Национальная академия наук Украины

Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова

На правах рукописи

НЕСТЕРОВ АЛЕКСАНДР ВЛАДИМИРОВИЧ

УДК 539.142

ТРЕХКЛАСТЕРНАЯ МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПИСАНИЯ СВОЙСТВ ЛЕГКИХ АТОМНЫХ ЯДЕР

01.04.02 - теоретическая физика

Диссертация на соискание научной степени доктора физико-математических наук

СОДЕРЖАНИЕ

| ВВЕДЕНИЕ |
|--|
| ГЛАВА 1. ТЕХНИКА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ БАЗИСА ШЕСТИМЕРНОГО ГАРМОНИЧЕСКОГО ОСЦИЛЛЯТОРА ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ НЕПРЕРЫВНОГО И ДИСКРЕТНОГО СПЕКТРА В ТРЕХКЛАСТЕРНОМ ВАРИАНТЕ АВ МРГ |
| 1.1 Кластерное описание свойств легких ядер в АВ МРГ |
| 1.2 Техника вычисления элементов матрицы перекрытия и матрицы гамильтониана на функциях трехкластерного микроскопического базиса34 |
| 1.3 Асимптотические результаты в координатном и осцилляторном представлении |
| 1.4 Вычисление параметров резонансов |
| 1.5 Сходимость результатов и модификация схемы вычислений АВ МРГ72 |
| 1.6 Выводы |
| ГЛАВА 2. КЛАСТЕРНАЯ СТРУКТУРА СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ ЯДЕР ⁶ He, ⁶ Li, ⁸ He, ¹⁰ В и ⁹ Be76 |
| 2.1 Связанные состояния ядер ⁶ He, ⁶ Li и ⁸ He82 |
| 2.2 Спектр связанных состояний ядра ¹⁰ В101 |
| 2.3 Основное состояние ядра ⁹ Ве119 |
| 2.4 Выводы |
| ГЛАВА 3. РЕЗОНАНСНЫЕ СОСТОЯНИЯ ЯДЕР ⁶ Не, ⁶ Ве, ⁵ Н, ⁹ Ве ⁹ В В ТРЕХКЛАСТЕРНОМ КОНТИУУМЕ |
| 3.1 Резонансные состояния ядер ⁶ Не и ⁶ Ве135 |
| 3.2 Резонансные состояния ядра ⁵ Н151 |
| 3.3 Резонансные состояния ядер ⁹ Ве и ⁹ В168 |

| 3.4 Выводы | 184 |
|---|-----|
| ГЛАВА 4. РЕАКЦИИ ³ H(³ H,2n) ⁴ He и ³ He(³ He,2p) ⁴ He | |
| 4.1 Комбинированная кластерная модель | 191 |
| 4.2 Результаты численных расчетов | 196 |
| 4.3 Выводы | 207 |
| | |

| 5.1 Описание модели учета кластерной поляризации взаимодействующих ядер |
|--|
| 5.2 Влияние кластерной поляризации на состояния непрерывного и дискретного спектра ядра ⁷ Li и сечение реакции ⁶ Li(n, ³ H) ⁴ He221 |
| 5.3 Исследование реакций радиационного захвата ³ He(α,γ) ⁷ Be, ³ H(α,γ) ⁷ Li, ⁶ Li(p,γ) ⁷ Be, ⁶ Li(n,γ) ⁷ Li. Влияние кластерной поляризации |
| 5.4 Выводы |
| ГЛАВА 6. ИССЛЕДОВАНИЕ СОСТОЯНИЙ НЕПРЕРЫВНОГО СПЕКТРА ТЕТРАНЕЙТРОНА |
| 6.1. Кластерный осцилляторный гиперсферический базис в задаче рассеяния 4⇒4 |
| 6.2 Обсуждение результатов |
| 6.3 Выводы |
| выводы |
| СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ |

ВВЕДЕНИЕ

Основной целью настоящей работы является теоретическое исследование свойств связанных состояний и состояний непрерывного спектра легких атомных ядер в рамках микроскопической модели. Очевидно, что при формулировке такой модели следует учитывать то, что многие легкие ядра имеют четко выраженную кластерную структуру, а большинство их состояний лежит в непрерывном спектре. Последнее делает весьма желательным возможность описания в рамках модели состояний непрерывного и дискретного спектров с единых позиций.

Этим требованиям В наибольшей степени отвечают метод резонирующих групп (МРГ) и его алгебраическая версия (АВ МРГ), разработанная в отделе Структуры атомных ядер ИТФ НАН Украины. Если реализация "классической" версии МРГ основана на решении интегротаких дифференциального уравнения (или системы уравнений ЛЛЯ многоканальных систем) для определения энергий и волновых функций связанных состояний или элементов матрицы рассеяния и волновых функций непрерывного спектра, то в АВ МРГ используется осцилляторный базис функций для разложения искомой межкластерной функции и сведения уравнений к простой и удобной для численной реализации алгебраической форме для решения тех же задач. Важная особенность АВ МРГ состоит в том, что в ней граничные условия, хорошо известные в координатном пространстве, преобразованы в дискретное, осцилляторное пространство и корректно учтены в динамических уравнениях. Можно утверждать, что АВ МРГ – это конкретная реализация матричной квантовой механики с корректными граничными условиями для состояний как дискретного, так и непрерывного спектра.

Но до настоящего времени АВ МРГ использовалась для изучения свойств связанных состояний легких атомных ядер в двухкластерном представлении, ядерных реакций с учетом одного или нескольких выходных бинарных каналов, связи кластерных (бинарных) и коллективных (монопольных, квадрупольных) степеней свободы, а также процессов, связанных с развалом ядерных систем на все составляющие их нуклоны.

В то же время среди легких ядер есть немалое число таких, которые обладают ярко выраженной трехкластерной структурой. Это в первую очередь ядра, у которых трехкластерный канал имеет минимальную среди других пороговую энергию, что в значительной степени определяет их кластерные свойства. Это, например, легкие ядра ${}^{5}H={}^{3}H+n+n$, ${}^{6}H=\alpha+n+n$, ${}^{6}Be={}^{4}He+p+p$, ${}^{9}Be=\alpha+\alpha+n$, ${}^{9}B=\alpha+\alpha+p$, ${}^{11}Li={}^{7}Li+n+n$, ${}^{12}C=\alpha+\alpha+\alpha$ и целый ряд других. Кроме подобного рода ядер, существует значительное количество таких, у которых нижайшим является порог бинарного канала, но роль трехкластерных конфигураций представляется для них весьма существенной. Как правило, у них энергия трехкластерного порога лежит всего лишь на несколько МэВ выше порога нижайшего бинарного канала. Здесь приводится некоторое число ядер из этой совокупности с указанием наиболее важных трехкластерных конфигураций и нижайших бинарных каналов:

 ${}^{4}\text{H}=d+n+n=t+n, {}^{4}\text{Li}=d+p+p={}^{3}\text{He}+p,$ ${}^{6}\text{Li}={}^{4}\text{He}+p+n={}^{4}\text{He}+d, {}^{8}\text{Li}={}^{4}\text{He}+{}^{3}\text{H}+n={}^{7}\text{Li},$ ${}^{8}\text{B}={}^{4}\text{He}+{}^{3}\text{He}+p={}^{7}\text{Be}+p.$

И еще большое число других ядер может быть включено в этот список. Да и практически у любого легкого ядра мы можем указать область энергий, представляющую собой трехкластерный континуум, содержащий возбужденные состояния этого ядра.

Потребность в теоретическом изучении ядер с указанными свойствами и привела к тому, что в настоящей работе развит трехкластерный вариант алгебраической версии метода резонирующих групп, в рамках которого появилась возможность рассматривать связанные состояния с использованием трехкластерных конфигураций, состояния непрерывного спектра, лежащие в трехкластерном континууме, а также реакций с трехкластерными выходными каналами, что открыло новые возможности решения актуальных ядернофизических задач.

В последнее время одной из них является задача исследования свойств легких экзотических ядер. То есть ядер с большим избытком нейтронов. Среди последних, то есть тех, у которых отношение (N-Z)/A существенно больше, чем у ядер, расположенных в долине нуклонной стабильности, есть ядра, имеющие связанные состояния. Такие ядра расположены вблизи границы нейтронной стабильности, являясь при этом *β*-нестабильными. Они живут непродолжительное время и посредством испускания электронов преобразуются в ядра с примерно равным числом протонов и нейтронов. Очень интересным свойством ядер с большим избытком нейтронов является наличие у них нейтронного гало. Естественно, что было предпринято большое число попыток истолковать этот факт в рамках различных микроскопических и полумикроскопических подходов. Здесь же следует отметить и то, что в настоящее время нашло широкое применение использование пучков такого рода радиоактивных ядер. Такие исследования активно проводятся в большом числе научных центров мира на ускорителях тяжелых ионов, где налажено получение вторичных пучков таких ядер достаточно высокой интенсивности. В их числе ускорительные комплексы UNILAC-SIS-ESR и FAIR в Дармштадте (ФРГ), ускорительный комплекс GANIL-SPIRAL1 и SPIRAL2 в Кане (Франция), Циклотронный комплекс RIKEN (Япония), сверхпроводящий циклотрон в Мичигане (США) с фабрикой радиоактивных ядер RIBF, циклотронный комплекс тяжелых ионов в Ланьчжоу (Китай), циклотронные комплексы DRBs и DRBs3 тяжелых ионов в Дубне (Россия). Результаты, полученные в указанных научных центрах в последнее время, послужили мощным толчком к развитию новых теоретических подходов для изучения свойств легких ядер с большим избытком нейтронов, в частности ядер с нейтронным гало, и вообще ядер, которым присуща ярко выраженная кластеризация.

Дело в том, что для таких ядер, за счет передачи кластеров или полного

слияния, обнаружены очень большие сечения реакций синтеза, причем при энергиях значительно меньших, чем высота кулоновского барьера, который является основным препятствием на пути протекания нуклеосинтеза. Ситуация здесь во многом сходна с той, которая имеет место при протекании dp реакций, которая была прояснена Опенгеймером и Филлипс еще в тридцатых годах прошлого столетия на основании понимания того, что дейтрон - слабосвязанная система, где протон и нейтрон удалены в среднем друг от друга на несколько ферми и которая может, в силу сказанного, еще и заметно поляризоваться даже кулоновским полем. При этом, естественно, нейтрон непосредственно не ощущает влияние кулоновского барьера. Но если энергия связи дейтрона составляет где-то 2.2 МэВ, то энергия отрыва пары нейтронов у ядра ⁶Не порядка 1 МэВ. Такого рода факты вызывают большой интерес к структуре связанных состояний ядер, имеющих нейтронное гало. С этим связано то, что в настоящей работе подробно рассмотрен этот вопрос в отношении ядер ⁶Не и ⁸Не. Здесь же следует отметить, что ввиду выше сказанного, стали привлекать внимание, возможно и с точки зрения астрофизики, термоядерные реакции типа ³He+⁶He \Rightarrow ⁹Be, 6 He+ 6 Li \Rightarrow 12 B, 10 B+ 6 He \Rightarrow 16 N и так далее. Где ядро 6 Li также является ядром выраженными кластерными свойствами, И которое С ярко также рассматривается в настоящей работе. Свойства ядра ⁶Li проявляются в реакциях передачи кластеров и реакциях полного слияния в больших значениях сечений при энергиях, близких к высотам кулоновских барьеров.

При этом в настоящее время активно обсуждается еще целый ряд вопросов, связанных со структурой экзотических ядер и вообще ядер, которым присуща ярко выраженная кластеризация. У нейтронно-избыточных ядер это, например, наличие в их кластерной структуре динейтронных и тетранейтронных кластеров. Протонно-избыточные ядра интересны с точки зрения изучения сравнительно недавно открытого двухпротонного распада. Практически в одном ряду с указанными ядрами, с точки зрения интереса к ним, стоят и легкие сильно кластеризованные ядра. Выше уже упоминалось в этом контексте ядро ⁶Li, но здесь нельзя обойти стороной и ядро ⁹Be, структура которого рассмотрена в настоящей работе на основании предложенного трехкластерного микроскопического подхода, и которое, наряду с ядром ⁶He, представляет собой один из краеугольных камней трехкастерных исследований в области легких атомных ядер. Не зря в последнее время этот единственный стабильный изотоп бериллия стал одним из основных объектов исследования в рамках программы "BECQUEREL", где в результате дезинтеграции ядер ⁹Be на фотоэмульсиях исследовались особенности их структуры.

Поскольку до настоящего времени явное выражение для потенциала ядерных сил полностью не определено, то при рассмотрении свойств атомных ядер в микроскопических моделях, постоянно приходится сталкиваться с вопросом о роли различных составляющих ядерных сил. В настоящей работе этот вопрос в значительной степени проявился при рассмотрении спектра связанных состояний ядра ¹⁰В, которое в своем роде уникально по количеству связанных состояний для таких легких ядер. Рассматривается роль спин-орбитального взаимодействия в формировании правильного порядка расположения уровней. Предыстория вопроса здесь состоит в том, что расчеты, проведенные во многоконфигурационной модели оболочек с использованием огромного числа базисных функций, в том числе и когда все нуклоны становятся спектроскопически активными (оболочечная модель без кора) на основе реалистических потенциалов, обычно приводят к инверсии нижайших уровней. При этом, авторы таких работ делают основную ставку на привлечение трехчастичных сил для исправления возникшей ситуации. Результаты расчетов, проведенных в настоящей работе, указывают на то, что вероятнее всего наиболее существенную роль здесь играют силы спин-орбитальные.

В последнее время большой интерес представляет не только структура связанных состояний сильно кластеризованных ядер и, в частности, как ядер с большим избытком нейтронов, так и протонов, но и свойства их

резонансных состояний. В настоящей работе рассмотрены состояния, лежащие в трехкластерном континууме ядер ⁶He, ⁶Be, ⁵H, ⁹Be ⁹B, значительная часть которых недостаточно хорошо исследована.

Так, если резонансные состояния ядер ⁶Не и ⁶Ве изучены достаточно подробно, хотя и здесь есть вопросы о существовании состояний более высоких по отношению к тем, которые точно установлены на эксперименте, то для других ядер из указанного ряда вопросов значительно больше. Так, для сильно нейтронно-избыточного ядра ⁵H, которое не имеет связанных состояний, а только резонансные, экспериментальные данные весьма противоречивы. У ядра ⁹Ве более подробного исследования требуют состояния. лежащие непосредственно над нижайшим трехчастичным порогом развала, в частности, состояние $1/2^+$, которое в некотором смысле можно считать неким аналогом состояния Хойла в ядре ¹²С, часто называемое "резонансом жизни", именно потому, что его существование приводит к возможности протекания в резонансном режиме реакции $\alpha(\alpha n,$ γ)⁹Ве с последующей наработкой ядер ¹²С в реакции ⁹Ве(α , n)¹²С. А, что касается ядра ⁹B, то тут уже на протяжении десятилетий обсуждается вопрос о существовании состояния $1/2^+$.

В настоящее время весьма актуальными являются задачи, связанные с изучением реакций, в которых участвуют легкие заряженные ядра при малых энергиях ИХ относительного движения. В частности, В реакциях термоядерного синтеза. Проблема здесь состоит в том, что при малых энергиях кулоновское отталкивание является существенным препятствием для точного экспериментального определения сечений таких процессов на эксперименте, каковое становится все более непреодолимым по мере КэВ-ным приближения энергии ee значениям, представляющим К наибольший интерес осуществления С точки зрения управляемого термоядерного синтеза, ядерных процессов, происходящих в звездах и мюонного катализа. В рамках рассматриваемого обобщения АВ МРГ предложен И реализован комбинированный подход, позволяющий рассматривать реакции с бинарным входным и трехкластерным выходным каналом. Этот подход реализован для исследования реакций ³H(³H,2n)⁴He и ³He(³He,2p)⁴He. Наибольший интерес здесь, с точки зрения проблемы солнечных нейтрино, представляет последняя реакция как реакция выгорания ядер ³He, которые могут участвовать в реакции ³He+⁴He \Rightarrow ⁷Be+ γ , после чего возможны процессы p+⁷Be \Rightarrow ⁸B+ γ , ⁸B \Rightarrow ⁸Be+e⁺+ v_e . Именно последние электронные нейтрино ("борные" нейтрино) фиксируются на эксперименте, и число их примерно в два раза меньше предполагаемого.

Как уже отмечалось ранее, многие легкие ядра связаны слабо и имеют кластерную структуру. Кластерные моды движения у них являются мягкими, и за счет этого такие ядра могут существенно менять свои размеры и форму при взаимодействии с другими ядрами. Это явление в последующем мы и называем кластерной поляризацией ядер в процессе их взаимодействия. Можно с уверенностью ожидать, что наиболее существенным образом она проявится при малых энергиях относительного движения ядер. В настоящей работе развивается микроскопический подход, предложенный В. С. Василевским для исследования трехкластерных конфигураций и учета кластерной поляризации ядер в процессе их взаимодействия, в котором, наряду с осцилляторным базисом для описания состояний непрерывного спектра используется и гауссовский базис для передачи кластеризации бинарных подсистем, что существенно сокращает время на все численные расчеты в сравнении с привлечением в обоих случаях осцилляторного базиса. В качестве примера влияния кластерной поляризации на свойства связанных состояний атомных ядер рассмотрено основное и первое возбужденное состояние ядра ⁷Li, и на протекание реакций ⁶L(n,³H)⁴He, ³He(α,γ)⁷Be, ³H(α,γ)⁷Li, ⁶Li(p,γ)⁷Be, ⁶Li(n,γ)⁷Li и упругого ⁴He+³H рассеяния. Если исследование в используемой модели спектра ядра ⁷Li при рассеянии тритона на α - частице в основном направлено на то, чтобы продемонстрировать особую важность учета кластерной поляризации при рассмотрении свойств легких ядер, то рассмотрение реакций радиационного захвата актуально для разрешения астрофизических проблем, как с точки зрения наработки в звездах элементов с A = 7, так и с точки зрения вопроса о солнечных нейтрино. В частности, с этой точки зрения здесь наиболее интересна реакция ${}^{3}\text{He}(\alpha,\gamma){}^{7}\text{Be}$.

На протяжении многих десятилетий теоретиками и экспериментаторами обсуждается вопрос о существовании связанного состояния тетранейтрона, то есть системы, состоящей из четырех нейтронов. Поскольку развиваемые в настоящей работе подходы позволяют с единых позиций рассматривать как состояния дискретного, так и непрерывного спектра, то интересно рассмотрение вопроса о возможности существования у ⁴n состояний резонансных.

Актуальность темы. Исходя из вышесказанного, можно заключить, что разработка и применение к ядернофизическим многокластерным задачам микроскопических подходов к решению многочастичного уравнения Шредингера имеет большую актуальность. Микроскопичность подхода дает возможность избежать введения модельных параметров и опираться только на нуклон-нуклонный потенциал и сделанные при решении уравнения пределы Шредингера приближения, а выход за двухкластерного приближения позволяет решать целый ряд новых задач, стоящих на повестке дня современной ядерной физики.

Цель и задачи исследования. Основной целью настоящей работы является теоретическое исследование свойств основных состояний легких атомных ядер, имеющих выраженную трехкастерную структуру, в том числе и тех, которые имеют большой избыток нейтронов, состояний непрерывного спектра, лежащих в трехкластерном континууме, реакций термоядерного синтеза с трехчастичными выходными каналами, влияния поляризации бинарных подсистем на параметры основных состояний ядер и протекание ядерных реакций, а так же возможность существования связанных и резонансных состояний у тетранейтрона.

Для достижения этой цели необходимо было решить следующие задачи:

1. Сформулировать в рамках АВ МРГ микроскопический подход, позволяющий с единых позиций рассматривать трехкластерные задачи дискретного и непрерывного спектров и провести все необходимые аналитические вычисления.

2. Разработать численные алгоритмы решения задач о нахождении параметров состояний дискретного и непрерывного спектров легких атомных ядер в предложенном подходе и реализовать их в виде программ для численных расчетов.

3. Решить задачи о связанных состояниях ядер ⁶He и ⁸He, имеющих большой избыток нейтронов, а также ядер ⁶Li, ⁹Be, ¹⁰B.

4. Решить задачи непрерывного спектра для состояний ядер ⁶He, ⁶Be, ⁵H, ⁹Be и ⁹B, лежащих в трехкластерном континууме, и проанализировать полученные теоретические результаты.

5. Сформулировать, в рамках предложенного подхода, комбинированную модель, позволяющую рассматривать ядерные реакции, имеющие двухчастичный входной и трехчастичный выходной канал, и рассмотреть при помощи этой модели реакции термоядерного синтеза ³H(³H,2n)⁴He и ³He(³He,2p)⁴He.

6. В рамках трехкластерной микроскопической модели, позволяющей учитывать поляризацию бинарных подсистем, рассмотреть состояния непрерывного и дискретного спектра ядра ⁷Li, реакцию ⁶Li(n,³H)⁴He, а также реакции радиационного захвата ³He(α,γ)⁷Be, ³H(α,γ)⁷Li, ⁶Li(p, γ)⁷Be, ⁶Li(n, γ) ⁷Li.

7. Рассмотреть возможность существования связанных состояний тетранейтрона и исследовать, имеют ли у него место резонансные состояния, переформулировав для этого ранее предложенную модель описания монопольных возбуждений легких атомных ядер для описания рассеяния A \Rightarrow A.

Методы исследования. В работе использовались методы нерелятивистской квантовой механики для систем многих частиц, теории рассеяния, теории групп. Проводились аналитические и численные расчеты на ЭВМ.

Связь работы с научными программами, планами, темами. Работы, на основе которых написана настоящая диссертация, выполнены в рамках бюджетных тем Отдела структуры атомных ядер Института теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова НАН Украины: "Микроскопическая теория легких ядер и ядерных реакций с их участием" (№ г. р. 0102U002328), "Исследование слабо связанных ядерных систем" (№ г. р. 0101U000329), "Исследование легких ядер с избытком нейтронов" (№ г. р. 0196U001606), "Микроскопическая теория структуры связанных состояний и резонансов ядерных систем" (№ г. р. 0106U007883), поисковой темы "Фундаментальные свойства физических систем в экстремальных условиях" (№ г. р. 0107U000396).

Научная новизна полученных результатов. Среди научных результатов, представленных в диссертации как новые, следует отметить следующие:

1. Развит трехкластерный микроскопический подход, позволяющий с единых позиций рассматривать как состояния дискретного спектра, так и состояния непрерывного спектра ядер, лежащие в трекластрном континууме. Основой предложенного подхода является использование разложения функции относительного движения кластеров, задаваемых волновыми функциями модели оболочек, по базису состояний шестимерного гармонического осциллятора.

2. Развита техника производящих функций и производящих матричных элементов, позволяющая получать прямые формулы и рекуррентные соотношения для вычисления матричных элементов операторов физических величин на функциях указанного в предыдущем пункте многочастичного

базиса, которые необходимы для описания свойств атомных ядер в рамках предлагаемого подхода.

3. В рамках предложенного трехкластерного микроскопического подхода изучена кластерная структура связанных состояний ядер ¹⁰В, ⁹Ве, ⁶Li, ⁶Не и ⁸Не. Наглядно продемонстрировано наличие нейтронного гало у двух последних. Проведен сравнительный анализ структур их основных состояний. На примере ядра ⁸Не показана роль принципа Паули в формировании структуры связанной трехкластерной ядерной системы.

4. В рамках предложенного микроскопического подхода решена задача о рассеянии $3 \Rightarrow 3$ для шестинуклонных систем, состоящих из α -частицы и двух нуклонов, таких как ⁶He и ⁶Be. Рассмотрены свойства 2⁺ состояния ядра ⁶He, 0⁺ и 2⁺ состояний ядра ⁶Be, лежащие в трехкластерном континууме. Указано на необходимость учета трехкластерных мод движения для адекватного описания таких состояний. В том же подходе рассмотрены спектры низколежащих состояний ядер ⁵H, ⁹B и ⁹Be. Продемонстрировано, что, по-видимому, их спектры являются более богатыми, чем представлялось ранее. Причем возможность существования предсказываемых резонансов может быть объяснена только особенностями трехчастичного распада.

5. Сформулирована комбинированная модель с заданием корректных граничных условий, позволяющая рассматривать реакции с бинарными входными каналами и трехкластерными выходными. В рамках этой модели рассмотрены реакции ${}^{3}\text{H}({}^{3}\text{H},2n){}^{4}\text{He}$ и ${}^{3}\text{He}({}^{3}\text{He},2p){}^{4}\text{He}$. Последняя из них представляет особый интерес с точки зрения астрофизики как одно из важнейших звеньев солнечного рр-цикла реакций, протекающих на Солнце. В поведении *S*- фактора реакции не обнаружено никаких указаний на существование резонансного состояния, наличие которого могло бы пояснить дефицит электронных борных нейтрино, то есть проблему солнечных нейтрино.

6. Исследовано влияние поляризации бинарных подсистем ⁶Li и ³H на параметры основного состояния и структуру резонансных состояний ядра ⁷Li. Показано, что поляризация подсистемы ⁶Li (т.е. изменение расстояния между α -частицей и дейтроном) оказывает значительно большее влияние на дискретный и непрерывный спектр ⁷Li, чем поляризация ³H, вызванная изменением расстояния между дейтроном и нейтроном при взаимодействии ³H с α -частицей. Сделан вывод о том, что мягкие моды движения бинарных подсистем могут быть очень важным фактором, влияющим на свойства трехкластерной системы.

7. В рамках указанного в предыдущем пункте подхода исследовано сечение реакции ${}^{6}Li(n.{}^{3}H){}^{4}He$, представляющей интерес как одна из основных реакций по наработке трития. Продемонстрирована слабая зависимость сечения реакции от учета поляризации. Последнему факту дано объяснение, состоящее в одновременном усилении притяжения между кластерами за счет поляризации кластеров и изменении взаимодействия между каналами реакции. Так же рассмотрено влияние поляризации на сечения реакций радиационного захвата ³He(α,γ)⁷Be, ³H(α,γ)⁷Li, ⁶Li(p,γ) ⁷Be и ⁶Li(n,γ) ⁷Li. Эти реакции имеют важное значение для астрофизических приложений, в связи с чем значительное внимание уделено поведению сечений реакций в области низких энергий, где нет пока возиожности провести экспериментальные измерения. Показано, что учет поляризации является очень важным фактором разумного описания имеющихся экспериментальных данных. Кроме этого, детально исследована корреляция между S - фактором при нулевой энергии и различными величинами, характеризующими основное состояние конечного ядра.

8. Исследован спектр связанных состояний ядра ¹⁰В. Расчеты проводились с использованием полуреалистических потенциалов. При этом получен правильный порядок взаимного расположения уровней. Показано, что это может иметь место без привлечения в рассмотение трехчастичных сил, но

лишь за счет корректного выбора интенсивности сил спин-орбитальных. Сравнение полученных результатов с результатами для реалистических сил, может указывать на то, что в последних LS-силы возможно недооценены. Рассчитаны спектроскопические факторы для канала α+α+d.

9. Посредством рассмотрения рассеяния $4 \Rightarrow 4$, с использованием базиса кластерных гипергармоник, в основу построения которых положена кластеризация ${}^{2}n+{}^{2}n$, изучена возможность наличия у тетранейтрона связанных и резонансных состояний. Связанных состояний не обнаружено, но показано, что хотя бы один резонанс может иметь место при энергии равной 1 – 3 МэВ выше порога полного развала и при ширине резонанса, не превышающей нескольких МэВ. Только в 2016 году появилось первое экспериментальное подтверждение этого результата.

Практическая Полученные ценность полученных результатов. результаты могут быть использованы при планировании и постановке экспериментов, анализе их результатов при исследовании свойств состояний легких атомных ядер, лежащих в дискретном спектре, двухкластерном и трехкластерном континууме. То есть, могут быть полезны при подготовке экспериментальных исследований в ряде научных центров, например, в Научном центре "Институт ядерных исследований" НАН Украины, ОИЯИ (Дубна, Россия), Институт тяжелых ионов (Дармштадт, ФРГ), Институт физико-химических исследований – RIKEN (Япония), Университет Суррея (Англия), Ливерморская национальной лаборатории (США) и других, при рассмотрении столкновений атомных ядер, их взаимодействии с фотонами, нейтронами, протонами и другими заряженными частицами. Также полученные результаты могут быть интересны для теоретиков, работающих над аналогичными задачами в ХФТИ (Харьков, Украина), Киевском национальном университете имени Тараса Шевченкко, Брюссельском свободном университете (Бельгия), Университете Миннесоты (Миннеаполис,

США), Университете Хоккайдо (Саппоро, Япония) и еще в ряде научных центров.

Поскольку во многом результаты диссертационной работы связаны с нуклеосинтезом при малых энергиях, то основная их область возможной практической применимости, это ядерные реакции, протекающие в недрах звезд и, соответственно, вопросы о распространенности химических элементов во Вселенной, и управляемый термоядерный синтез в земных условиях.

Личный вклад соискателя. Личный вклад соискателя состоит в том, что предложена и разработана микроскопическая трехкластерная модель описания свойств состояний дискретного и непрерывного спектра легких атомных ядер, которая является продолжением развития Алгебраической версии метода резонирующих групп, предложенной Г. Ф Филипповым и разработанной в Отделе структуры атомных ядер ИТФ НАН Украины. Эта модель основана на использовании осцилляторного базиса и в данном конкретном случае представляет собой замкнутый вариант матричного подхода, сводя решение многочастичного уравнения Шредингера к решению системы алгебраических уравнений. И если на предыдущем этапе своего развития АВ МРГ могла быть применена лишь для решения двухкластерных задач с использованием базиса функций трехмерного гармонического осциллятора, то предложенная модель дает возможность рассматривать трехкластерные задачи дискретного и непрерывного спектров, опираясь на применение базиса функций шестимерного гармонического осциллятора. При были ЭТОМ, соискателем получены основные аналитические соотношения, позволяющие построить подлежащую решению систему алгебраических уравнений, а именно: прямые формулы и рекуррентные соотношения для вычисления интегралов перекрытия в биосцилляторном и гиперсферическом базисе, соотношения, связывающие матричные элементы оператора кинетической энергии с матричными элементами единичного оператора, прямые формулы и рекуррентные соотношения для матричных

элементов центральной части нуклон-нуклонных сил в биосцилляторном базисе, соотношения, связывающие матричные элементы нецентральных частей нуклон-нуклонных сил (спин-орбитальных И тензорных) С матричными элементами центральных сил в биосцилляторном базисе, матричные элементы матрицы перехода от функций биосцилляторного базиса к функциям гиперсферического базиса и ряд других соотношений, позволяющих получить характеристики связанных и резонансных состояний. Указанные соотношения были получены с использованием многокластерного метода производящих функций и производящих матричных элементов. Для получения последних были составлены программы в пакетах для выполнения аналитических вычислений, а для проведения численных расчетов написаны программы для вычисления матричных элементов интегралов перекрытия, матричных элементов оператора кинетической энергии, матричных элементов операторов центральной части нуклон-нуклонного потенциала на "Fortran". Это языке численного программирования предоставило возможность соискателю активно участвовать не только в проведении аналитических вычислений, но и в выполнении большого объема численных расчетов. Указанные результаты представлены в главе 1.

Вышесказанным определяется личный вклад соискателя и в конкретное применение предложенной модели к исследованию трехкластерной структуры связанных состояний таких ядер, как ⁶He, ⁶Li, ⁸He, ⁹Be, ¹⁰B, свойств состояний, лежащих в трехкластерном континууме ядер ⁶He, ⁶Be, ⁵H, ⁹Be, ⁹B, изучаемых в процессе рассеяния $3 \Rightarrow 3$. Результаты этих исследований представлены в главах 2 и 3.

Также в рамках естественного расширения предложенной модели, которая в тексте называется комбинированной моделью и позволяет рассматривать процессы $2 \Rightarrow 3$, то есть реакции, где входной канал бинарный, а выходной – трехчастичный. Если техника работы с бинарными каналами в АВ МРГ известна и разработана в основном в работах Г. Ф. Филиппова, В. С. Василевского, И. П., Охрименко и других сотрудников отдела САЯ ИТФ

НАНУ, то для описания трехчастичного канала и учета связи двухчастичного и трехчастичного каналов использовались указанные в первом абзаце раздела наработки соискателя. Результаты, полученные с использованием указанного в этом абзаце подхода, представлены в главе 4.

Еще одна модификация трехкластерной микроскопической модели была использована для описания поляризации бинарных подсистем в процессе их взаимодействия с третьим кластером. Основная идея такой модификации принадлежит В. С. Василевскому и состоит в том, чтобы воспроизводить поляризацию бинарных подсистем при помощи гауссовского базиса, а также привлекать амплитуды Фаддеева при задании вида функций относительного движения кластеров. При конкретной реализации этого подхода личный вклад соискателя состоит в проведении значительной части расчетов. Результаты, полученные аналитических И численных С использованием этой модели, представлены в главе 5.

Ранее предложенная в соавторстве с Г. Ф. Филипповым и В. С. Василевским модель описания монопольных колебаний атомных ядер, основанная на использовании двухкластерных гиперсферических гармоник, переформулирована соискателем для описания рассеяния $A \Rightarrow A$. На основании сформулированного подхода осуществлен поиск связанного и резонансных состояний тетранейтрона. Здесь соискателем были выполнены все необходимые аналитические вычисления и создана основная часть программ для численных расчетов. (Глава 6).

