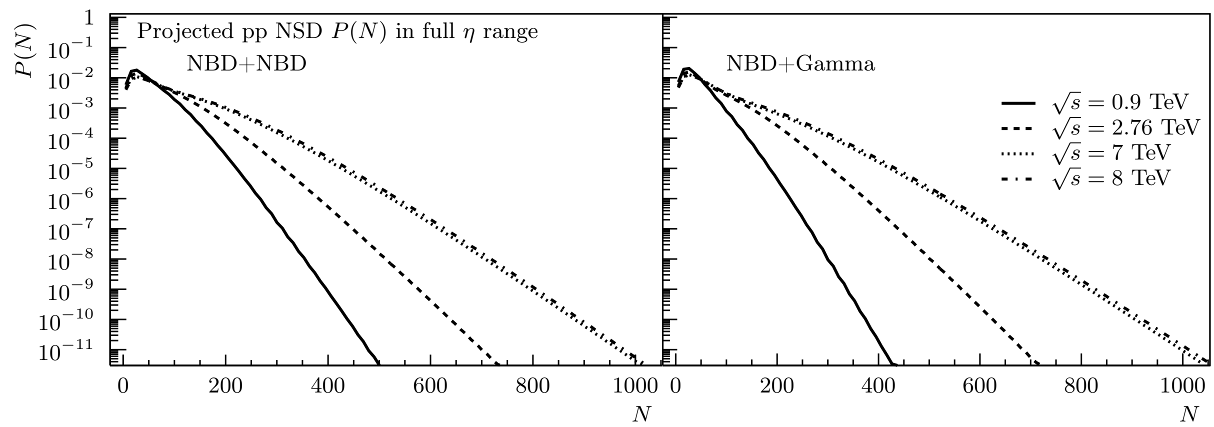


Рис. 3.5 Розподіли множинності в необмеженому фазовому просторі, отримані з НБР + НБР (зліва) та НБР + Гамма (справа) моделей.

інтервалах η, а також прямими вимірами залежності густини зарядженних частинок за псевдохуткістю як функції загальної множинності.

Таким чином, запропонована модель дозволяє одночасно описати розподіли множинності в обмежених фазових просторах за допомогою одного модельного розподілу у повному фазовому просторі. Це означає, що з певного набору експериментальних вимірів можна реконструювати загальний розподіл множинності та особливості форми залежності густини частинок, що народжено в події зіткнення, від псевдохуткості. В комбінації із кореляційними вимірами, це дозволить, по-перше, перевірити наявні фундаментальні та феноменологічні моделі, а також покращити їх реалізацію у формі Монте-Карло генераторів подій. Останнє є дуже важливим для подальшого збільшення точності вимірювань, а значить й до удосконалення моделей для досягнення кращої репродукції експериментальних результатів для усього комплексу важливих спостережних розподілів. Застосування до більшого масиву експериментальних даних дозволить отримати оцінку похибок на модельних параметрах, а також уточнити вибір функціональних форм компонентів моделі, як повного розподілу, так й розподілу обмеження.

Зокрема необхідно зазначити, що характерна форма розподілів множинності, що витікає з вищесказаного, суттєво змінює підхід до аналізу скейлінгової поведінки. Оскільки окремі незалежні доданки можуть мати різні форми скейлінгу, що залежать від відповідних індивідуальних скейлінгових змінних, можна зробити висновок про відсутність глобального скейлінгу у сумарному розподілі множинності для загального випадку. Глобальний скейлінг можна досягти при певній комбінації параметрів та функціональних форм окремих компонентів розподілу множинності, але він буде спостерігатися лише для відповідної скейлінгової змінної й не може бути безпосередньо перевіреним експериментально. Подальшим напрямком роботи в цій області є конструювання спостережних, які менш залежать від експериментальних обмежень, зокрема використання $N/\langle N \rangle$, де N - експериментальна множинність (в обмеженому фазовому просторі) в цьому підході є невірним, адже ця змінна нетривіально залежить від глобального розподілу множинності й геометричного розподілу народження частинок.

Висновки

За допомогою Реджівських моделей із сингулярностями у вигляді простого, подвійного та потрійного полюсів проведено сукупний опис повних перерізів мезон-протонного та протон-протонного розсіяння, разом із відношенням уявної частини амплітуди до дійсної. Показано, що для якісного опису, в дисперсійних співвідношеннях необхідно враховувати інтеграл повного перерізу при низьких ($\sqrt{s} \leq 5$ ГеВ) енергіях, для чого були параметризовані наявні експериментальні дані. В результаті досягнуто достатньо якісну апроксимацію даних, що зібрано до пуску LHC. В результаті порівняння передбачень для повного перерізу протон-протонного розсіяння, що отримано із трьох моделей, можна зробити висновок, що модель подвійного полюсу має асимптотичну поведінку, що не є сумісною із експериментальними даними (навіть при ре-апроксимації з використанням даних експерименту TOTEM). Моделі з простим та потрійним полюсом дещо недооцінюють фактичні результати[1]. Звісно, простий полюс, з інтерсептом більшим за одиницю, порушує унітарність, та використовується лише для порівняння. Потрійний полюс швидше за все буде сумісним із даними після ре-апроксимації. Відповідний аналіз буде продовжено з появою більшої кількості експериментальних результатів.

Проведено опис диференціальних перерізів лінійними Реджівськими моделями у представленні прицільного параметра на доступному діапазоні енергій з використаннями квазіейкональної та U-матричної унітаризації. Показано, що якість опису лінійними моделями не є достатньою для набору даних, що включає результати при енергії 7 ТеВ. Цей недолік було ліквідовано введенням додаткових внесків у вихідну амплітуду. Екстраполяція опису диференціальних перерізів протон-протонного, та протон-антипротонного розсіяння на великі значення $|t|$ демонструє осциляції, по-

[1] зазначимо, що результати від різних колаборацій на LHC не є повністю сумісними, результат від ATLAS лежить на екстраполяції обидвох моделей, у той час як результати TOTEM є систематично вищими.

дібні той, що присутня при переході від області дифракційного конуса до степеневого спуску. Ці особливості проявляються в області, де не існує експериментальних даних. В цілому можна зробити висновок, що для опису диференціальних перерізів, скоріш за все, необхідні нелінійні Реджівські моделі, тобто аналіз має бути продовженим. Зазначимо, що використання нелінійних моделей значно підвищує обчислювальну складність проблеми.

Проаналізовано дані з диференціальних перерізів розсіяння протонів та видобуто інформацію щодо залежності дійсної та уявної частини амплітуди розсіяння та непружного профілю від прицільного параметра. Обидві величини демонструють гладку еволюцію з енергією зіткнення в системі центра мас. Важливим та отриманим вперше результатом є той факт, що уявна частина при $b = 0$ при 7 ТеВ є більшою за 1/2, що означає несправедливість гіпотези «чорного диску» для розсіяння адронів. Це перевищення є достатньо малим при 7 ТеВ, необхідна додаткова перевірка при вищих енергіях, де ефект повинен посилитися. Тем не менш, наша робота призвела до появи помітної кількості робіт, що розглядають теоретичні й феноменологічні наслідки такої поведінки амплітуди. Окрім того, було помічено важливу особливість непружного профілю, а саме наявність максимуму при значеннях прицільного параметра більших 0. Це має суттєві наслідки для геометричної картини зіткнення протонів. Зокрема, це натякає на нетривіальні структуру області взаємодії та явища у взаємодії протонів, зокрема, перевищення поглинальної моди розсіяння в найбільш центральних зіткненнях над відбивною. Це також призвело до появи відповідних досліджень зі структури протонів при високих енергіях. Знову ж таки, помічений тренд є порівняним з оцінкою похибки. Для отримання більш надійних висновків необхідно повторити аналіз з новими даними, зокрема на енергії 13 ТеВ, що досягнуто на LHC.