На всем протяжении времени выполнения работ соискатель активно участвовал в обсуждении результатов и все статьи были написаны при его участии или в основном им.

Здесь же следует заметить, что кроме расчетов в биосцилляторном и гиперсферическом базисах производилось большое число расчетов в базисе SU₃. Эти расчеты, выполненные в основном В. С. Василевским, не приводятся в тексте диссертации, за исключением случаев, где это необходимо для полноты картины представляемых результатов.

Апробация Результаты результатов диссертации. диссертации неоднократно докладывались на семинарах Отдела структуры атомных ядер и научных сессиях Института теоретической физики НАН Украины, а также на семинарах научных центров Украины и других стран. Это Институт ядерных исследований НАН Украины, Научно-исследовательский институт ядерной физики МГУ (г. Москва), Объединенный институт ядерных исследований (г. Дубна), Университет г. Антверпен (Бельгия), на заседаниях Бельгийского физического общества, на Всесоюзных конференциях по спектроскопии структуре конференции И атомного ядра, на ПО мультинейтронным системам (г. Дубна).

На международных конференциях:

- "Symmetry methods in physics" (in memory of professor Ya. A. Smorodinsky) Obninsk, Russia, July, 6-10, 1993.
- Международное Совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра, Дубна, Россия, 1993 г.
- 5th International Spring Seminar on Nuclear Physics "New Perspectives in Nuclear Structure", Ravello, Italy, May 22-24,1995.
- Международное совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра, СПб, Россия, 20-23 апреля, 1995 г.
- International Symposium on Exotic Nuclear Structures, Debrecen, Hungary. May 15-20, 2000.
- Int. Symp. on "Clustering Aspects of Quantum Many-Body Systems", Kyoto, Japan, Nov. 12-14, 2001.
- Int. Conf. "Nuclear Physics at Border Lines", Lipary, Italy, May, 21-24, 2001.
- 7th Int. Seminar on Nuclear Physics "Challenger of Nuclear Structure", Maiory, Italy, May 27-31, 2001.
- Int.Conf. "Modern problems of theoretical physics" Kyiv, Ukraine, December 9-15, 2002.

- XXIV International Workshop on nuclear theory, Rila Mountains, Bulgaria, June 20-25, 2005.
- International Conference "NPAE-2006", Kyiv, Ukraine May 29 June 03, 2006.
- International Conference "NPAE-2008", Kyiv, Ukraine, June 9 15, 2008.
- International Conference "NPAE-2010", Kyiv, Ukraine, June 7 –12, 2010.
- International Conference "NPAE-2012", Kyiv, September 7-13, 2012.

• International Conference "Problems of theoretical physics", Kyiv, October 8 – 11, 2012.

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в 54 печатных работах, среди которых 25 работ [1-25] опубликованы в реферируемых изданиях (8 статей в отечественных журналах[1-8], 2 статьи в Сборнике научных трудов ИЯИ НАН Украины [9,10], 14 статей в зарубежных журналах [11-24], 1 статья [25] в книге издательства" Springer"), 10 статей в сборниках конференций, 9 из которых являются международными [26-35], 7 препринтов ИТФ НАНУ им. Н. Н. Боголюбова, три из которых продублированы статьями [36-39] (объединены с соответствующими статьями в одну ссылку), а также в 15 тезисах конференций [40-54], четырнадцать из которых являются международными.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, шести глав, выводов, списка используемой литературы. Материал изложен на 316 страницах, содержит 80 рисунков, 44 таблицы и список цитируемой литературы, состоящий из 348 наименований.

ГЛАВА 1

ТЕХНИКА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ БАЗИСА ШЕСТИМЕРНОГО ГАРМОНИЧЕСКОГО ОСЦИЛЛЯТОРА ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ НЕПРЕРЫВНОГО И ДИСКРЕТНОГО СПЕКТРА В ТРЕХКЛАСТЕРНОМ ВАРИАНТЕ АВ МРГ

Метод резонирующих групп (МРГ) [55] представляется одним из наиболее последовательных И эффективных инструментов изучения динамики многокластерных конфигураций в легких атомных ядрах. Несомненные достоинства метода резонирующих групп заключаются в том, что это (i) микроскопический подход, в котором динамика кластеров определяется нуклон-нуклонным взаимодействием, (ii) принцип Паули учитывается точно и (iii) движение центра масс выделяется в явном виде. Второй пункт особенно важен как при рассмотрении связанных состояний, так и состояний непрерывного спектра легких ядер при сравнительно небольших значениях энергии. МРГ, являясь одной из самых последовательных реализаций кластерной модели, позволяет корректно учитывать граничные условия и проводить теоретический анализ результатов, принимая во внимание те физические свойства исследуемых систем, которые представляются наиболее важными.

Существует несколько версий МРГ, отличающихся формой записи и способом решения динамических уравнений. Прежде всего это "классическая версия МРГ, реализация которой основана на решении интегро-(либо дифференциального уравнения таких уравнений системы ДЛЯ многоканальных систем) для определения энергий и волновых функций связанных состояний или элементов матрицы рассеяния и волновых функций непрерывного спектра. Кроме классического варианта МРГ, существуют ее которых используются квадратично-интегрируемые базисы версии, В функций для разложения искомой межкластерной функции и сведения уравнений к простой и удобной для численной реализации алгебраической форме. В настоящей работе развивается версия, которая в литературе "Алгебраическая Версия" ΜΡΓ (AB получила название MPΓ), гле привлекается базис осцилляторных функций. Важная особенность АВ МРГ состоит в том, что в ней граничные условия для двух- и многокластерных систем, хорошо известные в координатной пространстве, преобразованы в дискретное, осцилляторное пространство И корректно учтены В динамических уравнениях. Можно утверждать, что АВ МРГ – это конкретная реализация матричной квантовой механики с корректными граничными условиями для состояний как дискретного, так и непрерывного спектра.

Алгебраическая версия метода резонирующих групп была предложена Г.Ф. Филипповым [56,57]. АВ МРГ эффективно использовалась для исследования процессов, структуры ядер И ядерных порождаемых бинарными каналами. На ее основе также удалось объединить динамику кластерных и коллективных степеней свободы, что позволило описать распад гигантского монопольного, дипольного и квадрупольного резонансов [58-71] в легких атомных ядрах. Следует отметить, что АВ МРГ в некотором смысле близка методу Ј-матрицы, где матрица кинетической энергии также имеет трехдиагональную, то есть якобиеву форму. Последний метод был развит в работах [72, 73, 74] и активно используется для изучения атомных, молекулярных и ядерных систем. Основные идеи метода Ј-матрицы и главные результаты, полученные в рамках этого метода, представлены в сборнике статей [75].

Базис гармонического осциллятора традиционно играет важную роль при решении задач теоретической ядерной физики. Для легких ядер состояния сферического осциллятора часто используются как первое приближение для одночастичных орбиталей волновой функции знаменитой модели оболочек. Соответственно и ядерный многочастичный базис, при учете принципа Паули, может быть построен как суперпозиция детерминантов Слэтера из одночастичных осцилляторных орбиталей.

Многие двухчастичные нуклон-нуклонные потенциалы представляют

собой суперпозиции гауссовских компонент. При этом матричные элементы двухчастичных операторов на слэтеровских детерминантах являют собой простые суммы двухчастичных матричных элементов, рассчитанных на одночастичных осцилляторных функциях. То есть гауссовская форма оператора потенциальной энергии позволяет получить матричные элементы в аналитической форме, что делает использование осцилляторных состояний (или суперпозиций осцилляторных состояний) в качестве одночастичных волновых функций в микроскопических многочастичных ядерных моделях крайне привлекательным с точки зрения простоты вычислений.

Одной из особенностей осцилляторного базиса является якобиевская (трехдиагональная) форма матрицы оператора кинетической энергии. Это создает дополнительные удобства при рассмотрении уравнения Шредингера в матричной форме.

Ядерные многочастичные системы очень сложны для рассмотрения, поскольку для этого требуется учет большого числа оболочечных состояний при воспроизведении спектральных свойств в заданной области энергий. Также в ядрах могут возбуждаться различные моды движения, такие, как квадрупольные, монопольные и т. д., с возможностью последующего распада. В случае последнего особенно ярко проявляют себя кластерные моды движения. То есть возникает взаимодействие между коллективными модами и кластерными эффектами, которые необходимо учитывать при рассмотрении распада ядер.

В соответствии с вышесказанным, вводятся антисимметризованные функции специального вида со специфической конфигурацией одночастичных орбиталей таким образом, чтобы передать особенности поведения коллективных движений, которые подлежат исследованию. На этом пути гильбертово пространство сужается до одного (или нескольких связанных) ядерно - модельных состояний, в которых коллективные переменные, выделенные из общего числа, являются теми динамическими переменными, которые подлежат рассмотрению в задаче. Размерность уравнения Шредингера при этом существенно понижается.

Несмотря на то, что двухчастичное нуклон-нуклонное взаимодействие является короткодействующим, эффективное взаимодействие, как функция коллективных координат, обычно оказывается весьма протяженным. Если коллективное поведение описывается суперпозицией осцилляторных состояний, это естественным образом отражается на матричных элементах ядерного потенциала, которые демонстрируют медленное убывание по мере числа осцилляторных возбуждений. Это ограничивает увеличения слишком большие стандартной АВ МРГ, поскольку применимость энергетические матрицы необходимо рассматривать для внутренней области. Действительно, основные численные проблемы в ядерных расчетах в АВ МРГ состоят в построении матричных элементов высоко возбужденных состояний. В целях преодоления этих трудностей в рамках развиваемого метода был развит подход [76,77,78], основная идея которого состоит в использовании квазиклассического приближения для вычисления матричных элементов, отвечающих высоким возбуждениям во внутренней области системы. Это приводит К модификации стандартных трехчленных рекуррентных соотношений для матричных элементов в случае больших расстояний и асимптотической области за счет включения потенциального (квазиклассического) вклада, что соответствует существенному смещению точки сшивания в граничных условиях, делая размерности матричного уравнения вполне приемлемыми.

Кулоновское взаимодействие, которое, как известно, является дальнодействующим, учитывается аналогичным образом.

В последующих разделах будет рассмотрено кластерное описание как важнейший элемент описания легчайших ядер, когда межкластерные расстояния становятся динамическими переменными.

1.1 Кластерное описание свойств легких ядер в АВ МРГ

Двух- и трехкластерные конфигурации играют важную роль в низкоэнергетической физике легких ядер и имеют непосредственное отношение к экспериментам по исследованию свойств составных систем, образующихся при протекании ядерных реакций. В этом разделе обсуждается в основном трехкластерное описание легких атомных ядер. В случае необходимости мы будем кратко обращаться и к описанию двухкластерному, поскольку первое нельзя рассматривать иначе, чем естественное обобщение второго.

Многочастичная волновая функция трехкластерной системы, состоящая из A нуклонов $(A = A_1 + A_2 + A_3)$ с полным учетом антисимметризации может быть представлена следующим образом:

$$\Psi(\mathbf{q}_1,..,\mathbf{q}_{A-1}) = \hat{A}\left[\Psi_1(A_1)\Psi_2(A_2)\Psi_3(A_3)\Psi_Q(Q)\right], \quad (1.1)$$

где \hat{A} – оператор антисимметризации. При этом предполагается, что координата центра масс нуклонной системы исключена посредством перехода к координатам Якоби \mathbf{q}_i и тем самым задача сведена к рассмотрению внутренней динамики системы.

Волновые функции кластеров $\Psi_i(A_i)$

$$\Psi_i(A_i) = \Psi_i(\mathbf{q}_1^{(i)}, ..., \mathbf{q}_{A_i-1}^{(i)}), \quad (i = 1, 2, 3)$$
(1.2)

задают внутреннюю структуру *i*- го кластера с центром масс в точке Q_i . Функции кластеров изначально фиксированы и в настоящей работе представляют собой детерминанты Слэтера или их линейные комбинации, построенные с использованием (0*s*)-состояний сферически симметричного гармонического осциллятора. Это соответствует основным состояниям оболочечных конфигураций кластеров с ($A_i \le 4$ для всех *i*), что в конечном итоге существенно минимизирует численные проблемы.

Функция $\Psi_Q(Q)$

$$\Psi_Q(Q) = \Psi_Q(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) \tag{1.3}$$

представляет собой функцию относительного движения кластеров, зависящую от координат Якоби \mathbf{q}_1 и \mathbf{q}_2 . Рис. 1.1 иллюстрирует возможные выбора координат Якоби варианты для трехкластерной системы (предполагается, что два кластера из трех одинаковы, что справедливо для большинства конкретных ядер, рассмотренных ниже), где также указана Якоби, которой мы будем придерживаться нумерация векторов В дальнейшем, и их расположение относительно кластеров.



Рис. 1.1. Две возможные конфигурации координат Якоби для трехкластерных систем вида $A = A_1 + A_2 + A_2$ (два кластера одинаковы).

В двухкластерном случае все формулы значительно упрощаются:

$$\Psi(\mathbf{q}_1,..,\mathbf{q}_{A-1}) = \hat{A} \Big[\Psi_1(A_1) \Psi_2(A_2) \Psi_R(R) \Big], \qquad (1.4)$$

где

$$\Psi_R(R) = \Psi_R(\mathbf{q}_0). \tag{1.5}$$

Представление функций (1.3) и (1.5) не ограничено одной осцилляторной

функцией, но задается в виде разложения по полному набору функций гармонического осциллятора для степеней свободы относительного движения кластеров. То есть полная *А* - частичная волновая функция не выражается в виде одного детерминанта Слэттера, построенного на одночастичных осцилляторных орбиталях.

Для наших дальнейших рассуждений важным является представление о фолдинг-приближении, которое состоит в пренебрежении действием принципа Паули для нуклонов, принадлежащих различным кластерам с сохранением квантовомеханического описания самих кластеров. Трехкластерная многочастичная волновая функция фолдинг-модели имеет вид:

$$\Psi_F(\mathbf{q}_1,..,\mathbf{q}_{A-1}) = \Psi_1(A_1)\Psi_2(A_2)\Psi_3(A_3)\Psi_Q(Q),$$

где волновая функция каждого из кластеров антисимметрична, в то время как межкластерная антисимметризация отсутствует. Фолдинг - модель имеет то преимущество, что сохраняет идентичность кластеров, и, если внутренняя структура кластеров остается "замороженной", существенно упрощает решение задачи об их относительном движении, фактически сводя ее к задаче об относительном движении бесструктурных частиц.

Фолдинг-модель является естественным приближением для рассмотрения асимптотического поведения кластерных систем в процессе их распада на два или большее число невзаимодействующих подсистем. Она соответствует ситуации, в которой все кластеры находятся настолько далеко друг от друга, что межкластерным действием принципа Паули можно пренебречь.

Поскольку в настоящем случае функции волновые кластеров фиксированы и построены исключительно на (0s) - орбиталях, вопрос о классификации системы состояний после разложения функции относительного движения по некоторому базису, полностью переносится на базисные состояния, используемые для описания относительного движения кластеров. Это справедливо как для случая полностью

антисимметризованной функции системы, так и для фолдинг - приближения.

Для двухкластерной системы набор квантовых чисел, задающих межкластерное движение, фактически однозначно определен и связан с редукцией группы $U(3) \supset O(3)$ трехмерного гармонического осциллятора. Такая редукция приводит нас к радиальному квантовому числу n, угловому моменту l и его проекции m.

Известно, что в трехкластерном случае при использовании базиса шестимерного гармонического осциллятора могут быть использованы различные способы классификации функции относительного движения кластеров, заданной в осцилляторном представлении. Ниже обсуждаются три наиболее широко используемых способа такой классификации, хотя, как будет видно при дальнейшем рассмотрении материала, в настоящей работе в основном практически используются только две из них. Все они связаны с редукцией унитарной группы U(6), являющейся группой симметрии шестимерного гармонического осциллятора, на ее подгруппы. Схемы редукции и соответствующие наборы квантовых чисел, к которым они приводят, задаются следующим образом:

$$U(6) \supset O(6) \supset SO(3) \otimes SO(3) \supset SO(3) \Longrightarrow \left| n_{\rho}, K, l_{1}, l_{2}, LM \right\rangle.$$
(1.8)

Первый по порядку базис (1.6), обычно называют "SU(3) - базисом", поскольку квантовые числа этого базиса – хорошо известные индексы

Элиотта ($\lambda\mu$) группы *SU*(3), а ω – индекс повторения, появляющийся при редукции *SU*(3) \supset *SO*(3). Редукция *U*(2) \supset *O*(3) приводит к появлению вихревого момента *j*, равного $\lambda/2$, имеющего целые и полуцелые значения, и его проекции ξ , связанной с числом осцилляторных квантов n_1 и n_2 вдоль векторов Якоби \mathbf{q}_1 и \mathbf{q}_2 , значение которой задается соотношением $\xi = 1/2(n_1 - n_2)$.

Второй по порядку базис (1.7) далее мы будем именовать "биосцилляторным" базисом ("БО" - базисом), хотя часто его называют "физическим" базисом из-за абсолютной физической прозрачности его квантовых чисел, где U(3) группы в цепочке подгрупп связаны с векторами Якоби \mathbf{q}_1 и \mathbf{q}_2 , что порождает квантовые числа (n_1, l_1) и (n_2, l_2) , что соответствует ситуации двух несвязанных осцилляторов.

Третий базис (1.8) - это "гиперсферический базис" (ГС-базис), поскольку его функции являются функциями неприводимых представлений группы *O*(6), то есть представляют собой гиперсферические гармоники на шестимерной гиперсфересфере (см., например, [79-88] и ссылки в них).

Отметим, что для ГС-базиса могут быть использованы и другие возможности классификации базисных состояний. Выбор именно цепочки подгрупп (1.8) говорит о том, что мы остановились на схеме Цернике -Брикмана (Zernike - Brinkman) (см., например, работы [85,86] и ссылки в них). Это приводит нас к следующим квантовым числам: гипермоменту K, числу квантов гиперрадиальных возбуждений n_{ρ} , l_1 – парциальному угловому моменту, связанному с первым вектором Якоби, l_2 – парциальному угловому моменту, связанному со вторым вектором Якоби, а также к L и M– полному угловому моменту, получаемому посредством связи парциальных моментов l_1 , l_2 и его проекции M.

Поскольку именно гиперсферический базис наиболее часто используется в последующем для описания, как дискретных состояний, так и состояний трехкластерного континуума, что ставит его в особое положение с

точки зрения всего последующего изложения, укажем основные соотношения между его квантовыми числами и ограничения, накладываемые на них:

• полный угловой момент является векторной суммой парциальных угловых моментов \mathbf{l}_1 и \mathbf{l}_2 , то есть $\mathbf{L} = \mathbf{l}_1 + \mathbf{l}_2$ и $|l_1 - l_2| \le L \le l_1 + l_2$;

• при фиксированных значениях l_1 и l_2 гипермомент может принимать значения $K = l_1 + l_2, l_1 + l_2 - 2, l_1 + l_2 - 4,$ Это условие означает, что сумма парциальных моментов $l_1 + l_2$ не может превышать по величине значения K;

• парциальные угловые моменты l_1 и l_2 определяют четность трехкластерного состояния посредством соотношения $\pi = (-1)^{l_1+l_2}$;

• для состояний "нормальной" четности $K_{\min} = L$, а минимальное значение гипермомента $K_{\min} = L$, в то время, как в случае "аномальной" четности $K_{\min} = L+1$ при $\pi = (-1)^{L+1}$;

• для осцилляторной оболочки с главным квантовым числом N имеет место соотношение $N = 2n_{\rho} + K$.

При этом для главного квантового числа справедливы и следующие соотношения: $N = 2n_{\rho} + K = n_1 + n_2$ с участием квантовых чисел "ГС-базиса" и "БО-базиса" соответственно. А функции всех обоих рассматриваемых базисов представляют собой собственные функции одного и того же гамильтониана шестимерного гармонического осциллятора и, соответственно, могут быть выражены на одной и той же оболочке друг через друга посредством простого унитарного преобразования.

Причина, по которой мы рассматриваем два указанных выше базиса, состоит в том, что они широко используются в микроскопических расчетах для легких ядер и позволяют отобразить различные черты трехкластерных систем. Выбор того или иного базиса для проведения конкретных расчетов основывается на физических соображениях и простоте численной реализации задачи. При расчете связанных состояний обычно в основу полагается простота анализа результирующей волновой функции, или другими словами, то, насколько данный базис удобен для описания "нормальных мод" трехкластерной системы. Для состояний, движения лежащих В трекластерном континууме, при выборе базиса чаще всего руководствуются возможностью задания "естественной" асимптотики волновой функции (граничных условий), которые наиболее адекватно соответствуют постановке задачи и представляются достаточно удобными с точки зрения проведения численных расчетов.

Но какой бы базис из указанных выше не был выбран при решении конкретной задачи для определения коэффициентов C_v , (здесь и ниже для сокращения записи v представляет собой некий совокупный индекс, полностью характеризующий базисные состояния, то есть это либо $\{n_ll_n 2l_2 LM\}$, либо $\{Kn_\rho l_l l_2 LM\}$), возникающие при разложении функции относительного движения и представляющие собой не что иное, как волновую функцию системы в осцилляторном представлении, мы приходим к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{\nu'} \left[\left\langle \nu \left| \hat{H} \right| \nu' \right\rangle - E \left\langle \nu \left| \nu' \right\rangle \right] C_{\nu'} = 0,$$
(1.9)

которая является следствием выбора пробной функции при решении многочастичного уравнения Шредингера. Величины $\langle v | \hat{H} | v' \rangle$ и $\langle v | v' \rangle$ – это матричные элементы гамильтониана и единичного оператора на полностью антисимметризованных многочастичных базисных функциях.

Если в координатном представлении при решении задач непрерывного или дискретного спектра обычно используется асимптотическое выражение для волновой функции на больших расстояниях для задания граничных условий, то в осцилляторном представлении в АВ МРГ осуществляется практически эквивалентная процедура. При больших значениях числа радиальных осцилляторных квантов относительного движения кластеров мы обращаемся к асимптотическим выражениям, но уже для коэффициентов разложения C_{ν} . Подробнее на этом мы остановимся в следующем разделе, сосредоточив свое внимание в основном на трехкластерной асимптотике состояний непрерывного спектра в рамках метода гиперсферически функций.

В АВ МРГ принцип Паули учитывается точно. Но при этом возникает вопрос об исключении состояний, запрещенных принципом Паули. Если в двухкластерном случае, где на каждой осцилляторной оболочке имеется по одной функции, этот вопрос решается элементарно, то в трехкластерном – методика их исключения требует некоторых пояснений.

Состояния, запрещенные принципом Паули, исключаются путем диагонализации матрицы оператора антисимметризации

$$\left\|\left\langle \nu \left| \nu' \right\rangle \right\|,\tag{1.10}$$

вычисляемых на многочастичных базисных функциях. Они соответствуют матрицы $|| < v | v' > || = || < v | \hat{A} | v' > ||$, которым собственным векторам тем нулевые собственные значения. Разрешенные отвечают состояния, являющиеся собственными функциями антисимметризатора, строятся в виде комбинации первоначальных базисных функций каждой конкретной осцилляторной оболочки. Последнее связано с тем, что матрица || < v | v' > ||, имеет блочную структуру, где ненулевые ee матричные элементы представляют собой перекрытие функций, принадлежащих одной осцилляторной оболочке, т. е. тех из них, у которых для главных квантовых чисел выполняется условие N = N'. После исключения запрещенных состояний наша система уравнений (1.9) преобразуется к несколько иному Если $\{U_{\nu}^{\alpha}\}$ собственных виду. матрица векторов оператора антисимметризации, то получаем:

$$\sum_{\alpha'} \left[\left\langle \alpha \left| \hat{H} \right| \alpha' \right\rangle - E \delta_{\alpha, \alpha'} \right] C_{\alpha'} = 0, \qquad (1.11)$$

где $\|\langle \alpha | \hat{H} | \alpha' \rangle \|$ – матрица гамильтониана, вычисленная уже на состояниях, разрешенных принципом Паули и связанная с матрицей $\|\langle v | \hat{H} | v' \rangle \|$ соотношением:

$$\left\langle \alpha \left| \hat{H} \right| \alpha' \right\rangle = \sum_{\nu,\nu'} U_{\nu}^{\alpha} \left\langle \nu \left| \hat{H} \right| \nu' \right\rangle U_{\nu'}^{\alpha'}.$$
(1.12)

В этой связи заметим, что для биосцилляторного базиса и гиперсферического базиса первоначальная классификация базисных функций нарушается при исключении запрещенных состояний. Однако в асимптотической области, где расстояние между кластерами велико и действием принципа Паули, то есть межкластерной антисимметризацией можно пренебречь, мы вновь имеем возможность вернуться к первоначальной классификации базисных состояний.

Очевидно, что какой бы из рассматриваемых базисов не был выбран для решения задачи, в первую очередь придется вычислять элементы матриц $\|\langle v | v' \rangle \|$ и $\|\langle \alpha | \hat{H} | \alpha' \rangle \|$. Технике такого рода вычислений посвящен следующий раздел этой главы.

1.2 Техника вычисления элементов матрицы перекрытия и матрицы гамильтониана на функциях трехкластерного микроскопического базиса

Прежде чем приступить к решению алгебраической системы AB MPГ, необходимо построить ее, вычислив все необходимые матричные элементы. Поэтому достаточно подробно остановимся на основных принципах их расчета, на функциях трехкластерного базиса при помощи метода, который получил название метода производящих функций и производящих матричных элементов. Две ключевые матрицы, из которых конструируются уравнения AB MPГ, это матрица единичного оператора (или матрица оператора антисимметризации) и матрица гамильтониана. Первая из них важна тем, что обеспечивает нормировку базисных состояний. Вторая – если не рассматривать оператор кинетической энергии, матричные элементы которого могут быть получены как из простых теоретико-групповых соображений, так и достаточно просто из матричных элементов матрицы единичного оператора, – состоит из элементов оператора потенциальной энергии. Последний в нашем случае представляет собой полуреалистический двухчастичный нуклон-нуклонный потенциал, являющийся суперпозицией гауссовских функций в совокупности с кулоновским взаимодействием.

Поскольку процедура усреднения по спин - изоспиновым переменным, используемая в настоящей работе, ничем не отличается от той, с которой мы обычно сталкиваемся во всех оболочечных расчетах, то на ней мы практически останавливаться не будем, за исключением нескольких моментов случая вычисления матричных элементов нецентральных компонент нуклон-нуклонных сил, а сосредоточим свое внимание на технике вычисления пространственных частей производящих матричных элементов и дальнейшего их использования для получения матричных элементов на функциях интересующего нас базиса, придерживаясь следующей схемы:

1.Вычисление производящих матричных элементов на *A* - частичных производящих функциях без учета антисимметризации.

2. Переход к координатам Якоби и антисимметризация.

 Получение рекуррентных соотношений для матричных элементов на функциях базиса двух несвязанных осцилляторов (биосцилляторном базисе).
 Переход к осцилляторному базису метода К-гармоник.

Как уже упоминалось, построение матричных элементов на функциях многочастичного осцилляторного базиса основано на технике производящих матричных элементов [4]. В общих чертах это означает, что сначала из орбиталей одночастичных строятся производящие функции, кроме пространственных переменных, содержащие и генераторные параметры, определенное число дифференцирований ПО каждому ИЗ которых обеспечивает выделение требуемой базисной функции. Затем выполняется усреднение по переменным всех частиц (вычисляются производящие матричные элементы), после чего все операции выполняются в пространстве генераторных параметров. То есть, работать нам предстоит в так называемом баргмановском представлении [89], где, например, известной функции сферически симметричного гармонического осциллятора $|nlm\rangle = N_{nl}r^{l}L_{n}^{l+1/2}(r^{2})\exp(-r^{2}/2)Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}})$ ставится в соответствие функция вида $R^{n}Y_{lm}(\theta,\varphi)$, где R - модуль генераторного параметра, а $Y_{lm}(\theta,\varphi)$ - сферическая функция, зависящая от углов, задающих направление генераторного вектора \mathbf{R} .

Таким образом, расчет матричных элементов с использованием метода производящих функций проводится в два этапа. На первом этапе вычисляются матричные элементы операторов физических величин на производящих функциях (производящие матричные элементы). Обычно это делается аналитически. Ha втором этапе производится разложение производящих матричных элементов по генераторным координатам, то есть вычисление матричных элементов на базисных функциях. Это делается либо прямым дифференцированием по модулям генераторных параметров и интегрированием по углам, либо путем использования рекуррентных соотношений, что обычно является более продуктивным. Заметим, что в любом случае все аналитические вычисления здесь хотя и достаточно просты, но весьма громоздки. Поэтому их приходится выполнять с использованием пакетов аналитических вычислений.

Возьмем одночастичные пространственные орбитали вида:

$$|i\rangle = \exp\{-1/2(\mathbf{r}_{i}^{2} - 4\mathbf{r}_{i}\mathbf{R}_{i} + 2\mathbf{R}_{i}^{2})\},$$
 (1.13)

где \mathbf{r}_i - обезразмеренный осцилляторным радиусом *b* радиус-вектор *i*-го (*i* = 1, ..., A) нуклона, \mathbf{R}_i – таким же образом безразмерный кластерный генераторный параметр. Выражение (1.13), - это, с одной стороны, не что иное как одночастичная смещенная гауссовская функция (или, другими словами, модифицированная орбиталь Бринка-Блоха), а с другой стороны, с точностью до постоянного множителя, производящая функция для
полиномов Эрмита. Заметим, что основные свойства производящих функций хорошо известны из учебников по математической физике. Производящая функция, или, что одно и то же генераторное состояние зависит от параметра, который мы понимаем как генераторную координату в том смысле, что разложение по этому параметру дает базисные состояния как коэффициенты разложения. В основе же математических соотношений между рассматриваемыми разложениями лежит теория представлений групп и когерентных состояний [90,91].

Обращаясь к выражению (1.13), можно увидеть, что на первом этапе рассуждений каждому нуклону ставится в соответствие своя кластерная генераторная переменная, т.е. каждый из нуклонов представляет собой отдельный кластер. Представив А - частичную волновую функцию в виде простого произведения одночастичных функций (1.3), вычислим матричные элементы, проводя интегрирование по динамическим переменным всех нуклонов. Очевидно, ЧТО последнее не лишает нас возможности впоследствии произвести антисимметризацию, ввиду зависимости полученных результатов от генераторных параметров каждого из нуклонов, которые мы будем обозначать как \mathbf{R}_i для левой, и - посредством \mathbf{S}_i для правой функции соответственно.

Так как одночастичный интеграл перекрытия, т.е. интеграл перекрытия функций (1.13), с точностью до несущественного множителя равен $\exp\{2\mathbf{R}_i\mathbf{S}_i\}$, то интеграл перекрытия A - частичных функций, являющихся простым произведением одночастичных функций, представляется в виде

$$I = \exp\{2\sum_{i=1}^{A} \mathbf{R}_{i} \mathbf{S}_{i}\}.$$
(1.14)

Из генераторных параметров всегда можно сконструировать оператор, действие которого на производящие функции эквивалентно действию любого наперед заданного оператора, составленного из динамических переменных. Так, для вычисления среднего значения оператора кинетической энергии удобно ввести аналог одночастичного оператора Лапласа

$$\Delta_{i}^{S} = \frac{1}{\boldsymbol{b}^{2}} \left(\frac{1}{4} \frac{\partial^{2}}{\partial \mathbf{S}_{i}^{2}} - \mathbf{S}_{i} \frac{\partial}{\partial \mathbf{S}_{i}} + \mathbf{S}_{i}^{2} - \frac{3}{2} \right), \qquad (1.15)$$

действие которого на одночастичные орбитали вида (1.13) в пространстве генераторных переменных эквивалентно действию оператора Лапласа в пространстве переменных \mathbf{r}_i . Зная вид Δ_i^s , мы сразу можем записать и

$$\Delta_{3A}^S = \sum_i^A \Delta_i^S.$$

Если оператор центральной части парного нуклон-нуклонного потенциала имеет гауссову зависимость от пространственных переменных, т.е. представляет собой сумму слагаемых с пространственной зависимостью типа $\exp\{-(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)^2 / \mu^2\}$, то матричные элементы такого оператора на неантисимметризованных производящих функциях являются выражением, состоящим из слагаемых вида:

$$\langle ij|V|ij\rangle = v_{ij}^{ij} \exp\left\{2\sum_{k} \mathbf{R}_{k}\mathbf{S}_{k}\right\},$$
 (1.16)

где

$$v_{ij}^{ij} = z^{3/2} \exp\{-1/2(1-z)[(\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j)^2 - (\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_j)^2]\},\$$

$$z = (1 + 2b^2/\mu^2)^{-1}.$$

Нецентральные компоненты потенциала нуклон-нуклонных сил при каждом гауссовском слагаемом содержат предэкспоненциальные множители вида (**ls**) или $6((\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)\mathbf{s})^2 - 2(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)^2\mathbf{s}^2$ в спин-орбитальных или тензорных силах соответственно. Здесь **l** – и **s** – орбитальный и спиновый моменты пары нуклонов соответственно.

Не составляет труда показать, что

$$\langle ij | V^{(LS)} | ij \rangle = -iz \{ [(\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j) \times (\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_j)] \mathbf{s} \} v_{ij}^{ij} \exp\{2\sum_k \mathbf{R}_k \mathbf{S}_k \},$$
 (1.17)

$$\langle ij | V^{(t)} | ij \rangle = z^2 \{ 3([(\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j) + (\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_j)]\mathbf{s})^2 - [(\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j) + (\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_j)]^2 \mathbf{s}^2 \} v_{ij}^{ij} \exp\{2\sum_k \mathbf{R}_k \mathbf{S}_k \},$$

если воспользоваться генераторными аналогами операторов, состоящих из динамических переменных $\boldsymbol{\xi} = 1/2(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$ и $\mathbf{L} = -i[\boldsymbol{\xi}\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{\xi}}]$, каковыми соответственно являются конструкции вида $1/2\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{\varsigma}} + \boldsymbol{\varsigma}$ и $\mathbf{L}^s = i[\boldsymbol{\varsigma}\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{\varsigma}}]$, где $\boldsymbol{\varsigma} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_j)$.

Обращаясь к кулоновскому взаимодействию протонов, можно воспользоваться известным интегральным представлением

$$\frac{1}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{d\lambda}{\lambda^2} \exp\{(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)^2 / \lambda^2\},\$$

где зависимость подынтегральной функции от пространственных переменных имеет гауссовскую форму. Это сразу позволяет заключить, что

$$\langle ij | \frac{1}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} | ij \rangle = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{d\lambda}{\lambda^2} \langle ij | V | ij \rangle$$

или, если перейти к интегрированию по переменной $z = (1 + 2b^2 / \lambda^2)^{-1}$,

$$\langle ij | \frac{1}{|\mathbf{r}_{i} - \mathbf{r}_{j}|} | ij \rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{1} dz z^{-3/2} (1 - z)^{-1/2} \langle ij | V | ij \rangle.$$
 (1.18)

Для того, чтобы выделить движение центра масс системы и обеспечить возможность задавать тот или иной способ кластеризации, перейдем от векторов \mathbf{R}_i и \mathbf{S}_i к составленным из них нормированным координатам Якоби \mathbf{X}_i и \mathbf{Y}_i соответственно (i=1,...,A), считая, что закон, по которому вводятся эти векторы, одинаков как для левой, так и для правой функции. Переход к случаю разных наборов координат Якоби для левой и правой функций произвести несложно, поскольку связь между наборами векторов Якоби достаточно проста.

В выражениях (1.14), (1.16) - (1.18) вся зависимость от движения центра масс системы сосредоточена в одинаковом для всех них множителе

 $\exp\{2\sum_{i}^{A}\mathbf{R}_{i}\mathbf{S}_{i}\}$, который после перехода к координатам Якоби и исключения движения центра масс преобразуется к виду $\exp\{2\sum_{i}^{A-1}\mathbf{X}_{i}\mathbf{Y}_{i}\}$, который уже не содержит векторов \mathbf{X}_{A} и \mathbf{Y}_{A} , то есть памяти о движении центра масс системы как целого.

Опираясь на (1.15) и свойства координат Якоби, можно записать оператор, который действуя на интеграл перекрытия, определяемый выражением (1.14), дает выражение для производящего матричного элемента оператора кинетической энергии в трансляционно-инвариантном виде. Действительно, после отделения в $\Delta_{3A}^{(Y)}$ части, отвечающей за движение центра масс, получим:

$$\Delta_{3(A-1)}^{(Y)} = \frac{1}{b^2} \left\{ \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{A-1} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{Y}_i^2} - \sum_{i=1}^{A-1} \mathbf{Y}_i \frac{\partial}{\partial \mathbf{Y}_i} + \sum_{i=1}^{A-1} \mathbf{Y}_i^2 - \frac{3(A-1)}{2} \right\}$$

а, значит

$$T = \frac{\hbar^2}{2mb^2} \left\{ \frac{3(A-1)}{2} - \sum_{i=1}^{A-1} \left[\mathbf{X}_i^2 + \mathbf{Y}_i^2 \right] + 2\sum_{i=1}^{A-1} \mathbf{X}_i \mathbf{Y}_i \right\} I.$$
(1.19)

Для того, чтобы решить вопрос об антисимметризации волновых функций, в первую очередь нужно указать, как под действием операторов перестановок преобразуются векторы Якоби. Если последние связаны с одночастичными векторами соотношениями

$$\mathbf{X}_{j} = \sum_{i=1}^{A} c_{ij} \mathbf{R}_{ij}$$

где для коэффициентов c_{ij} выполняется соотношение $\sum_{k} c_{ik} c_{km} = \delta_{im}$, то при

перестановке *l*- и *m*- го одночастичных векторов, то есть при действии оператора транспозиции *P*_{lm} на произвольный вектор Якоби, получаем, что

$$P_{lm}\mathbf{X}_{i} = \sum_{k} G_{ik} \left(l, m \right) \mathbf{X}_{k}, \qquad (1.20)$$

где
$$G_{ik}(l,m) = \delta_{ik} - U_{ik}(l,m), \ U_{ik}(l,m) = C_{lm}^{(i)}C_{lm}^{(k)}, \ C_{pq}^{(j)} = (c_{jp} - c_{jq}).$$

Опираясь на (1.20), легко получить и результат последовательного действия нескольких операторов двухчастичных перестановок на векторы Якоби. Так, например,

$$P_{sq}P_{lm}\mathbf{X}_{i}=\sum G_{ik}\left(sq,lm\right)\mathbf{X}_{k},$$

где $G_{ik}(sq,lm) = \delta_{ik} - U_{ik}(l,m) - U_{ik}(s,q) + \left[\delta_{ls} + \delta_{mq} - \delta_{lq} - \delta_{ms}\right] C_{lm}^{(i)} C_{sq}^{(k)}$ и т.д.

Ясно, что используя подобного рода соотношения, можно установить перестановочных операторов действие на произвольное выражение, зависящее от координат Якоби. Конечно, здесь следует учитывать то, что даже когда рассматриваемая система состоит из небольшого числа нуклонов, антисимметризация - процедура громоздкая. Однако это не создает непреодолимых препятствий при ее проведении, так как при этом необходимо выполнять хотя и большое число, но простых операций в заранее заданной последовательности, что возможно проделать на ЭВМ. Поэтому, не рассматривая здесь производящие матричные элементы для каких-либо конкретных ядерных систем, остановимся на общем виде слагаемых, которые могут в них входить, для того чтобы, по крайней мере, для трехкластерного случая, продолжить рассмотрение поставленной задачи.

Для трехкластерной задачи (s-кластеры) интеграл перекрытия антисимметризованных производящих функций представляет собой сумму слагаемых вида

$$I = \exp\{\alpha_{11}\mathbf{X}_{1}\mathbf{Y}_{1} + \alpha_{12}\mathbf{X}_{1}\mathbf{Y}_{2} + \alpha_{21}\mathbf{X}_{2}\mathbf{Y}_{1} + \alpha_{22}\mathbf{X}_{2}\mathbf{Y}_{2}\},$$
(1.21)

где α_{ij} - константы, меняющиеся при переходе от одного слагаемого к другому, а $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2(\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2)$ - обезразмеренные векторы Якоби, составленные из генераторных параметров, задающие взаимное расположение центров масс кластеров. То, что производящий матричный элемент единичного оператора на антисимметризованных функциях имеет вид суммы слагаемых вида (1.21), можно продемонстрировать на простом примере его вычисления для ядра ⁶Не, которое представляется как система трех кластеров, то есть α - кластера и двух нейтронных кластеров. Для каждого кластера вводятся кластерные орбитали с соответствующими генераторными параметрами, или, если говорить более детально, то четыре одночастичные волновые функции для α -кластера

$$|1\rangle = \varphi_1 |p\uparrow\rangle, |2\rangle = \varphi_1 |p\downarrow\rangle, |3\rangle = \varphi_1 |n\uparrow\rangle, |4\rangle = \varphi_1 |n\downarrow\rangle$$

и два состояния для нейтронных кластеров

$$|5\rangle = \varphi_2 |n\uparrow\rangle, |6\rangle = \varphi_3 |n\downarrow\rangle,$$

где каждая функция представляется в виде одночастичной пространственной части φ_k , содержащей генераторный параметр \mathbf{R}_k , умноженной на спинизоспиновую функцию.

Тогда полностью антисимметризованная волновая функция системы ⁶Не, представленная в виде детерминанта Слэттера, может быть записана следующим образом

$$\Phi(\mathbf{R}_{k};\mathbf{r}_{i},\sigma_{i},\tau_{i}) = \begin{vmatrix} \varphi_{1}(\mathbf{r}_{1}) | p \uparrow \rangle & \varphi_{1}(\mathbf{r}_{2}) | p \uparrow \rangle & \dots & \varphi_{1}(\mathbf{r}_{6}) | p \uparrow \rangle \\ \varphi_{1}(\mathbf{r}_{1}) | p \downarrow \rangle & \varphi_{1}(\mathbf{r}_{1}) | p \downarrow \rangle & \dots & \varphi_{1}(\mathbf{r}_{6}) | p \downarrow \rangle \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{3}(\mathbf{r}_{1}) | n \downarrow \rangle & \varphi_{3}(\mathbf{r}_{2}) | n \downarrow \rangle & \dots & \varphi_{3}(\mathbf{r}_{6}) | n \downarrow \rangle \end{vmatrix}.$$

Соответственно интеграл перекрытия двух антисимметризованых многочастичных волновых функций Φ и $\tilde{\Phi}$, где $\tilde{\Phi} = \Phi(\mathbf{S}_k; \mathbf{r}_i, \sigma_i, \tau_i)$ может быть получен как детерминант, составленный из одночастичных интегралов перекрытия.

$$\left\langle \Phi \left| \tilde{\Phi} \right\rangle = \left| \begin{array}{ccc} \left\langle 1 \left| \tilde{1} \right\rangle & \left\langle 1 \right| \tilde{2} \right\rangle & \dots & \left\langle 1 \right| \tilde{6} \right\rangle \\ \left\langle 2 \left| \tilde{1} \right\rangle & \left\langle 2 \right| \tilde{2} \right\rangle & \dots & \left\langle 2 \right| \tilde{6} \right\rangle \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \left\langle 6 \right| \tilde{1} \right\rangle & \left\langle 6 \right| \tilde{2} \right\rangle & \left\langle 6 \right| \tilde{6} \right\rangle \end{array} \right|$$

Часть элементов последней матрицы зануляется вследствие ортогональности спин-изоспиновых функций, и если одночастичные функции пронумеровать соответствующим способом, то интеграл перекрытия примет вид

$$\begin{split} \left< \Phi \right| \tilde{\Phi} \right> = \begin{vmatrix} \langle 1 \big| \tilde{1} \rangle & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \langle 2 \big| \tilde{2} \rangle & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \langle 3 \big| \tilde{3} \rangle & \langle 3 \big| \tilde{5} \rangle & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \langle 5 \big| \tilde{3} \rangle & \langle 5 \big| \tilde{5} \rangle & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \langle 4 \big| \tilde{4} \rangle & \langle 4 \big| \tilde{6} \rangle \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \langle 6 \big| \tilde{4} \rangle & \langle 6 \big| \tilde{6} \rangle \end{vmatrix} = \\ = \langle 1 \big| \tilde{1} \rangle \langle 2 \big| \tilde{2} \rangle \times \begin{vmatrix} \langle 3 \big| \tilde{3} \rangle & \langle 3 \big| \tilde{5} \rangle \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \langle 4 \big| \tilde{4} \rangle & \langle 4 \big| \tilde{6} \rangle \\ \langle 5 \big| \tilde{3} \rangle & \langle 5 \big| \tilde{5} \rangle \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \langle 4 \big| \tilde{4} \rangle & \langle 6 \big| \tilde{6} \rangle \end{vmatrix} . \end{split}$$

Таким образом, интеграл перекрытия приобретает мультипликативную форму. Используя явный вид одночастичных интегралов перекрытия, можно записать, что

$$\langle \Phi | \tilde{\Phi} \rangle = \exp\{8\mathbf{R}_1\mathbf{S}_1 + 2\mathbf{R}_2\mathbf{S}_2 + 2\mathbf{R}_3\mathbf{S}_3\} - \exp\{6\mathbf{R}_1\mathbf{S}_1 + 2\mathbf{R}_1\mathbf{S}_2 + 2\mathbf{R}_2\mathbf{S}_1 + 2\mathbf{R}_3\mathbf{S}_3\} - \exp\{6\mathbf{R}_1\mathbf{S}_1 + 2\mathbf{R}_2\mathbf{S}_2 + 2\mathbf{R}_1\mathbf{S}_3 + 2\mathbf{R}_3\mathbf{S}_1\} + \exp\{4\mathbf{R}_1\mathbf{S}_1 + 2\mathbf{R}_1\mathbf{S}_2 + 2\mathbf{R}_2\mathbf{S}_1 + 2\mathbf{R}_3\mathbf{S}_1\}.$$

Здесь рассмотрен простейший с точки зрения проведения вычислений случай состояния с изотопическим спином T = 1, а с точки зрения спиновой координаты это суперпозиция синглетного и триплетного состояний (S = 0, 1),

которые входят в волновую функцию системы с одинаковым весом $1/\sqrt{2}$. Ясно, что для того, чтобы получить наиболее интересный с физической точки зрения случай S = 0, необходимо вычислить интеграл перекрытия в случае S = 1, но делается это абсолютно аналогичным образом. Единственно, что содержать он будет на две экспоненты больше.

Для выделения движения центра масс системы перейдем к новым генераторным параметрам, то есть к составленным из старых параметров векторам Якоби, для которых введем обозначения $(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{X}_{CM})$ и $(\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \mathbf{Y}_{CM})$ для левой и правой функции соответственно, которые можно ввести, например, следующим образом

$$\begin{split} \mathbf{X}_{1} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \bigg(\mathbf{R}_{1} - \frac{1}{2} \big(\mathbf{R}_{2} + \mathbf{R}_{3} \big) \bigg), \quad \mathbf{Y}_{1} = \frac{2}{\sqrt{3}} \bigg(\mathbf{S}_{1} - \frac{1}{2} \big(\mathbf{S}_{2} + \mathbf{S}_{3} \big) \bigg), \\ &\mathbf{X}_{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \big(\mathbf{R}_{2} - \mathbf{R}_{3} \big), \quad \mathbf{Y}_{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \big(\mathbf{S}_{2} - \mathbf{S}_{3} \big), \\ &\mathbf{X}_{CM} = \frac{1}{\sqrt{6}} \big(4\mathbf{R}_{1} + \mathbf{R}_{2} + \mathbf{R}_{3} \big), \quad \mathbf{Y}_{CM} = \frac{1}{\sqrt{6}} \big(4\mathbf{S}_{1} + \mathbf{S}_{2} + \mathbf{S}_{3} \big), \end{split}$$

где вектор $\mathbf{X}_1(\mathbf{Y}_1)$ задает взаимное расположение центра масс пары нейтронов и α - частицы, а вектор $\mathbf{X}_2(\mathbf{Y}_2)$ - взаимное расположение нейтронов.

После указанного преобразования параметров, можно условно записать

$$\langle \Phi | \tilde{\Phi} \rangle = \exp \{ 2 \mathbf{X}_{CM} \mathbf{Y}_{CM} \} \langle \mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2 | \mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2 \rangle,$$

где второй множитель в правой части в тексте для сокращения записи принято обозначать одной буквой *I*. Таким образом,

$$I_{6_{He}} = \exp\{2\mathbf{X}_{1}\mathbf{Y}_{1} + 2\mathbf{X}_{2}\mathbf{Y}_{2}\} - \exp\{\frac{1}{2}\mathbf{X}_{1}\mathbf{Y}_{1} + \sqrt{6}/2\mathbf{X}_{1}\mathbf{Y}_{2} + \sqrt{6}/2\mathbf{X}_{2}\mathbf{Y}_{1} + \mathbf{X}_{2}\mathbf{Y}_{2}\} - \exp\{\frac{1}{2}\mathbf{X}_{1}\mathbf{Y}_{1} - \sqrt{6}/2\mathbf{X}_{1}\mathbf{Y}_{2} - \sqrt{6}/2\mathbf{X}_{2}\mathbf{Y}_{1} + \mathbf{X}_{2}\mathbf{Y}_{2}\} + \exp\{-\mathbf{X}_{1}\mathbf{Y}_{1}\}.$$

Или если обратиться к рассмотренному выше способу проведения антисимметризации волновых функций, то есть способу непосредственного

использования вида оператора антисимметризации \hat{A} . По большому счету последний содержит 6!=720 парных перестановок, но для интеграла перекрытия имеет место очень существенное упрощение, которое состоит в том, что можно производить только те перестановки, которые связаны с нуклонами, имеющими одинаковые спин-изоспиновые функции. То есть в рассматриваемом случае оператор антисимметризации приобретает вид:

$$\hat{A} = 1 - P_{35} - P_{46} + P_{35}P_{46},$$

и мы получаем те же четыре слагаемых в интеграле перекрытия, что и прежде.

Как уже отмечалось, действие оператора антисимметризации в пространстве трансляционно - инвариантных генераторных параметров X_i приводит к их линейному преобразованию. Эти линейные преобразования для операторов перестановок P_{35} , P_{46} и $P_{35}P_{46}$ могут быть представлены в виде матриц

$$T^{(35)} = \begin{pmatrix} 1/4 & \sqrt{3/8} \\ \sqrt{3/8} & 1/2 \end{pmatrix}, \quad T^{(46)} = \begin{pmatrix} 1/4 & -\sqrt{3/8} \\ -\sqrt{3/8} & 1/2 \end{pmatrix}, \quad T^{(35,46)} = \begin{pmatrix} -1/2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Для определения матричных элементов интеграла перекрытия

$$\left\langle n_{1}l_{1}n_{2}l_{2}LM\left|\tilde{n}_{1}\tilde{l}_{1}\tilde{n}_{2}\tilde{l}_{2}\tilde{L}\tilde{M}\right.\right\rangle$$

$$(1.22)$$

воспользуемся тем, что они являются коэффициентами разложения по функциям биосцилляторного базиса, представленного в генераторных параметрах

$$I = \sum \left\langle n_1 l_1 n_2 l_2 LM \left| \tilde{n}_1 \tilde{l}_1 \tilde{n}_2 \tilde{l}_2 \tilde{L} \tilde{M} \right\rangle X_1^{n_1} Y_1^{n_2} X_1^{\tilde{n}_1} Y_1^{\tilde{n}_2} \boldsymbol{\mathcal{Y}}_{LM}^{(l_1 l_2)} (\Omega_{12}) \boldsymbol{\mathcal{Y}}_{LM}^{(\tilde{l}_1 \tilde{l}_2)} (\tilde{\Omega}_{12}), \quad (1.23) \right\rangle \right\rangle$$

где суммирование ведется по всем возможным значениям индексов, X_1, X_2, Y_1, Y_2 - модули векторных генераторных параметров, а конструкции

$$\boldsymbol{\mathscr{Y}}_{\lambda\mu}^{(\lambda_{1}\lambda_{2})}(\Omega_{12}) \equiv \left\{ Y_{\lambda_{1}}(\Omega_{1})Y_{\lambda_{2}}(\Omega_{2}) \right\}_{\lambda\mu} = \sum_{\mu_{1}\mu_{2}} C_{\lambda_{1}\mu_{1}\lambda_{2}\mu_{2}}^{\lambda\mu}Y_{\lambda_{1}\mu_{1}}(\Omega_{1})Y_{\lambda_{2}\mu_{2}}(\Omega_{2})$$
представляют собой ничто иное, как биполярные сферические гармоники.

Явный вид выражений даже для (1.22) достаточно сложен. Это многократные суммы факториальных слагаемых. А именно, для биосцилляторного базиса мы получаем:

$$\left\langle n_{1}l_{1}n_{2}l_{2};LM \left| \tilde{n}_{1}\tilde{l}_{1}\tilde{n}_{2}\tilde{l}_{2};\tilde{L}\tilde{M} \right\rangle = \delta_{n_{1}+n_{2},\tilde{n}_{1}+\tilde{n}_{2}}\delta_{L\tilde{L}}\delta_{M\tilde{M}}\sum_{i+j=n_{1}}\alpha_{11}^{i}\alpha_{12}^{j}\alpha_{21}^{\tilde{n}_{1}-i}\alpha_{22}^{\tilde{n}_{2}-j} \times \right. \\ \times \sum_{l_{11}=0(1)}^{i}\sum_{l_{12}=0(1)}^{j}\sum_{l_{21}=0(1)}^{\tilde{n}_{2}-j}A_{i,l_{11}}A_{j,l_{12}}A_{\tilde{n}_{1}-i,l_{21}}A_{\tilde{n}_{2}-j,l_{22}}(2l_{11}+1)(2l_{12}+1)(2l_{21}+1)(2l_{22}+1) \times (1.24) \\ \left. \times C_{l_{11}0l_{12}0}^{l_{10}}C_{l_{21}0l_{22}0}^{l_{2}0}C_{l_{11}0l_{21}0}^{\tilde{l}_{10}}C_{l_{12}0l_{22}0}^{\tilde{l}_{2}0} \left\{ \begin{array}{c} l_{11} & l_{12} & l_{1} \\ l_{21} & l_{22} & l_{2} \\ \tilde{l}_{1} & \tilde{l}_{2} & L \end{array} \right\},$$

где $A_{k,l} = \left[\frac{1}{((k-l)!!(k+l+1))!!} \right]$, *i* и *j* изменяются таким образом, что $i+j=n_1$, $i \le \tilde{n}_1$, $j \le \tilde{n}_2$, значения l_{ij} , по которым осуществляется суммирование, пробегают четные или нечетные значения в зависимости от четности или нечетности верхнего предела суммы, а $\begin{cases} j_1 & j_2 & j_3 \\ j_4 & j_5 & j_6 \\ j_7 & j_8 & j_9 \end{cases}$ - 9j – символ. Причем

здесь и ниже под матричным элементом понимается лишь его часть, отвечающая одной отдельно взятой экспоненте из числа входящих в полный производящий матричный элемент.

Или, если изначально использовать функции гиперсферического базиса для вычисления матричного элемента интеграла перекрытия, то получим

$$\langle NK; l_{1}l_{2}, LM | \tilde{N}\tilde{K}; \tilde{l}_{1}\tilde{l}_{2}, \tilde{L}\tilde{M} \rangle = (4\pi)^{2} \delta_{L\tilde{L}} \delta_{M\tilde{M}} \delta_{N\tilde{N}} \sum_{n_{1}+n_{2}=N} \sum_{s_{11}+s_{12}=n_{1}} \sum_{s_{21}+s_{22}=n_{2}} \alpha_{11}^{s_{11}} \alpha_{12}^{s_{22}} \alpha_{21}^{s_{21}} \alpha_{22}^{s_{22}} \times \\ \times \frac{\Gamma \left[\frac{1}{2} \left(s_{11}+s_{12}+l_{1}+3 \right) \right] \Gamma \left[\frac{1}{2} \left(s_{21}+s_{22}+l_{2}+3 \right) \right] \Gamma \left[\frac{1}{2} \left(s_{11}+s_{21}+\tilde{l}_{1}+3 \right) \right] \Gamma \left[\frac{1}{2} \left(s_{12}+s_{22}+\tilde{l}_{2}+3 \right) \right]}{\Gamma \left[\frac{1}{2} \left(N+l_{1}+l_{2}+6 \right) \right] \Gamma \left[\frac{1}{2} \left(\tilde{N}+\tilde{l}_{1}+\tilde{l}_{2}+6 \right) \right]} \times \\ \times_{3}F_{2} \left[-\frac{1}{2} \left(K-l_{1}-l_{2} \right), \frac{1}{2} \left(K+l_{1}+l_{2}+4 \right), \frac{1}{2} \left(s_{21}+s_{22}+l_{2}+3 \right); l_{2}+3/2, \frac{1}{2} \left(N+l_{1}+l_{2}+6 \right); 1 \right] \times$$

$$\times_{3}F_{2}\left[-1/2\left(\tilde{K}-\tilde{l}_{1}-\tilde{l}_{2}\right),1/2\left(\tilde{K}+\tilde{l}_{1}+\tilde{l}_{2}+4\right),1/2\left(s_{12}+s_{22}+\tilde{l}_{2}+3\right);\tilde{l}_{2}+3/2,1/2\left(\tilde{N}+\tilde{l}_{1}+\tilde{l}_{2}+6\right);1\right]\times \\ \times\sum_{l_{11}=0(1)}^{s_{11}}\sum_{l_{22}=0(1)}^{s_{22}}\sum_{l_{22}=0(1)}^{s_{22}}A_{s_{11},l_{11}}A_{s_{12},l_{12}}A_{s_{21},l_{21}}A_{s_{22},l_{22}}\left(2l_{11}+1\right)\left(2l_{12}+1\right)\left(2l_{21}+1\right)\left(2l_{22}+1\right)\times \\ \times C_{l_{11}0l_{12}0}^{l_{10}}C_{l_{21}0l_{22}0}C_{l_{11}0l_{21}0}C_{l_{12}0l_{22}0}^{\tilde{l}_{2}0}\left\{l_{11}l_{12}$$

где ${}_{3}F_{2}[a,b,c;d,e;x]$ - гипергеометрическая функция. Если ту же величину вычислять с использованием гиперсферических переменных. Видно, что использование гиперсферического базиса приводит при вычислении матричного элемента единичного оператора на антисимметрзованных функциях к более сложным формулам, чем вычисление матричного элемента того же оператора на функциях биосцилляторного базиса. Такая тенденция наблюдается и при вычислении всех необходимых нам величин. Это привело к тому, что на первом этапе все необходимые матричные элементы вычисляются на функциях биосцилляторного базиса с последующим преобразованием их в матричные элементы на функциях гиперсферического базиса в случае таковой необходимости.

Сложности здесь сродни тем, которые возникают при вычислении коэффициентов Тальми – Мошинского - Смирнова, а при переходе к гиперсферическим координатам - коэффициентам Реинала – Реваи, которые связывают волновые функции, записанные с использованием различных деревьев Якоби. Заметим, что приведенные формулы применимы для вычисления указанных коэффициентов, так же, как и соответствующие рекуррентные соотношения, показанные ниже. Однако, на пути использования метода производящих функций и производящих матричных элементов возникают широкие возможности получения для различного рода рекуррентных соотношений для матричных элементов единичного оператора на антисимметризованных функциях $\langle n_1 l_1 n_2 l_2 LM | \tilde{n}_1 \tilde{l}_1 \tilde{n}_2 \tilde{l}_2 LM \rangle$. Из их общего числа приводится лишь часть, связывающая искомые величины, отвечающие одному и тому же значению полного углового момента L и его проекции M.

Ввиду этого, ниже в рекуррентных соотношениях будут опускаться индексы *L* и *M* у вычисляемых и используемых для вычисления матричных элементов, а также, для сокращения записи, выписываться будут только те индексы матричных элементов, стоящих в правой части равенств, которые не совпадают с соответствующими индексами матричного элемента, стоящего слева.

Например, рекуррентные соотношения

$$\left\langle n_{1}l_{1}n_{2}l_{2} \middle| \tilde{n}_{1}\tilde{l}_{1}\tilde{n}_{2}\tilde{l}_{2} \right\rangle = \frac{1}{\left(n_{1}-l_{1}\right)\left(n_{1}+l_{1}+1\right)} \left\{ \alpha_{11}^{2} \left\langle n_{1}-2 \middle| \tilde{n}_{1}-2 \right\rangle + \alpha_{12}^{2} \left\langle n_{1}-2 \middle| \tilde{n}_{2}-2 \right\rangle - \left(-1\right)^{\tilde{l}_{1}+\tilde{l}_{2}-L} 2\alpha_{11}\alpha_{12} \sqrt{\left(2\tilde{l}_{1}+1\right)\left(2\tilde{l}_{2}+1\right)} \times \right.$$

$$\left. \times \left[\sum_{\substack{\tilde{\lambda}_{1}=\tilde{l}_{1}\pm1\\\tilde{\lambda}_{2}=l_{2}\pm1}} C_{\tilde{l}_{1}010}^{\tilde{\lambda}_{1}+1,0} C_{\tilde{l}_{2}010}^{\tilde{\lambda}_{2}+1,0} \left\{ \tilde{\lambda}_{1},\tilde{\lambda}_{2},L\\\tilde{l}_{2}\tilde{l}_{1} 1 \right\} \left\langle n_{1}-2 \middle| \tilde{n}_{1}-1,\tilde{\lambda}_{1},\tilde{n}_{2}-1,\tilde{\lambda}_{2} \right\rangle \right] \right\},$$

$$(1.25a)$$

$$\left\langle n_{1}l_{1}n_{2}l_{2} \middle| \tilde{n}_{1}\tilde{l}_{1}\tilde{n}_{2}\tilde{l}_{2} \right\rangle = \frac{1}{\left(n_{2}-l_{2}\right)\left(n_{2}+l_{2}+1\right)} \left\{ \alpha_{21}^{2} \langle n_{2}-2 \middle| \tilde{n}_{1}-2 \rangle + \alpha_{22}^{2} \langle n_{2}-2 \middle| \tilde{n}_{2}-2 \rangle - \left(-1\right)^{\tilde{l}_{1}+\tilde{l}_{2}-L} 2\alpha_{21}\alpha_{22} \sqrt{\left(2\tilde{l}_{1}+1\right)\left(2\tilde{l}_{2}+1\right)} \times \right.$$

$$\left. \times \left[\sum_{\tilde{\lambda}_{j}=\tilde{l}_{1}\pm1\atop \tilde{\lambda}_{2}=l_{2}\pm1} C_{\tilde{l}_{1}010}^{\tilde{\lambda}_{1},0} C_{\tilde{l}_{2}010}^{\tilde{\lambda}_{2},0} \left\{ \tilde{\lambda}_{1}, \tilde{\lambda}_{2}, L \atop \tilde{l}_{2} \quad \tilde{l}_{1} \quad 1 \right\} \langle n_{2}-2 \middle| \tilde{n}_{1}-1, \tilde{\lambda}_{1}, \tilde{n}_{2}-1, \tilde{\lambda}_{2} \rangle \right] \right\},$$

$$(1.25b)$$

где $C_{l_1m_l l_2m_2}^{l_3m_3}$ - коэффициенты Клебша-Гордана, а $\begin{cases} j_1 & j_2 & j_3 \\ j_4 & j_5 & j_6 \end{cases}$ - 6j-символы, могут быть получены действием скалярных операторов $\Delta_1 \equiv \partial^2 / \partial \mathbf{X}_1^2$ и $\Delta_2 \equiv \partial^2 / \partial \mathbf{X}_2^2$, представленных в терминах генераторных параметров на левую и правую части разложения (1.23) с последующим сравнением коэффициентов при одинаковых функциях.