При енергіях LHC вищих за 2 ТеВ розподіли множинності не можуть бути описані одним НБР, але зважена сума двох НБР дає добру апроксимацію даних. Відхилення від одного НБР, що було помічено ще при енергії 0.9 TeB, зростає із ростом енергії.

Перевірка гіпотези КНО при енергіях від $\sqrt{s} = 0.9$ до 8 TeB підтверджує, що для повної вибірки масштабно-незалежна поведінка не досягається, більш того, відхилення від КНО скейлінгу зростає з $\sqrt{s}$ та, для фіксованої енергії, з розширенням вікна псевдохуткості.

Порівняння розподілів з моделями генераторів подій у інтервалі $|\eta| \leq 1$ демонструє, що жоден з сучасних генераторів неспроможний описати багато характеристик сильної взаємодії при енергіях до $\sqrt{s} = 8$ TeB. Генератори подій PYTHIA6 з підстройкою Perugia 2011, PYTHIA8 з підстройкою 4C та EPOS LHC достатньо добре описують розподіли за псевдохуткістю при $\sqrt{s} = 7$ TeV, та, частково, розподіли множинності, до $N_{\rm ch} \sim 60$. Той факт, що генератори PYTHIA6 з підстройкою Perugia 2011, PYTHIA8 з підстройкою 4C та EPOS LHC узгоджуються з даними пояснюється тим, що ці генератори було підстроєно до даних експериментів на LHC.

Вивчення народження заряджених частинок дозволяє вдосконалити розуміння глобальних властивостей протон-протонних зіткнень на LHC. Було показано, що, як і для менших енергій, існує сильна кореляція між множинністю та середнім поперечним імпульсом $\langle p_{\perp} \rangle$. Однак також існують спостереження що події з високою множинністю мають більш сферичну топологію, ніж очікується з передбачень сучасних моделей в генераторах подій PYTHIA6, PYTHIA8 та PHOJET, демонструючи що окремі жорсткі акти взаємодії партонів не є єдиним механізмом множинного народження. Загалом, від $\sqrt{s} = 0.9$ до 8 TeB, розподіли множинності і густина за псевдохуткістю гладко еволюціонують зі зростанням енергії.

Запропонована феноменологічна модель успішно описує сукупність розподілів множинності в різних інтервалах псевдохуткості при фіксованій енергії. Використання експериментальних даних у більш широких інтервалах дозволить значно покращити якість опису, а також отримати обмеження на параметр відносної ваги α, який контролює розділення класів м'яких та напівжорстких подій, та обмеження на параметри форми $k_{1,2}$ НБР. Такий підхід намічає шлях до збільшення теоретичної ваги розподілів множинності, зокрема у встановлені відносних долей подій різного типу, та можливості оцінювати множинність в необмеженному фазовому просторі із декількох вимірів з обмеженнями. Важливим наслідком такого підходу є перспектива розробки експериментальних технік для кращого розділення класів подій, що є проблемою для протон-протонного розсіяння, адже не існує експериментального прямого, або непрямого аналога центральності як в іон-іонний фізиці.

Показано, що розподіли множинності на енергіях LHC добре описуються моделлю, яка припускає існування двох незалежних підкласів подій з різними механізмами множинного народження, або різними типами одного механізму при переході через деякий енергетичний поріг. Як сума двох НБР, так й сума НБР і гамма-розподілу дають задовільний опис всіх наявних даних, але оскільки гамма-розподіл є масштабно-незалежним варіантом НБР, постає питання про масштабно-незалежну поведінку в окремих класах подій. Зокрема, в досягнутій апроксимації, параметр форми k гамма-розподілу не залежить від енергії, тобто цей компонент є масштабно-незалежним в термінах відповідної КНО-змінної. На ще більших енергіях перший компонент також може досягти границі КНО, але загальна масштабно-незалежна поведінка сумарного класу можлива лише при певному співвідношенні між параметрами кожного з компонентів.

Форма густини частинок за псевдохуткістю відіграє важливу роль в цьому підході, адже вона обумовлює модель обмеження множинності. Поява експериментальних результатів з густини за псевдохуткістю у протон-протонних зіткненнях, яка класифікована за деяким параметром, що корелює із загальною множинністю, дозволить значно вдосконалити запропоновану модель.

Однією з цікавих особливостей цієї моделі є той факт, що параметр форми НБР у повному фазовому просторі не змінюється при обмеженні множинності у певний інтервал η. Це контрастує з традиційним припущенням, що він залежить від обраного вікна псевдохуткості, яке базується на безпосередніх апроксимаціях даних в обмежених інтервалах. Цей параметр також є безспосередньо пов'язаним із двочастинковою кореляційною функцією. Таким чином запропонована модель має важливі теоретичні наслідки. Однак обране наближення з незалежністю густини частинок за псевдохуткістю швидше за все не виконується, а значить розподіл в обмеженому інтервалі псевдохуткості не є точно НБР. Таким чином аналогічний параметр, що відповідає кореляційній функції, не є строго константним при розширенні інтервалу псевдохуткості, але змінюється слабо.

Список використаних джерел

[1] A. Alkin, J. R. Cudell, and E. Martynov, «Dispersion relations for meson-proton and proton-proton forward elastic scattering», Few Body Syst. **53**, 87–98 (2012) DOI: 10.1007/s00601-012-0306-5, arXiv: 1109.1306 [hep-ph].

[2] A. Alkin, O. Kovalenko, and E. Martynov, «Can the ”standard“ unitarized Regge models describe the TOTEM data?», Europhys. Lett. **102**, 31001 (2013) DOI: 10.1209/0295-5075/102/31001, arXiv: 1304.0850 [hep-ph].

[3] A. Alkin, E. Martynov, O. Kovalenko, and S. M. Troshin, «Impact-parameter analysis of TOTEM data at the LHC: Black disk limit exceeded», Phys. Rev. **D89**, 091501 (2014) DOI: 10.1103/PhysRevD.89.091501, arXiv: 1403.8036 [hep-ph].

[4] J. Adam et al., **ALICE** Collaboration, «Charged-particle multiplicities in proton–proton collisions at $\sqrt{s} = 0.9$ to 8 TeV», Eur. Phys. J. **C77**, 33 (2017) DOI: 10.1140/epjc/s10052-016-4571-1, arXiv: 1509.07541 [nucl-ex].

[5] A. Alkin, «Phenomenology of charged particle multiplicity distributions», Ukr. J. Phys. **62**, 743–756 (2017) DOI: 10.15407/ujpe62.09.0743, arXiv: 1710.01979 [hep-ph].

[6] A. Alkin and E. Martynov, «Integral and derivative dispersion relations for pp and anti-pp amplitudes», in Proceedings, Workshop on Forward Physics at the LHC: La Biodola, Isola d’Elba, Italy, May 27-29, 2010 (2010), pp. 7–16, arXiv: 1012.5169 [hep-ex].