Очевидно, что, используя операторы $\tilde{\Delta}_1$, $\tilde{\Delta}_2$, где вторые производные вычисляются по векторам \mathbf{Y}_1 и \mathbf{Y}_2 соответственно, можно аналогичным образом получить еще два соотношения, подобных соотношениям (1.24a) и (1.24b). А именно:

$$\left\langle n_{1}l_{1}n_{2}l_{2} \left| \tilde{n}_{1}\tilde{l}_{1}\tilde{n}_{2}\tilde{l}_{2} \right\rangle = \frac{1}{\left(\tilde{n}_{1} - \tilde{l}_{1}\right)\left(\tilde{n}_{1} + \tilde{l}_{1} + 1\right)} \left\{ \alpha_{11}^{2} \left\langle n_{1} - 2 \right| \tilde{n}_{1} - 2 \right\rangle + \alpha_{21}^{2} \left\langle n_{2} - 2 \right| \tilde{n}_{1} - 2 \right\rangle - \left(-1\right)^{l_{1} + l_{2} - L} 2\alpha_{11}\alpha_{21}\sqrt{\left(2l_{1} + 1\right)\left(2l_{2} + 1\right)} \times \left(1.25c\right) \\ \times \left[\sum_{\substack{\lambda_{1} = l_{1} \pm 1 \\ \lambda_{2} = l_{2} \pm 1}} C_{l_{1}010}^{\lambda_{1},0} C_{l_{2}010}^{\lambda_{2},0} \left\{ \lambda_{1}, \lambda_{2}, L \\ l_{2} \quad l_{1} \quad 1 \right\} \left\langle n_{1} - 1, \lambda_{1}, n_{2} - 1, \lambda_{2} \right| \tilde{n}_{1} - 2 \right\rangle \right] \right\},$$

$$\left\langle n_{1}l_{1}n_{2}l_{2} \left| \tilde{n}_{1}\tilde{l}_{1}\tilde{n}_{2}\tilde{l}_{2} \right\rangle = \frac{1}{\left(\tilde{n}_{2} - \tilde{l}_{2}\right)\left(\tilde{n}_{2} + \tilde{l}_{2} + 1\right)} \left\{ \alpha_{12}^{2} \left\langle n_{1} - 2 \right| \tilde{n}_{2} - 2 \right\rangle + \alpha_{22}^{2} \left\langle n_{2} - 2 \right| \tilde{n}_{2} - 2 \right\rangle - \left(-1\right)^{l_{1}+l_{2}-L} 2\alpha_{12}\alpha_{22} \sqrt{\left(2l_{1} + 1\right)\left(2l_{2} + 1\right)} \times \left(1.25d\right) \\ \times \left[\sum_{\substack{\lambda_{1} = l_{1} \pm 1\\\lambda_{2} = l_{2} \pm 1}} C_{l_{1}010}^{\lambda_{1},0} C_{l_{2}010}^{\lambda_{2},0} \left\{ \lambda_{1}, \lambda_{2}, L \\ l_{2} \quad l_{1} \quad 1 \right\} \left\langle n_{1} - 1, \lambda_{1}, n_{2} - 1, \lambda_{2} \right| \tilde{n}_{2} - 2 \right\rangle \right] \right\}.$$

Если и дальше ориентироваться на рекуррентные соотношения, связывающие матричные элементы интеграла перекрытия с заданным значением полного углового момента, то можно использовать и другие скалярные операторы, Например, операторы $\nabla_1 \nabla_2$ и $\tilde{\nabla}_1 \tilde{\nabla}_2$. Использование первого из них дает

а второго -

_

$$\left\langle n_{1}l_{1}n_{2}l_{2} \left| \tilde{n}_{1}\tilde{l}_{1}\tilde{n}_{2}\tilde{l}_{2} \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{\tilde{l}_{1}\tilde{l}_{2}} \left(\tilde{n}_{1} + \tilde{l}_{1} + 1 \right) \left(\tilde{n}_{2} + \tilde{l}_{2} + 1 \right)} \frac{1}{\left\{ \begin{array}{c} \tilde{l}_{1} & \tilde{l}_{2} & L \\ \tilde{l}_{2} - 1 & \tilde{l}_{1} - 1 & 1 \end{array} \right\}} \times \\ \times \left\{ -\sqrt{\left(\tilde{l}_{1} - 1\right) \left(\tilde{l}_{2} - 1\right)} \left(\tilde{n}_{1} - \tilde{l}_{1} + 2 \right) \left(\tilde{n}_{2} - \tilde{l}_{2} + 2 \right) \left\{ \begin{array}{c} \tilde{l}_{1} - 2 & \tilde{l}_{2} - 2 & L \\ \tilde{l}_{2} - 1 & \tilde{l}_{1} - 1 & 1 \end{array} \right\} \left\langle \left| \tilde{l}_{1} - 2, \tilde{l}_{2} - 2 \right\rangle + \\ +\sqrt{\left(\tilde{l}_{1} - 1\right) \tilde{l}_{2}} \left(\tilde{n}_{1} - \tilde{l}_{1} + 2 \right) \left(\tilde{n}_{2} + \tilde{l}_{2} + 1 \right) \left\{ \begin{array}{c} \tilde{l}_{1} - 2 & \tilde{l}_{2} & L \\ \tilde{l}_{2} - 1 & \tilde{l}_{1} - 1 & 1 \end{array} \right\} \left\langle \left| \tilde{l}_{1} - 2 \right\rangle + \\ +\sqrt{\left(\tilde{l}_{2} - 1\right) \tilde{l}_{1}} \left(\tilde{n}_{1} + \tilde{l}_{1} + 1 \right) \left(\tilde{n}_{2} - \tilde{l}_{2} + 2 \right) \left\{ \begin{array}{c} \tilde{l}_{1} & \tilde{l}_{2} - 2 & L \\ \tilde{l}_{2} - 1 & \tilde{l}_{1} - 1 & 1 \end{array} \right\} \left\langle \left| \tilde{l}_{2} - 2 \right\rangle - \\ -\left(-1 \right)^{\tilde{l}_{1} + \tilde{l}_{2} - L} \left[\alpha_{11}\alpha_{12} \left\langle n_{1} - 2 \right| \tilde{n}_{1} - 1, \tilde{n}_{2} - 1, \tilde{l}_{2} - 1 \right\rangle + \alpha_{12}\alpha_{22} \left\langle n_{1} - 2 \right| \tilde{n}_{1} - 1, \tilde{l}_{1} - 1, \tilde{n}_{2} - 1, \tilde{l}_{2} - 1 \right\rangle + \\ + \left(-1 \right)^{l_{1} + l_{2} - L} \left(\alpha_{11}\alpha_{22} + \alpha_{12}\alpha_{21} \right) \sqrt{\left(2l_{1} + 1 \right) \left(2l_{2} + 1 \right)} \times \\ \times \left(\sum_{\substack{\tilde{l}_{1} \neq - l_{2} \\ \tilde{l}_{2} - 1 \leq 1} C_{l_{1} 0 0}^{\tilde{l}_{0} 0} C_{l_{2} 0 0}^{\tilde{l}_{2} 0} \left\{ \begin{array}{c} \lambda_{1}, \lambda_{2}, L \\ l_{2} & l_{1} & 1 \end{array} \right\} \left\langle n_{1} - 1, \lambda_{1}, n_{2}, \lambda_{2} \right| \tilde{n}_{1} - 1, \tilde{n}_{1} - 1, \tilde{n}_{2} - 1, \tilde{l}_{2} - 1 \right\rangle \right) \right\} \right\}.$$

Совокупность шести рекуррентных соотношений (1.25) представляет собой полный набор соотношений, позволяющий вычислить матричные элементы матрицы единичного оператора на функциях биосцилляторного базиса для всех возможных значений квантовых чисел, при условии использования в качестве их стартовых значений, полученных по прямой формуле (1.24).

Если вычислены матричные элементы интеграла перекрытия на базисных функциях, то несложно получить и матричные элементы оператора кинетической энергии. Действительно, разлагая *I* по базисным функциям в правой части равенства

$$T = \frac{\hbar^2}{2mb^2} \left\{ \frac{3(A-1)}{2} - \sum_{i=1}^2 \left[\mathbf{X}_i^2 + \mathbf{Y}_i^2 \right] + 2\sum_{i,j=1}^2 \alpha_{ij} \mathbf{X}_i \mathbf{Y}_j \right\} I$$

- результата антисимметризации (1.19) в трехкластерном случае - и сравнивая коэффициенты при одинаковых функциях в разложении производящего матричного элемента *T* кинетической энергии, можно показать, что матричные элементы оператора кинетической энергии выражаются через матричные элементы матрицы перекрытия следующим образом:

$$\langle n_{1}l_{1}n_{2}l_{2} | \hat{T} | \tilde{n}_{1}\tilde{l}_{1}\tilde{n}_{2}\tilde{l}_{2} \rangle = \frac{\hbar^{2}}{2mb^{2}} \left\{ \left[\frac{3(A-1)}{2} + n_{1} + n_{2} \right] \langle n_{1}l_{1}n_{2}l_{2} | \tilde{n}_{1}\tilde{l}_{1}\tilde{n}_{2}\tilde{l}_{2} \rangle - \langle n_{1}l_{1}n_{2}l_{2} | \tilde{n}_{1}\tilde{l}_{1}\tilde{n}_{2} - 2, \tilde{l}_{2} \rangle \right\}.$$

Те же соображения, которые были изложены при обсуждении вычисления матричных элементов интеграла перекрытия и матричных элементов оператора кинетической энергии, можно практически без изменений перенести на случай вычисления матричных элементов потенциала ядерных сил, задаваемого в виде суперпозиции гауссовских слагаемых вида $\exp\left\{-\left(\mathbf{r}_{i}-\mathbf{r}_{j}\right)^{2}/\mu^{2}\right\}$. Так, после перехода к координатам Якоби и антисимметризации, выражение (1.16) приобретает вид:

$$\langle ij | V | i'j' \rangle = z^{3/2} \exp\{\bar{\alpha}_{11} \mathbf{X}_1 \mathbf{Y}_1 + \bar{\alpha}_{12} \mathbf{X}_1 \mathbf{Y}_2 + \bar{\alpha}_{21} \mathbf{X}_2 \mathbf{Y}_1 + \bar{\alpha}_{22} \mathbf{X}_2 \mathbf{Y}_2\} \times \\ \times \exp\{a_{11} \mathbf{X}_1^2 + a_{12} \mathbf{X}_1 \mathbf{X}_2 + a_{22} \mathbf{X}_2^2\} \exp\{b_{11} \mathbf{Y}_1^2 + b_{12} \mathbf{Y}_1 \mathbf{Y}_2 + b_{22} \mathbf{Y}_2^2\},$$
(1.27)

где $\bar{\alpha}_{ij}, a_{ij}, b_{ij}$ — числовые коэффициенты, которые организованы таким образом, что при $\mu \to \infty$ и соответственно $z \to 1$, $\bar{\alpha}_{ij} \to \alpha_{ij}$, а $a_{ij}, b_{ij} \to 0$.

Действуя практически по той же схеме, что и при получении соотношений (1.25), можно получить и шесть необходимых рекуррентных соотношений для вычисления матричных элементов оператора центральной части потенциальной энергии. Причем, во избежание перегрузки текста излишне громоздкими формулами, приводятся только три из них в надежде на то, что оставшиеся соотношения могут быть восстановлены путем простых рассуждений о симметрии рассматриваемых выражений, то есть, заменой $a_{ij} \leftrightarrow b_{ij}$, $l_i \leftrightarrow \tilde{l}_i$ с привлечением в помощь полного набора соотношений (1.25). Так, используя на первом этапе операторы Δ_1 и Δ_2 , можно для матричных элементов $\langle n_i l_i n_2 l_2 | \hat{V} | \hat{n}_i \tilde{l}_i \tilde{n}_2 \tilde{l}_2 \rangle$ получить два рекуррентных соотношения, в которых, так же как и в соотношениях (1.25), не включаются в обозначения матричных элементов индексы, обозначающие полный угловой момент *L* и его проекции M, а также индексы, которые одинаковы в левой и правой частях равенств.

$$\left\langle n_{l}l_{n}n_{2}l_{2}\left|\hat{V}\left|\tilde{n}_{l}\tilde{l}_{1}\tilde{n}_{2}\tilde{l}_{2}\right\rangle = \frac{1}{(n_{1}-l_{1})(n_{1}+l_{1}+1)} \left\{ 2a_{11}\left(2n_{1}-1\right)\langle n_{1}-2\left|\hat{V}\right|\right\rangle + \\ +\bar{\alpha}_{11}^{2}\left\langle n_{1}-2\right|\hat{V}\left|\tilde{n}_{1}-2\right\rangle + \bar{\alpha}_{12}^{2}\left\langle n_{1}-2\right|\hat{V}\left|\tilde{n}_{2}-2\right\rangle - 4a_{11}^{2}\left\langle n_{1}-4\right|\hat{V}\right|\right\rangle - a_{12}^{2}\left\langle n_{1}-2,n_{2}-2\left|\hat{V}\right|\right\rangle - \\ -\left(-1\right)^{\tilde{l}_{1}+\tilde{l}_{2}-L}2\bar{\alpha}_{11}\bar{\alpha}_{12}\sqrt{\left(2\tilde{l}_{1}+1\right)\left(2\tilde{l}_{2}+1\right)}\times \right. \\ \times \left[\sum_{\substack{\tilde{l}_{2}=\tilde{l}_{2}\pm1\\\tilde{l}_{2}=\tilde{l}_{2}\pm1}}C_{\tilde{l}_{1}010}^{\tilde{l}_{1}}C_{\tilde{l}_{2}010}^{\tilde{l}_{2}}\left\{\tilde{\lambda}_{1},\tilde{\lambda}_{2},L\right\}\langle n_{1}-2\left|\hat{V}\right|\tilde{n}_{1}-1,\tilde{\lambda}_{1},\tilde{n}_{2}-1,\tilde{\lambda}_{2}\right\rangle\right] + \\ \left. +\left(-1\right)^{l_{1}+l_{2}-L}4a_{11}a_{12}\sqrt{\left(2l_{1}+1\right)\left(2l_{2}+1\right)}\times \right. \\ \times \left[\sum_{\substack{\tilde{\lambda}_{2}=\tilde{l}_{2}\pm1\\\tilde{\lambda}_{2}=\tilde{l}_{2}\pm1}}C_{l_{1}010}^{\tilde{\lambda}_{1}00}C_{l_{2}010}^{\tilde{\lambda}_{2},0}\left\{\tilde{\lambda}_{1},\tilde{\lambda}_{2},L\right\}\langle n_{1}-3,\lambda_{1},n_{2}-1,\lambda_{2}\left|\hat{V}\right|\right\rangle\right] + \\ \left. +\left(-1\right)^{l_{1}+l_{2}-L}4a_{12}\sqrt{\left(2l_{2}+1\right)}\times \right. \\ \times \left[\sqrt{l_{1}}\left(n_{1}-l_{1}\right)\left(\sum_{\lambda_{2}=l_{2}\pm1}C_{l_{2}010}^{\tilde{\lambda}_{2},0}\left\{l_{1}-1,\lambda_{2},L\right\}\langle n_{1}-1,l_{1}-1,n_{2}-1,\lambda_{2}\left|\hat{V}\right|\right\rangle\right) - \\ \left. -\sqrt{l_{1}+1}\left(n_{1}+l_{1}+1\right)\left(\sum_{\lambda_{2}=l_{2}\pm1}C_{l_{2}010}^{\tilde{\lambda}_{2},0}\left\{l_{1}+1,\lambda_{2},L\right\}\langle n_{1}-1,l_{1}+1,n_{2}-1,\lambda_{2}\left|\hat{V}\right|\right\rangle\right)\right]\right\},$$

$$(1.28,a)$$

$$\begin{split} &\langle n_{l}l_{n}n_{2}l_{2} |\hat{V}| \tilde{n}_{l}\tilde{l}_{1}\tilde{n}_{2}\tilde{l}_{2}^{2} \rangle = \frac{1}{(n_{2}-l_{2})(n_{2}+l_{2}+1)} \Big\{ 2a_{22}(2n_{2}-1)\langle n_{2}-2|\hat{V}| \rangle + \\ &+ \bar{\alpha}_{21}^{2} \langle n_{2}-2|\hat{V}| \tilde{n}_{1}-2 \rangle + \bar{\alpha}_{22}^{2} \langle n_{2}-2|\hat{V}| \tilde{n}_{2}-2 \rangle - 4a_{22}^{2} \langle n_{2}-4|\hat{V}| \rangle - a_{12}^{2} \langle n_{1}-2, n_{2}-2|\hat{V}| \rangle - \\ &- (-1)^{\tilde{l}_{l}+\tilde{l}_{2}-L} 2\bar{\alpha}_{11}\bar{\alpha}_{22} \sqrt{(2\tilde{l}_{1}+1)(2\tilde{l}_{2}+1)} \times \\ &\times \Big\{ \sum_{\substack{\tilde{l}_{j}=\tilde{l}_{j}=1\\\tilde{\lambda}_{2}=\tilde{l}_{j}=1}} C_{\tilde{l}_{j000}}^{\tilde{l}_{j},00} \Big\{ \tilde{\lambda}_{1}, \tilde{\lambda}_{2}, L \\ \tilde{l}_{2} - \tilde{l}_{1} - 1 \Big\} \langle n_{2}-2|\hat{V}| \tilde{n}_{1}-1, \tilde{\lambda}_{1}, \tilde{n}_{2}-1, \tilde{\lambda}_{2} \rangle \Big\} + \\ &+ (-1)^{l_{l}+l_{2}-L} 4a_{12}a_{22} \sqrt{(2l_{1}+1)(2l_{2}+1)} \times \\ &\times \Big\{ \sum_{\substack{\tilde{\lambda}_{j}=\tilde{l}_{j}=1\\\tilde{\lambda}_{2}=\tilde{l}_{j}=1}} C_{l_{0}00}^{\tilde{\lambda}_{1},00} \Big\{ \tilde{\lambda}_{1}, \lambda_{2}, L \\ l_{2} - l_{1} - 1 \Big\} \langle n_{1}-1, \lambda_{1}, n_{2}-3, \lambda_{2} |\hat{V}| \rangle \Big\} \Big\} + \\ &+ (-1)^{l_{1}+l_{2}-L} 4a_{12} \sqrt{(2l_{1}+1)} \times \\ &\times \Big\{ \sqrt{l_{2}}(n_{2}-l_{2}) \Big(\sum_{\lambda_{i}=\tilde{l}_{i}=1}} C_{l_{0}00}^{\tilde{\lambda}_{i,0}0} \Big\{ \tilde{\lambda}_{1}, l_{2} - l_{1} L \\ l_{2} - l_{1} - 1 \Big\} \langle n_{1}-1, \lambda_{1}, n_{2}-1, l_{2} - 1|\hat{V}| \rangle \Big) - \\ &- \sqrt{l_{2}+1}(n_{2}+l_{2}+1) \Big(\sum_{\lambda_{i}=\tilde{l}_{i}=1}^{\tilde{\lambda}_{i,0}0} \Big\{ \tilde{\lambda}_{i}, l_{2} + l_{1} L \\ l_{2} - l_{1} - 1 \Big\} \langle n_{1}-1, \lambda_{1}, n_{2} - 1, l_{2} + 1|V| \rangle \Big) \Big] \Big\}. \end{split}$$

Так же, как и для матричных элементов интеграла перекрытия, можно записать еще два рекуррентных соотношения подобного рода, используя и

операторы $\tilde{\Delta}_1, \tilde{\Delta}_2$. А, следуя принятой логике изложения, укажем на то, что для конкретного значения полного углового момента, еще два соотношения могут быть получены действием операторов $\nabla_1 \nabla_2$ и $\tilde{\nabla}_1 \tilde{\nabla}_2$. Приведем первое из них:

$$\begin{split} & \left\langle n_{l}l_{l}n_{2}l_{2} \left| \hat{V} \right| \hat{n}_{l}\tilde{l}_{l}\tilde{n}_{2}\tilde{l}_{2} \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{l_{l}l_{2}} \left(n_{l} + l_{l} + 1 \right) \left(n_{2} + l_{2} + 1 \right)} \frac{1}{\left(l_{1} - l_{2} - l_{1} \right)} \times \\ & \times \left\{ \left[-\sqrt{(l_{1} - 1)(l_{2} - 1)} \left(n_{1} - l_{1} + 2 \right) \left(n_{2} - l_{2} + 2 \right) \left(l_{1}^{l_{1} - 2} - l_{2} - l_{2} - l_{1} \right) \right| \left(l_{1} - 2, l_{2} - 2 \right) \left| \hat{V} \right| \right. \right. \\ & + \sqrt{(l_{1} - 1)l_{2}} \left(n_{1} - l_{1} + 2 \right) \left(n_{2} + l_{2} + 1 \right) \left[l_{1}^{l_{1} - 2} - l_{2} - l_{1} \right] \left(l_{1} - 2, l_{2} - 2 \right) \left| \hat{V} \right| \right. \right) \\ & + \sqrt{(l_{2} - 1)l_{1}} \left(n_{1} + l_{1} + 1 \right) \left(n_{2} - l_{2} + 2 \right) \left\{ l_{1} - l_{2} - 2 - l_{1} - l_{1} \right] \left(l_{1} - 2 \right) \left| \hat{V} \right| \right. \right) \\ & + \sqrt{(l_{2} - 1)l_{1}} \left(n_{1} + l_{1} + 1 \right) \left(n_{2} - l_{2} + 2 \right) \left\{ l_{2} - 1 - l_{1} - 1 - 1 \right] \left(l_{1} - 2 \right) \left(l_{2} - 2 \right) \left| \hat{V} \right| \right. \right) \\ & + \sqrt{(l_{2} - 1)l_{1}} \left(n_{1} + l_{1} + 1 \right) \left(n_{2} - l_{2} + 2 \right) \left\{ l_{2} - 1 - l_{1} - 1 - 1 \right\} \left(l_{2} - 2 \right) \left| \hat{V} \right| \right. \\ & + \sqrt{(l_{2} - 1)l_{1}} \left(n_{1} + l_{1} + 1 \right) \left(n_{2} - l_{2} + 2 \right) \left\{ l_{2} - 1 - l_{1} - 1 - 1 \right\} \left(l_{2} - 2 \right) \left| \hat{V} \right| \right. \\ & + \sqrt{(l_{2} - 1)l_{1}} \left(n_{1} + l_{1} + 1 \right) \left(n_{2} - l_{2} + 2 \right) \left\{ l_{2} - 1 - l_{1} - 1 - 1 \right\} \left(l_{2} - 2 \right) \left| \hat{V} \right| \right. \\ & + \sqrt{(l_{2} - 1)l_{1}} \left(n_{1} + l_{1} + 1 \right) \left(n_{2} - 2 \right) \left\{ n_{1} - 2 \right\} \left(n_{1} - 2 \right) \left(l_{2} - 1 \right) \left| \hat{V} \right| \right. \\ & + \frac{l_{1} \left(n_{1} - 2 \right) \left(l_{2} - 1 \right) \left(l_{2} - 1 \right) \left| \hat{V} \right| \left| \hat{V} \right| \right. \\ \\ & + \frac{l_{1} \left(n_{1} - 2 \right) \left(l_{1} - 2 \right) \left(l_{2} - 1 \right) \left| \hat{V} \right| \left| \hat{V} \right| \left. \right. \\ \\ & + \left(- 1 \right)^{l_{1} + l_{2} - l_{1} - 1} \left| \hat{V} \right| \left| \hat{V} \right| \left. \right] \\ \\ & + \left(- 1 \right)^{l_{1} + l_{2} - l_{2} - 2} \left(l_{1} - 1 \right) \left(l_{2} - 1 - l_{1} - 1 \right) \left| \hat{V} \right| \left| \frac{l_{2} - 1} \left| \frac{l_{1} - 1} \left| \frac{l_{2} - 1} \left| \frac{l_{1} - 1} \left| \frac{l_{2} - 2} \right| \left| \frac{l_{2} - 1} \left| \frac{l_{2} - 1} \left| \frac{l_{1} - 1} \left| \frac{l_{2} - 1} \left| \frac{l_{$$

Ясно, что для "разгона" рекуррентных соотношений (1.28) нужно на первом этапе использовать прямое выражение для матричного элемента $\langle n_l l_n n_2 l_2 | \hat{V} | \tilde{n}_l \tilde{l}_n \tilde{n}_2 \tilde{l}_2 \rangle$. Оно получено в виде:

$$\langle n_{1}l_{1}n_{2}l_{2}LM | \hat{V} | \tilde{n}_{1}\tilde{l}_{1}\tilde{n}_{2}\tilde{l}_{2}\tilde{L}\tilde{M} \rangle = (-1)^{l_{2}+\tilde{l}_{2}} \delta_{LL}\delta_{M\tilde{M}} \sum_{\mu+k=\tilde{N}} \sum_{\mu_{12}+\mu_{3}=\mu} \sum_{\mu_{1}+\mu_{2}=\mu_{12}} \sum_{k_{1}+k_{2}=k} \times \\ \times \sum_{s_{1}+s_{2}=\mu_{1}} \bar{\alpha}_{11}^{s_{1}} \bar{\alpha}_{12}^{s_{2}} \sum_{p_{1}+p_{2}=\mu_{2}} \bar{\alpha}_{21}^{p_{1}} \bar{\alpha}_{22}^{p_{22}} a_{11}^{p_{11}} a_{22}^{p_{22}} a_{12}^{p_{12}} b_{11}^{q_{11}} b_{22}^{q_{22}} b_{12}^{q_{12}} \times \\ \times \sum_{\lambda_{11}=0(1)}^{s_{1}} (2\lambda_{11}+1) A_{s_{1}\lambda_{11}} \sum_{\lambda_{12}=0(1)}^{s_{2}} (2\lambda_{12}+1) A_{s_{2}\lambda_{12}} \sum_{\lambda_{21}=0(1)}^{p_{1}} (2\lambda_{21}+1) A_{p_{1}\lambda_{21}} \sum_{\lambda_{22}=0(1)}^{p_{2}} (2\lambda_{22}+1) A_{p_{2}\lambda_{22}} \times \\ \times \sum_{\lambda_{n}=0(1)}^{p_{1}} (2\lambda_{n}+1) A_{q_{1}\lambda_{n}} \sum_{\lambda_{2}=0(1)}^{q_{1}} (2\lambda_{2}+1) A_{q_{2}\lambda_{2}} \times \\ \times \sum_{\lambda_{n}=0(1)}^{p_{1}} \sqrt{(2\gamma_{1}+1)(2\gamma_{2}+1)} C_{\lambda_{11}0}^{\gamma_{10}} a_{\lambda_{2}0} C_{\lambda_{21}0}^{\gamma_{20}} a_{\lambda_{2}0} C_{\gamma_{2}0}^{l_{1}} a_{\lambda_{0}} C_{\gamma_{2}0}^{l_{2}} a_{\lambda_{0}} \left\{ \begin{array}{l} l_{1} l_{2} L \\ \gamma_{2} \gamma_{1} \lambda_{x} \end{array} \right\} \times \\ \times \sum_{\tilde{\gamma},\tilde{\gamma}_{2}} (-1)^{\tilde{\gamma}_{1}} \sqrt{(2\tilde{\gamma}_{1}+1)(2\tilde{\gamma}_{2}+1)} C_{\lambda_{11}0}^{\tilde{\gamma}_{10}} a_{\lambda_{2}0} C_{\lambda_{21}0}^{\tilde{\gamma}_{20}} a_{\lambda_{0}0} C_{\gamma_{2}0}^{\tilde{\gamma}_{2}} a_{\lambda_{0}} \left\{ \begin{array}{l} l_{1} l_{2} L \\ \gamma_{2} \gamma_{1} \lambda_{x} \end{array} \right\} \times \\ \times \sum_{\tilde{\gamma},\tilde{\gamma}_{2}} (-1)^{\tilde{\gamma}_{1}} \sqrt{(2\tilde{\gamma}_{1}+1)(2\tilde{\gamma}_{2}+1)} C_{\lambda_{11}0\lambda_{2}0}^{\tilde{\gamma}_{10}} c_{\lambda_{2}0} C_{\gamma_{1}0\lambda_{0}0}^{\tilde{\gamma}_{0}} C_{\gamma_{2}0\lambda_{0}0}^{\tilde{\gamma}_{0}} \left\{ \begin{array}{l} l_{1} l_{2} L \\ \gamma_{2} \gamma_{1} \lambda_{x} \end{array} \right\} \times \\ \left\{ \begin{array}{l} \lambda_{11} \lambda_{12} \gamma_{1} \\ \lambda_{21} \lambda_{22} \gamma_{2} \\ \tilde{\gamma}_{1} \tilde{\gamma}_{2} L \end{array} \right\},$$

$$(1.29)$$

где для сокращения записи введены обозначения $\overline{N} = 1/2(n_1 + n_2 + \tilde{n}_1 + \tilde{n}_1)$, $q_{12} = 1/2(\tilde{n}_1 + \tilde{n}_2 - 2k_2 - \mu_{12})$, $p_{12} = \mu_3 - q_{12}$, $p_{22} = 1/2(n_2 - \mu_2 - p_{12})$, $p_{11} = k_1 - p_{22}$, $q_{22} = 1/2(\tilde{n}_2 - s_2 - p_2 - q_{12})$, $q_{11} = k_2 - q_{22}$. При этом выполняются и сооношения между индексами вида: $2k_1 + s_1 + s_2 + p_1 + p_2 + 2p_{12} = 2k_1 + \mu_1 + \mu_2 + 2p_{12} = n_1 + n_2$, $2k_2 + s_1 + s_2 + p_1 + p_2 + 2q_{12} = 2k_2 + \mu_1 + \mu_2 + 2q_{12} = \tilde{n}_1 + \tilde{n}_2$.

Если мы умеем получать матричные элементы центральной части потенциала ядерных сил, то с вычислением матричных элементов нецентральных компонент нуклон-нуклонного потенциала принципиальных трудностей не возникает. Здесь, для того, чтобы получить матричные элементы, которые могут быть использованы для получения матричных элементов спин-орбитальных и тензорных сил с помощью правил сложения моментов, можно действовать по тому же сценарию, как и при установлении связи между матричными элементами интеграла перекрытия и матричными элементами оператора кинетической энергии. И хотя все необходимые формулы были получены как для спин-орбитальных, так и для тензорных сил, для того, чтобы не перегружать текст громоздкими формулами, в качестве примера рассмотрим первые, где в выражении для производящих матричных элементов входят слагаемые, отличающиеся от (1.16) предэкспоненциальными множителями вида

$$-iz\delta_{S\tilde{S}}\sqrt{S\left(S+1\right)}C^{SM_{S}}_{\tilde{S}\tilde{M}_{S}1M_{S}-\tilde{M}_{S}}C^{(k')}_{i'j'}C^{(k)}_{ij}\left[\mathbf{X}_{k'}\times\mathbf{Y}_{k}\right]^{M_{S}-\tilde{M}_{S}},$$

где $z = (1+2b^2/\mu^2)^{-1}$ - величина, включающая в себя осцилляторный радиус *b* и радиус потенциала μ , заданного в гауссовском виде, *S* и \tilde{S} , - значения спинов пар нуклонов левой и правой функций, перекрывающихся через парный потенциал, M_s и \tilde{M}_s - величины их проекций, C_{ij}^k , так же, как и в (1.20) равно $(c_{ki} - c_{kj})$, а $[\mathbf{X}_{k'} \times \mathbf{Y}_k]^{\chi} - \chi$ - я циклическая компонента векторного произведения векторов $\mathbf{X}_{k'}$ и \mathbf{Y}_k .

А именно:

$$\begin{split} &\langle n_{l}l_{l}n_{2}l_{2}; SM_{S} | \hat{V}^{(LS)} | \tilde{n}_{l}\tilde{l}\tilde{n}_{2}\tilde{L}_{2}; \tilde{S}\tilde{M}_{S} \rangle = (-1)^{l_{1}+l_{2}+\tilde{l}_{1}+\tilde{l}_{2}} z\sqrt{6} \delta_{s\bar{s}} \sqrt{S(S+1)} C_{\bar{s}\tilde{M}_{S}}^{SM_{S}} \sqrt{2\tilde{L}+1} C_{1M_{S}-\tilde{M}_{S}\tilde{L}\tilde{M}}^{LM} \times \\ &\times \Big\{ C_{l\bar{l}l}^{(1)}C_{l\bar{l}l}^{(1)} \sqrt{(2l_{1}+1)(2l_{2}+1)} (-1)^{\tilde{L}} \sum_{l\bar{l}\tilde{l}\tilde{L}} (-1)^{L'} (2L'+1) C_{l_{l}000}^{l\bar{l}_{1}0} C_{l_{2}010}^{\bar{l}\tilde{l}0} \times \\ &\times \Big\{ \frac{1}{L} \frac{1}{\tilde{L}} \frac{1}{L'} \Big\} \Big| \frac{L}{l_{1}} \frac{L'}{l_{1}} \frac{1}{l_{1}} \Big| \frac{\tilde{L}}{\tilde{L}} \frac{L'}{\tilde{L}} \frac{1}{l_{1}} \Big| \sqrt{n_{1}-1}, l_{1}'n_{2}l_{2}L'M' | \hat{V} | \tilde{n}_{1}-1, \tilde{l}_{1}'\tilde{n}_{2}\tilde{l}_{2}L'M' \rangle + \\ &+ C_{l\bar{l}l}^{(1)}C_{l\bar{l}l}^{(2)} \sqrt{(2l_{1}+1)(2\tilde{l}_{2}+1)} (-1)^{L+\tilde{L}} \sum_{l_{l}'\tilde{l}L'} (2L'+1)C_{l_{2}010}^{l\bar{l}_{2}0} C_{l_{2}010}^{\bar{l}_{2}0} \times \\ &\times \Big\{ \frac{1}{L} \frac{1}{\tilde{L}} \frac{1}{L'} \Big\} \Big| \frac{L}{l_{1}'} \frac{L'}{l_{1}} \frac{1}{l_{2}} \Big\} \Big| \frac{\tilde{L}}{\tilde{L}} \frac{L'}{l_{2}} \frac{1}{l_{2}} \Big\} \langle n_{1}-1, l_{1}'n_{2}l_{2}L'M' | \hat{V} | \tilde{n}_{1}\tilde{l}_{1}\tilde{n}_{2} -1, \tilde{l}_{2}'L'M' \rangle - \\ &- C_{l\bar{l}l}^{(2)}C_{l\bar{l}l}^{(1)} \sqrt{(2l_{2}+1)(2\tilde{l}_{2}+1)} (-1)^{L+\tilde{L}} \sum_{l_{l}'\tilde{l}L'} (2L'+1)C_{l_{2}010}^{l_{2}0} C_{l_{1}00}^{\bar{l}_{1}0} \times \\ &\times \Big\{ \frac{1}{L} \frac{1}{\tilde{L}} \frac{1}{L'} \Big\} \Big| \frac{L}{l_{2}'} \frac{L'}{l_{2}} \frac{L'}{l_{2}} \frac{1}{l_{2}} \Big\} \langle n_{1}-1, l_{1}'n_{2}l_{2}L'M' | \hat{V} | \tilde{n}_{1}\tilde{l}_{1}\tilde{n}_{2} -1, \tilde{l}_{2}'L'M' \rangle - \\ &- C_{l\bar{l}l'}^{(2)}C_{l\bar{l}l}^{(1)} \sqrt{(2l_{2}+1)(2\tilde{l}_{1}+1)} (-1)^{L+\tilde{L}} \sum_{l_{l}'\tilde{l}L'} (2L'+1)C_{l_{2}010}^{l_{2}0} C_{l_{1}00}^{\bar{l}_{1}0} \times \\ &\times \Big\{ \frac{1}{L} \frac{1}{\tilde{L}} \frac{1}{L'} \Big\} \Big\} \langle \frac{L}{l_{1}} \frac{L'}{l_{1}} \frac{1}{l_{1}} \frac{1}{l_{1}} \frac{L'}{l_{2}} \frac{1}{l_{2}} \Big\} \langle n_{1}l_{1}n_{2} -1, l_{2}'L'M' | \hat{V} | \tilde{n}_{1}-1, \tilde{l}_{1}'\tilde{n}_{2}\tilde{L}'M' \rangle \\ &- C_{l\bar{l}l'}^{(2)}C_{l\bar{l}'}^{(2)} \sqrt{(2l_{2}+1)(2\tilde{l}_{2}+1)} (-1)^{L} \sum_{l_{l}'\tilde{l}L'} (-1)^{L'}(2L'+1)C_{l_{2}000}^{l_{1}} C_{l_{2}00} \times \\ &\times \Big\{ \frac{1}{L} \frac{1}{\tilde{L}} \frac{1}{L'} \Big\} \Big\} \langle \frac{L}{l_{1}} \frac{L'}{l_{1}} \frac{L'}{l_{1}} \frac{1}{l_{1}} \frac{L'}{l_{1}} \frac{L'}{l_{1}} \frac{1}{l_{1}} \frac{L'}{l_{1}} \frac{L'}{l_{1}} \frac{L'}{l_{1}} \frac{L'}{l_{1}} \frac{L'}{l_{1}} \frac{L'}{l_{1}} \frac{L'}{l_{1}} \frac{L'}{l$$

где значения всех индексов суммирования определяются правилами сложения угловых моментов, а $\langle n_l l_l n_2 l_2 | \hat{V} | \tilde{n}_l \tilde{l}_n \tilde{\rho}_l \tilde{l}_2 \rangle$ - величины, которые могут быть получены при помощи соотношений для вычисления матричных элементов центральной части потенциала нуклон-нуклонных сил (1.28) с использованием параметров спин-орбитальных компонент.