[7] G. Aad et al., **ATLAS** Collaboration, «Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC», Phys. Lett. **B716**, 1–29 (2012) DOI: 10.1016/j.physletb.2012.08.020, arXiv: 1207.7214 [hep-ex].

[8] S. Chatrchyan et al., **CMS** Collaboration, «Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC», Phys. Lett. **B716**, 30–61 (2012) DOI: 10.1016/j.physletb.2012.08.021, arXiv: 1207.7235 [hep-ex].

[9] P. Z. Skands, «The Perugia Tunes», in Proceedings, 1st International Workshop on Multiple Partonic Interactions at the LHC (MPI08): Perugia, Italy, October 27-31, 2008 (2009), pp. 284–297, arXiv: 0905.3418 [hep-ph].

[10] T. Sjostrand, «High-energy physics event generation with PYTHIA 5.7 and JETSET 7.4», Comput.Phys.Commun. **82**, 74–90 (1994) DOI: 10.1016/0010-4655(94)90132-5.

[11] T. Sjostrand, S. Mrenna, and P. Z. Skands, «PYTHIA 6.4 Physics and Manual», JHEP **0605**, 026 (2006) DOI: 10.1088/1126-6708/2006/05/026, arXiv: hep-ph/0603175.

[12] T. Sjostrand, S. Mrenna, and P. Z. Skands, «A Brief Introduction to PYTHIA 8.1», Comput.Phys.Commun. **178**, 852–867 (2008) DOI: 10.1016/j.cpc.2008.01.036, arXiv: 0710.3820 [hep-ph].

[13] R. Corke and T. Sjostrand, «Interleaved Parton Showers and Tuning Prospects», JHEP **1103**, 032 (2011) DOI: 10.1007/JHEP03(2011)032, arXiv: 1011.1759 [hep-ph].

[14] R. Engel, J. Ranft, and S. Roesler, «Hard diffraction in hadron-hadron interactions and in photoproduction», Phys.Rev. **D52**, 1459–1468 (1995) DOI: 10.1103/PhysRevD.52.1459, arXiv: hep-ph/9502319.

[15] S. Roesler, R. Engel, and J. Ranft, «The Monte Carlo event generator DPMJET-III», in Advanced Monte Carlo for radiation physics, particle transport simulation and applications. Proceedings, Conference, MC2000, Lisbon, Portugal, October 23-26, 2000 (2000), pp. 1033–1038, DOI: 10.1007/978-3-642-18211-2_166, arXiv: hep-ph/0012252.

[16] T. Pierog, I. Karpenko, J. M. Katzy, E. Yatsenko, and K. Werner, «EPOS LHC: Test of collective hadronization with data measured at the CERN Large Hadron Collider», Phys. Rev. **C92**, 034906 (2015) DOI: 10.1103/PhysRevC.92.034906, arXiv: 1306.0121 [hep-ph].

[17] A. Donnachie and P. V. Landshoff, «Total cross-sections», Phys. Lett. **B296**, 227–232 (1992) DOI: 10.1016/0370-2693(92)90832-O, arXiv: hep-ph/9209205.

[18] G. Antchev et al., **TOTEM** Collaboration, «Luminosity-independent measurements of total, elastic and inelastic cross-sections at $\sqrt{s} = 7$ TeV», Europhys. Lett. **101**, 21004 (2013) DOI: 10.1209/0295-5075/101/21004.

[19] G. Antchev et al., **TOTEM** Collaboration, «Luminosity-Independent Measurement of the Proton-Proton Total Cross Section at $\sqrt{s} = 8$ TeV», Phys. Rev. Lett. **111**, 012001 (2013) DOI: 10.1103/PhysRevLett.111.012001.

[20] M. Aaboud et al., **ATLAS** Collaboration, «Measurement of the total cross section from elastic scattering in pp collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV with the ATLAS detector», Phys. Lett. **B761**, 158–178 (2016) DOI: 10.1016/j.physletb.2016.08.020, arXiv: 1607.06605 [hep-ex].

[21] G. Antchev et al., **TOTEM** Collaboration, «Measurement of proton-proton elastic scattering and total cross-section at $\sqrt{s} = 7$ TeV», Europhys. Lett. **101**, 21002 (2013) DOI: 10.1209/0295-5075/101/21002.

[22] S. Donnachie, G. Dosch, P. Landshoff, and O. Nachtmann, *Pomeron Physics and QCD*, Cambridge Monographs on Particle Physics, Nuclear Physics and Cosmology (Cambridge University Press, 2002), 360 pp., ISBN: 9780521780391, DOI: 10.1017/CBO9780511534935.

[23] A. Donnachie and P. V. Landshoff, *Elastic Scattering at the LHC*, tech. rep. (University of Manchester, University of Cambridge, 2011), arXiv: 1112.2485 [hep-ph].

[24] L. L. Jenkovszky, A. I. Lengyel, and D. I. Lontkovskyi, «The Pomeron and Odderon in elastic, inelastic and total cross sections at the LHC», Int. J. Mod. Phys. **A26**, 4755–4771 (2011) DOI: 10.1142/S0217751X11054760, arXiv: 1105.1202 [hep-ph].

[25] P. D. B. Collins, *An Introduction to Regge Theory and High-Energy Physics*, Cambridge Monographs on Mathematical Physics (Cambridge University Press, 1977), ISBN: 9780521212458, DOI: 10.1017/CBO9780511897603.

[26] K. A. Ter-Martirosyan, «Quasieikonal approximation», Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **15**, 734–738 (1972).

[27] S. M. Troshin and N. E. Tyurin, «Unitarity at the LHC energies», Phys. Part. Nucl. **35**, [Физ. Элем. Част. и Атом. Ядра 35, 1029 (2004)], 555–566 (2004), arXiv: hep-ph/0308027.

[28] N. I. Glushko, N. A. Kobylinsky, E. S. Martynov, and V. P. Shelest, «Mechanisms for generating Froissaron», Sov. J. Nucl. Phys. **38**, [Яд. Физ. 38, 180 (1983)], 106 (1983).

[29] G. Antchev et al., **TOTEM** Collaboration, «Proton-proton elastic scattering at the LHC energy of $\sqrt{s} = 7$ TeV», Europhys. Lett. **95**, 41001 (2011) DOI: 10.1209/0295-5075/95/41001, arXiv: 1110.1385 [hep-ex].

[30] V. A. Petrov and A. V. Prokudin, «The First three pomerons...», Eur. Phys. J. **C23**, 135–143 (2002) DOI: 10.1007/s100520100838, arXiv: hep-ph/0105209.

[31] V. A. Petrov and A. Prokudin, «Three Pomerons versus D0 and TOTEM data», Phys. Rev. **D87**, 036003 (2013) DOI: 10.1103/PhysRevD.87.036003, arXiv: 1212.1924 [hep-ph].

[32] J. R. Cudell, A. Lengyel, and E. Martynov, «The Soft and the hard pomerons in hadron elastic scattering at small *t*», Phys. Rev. **D73**, 034008 (2006) DOI: 10.1103/PhysRevD.73.034008, arXiv: hep-ph/0511073.

[33] M. L. Goldberger and K. M. Watson, *Collision theory*, Structure of matter (Wiley, New York, NY, 1964).

[34] A. Martin and S. M. Roy, «Froissart Bound on Total Cross-section without Unknown Constants», Phys. Rev. **D89**, 045015 (2014) DOI: 10.1103/PhysRevD.89.045015, arXiv: 1306.5210 [hep-ph].

[35] T. T. Wu, A. Martin, S. M. Roy, and V. Singh, «An upper bound on the total inelastic cross-section as a function of the total cross-section», Phys. Rev. **D84**, 025012 (2011) DOI: 10.1103/PhysRevD.84.025012, arXiv: 1011.1349 [hep-ph].

[36] D. A. Fagundes and M. J. Menon, «Total Hadronic Cross Section and the Elastic Slope: An Almost Model-Independent Connection», Nucl. Phys. **A880**, 1–11 (2012) DOI: 10.1016/j.nuclphysa.2012.01.017, arXiv: 1112.5115 [hep-ph].

[37] U. Amaldi and K. R. Schubert, «Impact Parameter Interpretation of Proton Proton Scattering from a Critical Review of All ISR Data», Nucl. Phys. **B166**, 301–320 (1980) DOI: 10.1016/0550-3213(80)90229-1.

[38] T. Fearnley, *Impact parameter analysis of $\bar{p}p$ elastic scattering from $\sqrt{s} = 7.6$ GeV to $\sqrt{s} = 546$ GeV*, tech. rep. (CERN, 1985).

[39] I. M. Dremin and V. A. Nechitailo, «Proton periphery activated by multiparticle dynamics», Nucl. Phys. **A916**, 241–248 (2013) DOI: 10.1016/j.nuclphysa.2013.08.009, arXiv: 1306.5384 [hep-ph].

[40] I. M. Dremin, «Proton structure and elastic scattering amplitudes», in Proceedings, 15th conference on Elastic and Diffractive scattering (EDS Blois 2013) (2013), pp. 1–3, arXiv: 1310.0583 [hep-ex].

[41] S. M. Troshin and N. E. Tyurin, «Reflective scattering from unitarity saturation», Int. J. Mod. Phys. **A22**, 4437–4449 (2007) DOI: 10.1142/S0217751X0703697X, arXiv: hep-ph/0701241.

[42] R. Glauber, «Cross-sections in deuterium at high-energies», Phys.Rev. **100**, 242–248 (1955) DOI: 10.1103/PhysRev.100.242.

[43] R. J. Glauber, *Lectures in theoretical physics*, Vol. 1, Lectures in theoretical physics (W.E. Britten and L.G. Dunham (New York), 1959).

[44] R. J. Glauber, «Quantum Optics and Heavy Ion Physics», Nucl.Phys. **A774**, 3–13 (2006) DOI: 10.1016/j.nuclphysa.2006.06.009, arXiv: nucl-th/0604021.

[45] B. Abelev et al., **ALICE** Collaboration, «Centrality determination of Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV with ALICE», Phys.Rev. **C88**, 044909 (2013) DOI: 10.1103/PhysRevC.88.044909, arXiv: 1301.4361 [nucl-ex].

[46] K. Aamodt et al., **ALICE** Collaboration, «Charged-particle multiplicity measurement in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 0.9$ and 2.36 TeV with ALICE at LHC», Eur.Phys.J. **C68**, 89–108 (2010) DOI: 10.1140/epjc/s10052-010-1339-x, arXiv: 1004.3034 [hep-ex].

[47] K. Aamodt et al., **ALICE** Collaboration, «Charged-particle multiplicity measurement in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV with ALICE at LHC», Eur.Phys.J. **C68**, 345–354 (2010) DOI: 10.1140/epjc/s10052-010-1350-2, arXiv: 1004.3514 [hep-ex].

[48] K. Aamodt et al., **ALICE** Collaboration, «Strange particle production in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 0.9$ TeV with ALICE at the LHC», Eur.Phys.J. **C71**, 1594 (2011) DOI: 10.1140/epjc/s10052-011-1594-5, arXiv: 1012.3257 [hep-ex].

[49] B. Abelev et al., **ALICE** Collaboration, «Transverse sphericity of primary charged particles in minimum bias proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 0.9$, 2.76 and 7 TeV», Eur.Phys.J. **C72**, 2124 (2012) DOI: 10.1140/epjc/s10052-012-2124-9, arXiv: 1205.3963 [hep-ex].

[50] M. L. Miller, K. Reygers, S. J. Sanders, and P. Steinberg, «Glauber modeling in high energy nuclear collisions», Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **57**,

205–243 (2007) DOI: 10.1146/annurev.nucl.57.090506.123020, arXiv: nucl-ex/0701025 [nucl-ex].

[51] J. Adam et al., **ALICE** Collaboration, «Enhanced production of multi-strange hadrons in high-multiplicity proton-proton collisions», Nature Phys. (2017) DOI: 10.1038/nphys4111, arXiv: 1606.07424 [nucl-ex].

[52] P. Carruthers and C. C. Shih, «The Phenomenological Analysis of Hadronic Multiplicity Distributions», Int. J. Mod. Phys. **A2**, 1447 (1987) DOI: 10.1142/S0217751X87000806.

[53] B. Abelev et al., **ALICE** Collaboration, «Measurement of inelastic, single- and double-diffraction cross sections in proton–proton collisions at the LHC with ALICE», Eur.Phys.J. **C73**, 2456 (2013) DOI: 10.1140/epjc/s10052-013-2456-0, arXiv: 1208.4968 [hep-ex].

[54] G. Aad et al., **ATLAS** Collaboration, «Charged-particle multiplicities in pp interactions measured with the ATLAS detector at the LHC», New J. Phys. **13**, 053033 (2011) DOI: 10.1088/1367-2630/13/5/053033, arXiv: 1012.5104 [hep-ex].

[55] R. Aaij, B. Adeva, et al., **LHCb** Collaboration, «Measurement of charged particle multiplicities and densities in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV in the forward region», English, Eur.Phys.J. **C74**, 2888, ISSN: 1434-6044 (2014) DOI: 10.1140/epjc/s10052-014-2888-1.

[56] K. Aamodt et al., **ALICE** Collaboration, «The ALICE experiment at the CERN LHC», JINST **3**, S08002 (2008) DOI: 10.1088/1748-0221/3/08/S08002.

[57] J. Alme, Y. Andres, H. Appelshauser, S. Bablok, N. Bialas, et al., «The ALICE TPC, a large 3-dimensional tracking device with fast readout for ultra-high multiplicity events», Nucl. Instrum. Meth. **A622**, 316–367 (2010) DOI: 10.1016/j.nima.2010.04.042, arXiv: 1001.1950 [physics.ins-det].

[58] E. Abbas et al., **ALICE** Collaboration, «Performance of the ALICE VZERO system», JINST **8**, P10016 (2013) DOI: 10.1088/1748-0221/8/10/P10016, arXiv: 1306.3130 [nucl-ex].

[59] R. Santoro, G. Aglieri Rinella, F. Antinori, A. Badala, F. Blanco, et al., «The ALICE Silicon Pixel Detector: Readiness for the first proton beam», JINST **4**, P03023 (2009) DOI: 10.1088/1748-0221/4/03/P03023.

[60] B. Alessandro, S. Antinori, R. Bala, G. Batigne, S. Beole, et al., «Operation and calibration of the Silicon Drift Detectors of the ALICE experiment during the 2008 cosmic ray data taking period», JINST **5**, P04004 (2010) DOI: 10.1088/1748-0221/5/04/P04004, arXiv: 1001.3088 [physics.ins-det].

[61] G. Nooren, **ALICE** Collaboration, «Experience with the silicon strip detector of ALICE», PoS **RD09**, 009 (2009).