Не выписывая из-за громоздкости формулы для тензорных сил, которые были получены аналогично тому, как мы получили (1.30), кратко остановимся на рассмотрении возможной схемы учета кулоновского взаимодействия. Возвращаясь к равенству (1.18), заметим, что в правой части этого равенства под интегралом содержится выражение, которое можно рассматривать как производящий матричный элемент центральной части нуклон-нуклонного потенциала. Это, если мы хотим и здесь использовать уже известные нам рекуррентные соотношения (1.28), (1.29), приводит нас при выполнении численных расчетов к применению квадратурных формул, то есть к вычислению матричных элементов гауссовского потенциала с параметрами, отвечающими узловым точкам формулы приближенного интегрирования с последующим их суммированием с соответствующими весовыми коэффициентами. Подобный способ вычисления матричных элементов уже обсуждался в литературе (см., например, [92]), и его точность обычно оказывалась вполне удовлетворительной. В нашем случае наиболее удобной может оказаться одна из формул Лобатто, а именно

$$\int_{0}^{1} \frac{f(\chi)}{\sqrt{1-\chi}} d\chi = \sum_{i=1}^{n} w_i f(\chi_i),$$

где $\chi_i = 1 - \zeta_i^2, \zeta_i^2 - i$ - й положительный нуль многочлена $P_{2n}(\chi), w_i$ – весовые коэффициенты формулы Гаусса порядка 2n.

Во введении мы перечислили задачи, для решения которых могут быть использованы результаты настоящей работы. Причем, если для части из них более удобно пользоваться базисом двух несвязанных осцилляторов, на котором мы до сих пор концентрировали свое внимание, то для других, в

частности для задач непрерывного спектра с несколькими частицами в выходном канале реакции, желательно уметь работать и с базисом метода гиперсферических функций. Конкретнее с базисом шестимерного осцилляторного гамильтониана, представленного в гиперсферических переменных. Так, если рассматривать трехкластерную задачу, то в переменных ρ , $\Omega = \{\beta, \vartheta_1, \varphi_1 \vartheta_1, \varphi_1\}$ ($\rho^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2, \xi_1 = \rho \cos \beta, \xi_2 = \rho \sin \beta, \xi_1, \xi_2 -$ модули векторов Якоби, задающих взаимное расположение центров масс кластеров, а $\vartheta_1, \varphi_1, \vartheta_2, \varphi_2$ – углы, задающие направление векторов Якоби в пространстве), то базисные функции в координатном представлении, с точностью до нормировочного множителя, могут быть представлены в виде

$$\left| Kn_{\rho}l_{1}l_{2}LM \right\rangle = \exp\left(-\frac{1}{2}\rho^{2}\right)\rho^{K}L_{n_{\rho}}^{K=2}\left(\rho^{2}\right)W_{K}^{l_{1}l_{2}LM}\left(\Omega\right)$$

Здесь $L_m^k(x)$ – обобщенный полином Лежандра, а

$$W_{K}^{l_{1}l_{2}LM}(\Omega) = (\cos\beta)^{l_{1}} (\cos\beta)^{l_{2}} P_{(K-l_{1}-l_{2})/2}^{l_{2}+l_{2}',l_{1}+l_{2}'} (\cos 2\beta) \mathcal{Y}_{LM}^{(l_{1}l_{2})} (\vartheta_{1}\varphi_{1}\vartheta_{2}\varphi_{2}) -$$

гиперсферическая гармоника, где $l_1 l_2 LM$ – парциальные моменты, полный момент и его проекция, *K* – гипермомент, $P_n^{\alpha_1 \alpha_2}(\chi)$ – полином Якоби.

Между двумя наборами функций, которые фигурируют в наших рассуждениях, имеет место унитарная связь как между собственными функциями одного и того же гамильтониана, разрешенного в различных переменных. Этот факт уже неоднократно обсуждался в литературе (см., например [85,93]) и выражается соотношением

$$\left| Kn_{\rho}l_{1}l_{2}LM \right\rangle = \sum_{n_{1}n_{2}} \left\langle n_{1}n_{2} \left| Kn_{\rho} \right\rangle_{l_{1}l_{2}}^{L} \left| n_{1}l_{1}n_{2}l_{2}LM \right\rangle,$$

где значения индексов суммирования определяются равенством: $n_1 + n_2 = 2n_\rho + K = N$, а вычисление величин $\langle n_1 n_2 | K n_\rho \rangle_{l_1 l_2}^L$ при использовании метода производящих инвариантов сводится к нахождению коэффициентов разложения диагональной экспоненты в интеграле перекрытия при использовании переменных биосцилляторного и гипесферического базисов для левой и правой функций соответственно

$$\exp\left\{2\mathbf{X}_{1}\mathbf{Y}_{1}+2\mathbf{X}_{2}\mathbf{Y}_{2}\right\}=\sum_{n_{1}n_{2}Kn_{\rho}}\left|n_{1}l_{1}n_{2}l_{2}LM\right\rangle\left\langle n_{1}n_{2}\left|Kn_{\rho}\right\rangle_{l_{1}l_{2}}^{L}\left|Kn_{\rho}l_{1}l_{2}LM\right\rangle\right\rangle,$$

что с точностью до учета нормировочных констант, которые мы не учитывали и раньше, приводя рекуррентные соотношения, дает

$$\left\langle n_{1}n_{2} \left| Kn_{\rho} \right\rangle_{l_{1}l_{2}}^{L} = \frac{2^{\frac{l}{2}(N-l_{1}-l_{2}+2)}\Gamma\left(\frac{l}{2}(K-l_{1}+l_{2}+3)\right)}{\left(\frac{l}{2}(N+l_{1}+l_{2}+4)\right)!(n_{1}-l_{1})!!(n_{2}-l_{2})!!\Gamma\left(l_{2}+\frac{3}{2}\right)\left(\frac{l}{2}(K-l_{1}-l_{2})\right)!} \times {}_{3}F_{2}\left(-\frac{l}{2}(K-l_{1}-l_{2}),\frac{l}{2}(K+l_{1}+l_{2}+4),(n_{2}+l_{2}+3);\frac{l}{2}(2l_{2}+3),\frac{l}{2}(N+l_{1}+l_{2}+6);1\right).$$

Здесь $\Gamma(\alpha)$ - гамма - функция, а $_{3}F_{2}(\alpha_{1}\alpha_{2}\alpha_{3};\alpha_{4}\alpha_{5};1)$ - гипергеометрическая функция.

Таким образом, переход от декартовых координат к гиперсферическим переменным несложен. Тем более, что для элементов матриц преобразования функций легко получить и простые рекуррентные соотношения. Хотя, если бы нас интересовала техника вычисления матричных элементов на функциях только *К* - гармонического базиса, то можно было бы пойти и путем их непосредственного вычисления, получая соответствующие рекуррентные соотношения. Причем уже на этапе вычисления интегралов перекрытия базисных функций, как уже говорилось, мы столкнулись бы с вопросами, которые обычно возникают при вычислении коэффициентов Рейнала-Реваи [94], что является более сложной процедурой.

1.3. Асимптотические результаты в координатном и осцилляторном представлении

АВ МРГ в применении к задачам дискретного и непрерывного спектров основана на использовании матричной формы уравнения Шредингера, которая является следствием привлечения квадратично интегрируемого базиса состояний для разложения функции относительного движения кластеров. Как указывалось выше, в контексте ядерных задач весьма удобным представляется базис гармонического осциллятора. Естественно, что и граничные условия в этом случае должны формулироваться в терминах

асимптотического поведения коэффициентов разложения волновой функции по этому базису. Но если при решении задач дискретного спектра особых вопросов не возникает, - задачу можно решать простой диагонализацией гамильтониана, - то асимптотика состояний непрерывного спектра требует более подробного обсуждения.

Напомним, что для трехкластерного случая определим асимптотическое поведение волновой функции. Для этого рассмотрим разложение волновой функции относительного движения

$$\Psi_{\varrho}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) = \sum_{\nu} C_{\nu} \Psi_{\nu}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2), \qquad (1.31)$$

где $\{\Psi_{\nu}\}$ - полный базис функций шестимерного гармонического осциллятора, представленный в гиперсферических переменных, то есть в случае $v = \{n_{\rho}, K, (l_1 l_2) LM\}$, который покрывает все возможные типы относительного движения трех кластеров.

Для того, чтобы получить асимптотическое поведение волновой функции трехкластерной системы, используется фолдинг-приближение, то на естественное предположение, состоящее есть ΜЫ опираемся В пренебрежении эффектами антисимметризации между кластерами В асимптотической области. Это существенно упрощает поставленную задачу, практически сводя ее до уровня трехчастичной, поскольку рассматриваются "замороженные" кластеры. При этом задача относительного движения трех частиц в случае отсутствия потенциала в рамках метода гиперсферических гармоник может быть решена точно (см., например, [79,88,95]). Эта задача включает в себя переход от координат Якоби \mathbf{q}_1 и \mathbf{q}_2 к гиперрадиусу ρ и набору гиперуглов описывают геометрию ИЗ ПЯТИ $\{\Omega\},$ которые трехчастичной системы аналогично тому, как это делают сферические углы в случае двухчастичной системы. Далее, как обычно в таких случаях, следует межкластерной волновой функции разложение В координатном представлении по гиперсферическим гармоникам $H_{\kappa}^{\nu_0}(\Omega)$, являющихся

обобщением обычных сферических гармоник $Y_{lm}(\theta, \varphi)$, где v_0 - сокращенное обозначение совокупности индексов { $(l_1 l_2)LM$ }.

В отсутствии кулоновского взаимодействия это приводит нас к набору уравнений для гиперрадиальных асимптотических решений, определяемых оператором кинетической энергии:

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\left[\frac{d^2}{d\rho^2} + \frac{5}{\rho}\frac{d}{d\rho} - \frac{K(K+4)}{\rho^2}\right] - E\right\}R_{K,\nu_0}(\rho) = 0.$$
(1.32)

Решения этих уравнений могут быть получены аналитически и представлены в виде сходящейся и расходящейся волн с использованием функций Ханкеля:

$$R_{K,\nu_{0}}^{(\pm)}(\rho) = \begin{cases} H_{K+2}^{(1)}(k\rho)/\rho^{2} \\ H_{K+2}^{(2)}(k\rho)/\rho^{2} \end{cases},$$
(1.33)

где

$$k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

Заметим, что асимптотические решения не зависят от квантовых чисел v_0 и определяются исключительно значением гипермомента *К*. При этом различные *К* - каналы являются несвязанными.

В случае заряженных кластеров асимптотический гамильтониан содержит как кинетическую энергию, так и кулоновское взаимодействие:

$$\left\{-\frac{\hbar^{2}}{2m}\left[\frac{d^{2}}{d\rho^{2}}+\frac{5}{\rho}\frac{d}{d\rho}-\frac{\|K\|}{\rho^{2}}\right]+\frac{\|Z_{eff}\|}{\rho}-E\right\}\|R(\rho)\|=0.$$
(1.34)

Матрица ||K||, которую мы в явном виде выписывали в (1.32), диагональна с матричными элементами K(K+4), стоящими по диагонали, в то время как матрица "эффективных зарядов" $||Z_{eff}||$, представляющая собой результат усреднения потенциала кулоновского взаимодействия по гиперуглам, недиагональна по K и (l_l_2) . Стандартный подход к решению рассматриваемого уравнения состоит в расцеплении каналов в предположении о том, что недиагональные матричные элементы $\|Z_{eff}\|$ пренебрежимо малы в сравнении с диагональными, что дает

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\left[\frac{d^2}{d\rho^2} + \frac{5}{\rho}\frac{d}{d\rho} - \frac{K(K+4)}{\rho^2}\right] + \frac{Z_{eff}}{\rho} - E\right\}R_{K,\nu_0}(\rho) = 0.$$
(1.35)

Константы Z_{eff} зависят от величин K, v_0 и в целом от свойств рассматриваемой многочастичной системы. Мы будем ограничивать себя указанным приближением, позволяющим расцепить уравнения, понимая при этом, что его применимость необходимо проверять для каждой конкретной трехкластерной системы.

Тем самым асимптотические решения принимают вид

$$R_{K,\nu_0}^{(\pm)}(\rho) = \frac{1}{\sqrt{k}} W_{\pm i\eta,K+2}(\pm 2ik\rho) / \rho^{\frac{5}{2}}, \qquad (1.36)$$

где $W_{\lambda,\mu}(z) - функция Уиттеккера, а$

$$\eta = \frac{m}{2\hbar^2} \frac{Z_{eff}}{k} \tag{1.37}$$

параметр Зоммерфельда.

Поскольку η зависит от величин K, l_1 и l_2 посредством Z_{eff} , то, соответственно, и асимптотические решения являются зависимыми от этих величин.

В двухкластерном случае мы приходим к известному одномерному радиальному уравнению, которое имеет асимтотическое решение:

$$R_{L}^{(\pm)}(\rho) = \frac{1}{\sqrt{k}} W_{\pm i\eta, L + \frac{1}{2}}(\pm 2ik\rho) / \rho, \qquad (1.38)$$

где, для единообразия записи, обозначение ρ используется для межкластерного расстояния, η параметр Зоммерфельда, а выражение для Z_{eff} имеет вид:

$$Z_{eff} = Z_1 Z_2 e^2 \sqrt{\frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2}}.$$

Тогда двухкластерную и трехкластерную асимптотику можно записать единым образом:

$$R_{L}^{(\pm)}(\rho) = \frac{1}{\sqrt{k}} W_{\pm i\eta,\lambda}(\pm 2ik\rho) / \rho^{\frac{\sigma-1}{2}}, \qquad (1.39)$$

где L, λ, σ и η параметры, которые приведены в таблице 1.

Таблица 1.

| | L | σ | λ | η |
|-------------------------|---|----------|-------------------|--|
| Двухкластерный канал | L | 3 | $L + \frac{1}{2}$ | $\frac{Z_{1}Z_{2}e^{2}}{k}\frac{m}{2\hbar^{2}}\sqrt{\frac{A_{1}A_{2}}{A_{1}+A_{2}}}$ |
| Трехкластерный канал | K | 6 | <i>K</i> + 2 | $\frac{Z_{eff}}{k}\frac{m}{2\hbar^2}$ |

Параметры двух - и трехкластерного асимптотического решения.

Как указывалось выше, конкретная реализация AB MPГ основана на разложении функции относительного движения по осцилляторным функциям и, соответственно, нам необходимо знание асимптотического поведения коэффициентов разложения, совокупность которых представляет собой волновую функцию в осцилляторном представлении при больших значениях n_{ρ} . Здесь мы сосредоточиваем свое внимание на трехкластерном случае; результаты для двухкластерного случая могут быть найдены в работах [56,57,58] или легко получены с использованием результатов этого раздела.

В соответствии с известными результатами (см., например, [56,57,76]) для коэффициентов разложения при больших значениях *n_ρ* будет иметь место следующее асимптотическое выражение, которое следует из поведения осцилляторной функции вблизи классической точки поворота.

$$C_{n_{\rho}} = \left\langle n_{\rho} | \psi \right\rangle \simeq \sqrt{2} \rho_{n_{\rho}}^{2} \psi(\rho_{n_{\rho}}), \qquad (1.40)$$

где *b* – осцилляторный радиус, $\rho_{n_{\rho}} = b\sqrt{4n_{\rho} + 2K + 6}$ – величина, определяющая классическую точку поворота, а ψ – гиперрадиальная функция.

В случае незаряженных кластеров при использовании выражения (1.33) для гиперрадиального асимптотического решения это приводит нас к следующему выражению для коэффициентов разложения $C_{n_{\rho}}^{(\pm)}$:

$$C_{n_{\rho}}^{(\pm)K} \simeq \sqrt{2} \begin{cases} H_{K+2}^{(1)} \left(k \rho_{n_{\rho}} \right) \\ H_{K+2}^{(2)} \left(k \rho_{n_{\rho}} \right) \end{cases}.$$
(1.41)

Этот результат может быть получен и другим способом [96], то есть из уравнения Шредингера в матричной форме, где гамильтониан состоит только из оператора кинетической энергии \hat{T} в осцилляторном (гиперрадиальном) представлении.

$$\sum_{m_{\rho}=0}^{\infty} \left\langle n_{\rho}, (K, \nu_{0}) \middle| \hat{T} - E \middle| m_{\rho}, (K, \nu_{0}) \right\rangle C_{m_{\rho}}^{K, \nu_{0}} = 0.$$
(1.42)

Вследствие свойств оператора \hat{T} в осцилляторном представлении возникает матричное уравнение, имеющее трехдиагональную форму. Решение этого уравнения относительно коэффициентов $C_{n_p}^{K,v_0}$ приводит к следующим трехчленным рекуррентным соотношениям:

$$T_{n_{\rho},n_{\rho}-1}^{K,\nu_{0}}C_{n_{\rho}-1}^{K,\nu_{0}} + \left(T_{n_{\rho},n_{\rho}}^{K,\nu_{0}} - E\right)C_{n_{\rho}}^{K,\nu_{0}} + T_{n_{\rho},n_{\rho}+1}^{K,\nu_{0}}C_{n_{\rho}+1}^{K,\nu_{0}} = 0,$$
(1.43)

где

$$T_{n_{\rho},m_{\rho}}^{K,\nu_{0}} = \left\langle n_{\rho}, \left(K,\nu_{0}\right) \middle| \hat{T} \middle| m_{\rho}, \left(K,\nu_{0}\right) \right\rangle.$$
(1.44)

Асимптотические решения (при больших значениях n_{ρ}) этих рекуррентных соотношений полностью совпадают с соответствующими решениями (1.41).

При наличии кулоновского взаимодействия следует вновь обратиться к (1.40) и (1.36) для того, чтобы записать

$$C_{n_{\rho}}^{(\pm),K} = \sqrt{2} \begin{cases} W_{i\eta,K+2} \left\{ 2ikb\rho_{n_{\rho}} \right\} / \sqrt{\rho_{n_{\rho}}} \\ W_{-i\eta,K+2} \left\{ -2ikb\rho_{n_{\rho}} \right\} / \sqrt{\rho_{n_{\rho}}} \end{cases} \end{cases}$$
(1.46)

В этом случае асимптотическое уравнение Шредингера в осцилляторном представлении уже не имеет трехдиагональной формы и не может быть решено аналитически.

Следует заметить, что все вышесказанное справедливо ДЛЯ сравнительно небольших значений импульса *k* и при достаточных значениях дискретного гиперрадиуса ρ_{n_a} , определяющего асимптотическую область. Но в принципе для произвольного k можно без особого риска предсказать значение n_{ρ} , позволяющее выйти на асимптотику решения. Поскольку рассматривается асимптотическое расщепление в пространстве квантовых чисел (K, v_0) , то мы должны иметь дело с асимптотическими каналами, которые характеризуются этими же числами. Но если полагать, что состояния с различными К и v_0 связаны посредством ядерных и кулоновских сил только во внутренней области (области взаимодействия), то мы приходим к приближению связанных каналов.

В рассматриваемом трехкластерном АВ МРГ – формализме, каналы характеризуются набором квантовых чисел (K,v_0), в то время как относительное движение кластеров в каждом из этих каналов связано с числом квантов гиперрадиальных возбуждений n_ρ . В соответствии с выше сказанным, для краткости записи, мы будем характеризовать каналы индексом K(K -канал), понимая его как совокупность квантовых чисел (K,v_0). В этих терминах система уравнений (1.9) переписывается следующим образом:

$$\sum_{K,m_{\rho}} \left\langle n_{\rho}, K \left| \hat{H} - E \right| m_{\rho}, K \right\rangle C_{m_{\rho}}^{K} = 0..$$
(1.47)

А поскольку при решении задачи рассеяния используется *S* - матричный формализм, то коэффициенты разложения $C_{n_{\rho}}^{\kappa}$ при больших значениях n_{ρ} можно представить так:

$$C_{n_{\rho}}^{K} = C_{n_{\rho}}^{(0)K} + \delta_{K_{i}K} C_{n_{\rho}}^{(-)K} - S_{K_{i}K} C_{n_{\rho}}^{(+)K}, \qquad (1.48)$$

где для каждого из K - каналов, $C_{n_{\rho}}^{(0)K}$ – так называемый остаточный коэффициент, а $C_{n_{\rho}}^{(\pm)K}$ – асимптотические коэффициенты, порождаемые сходящейся и расходящейся волнами. Матричные элементы $S_{K_{i}K}$ описывают связь между выходным каналом K и входным каналом K_{i} .

Как показано в работах [72,74,96], $C_{n_{\rho}}^{(\pm)K}$ удовлетворяют следующей системе уравнений:

$$\sum_{m_{\rho}=0}^{\infty} \left\langle n_{\rho}, K \middle| \hat{H}_{0} - E \middle| m_{\rho}, K \right\rangle C_{m_{\rho}}^{(\pm)K} = \beta_{0}^{(-)K} \delta_{n_{\rho},0}, \qquad (1.49)$$

где \hat{H}_0 асимптотический гамильтониан, состоящий только из оператора кинетической энергии в случае незаряженных кластеров или из оператора кинетической энергии и потенциала кулоновского взаимодействия в случае заряженных кластеров. В правой части уравнения, в случае $C_{m_{\rho}}^{(-)K}$, присутствует формально регуляризующий фактор $\beta_0^{(-)K}$, связанный с иррегулярным поведением коэффициента $C_0^{(-)K}$. Этот фактор позволяет рассматривать уравнение (1.49) при всех значениях n_{ρ} . Величина $\beta_0^{(-)K}$ может быть получена для обоих гамильтонианов (т.е. с кулоном и без него). Но при решении полной системы уравнений можно полагать $\beta_0^{(-)K}$ равным нулю, что и делалось при выполнении конкретных расчетов при выполнении настоящей работы, для того, чтобы уравнения стали однородными.

Система уравнений (1.49) для асимптотических коэффициентов может быть решена численно с требуемой степенью точности. Коэффициенты $C_{n_{\rho}}^{(\pm)\kappa}$ имеют асимптотическое поведение, аналогичное поведению (1.41) и (1.46) соответственно.

Подстановка (1.48) в уравнения (1.47) приводит нас к следующей системе динамических уравнений для многоканальной задачи:

$$\sum_{K',m_{\rho}} \left\langle n_{\rho}, K \left| \hat{H} - E \right| m_{\rho}, K' \right\rangle C_{m_{\rho}}^{(0)K'} - \sum_{K'} S_{K_{i}K'} V_{n_{\rho}}^{(+)KK'} = -\beta_{0}^{(-)K} \delta_{n_{\rho},0} \delta_{K_{i}K} - V_{n_{\rho}}^{(-)KK_{i}}, \quad (1.50)$$

где слагаемые $V_{n_{\rho}}^{(\pm)KK'}$, определенные в работе [97], имеют вид:

$$V_{n_{\rho}}^{(\pm)KK'} = \sum_{m_{\rho}=0}^{\infty} \left\langle n_{\rho}, K \middle| \hat{V} \middle| m_{\rho}, K' \right\rangle C_{m_{\rho}}^{(\pm)K'}.$$
(1.51)

Эта система уравнений и подлежит решению, целью которого является определение остаточных коэффициентов $C_{n_o}^{(0)K}$ и элементов *S* - матрицы $S_{K'K}$.

Для того, чтобы оптимальным образом получить наиболее точное приближение для решения (50), рассматривается некоторая внутренняя область с $n_{\rho} \leq N_{\rho}$ и асимптотическая область, где $n_{\rho} > N_{\rho}$. Выбор N_{ρ} должен быть таким, чтобы можно было предполагать существенную малость коэффициентов разложения $\{C_{n_{\rho}}^{(0)K}\}$ в асимптотической области. В рамках таких предположений система уравнений (1.30) преобразуется в систему уравнений:

$$\sum_{K',m_{\rho}< N_{\rho}} \left\langle n_{\rho}, K \left| \hat{H} - E \right| m_{\rho}, K' \right\rangle C_{m_{\rho}}^{(0)K'} - \sum_{K'} S_{K_{i}K'} V_{n_{\rho}}^{(+)KK'} = -\beta_{0}^{(-)K} \delta_{n_{\rho},0} \delta_{K_{i}K} - V_{n_{\rho}}^{(-)KK_{i}}.$$
(1.52)

Полное число уравнений системы для каждого входного канала равно $N_{ch}*(N_{\rho}+1)$, где N_{ch} – число входных каналов. Решение такой системы уравнений при помощи традиционных методов линейной алгебры дает возможность определить $N_{ch}*N_{\rho}$ коэффициентов

$$\left\{C_{n_{\rho}}^{(0)K}; K = K_{\min}, K_{\min} + 2, ..., K_{\max}; n_{\rho} = 0, ..., N_{\rho} - 1\right\}$$
(1.53)

и N_{ch} элементов S - матрицы $\{S_{K_iK}; K = K_{\min}, K_{\min} + 2, ..., K_{\max}\}$. Система уравнений должна быть решена для всех N_{ch} входных каналов.

Как уже указывалось выше, естественным приближением для рассмотрения асимптотического поведения трехкластерной системы, то есть

дезинтеграции системы на три невзаимодействующих кластера, является фолдинг-приближение. Оно отвечает ситуации, когда все три кластера находятся на таких расстояниях друг от друга, которые достаточны для того, чтобы межкластерной антисимметризацией можно пренебречь. Поскольку в настоящей работе рассматриваются только s-кластеры, для описания которых привлекаются оболочечные функции $\psi_i(A_i)$, фолдинг - потенциал представляется в виде суммы трех достаточно простых слагаемых:

$$V^{(F)} = V^{(F)}(\mathbf{R}_{12}) + V^{(F)}(\mathbf{R}_{13}) + V^{(F)}(\mathbf{R}_{23}), \qquad (1.54)$$

где каждое из слагаемых представляется интегралом

$$V^{(F)}(\mathbf{R}_{\alpha\beta}) = \sum_{i \in A_{\alpha}} \sum_{j \in A_{\beta}} \int d\tau_{\alpha} d\tau_{\beta} \left| \psi_{\alpha}(A_{\alpha}) \right|^{2} V(\mathbf{r}_{i} - \mathbf{r}_{j} + \mathbf{R}_{\alpha\beta}) \left| \psi_{\beta}(A_{\beta}) \right|^{2}, \quad (1.55)$$

Здесь **R**_{*αβ*} - векторы, задающие взаимное расположение кластеров, а такого рода обозначения лишь дань давней традиции записи фолдинг – потенциала и они могут быть связаны с координатами Якоби введенными ранее.

Так же, как и при точном учете принципа Паули, при работе в фолдинг – приближении, можно использовать метод производящих функций, причем, из-за простоты подхода, в том числе и непосредственно в гиперсферических переменных. Но, например, матричные элементы оператора кинтической энергии могут быть записаны только на основе свойств осцилляторного базиса. То есть диагональные и недиагональные матричные элементы оператора относительного движения кластеров имеют вид:

$$\langle n_{\rho}, K, v_{0} | T_{R} | n_{\rho}, K, v_{0} \rangle = \frac{1}{2} \hbar \omega (2n_{\rho} + K + 3),$$

$$\langle n_{\rho} + 1, K, v_{0} | T_{R} | n_{\rho}, K, v_{0} \rangle = -\frac{1}{2} \hbar \omega \sqrt{(n_{\rho} + 1)(n_{\rho} + K + 3)},$$

$$\langle n_{\rho} - 1, K, v_{0} | T_{R} | n_{\rho}, K, v_{0} \rangle = -\frac{1}{2} \hbar \omega \sqrt{n_{\rho} (n_{\rho} + K + 2)}.$$

$$(1.56)$$

Кинетическая энергия трехкластерной системы должна содержать и внутреннюю кинетическую энергию кластеров: $\hat{T} = \hat{T}_{R} + \hat{T}_{cl}$. Поскольку мы

рассматриваем "замороженные" s-кластеры, то этот вклад является исключительно диагональным и равен

$$T_{cl} = \frac{3}{4} \hbar \omega \sum_{i=1}^{3} (A_i - 1) = \frac{3}{4} \hbar \omega (A - 3).$$

Поскольку фолдинг-модель используется для асимптотических каналов, то, с точки зрения сходимости решений трехкластерной АВ МРГ, интересно знать асимптотическое поведение матричных элементов потенциальной энергии. В эффективный зависимости гиперрадиуса потенциал фолдинг-ОТ В приближении формально может быть представлен посредством интегрирования по гиперсферическим углам следующим образом:

$$W(\rho) = \sum_{\alpha\beta} W_{\alpha\beta}(\rho) \equiv W_{K,l_1,l_2}(\rho) = \langle K, l_1, l_2 | \sum_{\alpha\beta} \hat{V}(\mathbf{R}_{\alpha\beta}) | K, l_1, l_2 \rangle$$
(1.57)

При использовании гауссовского потенциала $V(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) = V_0 \exp\left\{-\left(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j\right)^2 / \mu^2\right\}$ получено асимптотическое выражение $W_{\alpha\beta}(\rho)$ при больших значениях ρ , которое имеет вид:

$$W_{\alpha\beta}(\rho) \approx (-1)^{K+l_1+l_2} V_0 N_K^{l_1l_2} N_K^{l_1l_2} \left(\frac{1}{2}\right)^{K=3} \Gamma\left(l_1 + \frac{3}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{\mu_{\alpha\beta}}\,\mu}{\rho}\right)^{2l_1+3} \left(\frac{K+l_1-l_2+1}{2}\right)^2, \quad (1.58)$$

в первом приближении, указывающем на зависимость $1/\rho^3$ (при $l_1 = 0$).

Аналогичные рассуждения для кулоновского взаимодействия приводят к следующему точному выражению:

$$W_{\alpha\beta}^{(Coull)}(\rho) = \frac{Z_{K,l_{1},l_{2}}^{eff}}{\rho}, \qquad (1.59)$$

$$Z_{K,l_{1},l_{2}}^{eff} = \frac{1}{2} Z_{\alpha} Z_{\beta} e^{2} \sqrt{\mu_{\alpha\beta}} \sum_{n,m=0}^{(K-l_{1}-l_{2})/2} (-1)^{K-l_{1}-l_{2}-n-m} \left(\frac{K-l_{1}+l_{2}+1}{2}\right) \left(\frac{K-l_{1}+l_{2}+1}{2}\right) \times \left(\frac{K-l_{1}+l_{2}+1}{2}\right) \left(\frac{K-l_{1}+l_{2}+1}{2}\right) \left(\frac{K-l_{1}+l_{2}+1}{2}\right) \left(\frac{K-l_{1}+l_{2}+1}{2}\right) = M \left(\frac{K-l_{1}-l_{2}}{2}-m\right) \left(\frac{K-l_{1}-l_{2}}{2}-m\right) B\left(K-l_{1}-n-m+\frac{3}{2},n+m+l_{1}+1\right), \qquad (1.59)$$

где $B(\alpha,\beta)$ - бетта функция.