[62] A. Rossi, **ALICE** Collaboration, «ALICE Alignment, Tracking and Physics Performance Results», PoS **VERTEX2010**, 017 (2010), arXiv: 1101.3491 [physics.ins-det].

[63] A. B. Kaidalov and M. G. Poghosyan, «Description of soft diffraction in the framework of reggeon calculus: Predictions for LHC», in Elastic and Diffractive Scattering. Proceedings, 13th International Conference, Blois Workshop, CERN, Geneva, Switzerland, June 29-July 3, 2009 (2009), pp. 91–98, arXiv: 0909.5156 [hep-ph].

[64] M. Poghosyan, *Two remarks about UA5 published data on general characteristics of $p\bar{p}$ collisions at $\sqrt{s}$ = 900 GeV*, 2010, arXiv: 1005.1806 [hep-ph].

[65] V. Khachatryan et al., **CMS** Collaboration, «Transverse-momentum and pseudorapidity distributions of charged hadrons in pp collisions at $\sqrt{s}$ = 7 TeV», Phys.Rev.Lett. **105**, 022002 (2010) DOI: 10.1103/PhysRevLett.105.022002, arXiv: 1005.3299 [hep-ex].

[66] M. Csanad and T. Csorgo, «Initial energy density of pp collisions at the LHC», in Proceedings EDS Blois 2013, Saariselkä, Finnland (2013), p. 53, arXiv: 1307.2082 [hep-ph].

[67] A. Giovannini and L. Van Hove, «Negative Binomial multiplicity distributions in high-energy hadron collisions», Z.Phys. **C30**, 391 (1986) DOI: 10.1007/BF01557602.

[68] A. Polyakov, «A Similarity hypothesis in the strong interactions. 1. Multiple hadron production in $e^{+}e^{-}$ annihilation», Sov.Phys.JETP **32**, 296 (1971).

[69] Z. Koba, H. B. Nielsen, and P. Olesen, «Scaling of multiplicity distributions in high-energy hadron collisions», Nucl.Phys. **B40**, 317–334 (1972) DOI: 10.1016/0550-3213(72)90551-2.

[70] A. Breakstone et al., **Ames-Bologna-CERN-Dortmund-Heidelberg-Warsaw** Collaboration, «Charged Multiplicity Distribution in pp Interactions at ISR Energies», Phys.Rev. **D30**, 528 (1984) DOI: 10.1103/PhysRevD.30.528.

[71] G. Fowler, E. Friedlander, R. Weiner, and G. Wilk, «Possible manifestation of quark–gluon plasma in multiplicity distributions from high-energy reactions», Phys.Rev.Lett. **57**, 2119 (1986) DOI: 10.1103/PhysRevLett.57.2119.

[72] A. Giovannini and R. Ugoccioni, «Possible scenarios for soft and semi-hard components structure in central hadron-hadron collisions in the TeV region», Phys.Rev. **D59**, 094020 (1999) DOI: 10.1103/PhysRevD.59.094020;10.1103/PhysRevD.69.059903, arXiv: hep-ph/9810446.

[73] T. Alexopoulos, E. Anderson, N. Biswas, A. Bujak, D. Carmony, et al., «The role of double parton collisions in soft hadron interactions», Phys.Lett. **B435**, 453–457 (1998) DOI: 10.1016/S0370-2693(98)00921-6.

[74] W. D. Walker, «Multiparton interactions and hadron structure», Phys.Rev. **D69**, 034007 (2004) DOI: 10.1103/PhysRevD.69.034007.

[75] A. Giovannini and R. Ugoccioni, «Possible scenarios for soft and semi-hard components structure in central hadron-hadron collisions in the TeV region: Pseudorapidity intervals», Phys. Rev. D **60**, 074027 (1999) DOI: 10.1103/PhysRevD.60.074027.

[76] V. Khachatryan et al., **CMS** Collaboration, «Charged particle multiplicities in pp interactions at $\sqrt{s} = 0.9$, 2.36, and 7 TeV», JHEP **1101**, 079 (2011) DOI: 10.1007/JHEP01(2011)079, arXiv: 1011.5531 [hep-ex].

[77] P. Ghosh, «Negative binomial multiplicity distribution in proton-proton collisions in limited pseudorapidity intervals at LHC up to $\sqrt{s} = 7$ TeV and the clan model», Phys.Rev. **D85**, 054017 (2012) DOI: 10.1103/PhysRevD.85.054017, arXiv: 1202.4221 [hep-ph].

[78] G. Wilk and Z. Włodarczyk, «How to retrieve additional information from the multiplicity distributions», J. Phys. **G44**, 015002 (2017) DOI: 10.1088/0954-3899/44/1/015002, arXiv: 1601.03883 [hep-ph].

[79] G. Wilk and Z. Włodarczyk, «Oscillations in counting statistics», in Proceedings, 46th International Symposium on Multiparticle Dynamics (ISMD 2016): Jeju Island, South Korea, Vol. 141 (2017), p. 01005, DOI: 10.1051/epjconf/201714101005, arXiv: 1610.01890 [hep-ph].

[80] G. Cowan, *Statistical data analysis (Oxford Science Publications)* (Clarendon Press, 1998), ISBN: 9780198501565.

[81] *Charged-particle multiplicities in proton–proton collisions at $\sqrt{s} = 0.9$ to 8 TeV with ALICE at LHC, experimental dataset*, (2017) https://www.hepdata.net/record/77011.

[82] V. Zaccolo, **ALICE** Collaboration, «Charged-Particle Multiplicity Distributions over a Wide Pseudorapidity Range in Proton-Proton Collisions with ALICE», in Proceedings, 25th International Confrence on Ultra-Relativistic Nucleus-Nucleus Collisions (Quark Matter 2015): Kobe, Japan,

September 27-October 3, 2015, Vol. A956 (2016), pp. 529–532, DOI: 10.1016/j.nuclphysa.2016.01.025, arXiv: 1512.05273 [hep-ex].

[83] B. Abelev et al., **ALICE** Collaboration, «Multiplicity dependence of the average transverse momentum in pp, p–Pb, and Pb–Pb collisions at the LHC», Phys.Lett. **B727**, 371–380 (2013) DOI: 10.1016/j.physletb.2013.10.054, arXiv: 1307.1094 [nucl-ex].

Додаток А Список публікацій за темою та відомості про апробацію

Результати даної дисертаційної роботи представлено у 5-и роботах (з них одна – сумісно із колабораціє́ю ALICE), що опубліковані у провідних фізичних журналах [1–5], та у збірці трудів конференцій [6].

Матеріали роботи було представлено на семінарах в Інституті теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України, а також внутрішніх конференціях колаборації ALICE у ЦЕРНі. Окремі результати доповідалися на міжнародних конференціях:

- Forward Physics at LHC, 27-29 May 2010. La Biodola, Isola d'Elba, Italy;
- 30 Years of Strong Interactions: A three-day Meeting in honor of Joseph Cugnon and Hans-Jürgen Pirner, 6-8 Apr 2011. Spa, Liege, Belgium;
- Fundamentals of Astroparticle and Quantum Physics, 17 - 23 September, 2017, BITP, Kyiv, Ukraine

[1] A. Alkin, J. R. Cudell, and E. Martynov, «Dispersion relations for meson-proton and proton-proton forward elastic scattering», Few Body Syst. **53**, 87–98 (2012) DOI: 10.1007/s00601-012-0306-5, arXiv: 1109.1306 [hep-ph].

[2] A. Alkin, O. Kovalenko, and E. Martynov, «Can the "standard" unitarized Regge models describe the TOTEM data?», Europhys. Lett. **102**, 31001 (2013) DOI: 10.1209/0295-5075/102/31001, arXiv: 1304.0850 [hep-ph].

[3] A. Alkin, E. Martynov, O. Kovalenko, and S. M. Troshin, «Impact-parameter analysis of TOTEM data at the LHC: Black disk limit exceeded», Phys. Rev. **D89**, 091501 (2014) DOI: 10.1103/PhysRevD.89.091501, arXiv: 1403.8036 [hep-ph].

[4] J. Adam et al., **ALICE** Collaboration, «Charged-particle multiplicities in proton–proton collisions at $\sqrt{s} = 0.9$ to 8 TeV», Eur. Phys. J. **C77**, 33

(2017) DOI: 10.1140/epjc/s10052-016-4571-1, arXiv: 1509.07541 [nucl-ex].

[5] A. Alkin, «Phenomenology of charged particle multiplicity distributions», Ukr. J. Phys. **62**, 743–756 (2017) DOI: 10.15407/ujpe62.09.0743, arXiv: 1710.01979 [hep-ph].

[6] A. Alkin and E. Martynov, «Integral and derivative dispersion relations for pp and anti-pp amplitudes», in Proceedings, Workshop on Forward Physics at the LHC: La Biodola, Isola d'Elba, Italy, May 27-29, 2010 (2010), p. 7–16, arXiv: 1012.5169 [hep-ex].

Додаток Б Моделі Редже в теорії сильної взаємодії

В цьому підрозділі ми коротко викладемо елементи теорії S-матриці та теорії Редже, що будуть використовуватися у подальшому. Також ми наведемо визначення та позначення фізичних величин й співвідношень між ними, що є необхідними для наведених у тексті розрахунків.

Б.1 Амплітуди розсіяння

S-матриця, або матриця розсіяння, є оператором, що співвідносить Гільбертів простір початкових станів із відповідним простором фінальних станів. Використовуючи формулювання з оператором переходу T, який визначається співвідношенням

$$S = \mathbb{1} + iT, \tag{Б.1}$$

ми можемо записати відповідні матричні елементи як

$$\begin{aligned} S_{if} \equiv \langle f|S|\rangle = \delta_{if} + i\langle f|T|\rangle = \delta_{if} + iT_{if} = \\ = \delta_{if} + i\,(2\pi)^4\,\delta(p_f - p_i)A(i \to f), \end{aligned} \tag{Б.2}$$

вводячи таким чином релятивістську *амплітуду розсіяння* $A(i \to f)$, де $\delta(p_f - p_i)$ забезпечує збереження 4-імпульсу, а $(2\pi)^4$ виникає з нормування власних станів оператора 4-імпульсу, яке буде використовуватися надалі в даній роботі.

Важливими властивостями матриці розсіяння (а значить й амплітуди) є *унітарність*, *кросінг-симетрія* та *аналітичність* (у комплексній площині змінних Мандельстама). Знову звертаючись до оператора переходу, ми можемо записати вимогу унітарності як

$$i\left(T^{\dagger} - T\right) = T^{\dagger}T. \tag{Б.3}$$

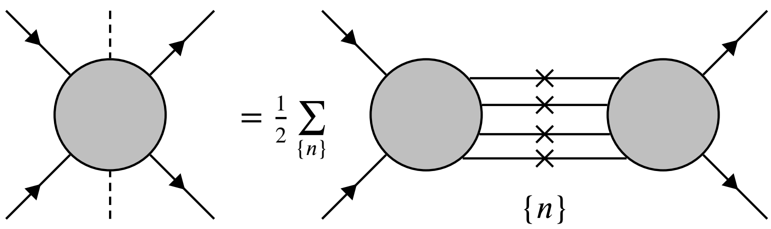


Рис. Б.1 Схематичне представлення співвідношення унітарності для амплітуди розсіяння 2→2. Розріз у лівій частині означає стрибок амплітуди, хрестики на лініях у правій частині позначають частинки на масовій поверхні. Символ $\sum_{\{n\}}$ включає як суму за кількістю частинок так й інтеграли за неперервними змінними.

Розглядаючи матричні елементи цього оператору між вихідним та фінальним станами, ми вставимо повний набір проміжних станів $|n\rangle$ у праву частину що дає

$$2\mathrm{Im}\, T_{if} = \sum_{\{n\}} T^{\dagger}_{fn} T_{in}, \tag{Б.4}$$

де символ $\sum_{\{n\}}$ окрім суми за числом частинок та усіма їх квантовими числами включає також інтегрування по усім неперервним змінним, що характеризують проміжні стани. Це рівняння можна переписати у термінах амплітуди розсіяння, тобто

$$2\mathrm{Im}\, A(i \to f) = \sum_n \int \mathrm{d}\Pi_n A^*(f \to n) A(i \to n), \tag{Б.5}$$

де $\mathrm{d}\Pi_n$ є мірою на відповідному фазовому просторі, а A^* є комплексно спряженою амплітудою. Графічно ці рівняння представлені на рис. Б.1.

Постулат кросінг-симетрії разом із CPT-теоремою гарантують, що одна й та сама амплітуда, як функція змінних Мандельстама s, t і u, описує 6 фізичних процесів в різних областях значень цих змінних. Така особливість є відомою у пертурбативній теорії поля.

Аналітичність амплітуд розсіяння як функцій кінематичних інваріантів є одним з постулатів послідовної теорії S-матриці. Фізичні амплітуди є граничними значеннями цих аналітичних функцій на дійсних осях. Припущенням теорії матриці розсіяння є також той факт, що амплітуда має лише сингулярності, що обумовлені унітарністю та кросінг-симетрією. Використовуючи лінійну суперпозицію амплітуд можна збудувати явно кросінг-симетричні та явно кросінг-антисиметричні амплітуди.

Б.1.1 Перерізи розсіяння

Ми можемо записати явний вигляд диференціального перерізу

$$\mathrm{d}\sigma = \frac{1}{2\lambda^{1/2}(s, m_1^2, m_2^2)} \prod_{j=1}^{n} \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{p}'_j}{(2\pi)^3\, 2E'_j} \times$$
$$\times (2\pi)^4\, \delta^4\left(p_1 + p_2 - \sum_{j=1}^{n} p'_j\right) |A(i \to f)|^2\,, \quad \text{(Б.6)}$$

де $\lambda(x, y, z) = x^2+y^2+z^2-2xy-2yz-2xz$ є так званою функцією трикутника. Для виключної реакції виду $1 + 2 \to 3 + 4$ ми можемо спростити останній вираз у системі центру мас до

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{\lambda^{1/2}\left(s, m_3^2, m_4^2\right)}{64\pi^2 s \lambda^{1/2}\left(s, m_1^2, m_2^2\right)} |A(s,t)|^2 \quad \text{(Б.7)}$$

де $\mathrm{d}\Omega = \mathrm{d}\cos\theta \mathrm{d}\varphi$ - елемент повного кута. При великих енергіях $s \to \infty$ це перетворюється на

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} \simeq \frac{1}{64\pi^2 s} |A(s,t)|^2\,. \quad \text{(Б.8)}$$