Поскольку нам придется иметь дело не только с трехчастичными, но и с двухчастичными каналами, было получено и асимптотическое выражение для матричных элементов гауссовского потенциала, вычисленных на базисных функциях трехмерного гармонического осциллятора:

$$\left\langle nlm \middle| V_0 \exp\left\{-\frac{\left(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j\right)^2}{\mu^2}\right\} \middle| \tilde{n}lm \right\rangle =$$

$$\left(-1\right)^{n=\tilde{n}} \frac{V_0}{\sqrt{2\pi\alpha\left(n+\tilde{n}+l+3/2\right)}} \exp\left\{-\frac{\alpha}{2} \frac{l\left(l+1\right)}{n+\tilde{n}+l+3/2}\right\} \exp\left\{-\frac{1}{2\alpha} \frac{\left(n-\tilde{n}\right)^2}{n+\tilde{n}+l+3/2}\right\},$$

$$(1.60)$$

где $\alpha = \mu^2/b^2$.

Формула (1.60) дает разумное приближение к точным значениям при малых значениях величины $|(n-\tilde{n})/n+\tilde{n}+l+3/2|$, вплоть до ее значения $\approx \frac{1}{2}$ и при выполнении соотношения $\mu \ge b$.

1.4. Вычисление параметров резонансов

В этом разделе мы рассмотрим алгоритм определения энергии, а также полной и парциальных ширин резонансов трехкластерного континуума.

Решая систему динамических уравнений (1.52), мы получаем *S*-матрицу $||S_{\kappa,\kappa'}||$, которая содержит детальную информацию как о упругих, так и о неупругих процессах в трехкластерной системе. Анализ *S* - матрицы удобно проводить, преобразуя ее к диагональной форме. Такое представление *S* - матрицы обычно называется представлением собственных каналов и приводит к так называемым собственным фазам рассеяния δ_{α} .

$$S_{\alpha} = \exp\{2i\delta_{\alpha}\}, \qquad \alpha = 1, 2, \dots N_{ch}, \qquad (1.61)$$

где α нумерует несвязанные собственные каналы. Преобразование *S* – матрицы из ее первоначального представления $\left[S_{K,K'}\right]$ (составной индекс $K = \{K; l_1, l_2, LM\}$, или, что то же самое, $K = \{K; l_1, l_2\}$ при фиксированных

значениях L и M, перечисляет все каналы (1,2,... N_{ch}), выполняется с помощью ортогональной матрицы (U_{α}^{κ})

$$S_{K,K'} = \sum_{\alpha} U_{\alpha}^{K} S_{\alpha} U_{\alpha}^{K'}.$$
(1.62)

Рассматривая собственные фазы рассеяния, можно получить параметры резонансов, то есть их энергии и ширины, с помощью хорошо известных формул для r_{-} го резонанса в собственном α – канале.

$$\frac{d^2 \delta_{\alpha}}{dE^2} \bigg|_{E=E_{\alpha,r}} = 0, \quad \Gamma = 2 \left(\frac{d \delta_{\alpha}}{dE} \right)^{-1} \bigg|_{E=E_{\alpha,r}}.$$
(1.63)

Собственные фазы можно также анализировать с помощью формулы Брейта-Вигнера, применимой в случае изолированного резонанса. В каждом собственном α – канале для резонанса, нумеруемого посредством индекса r, имеем:

$$\delta_{\alpha} = \phi_{\alpha} - \arctan \frac{\Gamma_{r,\alpha}/2}{E - E_{r,\alpha}},$$
(1.64)

где $E_{r,\alpha}$ энергия резонанса, $\Gamma_{r,\alpha}$ его полная ширина, а ϕ_{α} – фоновый фазовый сдвиг. Диагональный элемент *S* – матрицы для собственного α - канала при энергиях вблизи $E_{r,\alpha}$ принимает вид:

$$S_{\alpha} = \exp\{2i\delta_{\alpha}\} \approx \exp\{2i\phi_{\alpha}\} \left[\frac{E - E_{r,\alpha} - \frac{i}{2}\Gamma_{r,\alpha}}{E - E_{r,\alpha} + \frac{i}{2}\Gamma_{r,\alpha}}\right].$$
(1.65)

А *S* - матрица в своем изначальном виде может быть восстановлена таким образом:

$$S_{K,K'} = \sum_{\alpha} U_{\alpha}^{K} S_{\alpha} U_{\alpha}^{K'} \approx \sum_{\alpha} U_{\alpha}^{K} \exp\left\{2i\phi_{\alpha}\right\} \left[\frac{E - E_{\alpha,r} - \frac{i}{2}\Gamma_{\alpha,r}}{E - E_{\alpha,r} + \frac{i}{2}\Gamma_{\alpha,r}}\right] U_{\alpha}^{K'}.$$

Для многоканальной матрицы обычно используется следующее выражение (см., например, [98,99]), которое дается в используемых специфических обозначениях:

$$S_{K,K'} = S_{K,K'}^{(bg)} - i \frac{\sqrt{\Gamma_K \Gamma_{K'}}}{E - E_{\alpha,r} + \frac{i}{2} \Gamma_{\alpha,r}},$$
(1.66)

где $\Gamma_{\alpha,r}$ – полная ширина резонансного состояния, а Γ_{κ} – парциальные ширины, характеризующие скорость распада резонанса по каналу *K*. В сумме частичные ширины дают полную ширину. Величина $S_{\kappa,\kappa'}^{(bg)}$ представляет собой фоновую *S* – матрицу, в отношении которой предполагается, что она является монотонной функцией от энергии. Иногда исходят из того, что фоновое рассеяние имеет место только в диагонали *S* – матрицы, то есть $S_{\kappa,\kappa'}^{(bg)} = \delta_{\kappa,\kappa'} S_{\kappa}^{(bg)}$.

Таким образом, представление собственных каналов приводит к выражению для многоканальной резонансной формы S – -матрицы, а также к достаточно простому способу вычисления парциальных ширин резонансов. При этом предполагается, что два резонанса не могут иметь место в различных собственных каналах при одной и той же энергии, то есть то, что в других собственных каналах нет так называемых "теневых" резонансов. В этом предположении можно переписать (1.65) в виде:

$$S_{K,K'} = \left[S_{K,K'}^{(bg)} - i\sum_{\alpha} \exp\{i\phi_{\alpha}\} \frac{U_{\alpha}^{K}\Gamma_{\alpha,r}U_{\alpha}^{K'}}{E - E_{\alpha,r} + \frac{i}{2}\Gamma_{\alpha,r}} \exp\{i\phi_{\alpha}\} \right] = \left[S_{K,K'}^{(bg)} - i\sum_{\alpha} \exp\{i\phi_{\alpha}\} \frac{\sqrt{\Gamma_{K\alpha}\Gamma_{K'\alpha}}}{E - E_{\alpha,r} + \frac{i}{2}\Gamma_{\alpha,r}} \exp\{i\phi_{\alpha}\} \right],$$
(1.67)

где фоновая S-матрица

$$S_{K,K'}^{(bg)} = \sum_{\alpha} U_{\alpha}^{K} \exp\{2i\phi_{\alpha}\} U_{\alpha}^{K'}, \qquad (1.68)$$

а парциальные ширины $\Gamma_{\kappa\alpha}$ соотносятся с полной шириной $\Gamma_{\alpha,r}$ следующим образом:

$$\Gamma_{K\alpha} = \left| U_{\alpha}^{K} \right|^{2} \Gamma_{\alpha,r}.$$
(1.69)

Поскольку (U_{α}^{κ}) является ортогональной матрицей, можно легко убедиться, что сумма парциальных ширин равна полной ширине. Отметим, что из (1.41) следует, что фоновый фазовый сдвиг порождает фоновую *S* -матрицу, влияя тем самым и на резонансную часть. Волновые функции собственных каналов, ассоциируемые с резонансами, и их асимптотическое поведение определяется следующим образом:

$$\Psi^{(\alpha)} = \sum_{K} U^{K}_{\alpha} \Psi^{(K)}$$

$$\rightarrow \Phi_{1}(A_{1}) \Phi_{2}(A_{2}) \Phi_{2}(A_{2}) \sum_{K} U^{K}_{\alpha} \sum_{K'} f^{(K)}_{K'}(\rho) \chi_{K'}(\Omega_{5})$$

$$\rightarrow \Phi_{1}(A_{1}) \Phi_{2}(A_{2}) \Phi_{2}(A_{2}) f_{\alpha}(\rho) \chi_{\alpha}(\Omega_{5})$$
(1.70)

с радиальной компонентой f_{α} :

$$f_{\alpha}(\rho) \sim \psi_{\alpha}^{(-)}(k\rho) - S_{\alpha}\psi_{\alpha}^{(+)}(k\rho).$$
(1.71)

Их рассмотрение открывает дополнительные возможности для получения более полных сведений о свойствах резонансов.

В заключении раздела заметим, что предложенный алгоритм вычисления полной и парциальных ширин может быть использован для любой многоканальной, в том числе двух - или трехкластерной квантовомеханической системы.

1.5. Сходимость результатов и модификация схемы вычислений АВ МРГ

Сходимость результатов при численном решении уравнений AB MPГ существенным образом зависит от выбора величины N_{ρ} , то есть того значения n_{ρ} , при котором происходит переход от внутренней области к внешней. Определяющим фактором здесь служит поведение матричных элементов потенциальной энергии, которые могут достаточно медленно убывать по мере увеличения n_{ρ} . Как известно из литературы, (см., например, [81,93,100]) в трехкластерных системах асимптотическая зависимость потенциала от гиперрадиуса задается законом $1/\rho^3$, что естественным образом должно сказываться на поведении матричных элементов в AB MPГ. И действительно, асимптотическая форма эффективного потенциала в
проведенных расчетах соответствует этому закону. Потенциал с асимптотическим хвостом $1/\rho^3$ очень сильно влияет на фазовые сдвиги в области малых энергий [101,102], на что следует обратить особое внимание, если требуется получить хорошую сходимость результатов. Последнее обычно и требует выбора больших значений N_q .

Следующим фактором, влияющим на сходимость результатов, является выбор значения осцилляторной длины *b*, которая в наших расчетах одинакова по величине, как для волновых функций кластеров, так и для функции их относительного движения. Значение *b* естественно фиксируется в первую очередь таким образом, чтобы "замороженные" в их основных состояниях кластеры обладали разумными физическими свойствами (энергии основных состояний, в частности). Такой выбор *b* зачастую не является оптимальным с точки зрения сходимости.

Вопросы, связанные со сходимостью результатов в АВ МРГ, более Там подробно обсуждались работах [76,77]. В же рассмотрено квазиклассическое приближение для матричных элементов потенциала при большом числе квантов осцилляторных возбуждений, которое приводит к использованию простых трехчленных рекуррентных соотношений. При этом вводится некая промежуточная ("квазиклассическая") область, лежащая между областью взаимодействия и чисто асимптотической областью. В этой области работает модифицированное асимптотическое решение, еше подверженное влиянию потенциала, для которого можно написать свои рекуррентные соотношения. Это позволяет достаточно успешно учесть длинный хвост потенциала. При этом точка сшивания с граничными условиями, которая обычно лежит на границе внутренней и асимптотической областей, перемещается на границу асимптотической области и области промежуточной. Предложенная процедура существенно снижает затраты машинного времени, позволяя при этом разумным образом учесть медленное убывание потенциальной энергии.

73

1.6. Выводы

В главе 1 представлены результаты, посвященные развитию техники использования базиса шестимерного гармонического осциллятора для решения микроскопических трехкластерных задач ядерной физики. При этом:

Обсуждаются наиболее распространенные, с точки зрения ИХ микроскопических использования В ядерных моделях, способы квалификации функций базиса шестимерного гармонического осциллятора. При выполнении настоящей работы в основном привлекались две из них. То есть классификация, которая приводит нас к называемому биосцилляторному базису (его еще иногда называют базисом двух несвязанных осцилляторов или физическим базисом), где для классификации базисных функций используется набор квантовых чисел $\{n_1, l_1, n_2, l_2; LM\}$ и осцилляторный базис метода гиперсферических функций с квантовыми числами $\{n_o, K; l_1, l_2; LM\}$.

Рассмотрен способ исключения в волновой функции состояний, запрещенных принципом Паули. То есть построения таких линейных комбинаций изначальных волновых функций, которые являются собственными функциями оператора антисимметризации рассматриваемой нуклонной системы.

Разработана построения производящих функций техника И производящих матричных элементов применительно к использованию биосцилляторного базиса к описанию свойств трехкластерных систем, где каждый из кластеров принадлежит *s* - оболочке. Это позволило получить возможность вычислять все матричные элементы, необходимые для решения поставленных физических задач. То есть, получены прямые формулы для вычисления матричных элементов единичного оператора на полностью антисимметризованных функциях, матричные элементы оператора центральной нуклон-нуклонного взаимодействия, части потенциала состоящего из компонент, представленных в виде гауссоид. Кроме того, для получены наборы последних указанных величин, В каждом случае

рекуррентных соотношений, позволяющих на много порядков сократить время, необходимое на проведение всех численных расчетов.

Для матричных элементов оператора кинетической энергии получены соотношения, которые выражают их через матричные элементы единичного оператора на полностью антисимметризованных функциях. Подобного рода соотношения получены и ДЛЯ представления матричных элементов операторов спин-орбитальной и тензорной части оператора нуклоннуклонного взаимодействия. То есть, создана возможность использования соотношений для вычисления рекуррентных матричных элементов центральной части потенциала ядерных сил, для вычисления нецентральных частей. Такая же возможность его указана И для кулоновского взаимодействия.

подавляющее большинство расчетов Поскольку проводилось С использованием гиперсферического базиса, то были получены формулы для матричных элементов матрицы перехода от биосцилляторного базиса к базису гиперсферическому. И уже на основе использования последнего, рассматривается асимптотическое поведение коэффициентов разложения волновой функции по осцилляторному базису при больших значениях числа квантов радиальных возбуждений. Получено выражение для так называемого эффективного заряда, который возникает при учете кулоновского взаимодействия в гиперрадиалныых уравнениях и с использованием фолдинг-модели, коэффициента при асимптотическом выражении $1/\rho^3$, имеющем место в каждом К - канале.

Для случая, когда для описания многочастичных каналов распада системы рассматриваются гиперсферические функции, на основании формулы Брейта-Вигнера получены выражения, которые позволяют вычислять парциальные ширины, отвечающие отдельным *К* - каналам.

Результаты, представленные в этой главе, опубликованы в работах [7,8,13,16,21,22,25,32,35,37-40,53].

ГЛАВА 2

КЛАСТЕРНАЯ СТРУКТУРА СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ ЯДЕР ⁶Не, ⁶Li, ⁸He, ¹⁰В и ⁹Ве

В этом разделе представлены результаты, полученные при рассмотрении свойств связанных (ядерно-стабильных) состояний ядер ⁶He, ⁶Li, ⁸He, 10 B и ⁹Ве, в трехкластерном варианте АВ МРГ. Внимание здесь в значительной степени концентрируется на рассмотрении свойств ядер ⁶Не и ⁸Не, которые представляют собой ядра с большим избытком нейтронов, ввиду этого часто называемые экзотическими, а также на рассмотрении свойств ядра ⁶Li, что при сравнении со свойствами ядра ⁶Не может дать полезную информацию о влиянии кулоновского взаимодействия на структуру шестинуклонных систем. При этом ядро ⁶Li, ввиду своих структурных особенностей, и в первую очередь присущей ему ярко выраженной кластеризации и, соответственно, слабой связи дейтронного кластера и α - кластера, может активно участвовать в реакциях, протекающих при энергиях близких по величине к высоте кулоновского барьера и вызывающих в настоящее время большой интерес, связанный с вопросами астрофизики (см., например, работу [103]).

Ядро ¹⁰В интересно тем, что до настоящего времени при теоретическом описании спектра связанных состояний возникают вопросы даже по поводу передачи правильного взаимного расположения уровней. А следуя принятой логике изложения материала, здесь же достаточно подробно представлены и результаты, полученные при рассмотрении структуры основного состояния ядра ⁹Ве. Это является само по себе интересной задачей, хотя наибольший интерес для нас, особенно с точки зрения ядерной астрофизики и распространенности химических элементов в природе, будет представлять области спектр возбужденных состояний лежащих ЭТОГО ядра, В непрерывного спектра, рассматриваемого ниже.

Ядра с большим избытком нейтронов, то есть ядра, для которых

существенно больше, чем обычно. Такие ядра отношение (N-Z)/Aрасположены вблизи границы нейтронной стабильности, являясь при этом β - нестабильными. Они живут непродолжительное время и посредством испускания электронов преобразуются в ядра с примерно равным числом протонов и нейтронов. Очень интересным свойством ядер с большим избытком нейтронов является наличие у них нейтронного гало, то есть "облака", состоящего из нейтронов, находящего достаточно далеко от компактной структуры (кора), состоящей ИЗ остальных нуклонов. Соответственно было предпринято большое число попыток воспроизвести и истолковать этот факт В рамках различных микроскопических И полумикроскопических подходов [95, 104-114].

Естественно, что такой большой интерес теоретиков к исследованию ядер с большим избытком нейтронов не случаен. Особенно он возрос с созданием ускорителей, работающих на таких радиоактивных пучках, представляющих собой мощные ускорители тяжелых ионов, которые работают в настоящее время в различных странах мира. Это UNILAC-SIS-ESR в Дармштадте (ФРГ), GANIL (Франция), RIKEN (Япония), циклотрон в Мичигане (США), циклотронный комплекс тяжелых ионов в ЛЯР им. Г.Н. Флёрова ОИЯИ в Дубне (Россия) и другие.

Пучки радиоактивных ядер позволяют получать и исследовать ядра с максимально возможным числом нейтронов. Это дает возможность синтеза новых ядер и изучение их свойств, которые, как показали уже первые эксперименты с радиоактивными пучками, могут существенно отличаться от известных и предсказанных ранее. Так, интересна и ситуация с протеканием ядерных реакций, где хотя бы одно из ядер имеет нейтронное гало. Оказывается, что его наличие очень существенно помогает в преодолении кулоновского барьера, связанного с существованием отталкивания между протонами. Иными словами, ядерные реакции между такими ядрами могут протекать при энергиях заметно меньших, чем можно было бы ожидать, исходя из наличия определенной высоты кулоновского барьера. Причины этого обсуждались во введении к настоящей работе, в работах [115-117], а следствия, которые могут иметь место на основе рассматриваемого факта для уточнения протекания астрофизических процессов, подробно обсуждаются в работе [118].

Здесь же следует указать на интересную ситуацию, связанную со стабильностью сверхтяжелых изотопов водорода и гелия. Это так называемые водородная и гелиевые аномалии, когда стабильность ядер с увеличением числа нейтронов, то есть при приближении к линии стабильности не уменьшается, а наоборот увеличивается. Так, например, для изотопов гелия имеет место такая ситуация, при которой ядро ⁸Не является более стабильным, чем ядро ⁶Не.

Ядро ¹⁰В является нечетно-нечетным с N=Z. Имеет в своем спектре состояния с T=0 и T=1. С точки зрения оболочечной модели его структура имеет вид $(1s)^4(1p3/2)^6$. Полный момент основного состояния равен J=3, что объясняется особенностями заполнения р-оболочки. SU₃-мультиплет основной конфигурации имеет квантовые числа (индексы Эллиотта) $(\lambda,\mu)=(2,2)$, с ними совместимы следующие значения полного орбитального момента $L^{\pi} = 0^+, 2^+, 2^+, 3^+$ и 4⁺, где состояние 2⁺ встречается дважды при редукции группы SU₃ на ее подгруппу О₃. Хотя используемая в настоящей работе модель является намного более общей, чем осцилляторная модель оболочек в ее нижайшей конфигурации, однако и в ней следует ожидать появления тех же состояний в низкоэнергетической области возбуждений ядра ¹⁰В, где, как показывает эксперимент, имеет место необычно большое число связанных состояний как для ядра р-оболочки. Последнее послужило, в частности, одним из стимулов для выделения рассмотрения спектра связанных состояний ядра ¹⁰В в отдельную задачу.

Для пояснения нашего интереса к рассматриваемому вопросу остановимся на нынешнем его теоретическом состоянии. Чтобы в какой-то мере осветить сложившуюся здесь ситуацию, остановимся подробней на результатах ранее проведенных расчетов, которые называют расчетами из первых принципов (*ab initio* calculations). В частности, в рамках приобретшей с появлением суперкомпьютеров популярность оболочечной модели без кора (NCSM – no-core shell model), результаты которых, с нашей точки зрения, являются наиболее показательными в последнее время. В указанной модели, которую еще называют моделью оболочек без инертного кора, используется осцилляторный базис модели оболочек и все нуклоны считаются спектроскопически активными. При этом привлекается в расчет обычно огромное количество ($\approx 10^8$) оболочечных базисных функций, а нуклоннуклонное взаимодействие моделируется потенциалами, основанными на представлениях о мезонном обмене, или на соображениях, учитывающих кварковую структуру нуклонов в рамках киральной эффективной теории поля.

На начальном этапе подобного рода расчеты проводились с реалистическими нуклон-нуклонными потенциалами Бонн (CD-Bonn) и Аргонн (Argonne v8') [119-121]. В первой работе было получено, что основным состоянием является состояние 1⁺, в то время как на эксперименте это 3⁺-состояние, которое лежит на 0.72 МэВ ниже 1⁺-состояния. Следует отметить, что во второй и третьей из указанных работ нуклон-нуклонный потенциал содержал эффективные трехчастичные силы, важность учета которых отметили авторы, но их надежды на то, что они полностью исправят ситуацию с инверсией уровней, по большому счету не оправдались.

В работе [122] для задания нуклон-нуклонных сил использовался потенциал N3LO (next-to-next-to next-to-leading order), полученный в четвертом порядке киральной теории возмущений без учета трехчастичных сил. Опять была получена инверсия 3⁺- и 1⁺-уровней, и авторы работы вновь объяснили сложившуюся ситуацию неучетом трехчастичных сил. Расчеты с учетом N2LO трехчастичных сил, что требует весьма значительного повышения требований к производительности суперкомпьютеров, в двух несколько отличающихся модификациях NNN потенциалов выполнялись в работе [123], что привело к переменному успеху.

В выполненной ранее работе [124] проводилась подгонка низкоэнергетических констант контактных NNN членов потенциала по энергии связи ядер с A=3. Полученные результаты, в частности и при рассмотрении спектра ядра ¹⁰В, привели авторов к выводу о необходимости дальнейшего совершенствования кирального гамильтониана.

Получаемая в большинстве случаев инверсия уровней ядра ¹⁰В заставила авторов работы [123] заявить о том, что описание спектра связанных состояний рассматриваемого ядра является настоящим вызовом всем расчетам *ab initio*.

Добавим еще, что проблемы такого же рода имели место и при выполнении расчетов в работе [125] на основе NCSM с использованием NNсил JISP16 (J-matrix inverse scattering potential 16), которые получены Jматричным методом обратной задачи рассеяния с использованием подгонки под нуклон-нуклонные данные. А также по результатам работы [126], где использовался квантовый метод Монте-Карло с привлечением в качестве двухнуклонного потенциала — потенциала Аргонн v_{18} (Argonne v_{18}) и трехчастичных сил типа Урбана IX (Urbana IX) и Иллинойс (Illinois). Правильный порядок обсуждаемых уровней был получен в последнем случае. Эти результаты дополняют представленную выше картину неопределенности в отношении спектра связанных состояний ядра ¹⁰В, сложившуюся при проведении расчетов *ab initio*, а также при использовании более простых подходов, такого, например, как метод случайных фаз, на которых мы здесь не останавливаемся. Это указывает на то, что этот вопрос требует своего дальнейшего рассмотрения.

Заметим, что до проведения указанных выше расчетов спектр ядра ¹⁰В был рассмотрен в работе [127] в рамках многоконфигурационного многоканального метода резонирующих групп. В этой работе использовался потенциал Тана (Tang) [128], параметры которого подгонялись по низкоэнергетическим нуклон-нуклонным данным рассеяния, а модельное пространство содержало в себе бинарные каналы α +⁶Li, d+⁸Be, α +⁶Li* и

 $d+^{8}Be^{*}$, где звездочкой обозначены возбужденные состояния ядер с L=2. За счет последнего была сделана попытка приближенно учесть трехкластерную Кулоновское структуру $\alpha + \alpha + d$. отталкивание между протонами не учитывалось. Но основным недостатком указанных расчетов является то, что при их проведении не учитывались спин-орбитальные силы. Оценка спинорбитального расщепления производилась на основе результатов работы [129], где в рамках трехкластерной модели с приближенным учетом принципа Паули методом ортогональных условий рассматривался спектр ядра ¹⁰В. Расчеты проводились с потенциалом Хасегавы-Нагаты (Hasegawa, Nagata). При этом авторами работы [127] указывалось, что таким образом можно получить правильное взаимное расположение уровней.

Изотоп бериллия ⁹Ве - это единственный стабильный изотоп в линейке изотопов бериллия, то есть из числа рассматриваемых в настоящее время двенадцати изотопов этого ядра. Интерес к исследованию структуры основного состояния ядра ⁹Ве в последнее время значительно возрос. Это связано, в частности, с тем, что экспериментаторы в последнее время овладели техникой получения пучков ядер ⁹Ве достаточно большой интенсивности. Так, в частности в рамках программы "BECQUEREL", физический замысел которой состоял В систематической проверке предположения о том, что при диссоциации легких релятивистских ядер возможно исследование особенностей их кластерной структуры, большое внимание было уделено экспериментам с использованием пучков именно ⁹Ве. При этом, что для нас интересно, было показано, что фрагментация ядра ${}^{9}\text{Be} \rightarrow 2\alpha + n$ на фотоэмульсиях протекает в основном (около 80%) через состояния 0^+ и 2^+ ядра ⁸Ве. Эти выводы подтверждают представления о ядре ⁹Ве, предполагающие присутствие суперпозиции состояний 0⁺ и 2⁺ бинарной подсистемы ⁸Ве с сопоставимыми вероятностями в его основном состоянии. Заметим, что при нашем рассмотрении свойств основного состояния ядра ⁹Ве трехкластерном представлении двухкластерной В его $\alpha + \alpha + n$ для

подсистемы $\alpha + \alpha$ привлекались в расчет не только состояния с парциальными моментами 0 и 2, но и с большими их значениями.

Приобретенная возможность получать пучки ядер ⁹Ве достаточно большой интенсивности, привела к появлению новых возможностей исследования процессов подбарьерного слияния ядер в физике тяжелых ионов, протекающих при условии диссоциации налетающей частицы, то есть, например, при изучении реакций типа ⁹Ве+²⁰⁸Рb.

Как будет видно на основании изложенного ниже, то есть в главе 3, рассмотрение свойств связанного состояния ядра ⁹Ве представляется полезным и с точки зрения изучения процессов, происходящих в звездах и, соответственно, для большего понимания вопросов, возникающих при рассмотрении распространенности химических элементов в природе. Причем не только для исследования реакций, приводящих к образованию более тяжелых ядер, таких, например, как ${}^{9}\text{Be}({}^{4}\text{He,n}){}^{12}\text{C}$, но и с точки зрения параллельно протекающих при низких энергиях.

С сугубо теоретической точки зрения, классическое оболочечное представление о ядре ⁹Ве, как о ядерной системе, состоящей из четырех спаренных нуклонов, находящихся на (0s) – оболочке, четырех спаренных нуклонов в (1p) – оболочке и одного неспаренного нейтрона в той же оболочке, хотя и дает правильное значение полного углового момента, но с точки зрения современных представлений о кластерной структуре легких атомних ядер являются явно недостаточными. С точки зрения существования кластеров в легких атомных ядрах, рассматриваемому ядру, как основная, приписывается кластерная конфигурация $\alpha + \alpha + n$. При этом ядро ⁹Ве, так же как, например, ядро ⁶Не, можно отнести к краеугольным камням трехкластерной ядерной физики.

2.1 Связанные состояния ядер ⁶Не, ⁶Li и ⁸Не

Если выбор лидирующих трехкластерных конфигураций, с точки зрения представлений о кластерной структуре легких атомных ядер, при

рассмотрении ⁶He, ⁶Li вполне очевиден, – это α +n+n и α +n+p соответственно, - то выбор кластеризации для ядра ⁸He требует более подробного обсуждения.

Известно, что нижайший порог развала ⁸Не лежит при энергии 2,1 МэВ относительно основного состояния и соответствует его распаду на⁶Не и два нейтрона. А выше, только при энергии возбуждения 3,10 МэВ, открывается канал α +4n (см., например, [130]). Тем не менее, в качестве кора в настоящей работе будет рассматриваться α - частица, что согласуется с высказанными работе [131] соображениями, В о важности учета кластеризации α +4n. В частности, в работе [131] было указано на то, что энергия связи двух нейтронов в ⁸Не в два раза больше, чем в ⁶Не. Этот факт говорит о том, что ⁶Не не может выступать в качестве кора и нейтронное гало должно состоять из четырех нейтронов. В соответствии с этим в трехкастерной модели для ⁸Не мы выбираем кластеризацию $\alpha + {}^{2}n + {}^{2}n$, делая при этом дополнительное предположение об объединении валентных нейтронов в динейтронные кластеры. Оправдать это упрощение можно, например, тем, что взаимодействие между нуклонами может существенно усиливаться в присутствии третьей частицы [132].

Также заметим, что использование динейтронных кластеров является на практике достаточно хорошо апробированным приближением. Например, в работе [133] динейтронный и дипротонный кластеры были с успехом использованы для описания выходных каналов реакций ${}^{3}\text{H} + {}^{3}\text{H} \rightarrow {}^{4}\text{He} + n + n$ и ${}^{3}\text{He} + {}^{3}\text{He} \rightarrow {}^{4}\text{He} + p + p$ соответственно. Кроме того, в работе [134] основные свойства ядра ¹¹Li были достаточно успешно воспроизведены и при использовании кластерной конфигурации ${}^{9}\text{Li}+{}^{2}\text{n}$ с точечным динейтроном.

Напомним, что при решении трехкластерной задачи при наличии двух одинаковых кластеров можно использовать два дерева Якоби, которые схематически изображены на рисунке 1.1. Первое из них обычно называют *T* - деревом, а для шестинуклонных задач еще и "4+2" - деревом. Один из

векторов Якоби (для определенности q₁) задает относительное движение двух валентных нуклонов в ⁶Не и ⁶Li, или соответственно, двух динейтроных кластеров в ⁸He, а второй – \mathbf{q}_2 - характеризует движение альфа-частицы относительно центра масс пары нуклонов (динейтронов). Если $n_1 = n_{min,1}$, где $n_{min,1}$ - минимальное значение n_1 , определяемое принципом Паули, то мы приходим к традиционной двухкластерной задаче. Например, при $n_1 = 0$ для ⁶Li мы получаем кластеризацию $\alpha + d$. Второе дерево Якоби -У-дерево (оно же "5+1" - дерево для шести частиц) – определяется векторами \mathbf{q}_1 и \mathbf{q}_2 , описывающими относительное движение α -частицы и одного из нуклонов (динейтронов) и движение второго нуклона (динейтрона) относительно центра масс первых двух кластеров соответственно. В расчетах использовались оба указанных дерева, HO выбранные кластерные представления для рассматриваемых ядер ввиду их определенной симметрии делают Т - дерево более удобным для проведения простого изначального анализа базиса используемых функций, результаты которого приводят к упрощению решения задачи.

Так, для T - дерева четность двухнуклонных (двудинейронных) подсистем, а, следовательно, и всей системы в целом, определяется их спиновыми и изоспиновыми квантовыми числами, которые являются и спинизоспиновыми квантовыми числами и ядра в целом. То есть, для ⁶He (T=1, S=0), для ⁸He (T=2, S=0) и для ⁶Li (T=0, S=1), требуются только четные значения индексов n_1 , (l_1) , и соответственно четные значения n_2 , (l_2) . А поскольку мы рассматриваем здесь основные состояния указанных ядер, то есть состояния со значениями полного углового момента $L=0^+$, то для полной классификации базисных функций достаточно всего три квантовых числа. Для биосцилляторного базиса это n_1 , n_2 и $l=l_1=l_2$. Для гиперсферического базиса – K, n_a и $l=l_1=l_2$.

Для описания свойств основных состояний каждого из рассматриваемых ядер использовались функции нижайших осцилляторных оболочек с четными значениями главного квантового числа вплоть до его значения N = 30 включительно или, используя терминологию многоконфигурационной модели оболочек, привлекался кластерный базис функций до энергий осцилляторных возбуждений $30\hbar\omega$ включительно. В общем случае количество таких функций 816. Однако, если принять во внимание приведенные выше рассуждения, то для *T* - дерева остается 443 базисных функции, при этом разрешенных состояний для ⁶He и ⁶Li получается 428, а для ⁸He - 399. При этом использованного количества базисных функций вполне достаточно для обеспечения хорошей сходимости результатов.

Результаты, представленные В получены ЭТОМ разделе, с использованием потенциала Волкова [135] и потенциала Миннесота [128]. При этом единственным "свободным" параметром в волновой функции остается осцилляторный радиус b. Он, в данном случае, фиксируется из условия оптимизации энергии связи α - частицы. При этом оказывается, что *b* должно быть равно 1,37 Фм и 1,28 Фм для потенциалов Волкова и Миннесота соответственно. Кулоновское взаимодействие учитывается только при рассмотрении свойств ядра ⁶Li (для ядер⁶He и ⁸He оно приводит только к некоторому сдвигу уровней). В обсуждаемых здесь расчетах также не принимаются во внимание спин-орбитальные и тензорные компоненты ядерных сил.

Для иллюстрации сходимости энергий связи основных состояний ⁶Не и ⁶Li на рисунке 2.1 последние представлены как функции главного квантового числа *N* вовлекаемых в расчет осцилляторных оболочек при использовании *T* - дерева Якоби.

На рисунке 2.2 классификация коэффициентов разложения C_{α} , представляющих собой волновую функцию в терминах разрешенных принципом Паули состояний, осуществляется посредством двух индексов N и N_{fun} ($\alpha = \{N, N_{fun}\}$). Первый из них указывает на оболочку, а второй – на разрешенную принципом Паули функцию на этой оболочке.



Рис. 2.1. Энергия связанных состояний ядер ⁶Не и ⁶Li как функции главного квантового числа N осцилляторных оболочек, вовлеченных в расчет при использовании T- дерева Якоби. Энергия отсчитывается от порога α +n+n или α + n + p соответственно. Представленные результаты получены при использовании потенциала Волкова.



Рис. 2.2. Волновая функция основного состояния ядра ⁶Не в осцилляторном представлении, полученная с использованием потенциала Волкова. *N* – главное квантовое число вовлекаемой в расчет оболочки, *N_{fm}* – номер разрешенного принципом Паули состояния на каждой из оболочек.

Заметим, что хотя в волновую функцию наибольший вклад вносит нижайшая оболочка, тем не менее, вклад от последующих оболочек является весьма существенным, хотя в этом участвует сравнительно небольшое число функций на каждой из них. Представленная ситуация определяется динамикой задачи и говорит о значительной степени кластеризации рассматриваемого ядра.

Для того, чтобы показать, какие подпространства базисных функций являются наиболее важными, вводятся ограничения на квантовые числа используемых базисов. Результаты для ряда таких подпространств представлены в таблицах 2.1 и 2.2.

Таблица 2.1.

Энергия связи основного состояния ядра ⁶Не (⁶Li), полученная с использованием потенциала Волкова. Энергия порога E_{thresh} (α + n + n(p)) = - 27,924 МэВ.

| Метод | БО | ГС |
|--------------------|------------|------------|
| Базис | Полный | Полный |
| <i>Е</i> , МэВ | -28,629 | -28,629 |
| Количество функций | 428 | 428 |
| Базис | l = 0 | K = 0 |
| <i>Е</i> , МэВ | -28,455 | -20,733 |
| Количество функций | 134 | 15 |
| Базис | $l \leq 2$ | $K \leq 2$ |
| <i>Е</i> , МэВ | -28,618 | -27,364 |
| Количество функций | 237 | 29 |
| Базис | $l \leq 4$ | $K \leq 4$ |
| <i>Е</i> , МэВ | -28,628 | -27,800 |
| Количество функций | 313 | 56 |

Для биосцилляторного базиса рассматривались состояния с нижайшими значениями парциальных угловых моментов. Для гиперсферического базиса использовались малые значения K. В результате получается, например, то, что ограничение по парциальным угловым моментам $l = l_1 = l_2 = 0$ в биосцилляторном базисе не приводит к существенному ухудшению результата по энергии связи при уменьшении числа базисных функций практически в четыре раза. Очевидно, это связано с тем, что взаимодействие между кластерами так же, как и нуклонами, наиболее сильно проявляется в четных состояниях, и особенно при нулевом значении углового момента.

Таблица 2.2.

Энергия связи основного состояния ядра ⁶Li, полученная с использованием потенциала Миннесота. Энергия порога E_{thresh} (α + p + n) = -24.687 МэВ; $E_{thresh}(\alpha + d) = -26.871$ МэВ.

| Метод | БО | ГС |
|----------------|------------|------------|
| Базис | Полный | Полный |
| <i>Е</i> , МэВ | -28,309 | -28,309 |
| $N_{\it fun}$ | 428 | 428 |
| Базис | l = 0 | K = 0 |
| <i>Е</i> , МэВ | -28,146 | -17,119 |
| $N_{\it fun}$ | 134 | 15 |
| Базис | $l \leq 2$ | $K \leq 2$ |
| <i>Е</i> , МэВ | -28,300 | -25,379 |
| $N_{\it fun}$ | 237 | 29 |
| Базис | $l \leq 4$ | $K \leq 4$ |
| <i>Е</i> , МэВ | -28,308 | -26,588 |
| $N_{\it fun}$ | 313 | 56 |

Использование биосцилляторного и гиперсферического базисов оказывается удобным для получения дополнительной физической информации. Так, коэффициенты C_{ν} , описывающие некоторое состояние системы, как указывалось выше, задают, собственно говоря, и функцию относительного движения кластеров. А имея ее в руках, полученную, например, с помощью биосцилляторного базиса, можно рассчитать корреляционную функцию, которая определяет вероятность того, что валентные нуклоны находятся на расстоянии r_1 друг от друга, а центр масс двухнуклонной системы удален от α – частицы на расстояние r_2 :

$$P(r_{1},r_{2}) = \mathbf{r}_{1}^{2} \mathbf{r}_{2}^{2} \int d\hat{\mathbf{r}}_{1} d\hat{\mathbf{r}}_{2} \Big| \Psi_{Q}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2}) \Big|^{2}, \qquad (2.1)$$

где интегрирование проводится по угловым переменным обоих векторов.

Здесь уместно напомнить, что

$$\mathbf{r}_1 = \sqrt{2}\mathbf{q}_1, \, \mathbf{r}_2 = \sqrt{\frac{3}{4}}\mathbf{q}_2.$$

Корреляционная функция $P(r_1, r_2)$ основного состояния ядра ⁶Не представлена на рисунке 2.3.



Рис. 2.3. Корреляционная функция основного состояния ядра ⁶Не.

Она имеет два четко выраженных максимума. Один из них соответствует сплюснутой конфигурации (тупоугольный треугольник с α -частицей при вершине тупого угла), когда два нуклона удалены друг от друга на расстояние $\approx 5.4 \, \Phi$ м, а их центр масс отстоит от α -частицы только на $\approx 1.4 \, \Phi$ м. Второй максимум выделяет вытянутую конфигурацию, в ней два валентных нуклона значительно удалены от α - частицы ($\sim 3.6 \, \Phi$ м) и вынуждены (чтобы не разорвать связанное состояние) сблизиться на короткое расстояние $\sim 1.7 \, \Phi$ м. При этом доминирует вытянутая конфигурация – ее вес примерно в три раза больше, чем вес сплюснутой конфигурации. Эти результаты качественно согласуются с результатами работы [114], полученными в рамках полумикроскопической теории, где кластер ⁴ Не рассматривался как бесструктурная частица, хотя там вес

вытянутой конфигурации превосходит вес сплюснутой только в полтора раза.

Следует отметить, что в обсуждаемых расчетах рассматривалось только состояние со спином равным нулю, в то время, как вклад в волновую функцию от состояния с S = 1 не является пренебрежимо малым. Как следует, например, из результатов работ [109,110] нормировка волновой функции может на 10% или несколько более того состоять из вклада состояния со спином единица.

Интересно провести некое сопоставление геометрических характеристик трехкластерных конфигураций ядер ⁶Не и ⁶Li. Для этого можно воспользоваться величинами:

$$\frac{\langle 0; {}^{6} \operatorname{He} \left| \mathbf{q}_{1}^{2} \right| 0; {}^{6} \operatorname{He} \rangle}{\langle 0; {}^{6} \operatorname{Li} \right| \mathbf{q}_{1}^{2} \left| 0; {}^{6} \operatorname{Li} \right\rangle}, \quad \frac{\langle 0; {}^{6} \operatorname{He} \left| \mathbf{q}_{2}^{2} \right| 0; {}^{6} \operatorname{He} \right\rangle}{\langle 0; {}^{6} \operatorname{Li} \left| \mathbf{q}_{2}^{2} \right| 0; {}^{6} \operatorname{Li} \right\rangle}, \quad (2.2)$$

где |0> указывает на то, что усреднение проводится по волновым функциям основного состояния.

Оказывается, что расстояние между "валентными" нуклонами в ⁶Не (1.79 Фм) в 1.26 раза больше, чем у ⁶Li, а расстояние между α -частицей и динейтроном у ⁶Не (3.23 Фм) в 1.17 раза больше, чем между α -частицей и дейтроном в ⁶Li. Это означает, что ⁶Не ядро более рыхлое, чем ⁶Li. Такие различия в геометрии рассматриваемых ядер могут служить указанием на существование нейтронного гало у ядра ⁶Не.

На рисунке 2.4 представлена энергия связи основного состояния ядра ⁸ Не как функция главного квантового числа *N* при использовании всех базисных функций на каждой из оболочек. Энергия отсчитывается от порога $\alpha + {}^{2}$ n+ 2 n, который определяется из условия его минимума и имеет значение -22.15 МэВ при использовании соответствующей величины осцилляторного радиуса *b*=1.51 Фм. Там же показана энергия основного состояния, полученная для подпространства полного пространства осцилляторных базисных функций. Так, для SU₃ базиса привлекались все функции с $\mu \le 4$. Это подпространство включает в себя 274 функции и дает энергию связи отличную заметно от "точной", полученной при самом полном Для базиса варианте расчета. биосцилляторного рассматриваемое подпространство включает в себя только состояния с парциальными угловыми моментами $l = l_1 = l_2 = 0$, содержащее всего 118 функций, что результат, отличающийся от "точного" весьма позволяет получить незначительно. Это, по-видимому, следствие того факта, что взаимодействие между нуклонами наиболее сильно в s-состоянии. Расчеты проводились с использованием потенциала Волкова [135]. Кулоновское взаимодействие при выполнении расчетов здесь не учитывалось, поскольку оно может привести лишь к сдвигу энергии основного состояния и пороговой энергии на одну и ту же величину.



Рис. 2.4. Энергия основного состояния ядра ⁸Не как функция главного квантового числа *N* осцилляторных оболочек, включенных в расчет. Сплошная, штриховая и штрихпунктирная линии представляют энергии, полученные с использованием "полного" базиса, SU(3)-базиса ($\mu_{max} = 4$) и биосцилляторного базиса ($l_{max} = 0$) соответственно. Энергия отсчитывается от порога ⁴ He +²n+²n.

На рисунке 2.5 представлена волновая функция основного состояния ⁸Не в терминах коэффициентов разложения C_{α} по состояниям, разрешенным принципом Паули. Для их классификации используются два индекса N и N_{fun} ($\alpha = \{N, N_{fun}\}$). Первый из них – это N – главное квантовое число, определяющее осцилляторную оболочку, а второй – N_{fun} - нумерует разрешенные принципом Паули состояния на каждой из оболочек.



Рис. 2.5. Волновая функция основного состояния ядра ⁸Не в осцилляторном представлении, полученная с использованием потенциала Волкова. *N* – главное квантовое число, определяющее оболочку; *N*_{fun} – перечисляет состояния, разрешенные принципом Паули на каждой из оболочек.

На рисунке 2.6 показаны вклады осцилляторных оболочек в полную волновую функцию основного состояния ядра ⁸Не, нормированную на единицу, в зависимости от главного квантового числа.

Как видно из рисунка 2.5 и может быть более отчетливо из рисунка 2.6, где представлены веса осцилляторных оболочек, основной вклад в волновую функцию вносят нижайшие из них. Однако вес оболочек с большими значениями *N* также весьма существенен, что говорит о значительной

кластеризации ядра, то есть о том, что валентные нейтроны значительную часть времени находятся вдали от α - частицы, создавая нейтронное гало.



Рис. 2.6. Веса W_{sh} осцилляторных оболочек, определяемых главными квантовыми числами N, в волновой функции основного состояния ядра ⁸ Не.

C дополнительную информацию о роли различных целью получить подпространств полного пространства осцилляторных функций вводятся ограничения на квантовые числа базисных состояний. Для биосцилляторного базиса ограничивались максимальные значения парциальных моментов величинами l=0, l=2 и l=4 $(l=l_1=l_2)$. Это делалось как для Y -, так и для T дерева. Результаты представлены в таблице 2.3. Видно, что наиболее важной частью биосцилляторного базиса является подпространство с $l_1 = l_2 \le 2$ для Y дерева, поскольку 54% полного числа базисных функций (219 функций) при максимальном значении N = 30дает энергию основного состояния, практически совпадающей с "точной". Некоторое предпочтение, которое здесь имеет выбор У - дерева, объясняется, по-видимому, тем, что подсистема ⁶Не, входящая в систему ⁸Не в свободном состоянии, является связанной, а нижайшим порогом развала ядра ⁸Не является порог 6 Не +2n.

| Базис | Дерево Якоби | Подпространство | Е, МэВ | Число функций |
|-------|-----------------|-----------------|--------|------------------|
| | | Полный | -2,065 | 399 |
| БО | т | l = 0 | -1,832 | 118 |
| | 1 | $l \leq 2$ | -2,047 | 219 |
| | | $l \leq 4$ | -2,064 | 293 |
| БО | | Полный | -2.065 | 399 |
| | Y | l = 0 | -1,839 | 118 |
| | | $l \leq 2$ | -2.065 | 219 |

Энергия связи основного состояния ядра ⁸ Не, отсчитываемая от порога ${}^{4}\text{He} + {}^{2}n + {}^{2}n$.

Используя данные, приведенные в таблицах 2.4 и 2.5, можно сравнить теоретические и экспериментальные значения массовых, протонных и нейтронных среднеквадратичных радиусов ядер ⁶Не и ⁸Не. Теоретические значения массовых среднеквадратичных радиусов завышены в сравнении с экспериментальными, представленными в работах [136-138] и [138-142]. Повидимому, это связано с тем, что полученные в настоящей работе энергии связи несколько меньше экспериментальных. Однако результаты настоящей работы в целом достаточно корректно передают сложившуюся к настоящему времени экспериментальную ситуацию. В частности, в том, что нейтронные среднеквадратичные радиусы существенно больше протонных. При этом их разности составляют 0,90 Фм для ⁶Не и 0,83 Фм для ⁸Не, что указывает на наличие нейтронного гало у этих ядер.

Таблица 2.4.

| DMCD DW | Теория | Эксперимент | | | |
|--------------------------------|-----------------|---------------------|-----------------|-----------------|-------------|
| κινισκ, ψμ | $(AB MP\Gamma)$ | [136] | [137] | [138] | [141,142] |
| R _m | 2,69 | $2,\!48 \pm 0,\!03$ | $2,33 \pm 0,04$ | $2,30 \pm 0,07$ | - |
| R _p | 2,06 | $2,21 \pm 0,03$ | $1,72 \pm 0,04$ | - | 2,068±0,011 |
| R _n | 2,96 | 2,61 ± 0,03 | $2,59 \pm 0,04$ | - | - |
| R _n -R _p | 0,90 | 0,40 | $0,87 \pm 0,06$ | - | - |

Среднеквадратичные радиусы ядра ⁶Не в основном состоянии.

Таблица 2.5.

| | Теория | Эксперимент | | | |
|--------------------------------|----------|-----------------|-----------------|---------------------|-------------|
| RMSR, Фм | (AB MPL) | [139.140] | [136] | [138] | [142] |
| R _m | 2,73 | $2,37 \pm 0,18$ | $2,52 \pm 0,03$ | $2,\!45 \pm 0,\!07$ | |
| R _p | 2,08 | $1,89 \pm 0,17$ | $2,15 \pm 0,02$ | | 1,929±0,026 |
| R _n | 2,91 | $2,50 \pm 0,19$ | $2,64 \pm 0,03$ | | |
| R _n -R _p | 0,83 | 0,61 | 0,49 | | |

Среднеквадратичные радиусы ядра ⁸Не в основном состоянии.

В таблице 2.6 наряду с массовыми, нейтронными и протонными среднеквадратичными радиусами, полученными в АВ МРГ, представлены радиусы, рассчитанные с использованием других теоретических подходов. То есть в стандартном методе резонирующих групп (МРГ) [104] и многокофигурационная оболочечная модель (МОМ) [106,143].

Таблица 2.6.

Среднеквадратичные радиусы ядра ⁸Не, полученные с помощью различных теоретических подходов.

| RMSR, Фм | АВ МРГ | MPΓ [104] | MOM [106] | MOM [143] |
|---------------------------|--------|-----------|-----------|-----------|
| R _m | 2,73 | 2,41 | - | - |
| $\mathbf{R}_{\mathbf{p}}$ | 2,08 | 1,71 | 1,684 | 1,88 |
| R _n | 2,91 | - | - | 2,80 |

Имея своем распоряжении волновую функцию системы, В можно представить усредненную картину взаимного расположения кластеров в ядрах ⁶Не и ⁸Не. Для этого вновь обратимся к выражениям, используемым при вычислении величин (2.2), которые при условии нормировки волновой функции и соответствующего переопределения координат Якоби дают параметры треугольников, образуемых кластерами. Например, для Т - дерева среднее значение может быть сопоставлено С основанием q_1 рассматриваемого равнобедренного треугольника, тогда как среднее

значение q_2 – с его высотой.

Оказалось, что среднее расстояние между динейтронами в ядре ⁸Не составляет 2,33 Фм, в то время как среднее расстояние между α - частицей и центром масс двух динейтронов равно 1,42 Фм. Таким образом, в случае ядра ⁸Не три кластера образуют равнобедренный треугольник, который является практически прямоугольным с α - частицей при вершине прямого угла.

Для ⁶Не картина несколько иная. Кластеры составляют остроугольный треугольник. При этом в присутствии *α* - частицы валентные нуклоны объединяются в подсистему со средеквадратичным радиусом, равным 2,52 Фм, что меньше среднеквадратичного радиуса свободного динейтрона (2,69 Фм), рассчитанного с тем же потенциалом и тем же числом базисных функций. Треугольники, представляющие усредненное взаимное расположение кластеров для обоих ядер, представлены на рисунке 2.7.



Рис. 2.7. Усредненная форма треугольников, образованных кластерами, составляющими ядра ⁶Не и ⁸Не.

Различие во взаимном расположении кластеров в ядрах ⁶Не и ⁸Не, во многом, по-видимому, связано с действием принципа Паули, который приводит к некоторому эффективному отталкиванию между динейтронами, стремящемуся разместить их по разные стороны α - частицы. В противоположность этому в ⁶Не валентные нейтроны с антипараллельными спинами образуют достаточно компактную подсистему в присутствии третьего кластера. При этом, если результаты, полученные для ⁶Не

указывают на то, что валентные нуклоны с большой вероятностью объединяются в динейтронный кластер, то компактного тетранейтронного кластера в ⁸Не по результатам проведенных расчетов не обнаруживается, что, по-видимому, объясняется учетом принципа Паули при их проведении.

Протонные, нейтронные и массовые распределения плотности определим следующим образом:

$$R(\mathbf{r}) = \sum_{i} \langle \Psi | \delta(\mathbf{r}_{i} - \mathbf{r}) | \Psi \rangle$$
(2.3)

и нормируем посредством соотношения:

$$\int d\mathbf{r} R(\mathbf{r}) = Z, N \text{ или } A.$$
(2.4)

Здесь Ψ – волновая функция основного состояния ядра, а суммирование в (2.3) ведется либо по протонам, либо по нейтронам, либо по всем нуклонам ядра.

На рисунке 2.8 представлены распределения массовых плотностей, а также распределения плотностей для протонов и нейтронов обоих ядер.



Рис. 2.8 Нейтронная (сплошная линия), протонная (пунктирная линия) и массовая (штрихпунктирная линия) плотности распределения нуклонов в ядрах ⁸ Не и ⁶ Не.

Нейтронные плотности являются заметно более протяженными, чем протонные. Более того, наблюдается некоторый спад нейтронной плотности ядра ⁸Не вблизи начала координат. Это говорит о том, что валентные нейтроны (объединенные в два динейтрона), в среднем находятся на достаточно больших расстояниях от α - частицы.

В работе [138] экспериментальными методами определено массовое распределение плотности ядер ⁶Не и ⁸Не. Для этого использовалось рассеяние протонов промежуточной энергии на этих ядрах. Обработка экспериментальных данных проводилась в рамках модели Ситенко -Глаубера-. Авторы представили простые и очень наглядные аналитические формы плотности распределения массы в ядрах ⁶Не и ⁸Не. На рисунке 2.9 сравниваются теоретические расчетные плотности, обозначенные буквой "Т", с экспериментальными данными, которые помечены буквой "Е". Из аналитических форм, используемых В работе [138] четырех ДЛЯ аппроксимации экспериментальных плотностей, взято две симметризованного Ферми (SF) и гауссовского-гало (GH). При этом мы слегка изменили SF- и GH - плотности, согласовав их с используемыми нами условиями нормировки (см. (2.4)).

Для ядра ⁶Не теория и эксперимент дают очень близкую форму распределения нуклонов. В то же время, для ⁸Не теоретическая плотность нуклонов в центре несколько меньше, чем экспериментальная. Как уже отмечалось выше, такое распределение нуклонов в ⁸Не в значительной степени обусловлено действием принципа Паули, вынуждающего валентные нейтроны держаться на почтительном расстояния от кора - *α* - частицы.

Для того, чтобы проиллюстрировать действие принципа Паули в трехкластерной системе, рассматриваются вклады различных разрешенных принципом Паули состояний в волновую функцию основного состояния ядра ⁸ Не. Каждому из таких состояний, являющемуся собственной функцией оператора антисимметризации, может быть сопоставлено собственное значение этого оператора. Как отмечалось выше, через антисимметризатор

перекрываются только те функции, для которых выполняется условие $n_1 + n_2 = \tilde{n}_1 + \tilde{n}_2$ для биосцилляторного базиса, или $K + 2n_\rho = \tilde{K} + 2\tilde{n}_\rho$ для гиперсферического базиса, то есть принадлежащие одной и той же осцилляторной оболочке. Анализ собственных значений показывает, что диагонализация матрицы $|| < v |\hat{A}| \tilde{v} > ||$ выделяет состояния с собственными значениями оператора антисимметризации для двухкластерных подсистем. Это означает, в частности, то, что запрещенные принципом Паули состояния в трехкластерной системе есть не что иное, как запрещенное состояние, по крайней мере, для одной из пар кластеров.



Рис. 2.9. Сравнение расчетной (Т) и экспериметальной (Е) массовой плотности распределения нуклонов в ядрах ⁸Не и ⁶Не. Подробнее, относительно экспериментальных плотностей, см. в тексте и во всех деталях в работе [138].

Например, для двухкластерной подсистемы $\alpha + {}^2 n$ функции с числом осцилляторных квантов относительного движения n=0 и n=1 вдоль межкластерной координаты являются запрещенными. В подсистеме ${}^2 n + {}^2 n$,

где симметрия подсистемы позволяет только четные функции, мы имеем только одно запрещенное состояние при n=0. То есть, разрешенные принципом Паули состояния для трехкластерной системы, это состояния, которые не являются запрещенными для каждой из двухкластерных подсистем.



Рис. 2.10. Собственные значения оператора антисимметризации λ_{α} (внизу) и коэффициенты разложения C_{α} (вверху) для осцилляторной оболочки N = 20.

Для того, чтобы сделать наглядным это утверждение, рассмотрим собственные значения оператора антисимметризации λ_{α} для состояний, разрешенных принципом Паули и коэффициенты разложения C_{α} для этих состояний на осцилляторной оболочке с N = 20. Эти величины представлены на рисунке 2.10. Здесь же посредством горизонтальных пунктирных линий указаны собственные значения оператора антисимметризации

двухкластерной подсистемы $\alpha + {}^{2}$ n. Заметим, что соответствующие величины для подсистемы ${}^{2}n + {}^{2}n$ равны единице. Видно, что некоторые собственные Â значения оператора для трехкластерной системы совпадают с собственными значениями того же оператора для подсистемы $\alpha + {}^{2}n$. Причем такие состояния, соответствующие четным значениям числа осцилляторных квантов n=2 и n=4 в подсистеме α + ² n, играют доминирующую роль в волновой функции основного состояния ядра ⁸ Не. Отметим, аспекты воздействия принципа что другие Паули на трехкластерные системы, в частности, свойства разрешенных состояний детально изучены в работах [144-147].

2.2 Спектр связанных состояний ядра ¹⁰В

Спектр связанных состояний ядра ¹⁰В рассматривается с выбором его кластерного представления α+α+d. При этом для определения полного момента системы J используется схема LS - связи, то есть полный момент системы задается соотношением J = L + S, где L - полный орбитальный момент системы, который в нашей задаче полностью определяется относительным движения кластеров, поскольку мы имеем дело только с sкластерами, а S - полный спиновый момент системы, задаваемый спином дейтронного кластера. Значение спина последнего равно 1 в соответствии с тем, что мы договорились рассматривать только состояния с изоспином равным нулю. Таким образом, величина полного момента, который в отличие от полного углового момента в нашей задаче является интегралом движения, поскольку мы учитываем спин-орбитальные силы, может принимать значения $J = L, L \pm 1$. И, например, полный момент 3^+ может быть получен с использованием угловых моментов L = 2, 3, 4, а состояния 1⁺ состояний с L = 0, 1, 2, и так далее. То есть в условном блочном виде, где блоки характеризуются значениями полного момента, матричное уравнение АВ МРГ может быть представлено следующим образом:

$$\begin{vmatrix} \left(\hat{H}_{C} + \hat{V}_{LS} \right)_{J-1,J-1} & \left(\hat{V}_{LS} \right)_{J-1,J} & 0 \\ \left(\hat{V}_{LS} \right)_{J,J-1} & \left(\hat{H}_{C} + \hat{V}_{LS} \right)_{J,J} & \left(\hat{V}_{LS} \right)_{J,J+1} \\ 0 & \left(\hat{V}_{LS} \right)_{J+1,J} & \left(\hat{H}_{C} + \hat{V}_{LS} \right)_{J+1,J+1} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \left| \left| \left| \begin{array}{c} C_{J-1} \\ C_{J} \\ C_{J+1} \\ - \end{array} \right| = E \begin{vmatrix} C_{J-1} \\ C_{J} \\ C_{J+1} \end{vmatrix} \end{vmatrix} \right|, \quad (2.5)$$

где $\hat{H}_{c} = \hat{T} + \hat{V}_{c} + \hat{V}_{Coul}$ центральная часть гамильтониана, состоящая из оператора кинетической энергии, центральной части нуклон-нуклонного потенциала и кулоновского потенциала соответственно, а V_{LS} — потенциал спин-орбитальных сил.

Как уже указывалось выше, для описания спектра связанных состояний ядра ¹⁰В в качестве нуклон-нуклонного потенциала был выбран потенциал Тана. С учетом этого, в дополнение к осцилляторному радиусу b, величина которого в настоящей работе задается одинаковой при построении волновых функций всех кластеров, в качестве свободного параметра мы получаем в свое распоряжение и обменный параметр u (параметр Майорана) потенциала. Последний связан с величинами амплитуд нечетных компонент, отвечающих, в основном, за отталкивание между нуклонами на малых расстояниях. Оба указанных параметра должны быть определены из физических соображений до начала решения системы уравнений (2.5).

В настоящей работе рассматриваются три возможных способа задания свободных параметров. Первый из них (С1) состоит в выборе такого значения осцилляторного радиуса, которое минимизирует энергию трехкластерного порога $\alpha + \alpha + d$, а u - таким, чтобы обеспечить правильное расположение основного состояния ядра ¹⁰В относительно указанного порога. Второй (C2) – в выборе такого значения b, при котором минимальное значение энергии имеет бинарный порог α +d в ядре ⁶Li, а *u*-обеспечивает правильное расположение основного состояния ⁶Li по отношению к порогу α +d. В третьем случае (C3) параметр *и* выбирался так же, как и во втором, а b-из условия наилучшей передачи среднеквадратического радиуса α частицы. То есть последний выбор - это в принципе тот, который имел место и в работе [127] с тем лишь отличием, что в настоящей работе при этом мы учитывали и кулоновское взаимодействие.

Для удобства сравнения все результаты выбора входных параметров модели сведены в таблицу 2.7.

Таблица 2.7.

| Вариант расчета | C1 | C2 | C3 |
|-----------------|-----------------------|-----------------|-----------------|
| <i>b</i> , fm | 1.298 | 1.3110 | 1.39482 |
| и | 0.900 | 0.9254 | 0.9070 |
| Выбор b | $\alpha + \alpha + d$ | α+d | α |
| Подгонка и | $^{10}\mathrm{B}$ | ⁶ Li | ⁶ Li |

Варианты выбора входных параметров задачи b и u (см. текст).

Результаты расчетов энергий связанных состояний с S = 1 и T = 0 ядра ¹⁰В для трех указанных в таблице 2.7 наборов параметров *b* и *u* представлены в таблице 2.8, где в первой колонке также приведены и экспериментальные данные, взятые из работы [148]. Заметим, что на данном этапе мы варьировали только параметр смешивания *u*, относящийся к центральной части нуклон-нуклонного потенциала, в то время как зависимость результатов вычислений от интенсивности спин-орбитальных сил будет подробно рассмотрена ниже. В этих же расчетах использовались те значения параметров *LS* - сил, которые рекомендованы их авторами в работе [149].

Таблица 2.8.

Результаты расчетов спектра связанных состояний ядра ¹⁰В для различных наборов параметров *b* и *u*. Энергии отсчитываются от нижайшего порога развала ядра ¹⁰В, которым является порог ⁶Li+ α .

| Квантовые | Duananu | Теория | | |
|-----------|-------------|----------|----------|----------|
| числа | Эксперимент | C1 | C2 | C3 |
| J^{π} | Е, КэВ | Е, КэВ | Е, КэВ | Е, КэВ |
| 3+ | -4459.60 | -5130.20 | -6993.55 | -4583.37 |
| 1+ | -3741.22 | -3802.13 | -4942.66 | -4058.54 |
| 1+ | -2305.33 | -893.33 | -2497.70 | -1429.39 |
| 2+ | -872.47 | 40.03 | -1348.23 | -542.02 |

При проведении наших расчетов привлекались все базисные функции с гипермоментами вплоть до $K_{\text{max}} = 14$ и значений радиального квантового числа $n_{\rho} = 100$, что обеспечивает более чем вполне разумную сходимость результатов.

В более наглядной форме результаты из таблицы 2 представлены на рисунке 2.11, где, так же, как и в таблице, при представлении экспериментальных результатов, из рассмотрения исключен уровень, отвечающий значениям квантовых чисел $J^{\pi} = 0^+$, у которого изотопический спин равен 1



Рис. 2.11. Спектры связанных состояний ядра ¹⁰В с T=0, полученные при использовании вариантов входных параметров C1, C2, C3 (см. таблицу 2.8). Значение величины E_{th} , в каждом случае это энергия порога ⁶Li+ α ядра ¹⁰В, от которой отсчитываются все остальные энергии.

Сопоставление результатов расчетов с экспериментальными данными указывает, в первую очередь, на то, что получен правильный порядок расположения уровней. Причем наиболее удачным, с точки зрения их взаимного расположения, представляется вариант СЗ. По - видимому, совсем не случайно именно такой способ задания параметров в свое время был использован Фудживарой и Таном (Y. Fujlwara and Y. C. Tang) в упомянутой выше работе [127], хотя сам по себе выбор параметров в той работе не обсуждался. Ниже мы будем представлять только те теоретические результаты, которые получены с использованием набора параметров b и u в его варианте СЗ. Именно для этого варианта параметров на рисунке 2.12 дается иллюстрация сходимости результатов расчетов энергий связанных состояний рассматриваемого ядра в зависимости от числа привлекаемых в расчет разрешенных состояний.



Рис. 2.12. Энергии связанных состояний ядра ¹⁰В в зависимости от числа привлекаемых в расчет разрешенных состояний N_{a.s.}.

Изломы кривых, приведенных на рисунке 2.12 соответствуют подключениям в расчет при решении уравнения (2.5) очередного блока матрицы гамильтониана, соответствующего определенному значению полного углового момента. По ним, в принципе можно судить о роли, которую играет то или иное его значение при формировании полной волновой функции системы, но более полно на этом мы остановимся несколько ниже.

Уделив достаточно большое внимание обсуждению результатов расчетов, проведенных в модели оболочек без кора, мы приводим, для сравнения с экспериментальными результатами на рисунке 2.13 наиболее характерные из них, представленные авторами работы [123]. При этом сохранены только уровни с T=0 и оставлен из трех вариантов расчетов типа NCSM2, отличающихся выбором величины осцилляторного базиса, тот, наиболее который, по нашему мнению, адекватно передает экспериментальную ситуацию. Результаты работы [123] получены с использованием современных двухнуклонных и трехнуклонных киральных взаимодействий (chiral effective field theory (EFT) two- and three-nucleon interactions). Так, расчеты типа NCSM3 проводились при использовании N³LO NN сил. Указанные результаты страдают теми же недостатками, что и упомянутые BO введении результаты расчетов с реалистическими потенциалами. Только привлекая в расчет потенциал N²LO NNN с обрезанием по энергии в 500 МэВ (with the NNN cutoff of 500 MeV) -NCSM2, можно получить правильное значение полного момента основного состояния. Интересно отметить, что более слабый киральный N²LO NNN – NCSM1 потенциал с NNN обрезанием по энергии при 400 МэВ (with the NNN) cutoff of 400 MeV) – вновь приводит к инверсии 1⁺ и 3⁺ состояний.