Оскільки в s-каналі передача імпульсу t безпосередньо пов'язана з кутом розсіяння θ, ми можемо записати

$$\mathrm{d}\cos\theta = \frac{2s}{\lambda^{1/2}\left(s, m_3^2, m_4^2\right) \lambda^{1/2}\left(s, m_1^2, m_2^2\right)}\, \mathrm{d}t \underset{s\to\infty}{\simeq} \frac{2}{s}\, \mathrm{d}t. \quad \text{(Б.9)}$$

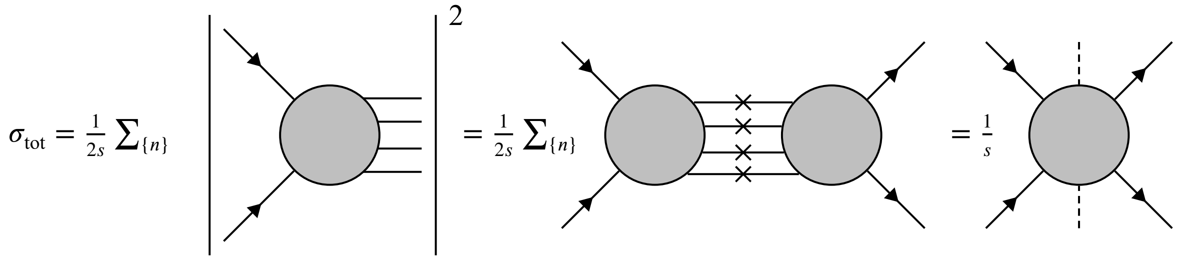


Рис. Б.2 Схематичне представлення формулювання оптичної теореми для релятивістського розсіяння частинок.

Для безспінового розсіяння амплітуда не залежить від азимутного кута φ, тобто ми можемо скоротити вираз для диференціального перерізу до

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{16\pi s \lambda^{1/2}\left(s, m_1^2, m_2^2\right)} \left|A(s,t)\right|^2 \underset{s\to\infty}{\simeq} \frac{1}{16\pi s^2} \left|A(s,t)\right|^2 \qquad (\text{Б.10})$$

Б.1.2 Унітарність та її наслідки

Важливим наслідком теорії S-матриці, що напряму слідує з унітарності, є *оптична теорема*. Розглянемо умову унітарності для амплітуд розсіяння (Б.5) у випадку коли фінальний стан збігається з вихідним, $|i\rangle = |f\rangle$, що для процесів типу $2 \to 2$ є пружним розсіянням уперед ($t = 0$). Таким чином

$$2\,\mathrm{Im}\, A_{\mathrm{el}}(s, t=0) = \sum_n \int \mathrm{d}\Pi_n \left|A(i\to n)\right|^2 . \qquad (\text{Б.11})$$

Права частина (Б.11) є повним перерізом, що помножено на потік Φ, який, у наближенні високих енергій, дорівнює $2s$. Це призводить до виразу

$$\sigma_{\mathrm{tot}} = \frac{2}{\Phi}\,\mathrm{Im}\, A_{\mathrm{el}}(s, t=0) \simeq \frac{1}{s}\,\mathrm{Im}\, A_{\mathrm{el}}(s, t=0), \qquad (\text{Б.12})$$

що є оптичною теоремою для релятивістського розсіяння, яку графічно представлено на рис. Б.2.

Б.1.3 Прицільний параметр

Величиною, природне дуальною до поперечного імпульсу $\mathbf{p}_\perp$, $p_\perp^2 \approx -t$, є прицільний параметр $\mathbf{b}$. У класичному наближенні він має безпосередній фізичний зміст мінімальної відстані між центрами частинок, що розсіюються.

Представлення прицільного параметра амплітуди розсіяння, як функції двовимірного вектора **b**, у наближенні високих енергій визначається як

$$H(s,b) = \frac{1}{4s}\int \frac{\mathrm{d}^2\mathbf{p}_\perp}{(2\pi)^2}\exp(i\mathbf{p}_\perp\mathbf{b})A(s,t) = \\ = \frac{1}{8\pi s}\int\limits_0^\infty \mathrm{d}p_\perp p_\perp J_0(b\sqrt{-t})A(s,t) \quad (Б.13)$$

із оберненим перетворенням

$$A(s,t) = 16\pi^2 s\int \frac{\mathrm{d}^2\mathbf{b}}{(2\pi)^2}\exp(-i\mathbf{p}_\perp\mathbf{b})H(s,b) = \\ = 8\pi s\int\limits_0^\infty \mathrm{d}b\, b\, J_0(b\sqrt{-t})H(s,b) \quad (Б.14)$$

де $A(s,t)$ є амплітудою пружного розсіяння, а $J_0(z)$ - функція Бесселя. Вимога унітарності для $H(s,b)$ приводить до загальної форми співвідношення

$$\operatorname{Im} H(s,b) = |H(s,b)|^2 + G_{\mathrm{inel}}(s,b), \quad (Б.15)$$

де $G_{\mathrm{inel}}(s,b) > 0$ включає проміжні непружні стани із вихідного рівняння унітарності для $A(s,t)$. Таким чином

$$\operatorname{Im} H(s,b) > 0. \quad (Б.16)$$

та із співвідношення унітарності ми можемо отримати

$$|H(s,b)| \leq 1. \quad (Б.17)$$

Спостережні перерізи розсіяння в цьому представленні у наближенні великих енергій записуються у наступному вигляді

$$\sigma_{\rm tot}(s) = \frac{1}{s}\,\mathrm{Im}\,A(s,0) = 8\pi \int\limits_0^\infty \mathrm{d}b\, b\,\mathrm{Im}\,H(s,b) \qquad (Б.18)$$

$$\sigma_{\rm el}(s) = \frac{1}{16\pi s^2}\int\limits_{-\infty}^{0} \mathrm{d}t\,|A(s,t)|^2 = 8\pi \int\limits_0^\infty \mathrm{d}b\, b\,|H(s,b)|^2 \qquad (Б.19)$$

$$\sigma_{\rm inel}(s) = 8\pi \int\limits_0^\infty \mathrm{d}b\, b\left(\mathrm{Im}\,H(s,b) - |H(s,b)|^2\right). \qquad (Б.20)$$

Б.1.4 Парціальні амплітуди

Відомо, що для безспінових частинок кутова частина хвильової функції для стану з певним кутовим моментом l в s-каналі описується відповідною функцією Лежандра $P_l(\cos\theta_s)$, де θ_s є кутом розсіяння в системі центра мас. Оскільки цей кут розсіяння для певної фіксованої повної енергії $\sqrt{s}$ визначається лише передачею імпульсу t, ми можемо розкласти амплітуду $A(s,t)$ за набором ортогональних поліномів Лежандра у вигляді

$$A(s,t) = \sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)\,A_l(s)P_l\,(\cos\theta)\,, \qquad (Б.21)$$

де коефіцієнти $A_l(s)$ називаються *парціальними амплітудами*, що відповідають розсіянню з певним кутовим моментом. Обернене перетворення записується як

$$A_l(s) = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} \mathrm{d}\cos\theta P_l(\cos\theta)A(s,\cos\theta). \qquad (Б.22)$$

Розклад за парціальними амплітудами (Б.21) є справедливим лише у фізичній області відповідного каналу реакції, адже ряд розбігається при наближенні до сингулярностей з інших каналів. Для отримання виразу, що є достовірним на всій площині Мандельстама, можна використати дисперсійні співвідношення, що є наслідком теореми Коші для аналітичних функцій комплексної змінної.

Використовуючи вираз (1.3) для розкладення за парціальними амплітудами ми можемо отримати парціальну амплітуду у *представленні Фруасара-Грібова* у t-каналі

$$A_l(t) = \frac{1}{\pi}\int_{z_0}^{\infty} \mathrm{d}z_t D_s\left(s(z_t,t),t\right) Q_l(t) + \frac{1}{\pi}\int_{-z_0}^{-\infty} \mathrm{d}z_t D_u\left(u(z_t,t),t\right) Q_l(z_t), \tag{Б.23}$$

де $z_t \equiv \cos\theta_t$ є косинусом кута розсіяння у t-каналі, а $Q_l(z)$ - функція Лежандра другого роду. Це представлення справедливо для $l \geq N$, де N - відповідна кількість віднімань.

Межа Фруасара-Мартена. Можна показати, що для амплітуд, що задовольняють умови представлення Фруасара-Грібова, тобто мають степеневу залежність від s у s-каналі, у наближенні великих енергій, $s \to \infty$, парціальними амплітудами з

$$l \gtrsim \text{const.}\ \sqrt{s}\ln s \tag{Б.24}$$

можна знехтувати, тобто розклад за парціальними амплітудами є скінченною сумою. Використовуючи відомі обмеження поліномів Лежандра

$$P_l(z)| \leq 1,$$

та вимогу унітарності для парціальної амплітуди ми отримуємо

$$|A(s,t)| \lesssim \text{const.}\ s\ln^2 s, \quad \text{при} \quad s \to \infty. \tag{Б.25}$$

А враховуючи оптичну теорему (Б.12)

$$\sigma_{\text{tot}}(s) \leq \text{const.}\ \ln^2 s, \quad \text{при} \quad s \to \infty. \tag{Б.26}$$

Це обмеження відомо як границя Фруасара-Мартена та є важливим строгим наслідком теорії розсіяння.

Б.2 Траєкторії Редже

Б.2.1 Площина комплексного кутового моменту

Використовуючи представлення Фруасара-Грібова (рів. (Б.23)) ми можемо аналітично подовжити парціальні амплітуди у комплексну площину l, визначаючи $A(t,l)$ як голоморфну функцію із скінченною границею при $|l| \to \infty$ для усіх $\mathrm{Re}\, l > N(t)$, де $N(t)$ визначається співвідношенням $D_s \sim z^{N(t)}$. Припускається, що ця функція має лише ізольовані особливості як у площині Мандельстама, так й у площині l.

Якщо стрибок амплітуди $D_s(s,t)$ має степеневу асимптотичну поведінку

$$D_s(s,t) = s^{\alpha(t)} + \text{нижчі порядки}, \tag{Б.27}$$

то з виразу (Б.23) для достатньо великих $s > s_1$ ми маємо

$$A_l(t) \underset{l>\alpha(t)}{\sim} \int_{s_1}^{\infty} \mathrm{d}s\, s^{\alpha(t)} s^{-l-1} = \frac{\exp\left[(\alpha(t)-l)\ln s_1\right]}{\alpha(t)-l} \tag{Б.28}$$

тобто амплітуда $A_l(t)$ має полюс при $\alpha(t) = l$. Цей полюс є найправішою особливістю амплітуди у комплексній площині l. Оскільки полюс є ізольованою особливою точкою, ми можемо зробити подовження, обходячи полюс, до сингулярності, що обумовлена наступним членом ряду в розкладенні стрибка амплітуди. Такі члени, зокрема, можуть мати логарифмічну поведінку

$$D_s(s,t) \sim s^{\alpha(t)} \ln^{\beta(t)} s \tag{Б.29}$$

що призводить до асимптотики амплітуди

$$A_l(t) \underset{l>\alpha(t)}{\sim} \begin{cases} 1\big/ (\alpha(t) - l)^{1+\beta(t)} + \cdots, & \beta(t) \neq -1; \\ \ln(\alpha(t) - l), & \beta(t) = 1. \end{cases} \tag{Б.30}$$

Таким чином відповідна амплітуда має точку розгалуження при $\alpha(t) = l$, або кратний полюс, якщо β є цілим позитивним числом. Припущення про те, що амплітуда має лише ізольовані особливі точки відомо як постулат максимальної аналітичності другого роду та є основоположним для застосувань теорії Редже.

З вищенаведених припущень слідує, що амплітуду також можна записати у вигляді

$$A(s,t) = -\frac{16\pi}{2i} \int\limits_{C} \mathrm{d}l\,(2l+1)\,A_l(t)\,\frac{P_l(-z_t)}{\sin\pi l}, \tag{Б.31}$$

де контур інтегрування C оточує цілі позитивні числа та нуль та уникає будь-яких сингулярностей парціальної амплітуди, тобто з теореми Коші слідує, що ця форма еквівалентна розкладу за парціальними амплітудами (Б.21). Оскільки для $l > N(t)$ амплітуда не має сингулярностей, ми можемо справа від цієї точки змістити контур інтегрування на нескінченність, де він зануляється в силу відомої асимптотичної поведінки. При зсуві цієї вертикальної границі переходу на нескінченність наліво, ми будемо зустрічати особливості парціальної амплітуди. Для простого випадку розглянемо амплітуду яка має лише простий полюс $A_l(t) \sim \beta(t)\,(l - \alpha(t))^{-1}$ та одну точку розгалуження $l = \alpha_c(t)$ в області $\operatorname{Re} l > -1\big/2$, а значить цей розклад записується у вигляді, що відомий як представлення Зомерфельда-Ватсона,

$$A(s,t) = -\frac{16\pi}{2i} \int\limits_{C_{\text{зліва}}} \mathrm{d}l\,(2l+1)\,A_l(t)\,\frac{P_l(-z_t)}{\sin\pi l} - 15\pi^2\,(2\alpha(t)+1)\,\beta(t)\times$$

$$\times\frac{P_{\alpha(t)}(-z_t)}{\sin\pi\alpha(t)} - \frac{16\pi}{2i}\int^{\alpha_c(t)} \mathrm{d}l\,(2l+1)\,\Delta_l(t)\,\frac{P_l(-z_t)}{\sin\pi l} \quad (\text{Б.32})$$

де другий доданок називається *полюсом Редже*, а останній є інтегралом уздовж розрізу ($\Delta_l(t)$ - відповідний стрибок).

Таким чином, траєкторія Редже для простого полюса, яка розглядається як обмін *реджеоном* в t-каналі, що відповідає сімейству резонансів та зв'язаних станів, дає вклад в амплітуду розсіяння у канонічному вигляді

$$A(s,t) = -16\pi^2\,[2\alpha(t)+1]\,\beta(t)\left(1+\xi e^{-i\pi\alpha(t)}\right)\times\frac{P_{\alpha(t)}(-z_t)}{\sin\pi\alpha(t)}. \qquad (\text{Б.33})$$

Множник $\left(1+\xi e^{-i\pi\alpha(t)}\right)$ називається *сигнатурним*, тобто потрібен для того, щоб траєкторія з певною сигнатурою $\xi = \pm 1$ давала вклад до амплітуди лише якщо вона проходить крізь точки своєї сигнатури, тобто парні або непарні. Зазначимо, що для того, щоб виконувалося обмеження Фруасара-Мартена, потрібно $\alpha(t) < 1$. Для простих реджеонів траєкторії є приблизно лінійними, тобто $\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha' t, \quad \alpha_0 < 1$.