Рис. 2.13. Спектры связанных состояний ядра ¹⁰В с Т=0, представленные в работе [123] при использовании двухнуклонных и трехнуклонных киральных взаимодействий (см. текст). Все энергии отсчитываются от энергий 3⁺- состояний.

В начале этого раздела было упомянуто, каким образом из состояний с разными значениями полного углового момента *L* могут быть получены состояния с определенными значениями полного момента *J*. Результаты рассмотрения вопроса о том, каков в каждом конкретном случае вклад состояний с допустимыми значениями *L* в состояние с тем или иным значением *J* представлен в таблице 2.9.

Таблица 2.9.

Веса W(L) состояний с различными значениями угловых моментов в волновых функциях связанных состояний ядра ¹⁰В, выраженные в процентах.

| J^{π} | Е, кэВ | W(L=0) | W(L=1) | W(L=2) | W(L=3) | W(L=4) |
|-----------|----------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 3+ | -4583.37 | - | - | 83.64 | 14.92 | 1.44 |
| 1+ | -44058.5 | 99.92 | 0.07 | 0.005 | - | - |
| 1+ | -1429.39 | 0.003 | 0.001 | 99.99 | - | - |
| 2+ | -542.02 | - | 0.01 | 96.91 | 3.08 | - |

Как показывают результаты, представленные в таблице 2.9, волновая функция демонстрирует наиболее основного состояния заметную распределенность по состояниям с полным угловым моментам. Безусловно, лидирующую роль в этом случае играют состояния с $L^{\pi} = 2^+$, но и состояние $L^{\pi} = 3^{+}$ вносит достаточно существенный вклад. Да и вклад от состояния $L^{\pi} = 4^{+}$ имеет место, хотя и составляет всего примерно 1.5%. Для 1⁺состояний Они практически полностью ситуация несколько иная. формируются за счет состояний с полными угловыми моментами 0⁺ и 2⁺, первое и второе из них соответственно. Волновая функция состояния $J^{\pi} = 2^+$, так же, как и второе 1⁺-состояние, в наибольшей степени состоит из волновой функции $L^{\pi} = 2^+$ с 3%-ной примесью волновой функции $L^{\pi} = 3^+$. Таким образом, состояния аномальной четности, в отличие от основного, не принимают заметного участия в формировании спектра возбужденных Безусловно, указанное во состояний. многом определяет взаимное расположение уровней.

Визуализация данных из таблицы 2.9 приведена на рисунке 2.14, представляющего собой гистограмму, где каждая из четырех групп столбцов, по три в каждом, соответствует состоянию с определенным значением полного момента J и четности π , а каждый из столбцов показывает вклад W(L) в это состояние от функции с тем или иным значением полного углового момента. Последние указаны цифрами над каждым из столбцов.



Рис. 2.14. Вклады W(L) состояний с различными значениями углового момента в волновые функции связанных состояний ядра ¹⁰В с T=0 (см. текст).

Так же, как и в подходе линейных эрмитовых операторов, в рамках матричной квантовой механики мы имеем возможность рассчитывать квантовомеханические средние различных величин. Первые из них, на которых мы остановимся, это $\langle J^{\pi} | \mathbf{q}_1^2 | J^{\pi} \rangle$ и $\langle J^{\pi} | \mathbf{q}_2^2 | J^{\pi} \rangle$. Это дает возможность для каждого из состояний дискретного спектра представить на плоскости некую усредненную форму равнобедренного треугольника, образуемого кластерами. Результаты приведены в таблице 2.10, где под $r(\alpha - \alpha)$, подразумевается среднее расстоянием между α - кластерами, то есть длина основания треугольника, а в качестве высоты треугольника выступает $r(d - \alpha \alpha)$ - среднее расстояние между центром масс двух α - кластеров и
дейтронным кластером. В этой же таблице представлены значения среднеквадратичных радиусов.

Для большей наглядности треугольники, образуемые кластерами, представлены на рисунке 2.15.

Таблица 2.10.

Усредненные параметры треугольников, образованных кластерами для связанных состояний ядра ¹⁰В и их среднеквадратичные радиусы.

| В единицах fm | $J^{\pi} = 3^{+}$ | $J^{\pi} = 1^+$ | $J^{\pi} = 1^+$ | $J^{\pi} = 2^+$ |
|----------------------|-------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| r(d-lphalpha) | 2.630 | 3.612 | 3.693 | 3.369 |
| $r(\alpha - \alpha)$ | 3.132 | 3.709 | 3.252 | 4.138 |
| RMS | 2.229 | 2.502 | 2.398 | 2.539 |



Рис. 2.15. Треугольники, представляющие усредненное взаимное расположение кластеров для связанных состояний ядра ¹⁰В с Т=0.

Как следует из результатов, представленных в таблице 2.10 и на рисунке 2.15, ядро ¹⁰В имеет в своем основном состоянии наиболее компактную конфигурацию. Известно экспериментальное значение протонного

среднеквадратичного радиуса в этом состоянии. Оно по своей величине составляет 2.30(12) Фм [150], что с учетом погрешности эксперимента неплохо совпадает с теоретически найденной нами величиной 2.23. Фм. Интересно отметить, что, например, в оболочной модели без кора при использовании NN и NN+NNN сил, следующих из эффективной киральной теории поля, для среднеквадратичного радиуса были получены значения 2.256 Фм и 2.197 Фм соответственно (см., например, [124]). То есть трехчастичные силы, за счет привлечения которых в *ab initio* расчетах пытаются исправить ситуацию с порядком расположения уровней, стягивают систему. У нас, как нам представляется, относительная компактность ядра в основном состоянии обеспечивается достаточно сильным спин-орбитальным взаимодействием.

И по-видимому, удобно здесь, применять не только язык гиперсферического базиса, который мы использовали в основном для проведения расчетов, но и язык базиса биосциллятороного, функции классифицируются которого квантовыми $\{n_1, l_1, n_2, l_2, LM\}.$ числами: Напомним, что *n*₁-число осцилляторных квантов возбуждения вдоль вектора данном случае ассоциируется с высотами Якоби \mathbf{q}_1 , который в треугольников, *l*₁-парциальный момент, связанный с этим вектором Якоби, n_2 -число осцилляторных квантов возбуждения вдоль вектора Якоби ${\bf q}_2$, который ассоциируется с основаниями треугольников, l₂ – связанный со вектором Якоби парциальный момент. При вторым ЭТОМ n_{2} И, соответственно, l₂ принимают только четные значения ввиду симметрии подсистемы $\alpha - \alpha$. В нашем случае, вследствие действия принципа Паули, $n_{2\min} = 4$ и, соответственно, $n_{1\min} = 2$ если $N = N_{\min} = 6$, поскольку всегда $N = n_1 + n_2$.

Естественно, что как собственные функции одного и того же гамильтониана шестимерного гармонического осциллятора, представленные в различных переменных, в рамках одной осцилляторной оболочки с заданным значением главного квантового числа, *N* они связаны унитарным преобразованием. То есть функция одного базиса является линейной комбинацией функций другого базиса на заданной оболочке.

Оба треугольника на рисунке 2.15, соответствующие состояниям 1⁺, имеют большие размеры в сравнении со случаем 3⁺, и при этом заметно отличающуюся форму. У первого из них (вверху справа) имеет место большее основание, чем у второго (слева внизу), но высоту меньшую, чем у второго. Треугольник для первого 1⁺- состояния имеет более правильную форму, по-видимому, вследствие того, что это состояние формируется подавляющим образом за счет волновой функции с полным орбитальным моментом L=0, а значит в основном за счет состояний с парциальными моментами $l_1 = l_2 = 0$ (*K*=0), поскольку имеет место общеизвестный факт, состоящий в том, что наиболее сильно взаимодействие между нуклонами проявляется именно в s-состоянии. Это полностью подтверждается и всем нашим опытом трехкластерных расчетов. Второе 1⁺- состояние практически на 100% образуется за счет состояний L=2, а значит, в значительной степени, из функций $(l_1, l_2) = (2, 0), (0, 2),$ причем большую роль здесь играет именно первое состояние и вообще базисные функции, отвечающие возбуждениям вдоль вектора **q**₁, поскольку этот треугольник остроугольный с острым углом при вершине, в которой расположен дейтроный кластер. Это, с точки зрения гиперсферических переменных, отвечает значительному среднему значению угла β .

Здесь же наблюдается интересная ситуация со среднеквадратичными радиусами состояний 1⁺. Имеющее большее значение энергии, имеет в то же время несколько меньший по величине среднеквадратичный радиус. Но в трехкластерной системе такое вполне возможно по причине того, что жесткость ее колебаний вдоль направлений, задаваемых векторами q_1 и q_2 , могут быть совершенно различными.

Треугольник, представляющий взаимное расположение кластеров в 2⁺состоянии – тупоугольный. Он имеет сравнительно небольшую высоту, но протяженное основание. Это дает основание предположить, что в формировании волновой функции состояния 2^+ с существенным весом участвуют волновые функции с $n_2 > 4$, то есть $n_2 = 6,8,...$ Именно это, повидимому, и обеспечивает относительно большое значение среднеквадратичного радиуса ядра в 2^+ - состоянии.

Интересно посмотреть на то, функции каких осцилляторных оболочек вносят наиболее существенный вклад в волновые функции состояний рассматриваемого спектра. Эту ситуацию иллюстрирует рисунок 2.16, на котором представлены суммарные веса функций каждой из оболочек W_{sh} в зависимости от некоего номера N_{sh} , связанного с главным осцилляторным квантовым числом соотношением $N = 2N_{sh} + N_{min}$, где $N_{min} = 6$ для ядра ¹⁰В в соответствии с правилом заполнения в осцилляторной модели оболочек, каковая и является предельным случаем нашего подхода при $N = N_{min}$. По осям абсцисс графики искусственно обрезаны в точке, соответствующей $N_{sh} = 14$, поскольку веса каждой в отдельности оболочки, идущей далее, были бы практически неразличимы на рисунке.

Результаты, представленные на рисунке 2.16 для основного состояния, показывают, что большой вклад (~ 70%) в его волновую функцию вносят именно состояния, соответствующие $N = N_{\min} = 6$, что соответствует функции осцилляторной модели оболочек в ее нижайшем заполнении. Это подтверждает относительную компактность ядра ¹⁰В в его основном состоянии в сравнении с другими связанными состояниями, функции которых в значительно большей степени размыты по более высоким оболочкам, и соответственно кластеризация в них проявляется в большей степени, поскольку число квантов осцилляторных возбуждений набирается за счет функции относительного движения кластеров. При этом, следует указать, что в целом результаты, представленные на рисунке 2.16, указывают учета функций высших оболочек и, соответственно, на важность кластеризации для описания свойств связанных состояний ядра ¹⁰В.



Рис. 2.16. Суммарные веса W_{sh} функций различных осцилляторных оболочек в волновых функциях состояний с T=0 дискретного спектра ядра ¹⁰В в зависимости от номера оболочки N_{sh} (см. текст).

моментом 3⁺-, 2⁺- и второе 1⁺ в более чем значительной степени обязаны своим появлениям состояниям $L^+ = 2^+$ и действию спин-орбитальной части нуклон-нуклонного потенциала. Если взглянуть на разрешенные принципом Паули состояния с $L^+ = 2^+$, то их на основной оболочке всего два и им можно присвоить номера 1 и 2. Это может иметь место потому, что каждому соответствует собственное разрешенному состоянию, свое значение антисимметризации конкретной оболочке, оператора на которые автоматически на ней выстраиваются в порядке возрастания. Здесь картина такова, что для 3⁺-состояния спин орбитальные силы выбирают за основу на главной оболочке вторую разрешенную функцию с весом равным 50% и с примесью состояния $L^+ = 3^+$ из той же оболочки в несколько более 10%. В то

время, как второе 1⁺- и 2⁺- состояния на основной оболочке главным образом формируются за счет 1-го разрешенного состояния $L^+ = 2^+$ с весами в 46% и 34% соответственно.

Для того, чтобы составить более глубокое представление о роли спинорбитального взаимодействия в формировании спектра связанных состояний ядра ¹⁰В проводились дополнительные расчеты. Первым делом отключалось само спин-орбитальное взаимодействие. Такой тип расчета в дальнейшем представляется как случай $\hat{V}_{LS} = 0$. В этом случае, гамильтониан содержит в себе только центральную часть и, соответственно, полный орбитальный момент Lстановится хорошим квантовым числом. Также расчеты назвать "диагональный". проводились в варианте, который можно реализуется Диагональное приближение В случае пренебрежения недиагональными матричными элементами спин-орбитального взаимодействия в системе уравнений (2.5), или, другими словами, в предположении, что $(\hat{V}_{LS})_{L,\tilde{L}} = 0$, если $L \neq \tilde{L}$. В этом случае спин-орбитальное взаимодействие принимает участие в формировании спектра связанных состояний рассматриваемого ядра. При этом, как полный угловой момент J, так и полный орбитальный момент L, являются интегралами движения. При переходе от случая $(\hat{V}_{LS})_{r,\tilde{r}} = 0$, к случаю "диагональный" мы наблюдаем спин-орбитальное расщепление состояний с полным угловым моментом L на три состояния с полным моментом J: J = L - 1, J = L и J = L + 1. Исключением из этого правила является состояние с полным орбитальным моментом L=0, где вклад от спин-орбитального взаимодействия отсутствует и появляется только одно состояние с J=1. Таким образом, каждое состояние в расчете "диагональный" будет маркироваться двумя квантовыми числами L и J. На рисунке 2.17 можно сравнить результаты, полученные для случая $\hat{V}_{LS} = 0$, для случая "диагональный", а также для случая решения уравнения (2.5) с полным учетом спин-орбитального взаимодействия. Последний вариант расчетов будет представляться как "полный".

Волновая функция собственного состояния гамильтониана (2.5) в полном расчете является комбинацией волновых функций, полученных в расчете в диагональном приближении с фиксированным значением полного углового момента, но с различными значениями полного орбитального момента. Вклады состояний с различными значениями орбитального момента L в состояний с полным угловым моментом J определяются недиагональными матричными элементами спин-орбитального взаимодействия $(\hat{V}_{LS})_{LS}$.



Рис. 2.16. Спектр связанных состояний ядра ¹⁰В, полученный в случае $V_{LS} = 0$, диагональном приближении (Диаг.), а также при полном учете спинорбитального взаимодействия (Полн.).

Можно видеть, что для случая $V_{LS} = 0$ и случая "диагональный" возможна ситуация, при которой уровни имеют ту же энергию. Это говорит о том, что спин-орбитальное взаимодействие не оказывает на них влияния. Это состояния с L=0 и L=0, J=1, где, как уже отмечалось, спин- орбитальное взаимодействие вносит нулевой вклад и L=2 и L=2, J=2 состояния в приближениях $V_{LS} = 0$ и "диагональное" соответственно. Последнее требует дополнительного рассмотрения. Если спин-орбитальное взаимодействие

рассматривать как малое возмущение, то для энергии расщепления, возникающей благодаря этому взаимодействию, имеет место хорошо известная формула

$$\Delta E_{LJ} \approx \frac{1}{2} \Big[J (J+1) - L (L+1) - S (S+1) \Big] (\overline{V}_{LS})_L,$$

где $(\bar{V}_{LS})_L$ - среднее значение оператора спин-орбитального взаимодействия на функциях невозмущенного состояния с полным орбитальным моментом *L* . В нашем случае полный спин системы *S*=1. Следовательно, для *L*=2 мы получаем следующие энергетические сдвиги

$$\Delta E_{LJ} = \left(\overline{V}_{LS}\right)_L \begin{cases} 2 & J = 3\\ -1 & J = 2\\ -3 & J = 1 \end{cases}$$

Если $(\bar{V}_{LS})_L$ отрицательная величина, состояние с J=3 смещается вниз, а состояния с J=2 и J=1 смещаются вверх. В соответствии с этим правилом состояние с полным угловым моментом J=2 должно располагаться ниже, чем состояние с J=1. Оба последние должны лежать выше невозмущенного состояния L=2, то есть состояния L=2 в приближении $V_{LS}=0$. Видно, что такое расщепление наблюдается для второго состояния с L=2. Однако, порядок расположения состояний J=2 и J=1 противоречит этому правилу. Это значит, что теория возмущений не является полностью применимой для этого L=2 - состояния.

Что касается первого состояния с полным орбитальным моментом L=2, то оно также не подчиняется теории возмущений, хотя порядок расположения состояний с полным угловым моментом J находится в соответствии со сформулированным выше правилом. Однако все три состояния (J=3, J=2 и J=1) располагаются ниже невозмущенного состояния L=2. Это указывает на то, что в диагональных расчетах величина $(\bar{V}_{LS})_L$ зависит не только от полного орбитального момента L, но и от полного углового момента J.

Для того, чтобы еще раз продемонстрировать важность спинорбитальных сил для формирования правильного порядка взаимного расположения уровней спектра связанных состояний ядра ¹⁰В, рассмотрена зависимость значений их энергий по отношению к нижайшему порогу развала ядра от интенсивности LS-сил. Для этого рекомендованная авторами потенциала амплитуда спин-орбитальных сил нами умножалась на некоторый фактор f_{LS} , который изменялся в процессе вычислений в пределах от 0.5 до 1.1. Результаты такого рода расчетов приведены на рисунке 2.18, где пунктирной линией обозначен нижайший порог развала $^{6}Li+\alpha$ рассматриваемого ядра, от которого отсчитываются все значения энергий, точечными линиями - экспериментальные значения энергий уровней, а сплошными линиями показаны значения полученных теоретически энергий рассматриваемых состояний в их зависимости от указанной выше величины f_{IS} .



Рис. 2.17. Зависимость энергий связанных состояний ядра ¹⁰В от интенсивности спин-орбитального взаимодействия (см. текст).

Сразу заметим, что энергия полученного нами первого состояния $J^{\pi} = 1^+$ практически не зависит от величины f_{LS} , поскольку, как следует из результатов, представленных в таблице 2.9, это состояние подавляющим

образом формируется за счет состояния $L^{\pi} = 0^{+}$ и, соответственно, спинорбитальное расщепление как таковое здесь практически отсутствует. Совсем иная ситуация имеет место в случае состояния $J^{\pi} = 3^{+}$. Главным образом, как уже указывалось, оно образуется на основе состояния $L^{\pi} = 2^{+}$, но также за счет состояния $L^{\pi} = 3^{+}$ и даже с некоторой примесью состояния $L^{\pi} = 4^{+}$. Причем правильную разность энергий первого возбужденного состояния и основного состояния можно получить уже при таком значении f_{LS} , которое очень близко к единице. Энергии второго 1⁺-состояния и 2⁺состояния тоже уменьшаются при увеличении f_{LS} , но в процессе этого еще не достигают экспериментальных значений.

В заключение этого раздела приведем результаты по вычислению значений спектроскопических факторов для трехкластерного канала $\alpha+\alpha+d$, представляющих собой значение нормировки волновой функций относительного движения кластеров $\Psi_{\varrho}(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2)$ при условии, что полная волновая функция состояния нормирована на единицу. Спектроскопический фактор определяется соотношением:

$$\left|SF\right|^{2} = \sum_{\nu} \left|C_{\nu}\right|^{2},$$

где суммирование ведется по всем квантовым числам $\{v\} = \{n_{\rho}, K, l_1, l_2 LM\}$ за исключением полного орбитального момента. Эти величины могут быть полезны для приближенного учета принципа Паули, например, при обработке экспериментальных данных посредством потенциальной модели. Для этого нам понадобятся результаты, представленные в таблицах 2.9 и 2.11, где можно отметить соответствие между значениями величин W(L) и Большим W(L) SF_{I} . весам соответствуют большие значения спектроскопических факторов и, наоборот, малым – малые, для каждого конкретного значения орбитального момента L. С целью более адекватного отражения влияния принципа Паули на каждое из состояний с заданным значением орбитального момента вводится понятие перенормированного

спектроскопического фактора, который связан с традиционным его $\overline{SF}_{I} = SF_{L}/W(L)$. определением соотношением Это определение спектроскопического фактора подразумевает, что компонента волновой функции с полным моментом J, характеризуемая орбитальным моментом L спином *S* , нормирована на единицу. Такое определение И спектроскопических факторов, на наш взгляд, более адекватно отражает влияние принципа Паули на функцию относительного движения кластеров. При этом значения \overline{SF}_{I} становятся намного больше по величине в сравнении с SF_L, что, как нам представляется, позволяет в некоторых случаях говорить о наличии так называемых сверхразрешенных принципом Паули состояниях, когда \overline{SF}_{I} намного больше единицы. Следует отметить, что использование перенормированных спектроскопических факторов приводит к ситуации, при которой практически запрещенные состояния, для которых величин $\overline{SF}_{I} \ll 1$, отсутствуют.

Таблица 2.11.

| J^{π} | 3+ | 1+ | 1+ | 2^+ |
|-----------------------|----------|-----------|-----------|----------|
| SF_{J-1} | 0.863841 | 1.698726 | 0.000055 | 0.000378 |
| SF_J | 0.151081 | 0.001033 | 0.000142 | 1.352742 |
| SF_{J+1} | 0.016652 | 0.001012 | 1.971116 | 0.032111 |
| \overline{SF}_{J-1} | 1.033444 | 1.386661 | 14.339290 | 4.589016 |
| \overline{SF}_J | 1.010086 | 1.960402 | 3.467972 | 1.395862 |
| \overline{SF}_{J+1} | 1.145165 | 17.675393 | 1.265448 | 1.042262 |

Спектроскопические факторы *SF* и перенормированные спектроскопические факторы \overline{SF} для состояний с $L = J, J \pm 1$ в трехчастичном канале $\alpha + \alpha + d$.

2.3. Основное состояние ядра ⁹Ве

Выбор модели для описания свойств рассматриваемого ядра определяется тем, что при малых энергиях трехкластерный канал $\alpha + \alpha + n$ является доминирующим, поскольку основное состояние ядра ⁹Ве находится близко к

порогу $\alpha + \alpha + n$, всего на 1.57 МэВ ниже его, а следующий порог развала ⁷Li+d, распад по которому приводит к разрушению α - кластера, лежит при энергии порядка 15 МэВ, а сами α - кластеры не имеют возбужденных состояний примерно до тех же энергий. Эти обстоятельства, естественно, должны превалировать при выборе подхода, в рамках которого проводится исследование ядра основного состояния ядра ⁹Be.

Для выбранного, вследствие предыдущих рассуждений, кластерного представления $\alpha + \alpha + n$, полный спин системы и является интегралом движения и определяется спином нейтронного кластера, то есть S = 1/2. В отличие от полного спина, полный орбитальный момент L не является интегралом движения и для данного полного углового момента J может принимать два значения: L = J - 1/2 и L = J + 1/2. Исключение из этого правила составляет состояние $J^{\pi} = 1/2^{-}$, в формировании которого участвует лишь одно состояние $L^{\pi} = 1^{-}$, так как для трех s-кластеров нельзя построить состояние отрицательной четности с L = 0. Так же как и на эксперименте, в нашем подходе получается, что основное состояние - это состояние с $J^{\pi} = 3/2^{-}$, которое формируется за счет состояний $L^{\pi} = 1^{-}$ и $L^{\pi} = 2^{-}$.

Результаты, представленные В данном разделе, получены С использованием в качестве нуклон-нуклонного взаимодействия потенциала Миннесота, центральная часть которого взята из работы [128], а спинорбитальная – из работы [149] (вариант IV). При проведении расчетов осцилляторный радиус *b* полагался равным 1.285 Фм. Это значение *b* минимизирует энергию связи отдельно взятой α- частицы. Значение обменного параметра и потенциала Миннесота выбрано равным по величине 0.928. Значение и определялось так, чтобы с максимальным базисом функций воспроизвести энергию связи основного состояния ядра ⁹Ве относительно порога $\alpha + \alpha + n$. Заметим, что более подробное обсуждение выбора параметра и будет дано в следующей главе при рассмотрении состояний непрерывных спектров ядер ⁹Ве и ⁹В.

Для достижения приемлемой точности вычислений характеристик основного состояния рассматриваемого ядра в расчеты вовлекались все гипергармоники с гипермоментами $K \leq 13$, а для каждого $\{K, l_1, l_2, L\}$ значение n_{ρ} изменялось в пределах от 0 до 70. При этом полное число базисных функций, вовлекаемых в расчет, превышало 3000. Некоторое упрощение в решение задачи вносит тот факт, что бинарная подсистема $\alpha - \alpha$ ввиду своей симметрии имеет только четные угловые моменты относительного движения кластеров.

Рассматривая связанное состояние, легко проследить за сходимостью его энергии по мере расширения числа базисных функций. Это иллюстрирует рисунок 2.19.



Рис. 2.19. Зависимость энергии связи основного состояния ядра ⁹Ве от общего числа базисных функций, используемых в расчете.

На нем представлена зависимость энергии связи E от общего числа базисных функций N_{fun} , вовлекаемых в расчет. Место излома кривой на графике приходится на точку подключения к состояниям с $L^{\pi} = 1^{-}$ базисных

функций с $L^{\pi} = 2^{-}$, образующих при связи со спиновым моментом S = 1/2 состояние с $J^{\pi} = 3/2^{-}$. Величина изменения энергии в этой точке, в результате которого энергия становится отрицательной (уходит под трехчастичный порог), говорит о важности учета спин-орбитальных сил.

Иной взгляд на проблему сходимости основного состояния ядра ⁹Ве предлагает рисунок 2.20.



Рис. 2.20. Зависимость энергии связи основного состояния ядра ⁹Ве от K_{max} . На рисунке показано, как изменяется энергия связи ядра ⁹Ве в зависимости от максимального значения гипермомента K_{max}, т.е. фактически от числа каналов, используемых в расчете. График начинается с $K_{max} = 5$, это означает, что базисные функции с $K_{\text{max}} = 3$ не могут обеспечить появление связанного состояние у ядра ⁹Ве. Между рис. 2.19 и 2.20 существует определенная связь: энергия основного состояния, полученная с максимальным числом функций (рис. 2.19), соответствует энергии, которая рассчитана с $K_{\text{max}} = 13$ (рис. 2.20). Рисунок 2.20 демонстрирует вполне приемлемую сходимость энергии Действительно, состояния. например. связанного при последующем расширении базиса гипергармоник от $K_{\text{max}} = 13$ к $K_{\text{max}} = 15$, энергия связанного состояния изменяется на 24 кэВ, что составляет 1.6% от энергии,

рассчитанной с *K*_{max} =13. При этом в расчет приходится дополнительно вовлекаеть 945 новых базисных функций.

Для того, чтобы можно было составить представление о полученных нами размерах ядра ⁹Ве, были рассчитаны протонный, нейтронный и массовый среднеквадратичные радиусы: $R_p = 2.27$ Фм, $R_n = 2.46$ Фм и $R_m = 2.38$ Фм. Как и следовало ожидать, радиус нейтронного облака больше, чем радиус протонного. Сравнить с экспериментом мы можем только протонный радиус. Так, в последней из опубликованных работ [151] получено значение $R_p = 2.519(12)$ Фм.

Это ближе к результатам работы [152] и может говорить о еще большей кластеризации ядра, чем та, которую дает развиваемый подход. Однако в своем большинстве экспериментальные данные не так сильно превышают полученные в настоящей работе значения протонного радиуса (см., на пример, последнюю компиляционную работу [148], где указывается, что $R_n = 2.39(17) \Phi$ м).

Для того, чтобы дать дополнительную информацию о структуре волновой функции основного состояния ядра ⁹Ве, приводится рисунок 2.21,



Рис. 2.21. Вес W_{sh} различных осцилляторных оболочек, нумеруемых числом N_{sh} (см. текст), в волновой функции основного состояния ядра ⁹Ве.

на котором показан вес W_{sh} каждой осцилляторной оболочки в полной волновой функции, нормированной на единицу. Оболочки последовательно пронумерованы таким образом, что порядковому номеру оболочки N_{sh} соответствует главное квантовое число, которое связано с порядковым номером соотношением $N = 2N_{sh} + 3$. График обрезан справа в точке $N_{sh} = 22$, хотя здесь и далее в расчет вовлекаются все функции порядка 70 осцилляторных оболочек. Приведенный рисунок показывает, что волновая функция распределена по довольно большому числу оболочек, что является проявлением сильной кластеризации ядра.

Более тонкую структуру волновой функции основного состояния ядра ⁹Ве можно рассмотреть, используя рис. 2.21, где представлены модули коэффициентов разложения волновой функции по осцилляторному базису (волновая функция системы в осцилляторном представлении с точностью до знаков компонент). Порядок расположения базисных функций здесь такой же, как на рис. 2. 19. Без труда можно увидеть, что с наибольшим весом в волновую функцию входит волновая функция модели оболочек с заполнением, вес безусловно минимальным но ЭТОТ не является, доминирующим, а волновая функция заметно распределена и по другим состояниям. Последнее также указывает на существенную кластеризацию системы.

На рисунке 2.23 в контурном виде приведена корреляционная функция для основного состояния ядра ⁹Ве, определяющая вероятность некоторого значения расстояния между α - кластерами и соответственно некоторого значения расстояния между нейтроном и центром масс подсистемы, состоящей из двух α -кластеров. Она дает возможность представить себе форму треугольника, который составляют в своем взаимном расположении кластеры, если считать, что по оси абсцисс отложено расстояние между центром масс бинарной подсистемы $\alpha\alpha$ и нейтроном – $r(\alpha\alpha - n)$, а по оси ординат $r(\alpha - \alpha)$ – расстояние между α - кластерами.



Рис. 2.22. Модули коэффициентов разложения по осцилляторному базису волновой функции основного состояния ядра ⁹Ве.



Рис. 2.23 Корреляционная функция для основного состояния ядра ⁹Ве.

По рисунку несложно определить, что расстояние между α - кластерами (основание треугольника) составляет несколько менее 5 Фм, а расстояние между нейтроном и центром масс $\alpha\alpha$ -подсистемы (высота треугольника) – меньше 2 Фм. Таким образом, наш треугольник представляется

тупоугольным с нейтроном при вершине тупого угла. С очень небольшой вероятностью может существовать и более компактный треугольник, где две α - частицы находятся значительно ближе друг к другу. Расстояние между ними в этом случае составляло бы величину всего 2 Фм, в то время как расстояние от нейтрона до центра масс α - α подсистемы здесь практически не отличается от того, которое мы имеем в первом случае. Этому соответствует небольшой максимум в нижней части рисунка.

2.4 Выводы

В главе 2 представлены результаты рассмотрения свойств связанных состояний ядер ⁶He, ⁶Li, ⁸He, ¹⁰В и ⁹Ве в рамках развиваемого в настоящей работе трехкластерного микроскопического подхода.

В первом разделе главы рассматриваются свойства связанных состояний ядер ⁶He, ⁶Li и ⁸He. Основное внимание здесь уделяется ядрам ⁶He и ⁸Не, которые являются ядрами с большим избытком нейтронов или, как их ввиду этого еще называют, экзотическими ядрами. Последние в настоящее время являются одним из наиболее интересных объектов исследования в ядерной физике. Поскольку при решении задачи использовалось разложение волновых функций по квадратично-интегрируемому базису, то во всех случаях рассмотрен вопрос о сходимости энергий основных состояний ядер. Ее можно считать вполне разумной, и причем, здесь же выделены подпространства базисных функций, которые играют в этом лидирующую роль. Получены суммарные вклады функций различных оболочек в полную волновую функцию основных состояний, что указывает на сильную кластеризацию, присущую рассматриваемым ядрам. При этом, кроме энергий связи основных состояний, которые достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными и результатами других авторов, для ядер ⁶Не и ⁸Не получены массовые, протонные и нейтронные среднеквадратичные радиусы. Соотношение последних указывает на наличие нейтронного гало у ядер ⁶Не и ⁸Не. О том же свидетельствуют и результаты рассмотрения кластерной структуры ядер ⁶Не и ⁸Не, то есть взаимного расположения кластеров в этих ядрах, представленных в виде некоторых усредненных образованных треугольников, кластерами, а также корреляционной функцией, полученной для ядра ⁶Не. При этом оказалось, что у ⁶Не как раз преобладает вытянутая конфигурация, примерно, с весом 75%, что говорит о наличии компактной динейтронной подсистемы. Вычислены массовые, протонные и нейтронные плотности распределения, где нейтронные плотности, в соответствии со сказанным выше, являются заметно более протяженными, чем протонные. Сравнение полученных теоретически нуклонных плотностей с экпериментальными, свидетельствует об их разумном согласии. На примере ядра ⁸Не показано действие принципа Паули в трехкластерной системе. Полученные результаты иллюстрируют тот факт, что в трехкластерной системе запрещенные принципом Паули состояния это запрещенные состояния для какой-либо пары кластеров.

Во втором разделе главы рассмотрен спектр связанных состояний ядра ¹⁰В. Произведен анализ выбора свободных параметров задачи. Рассмотрены вопросы сходимости результатов по энергии связи состояний дискретного спектра. Проведено сравнение полученных результатов расчета спектров связанных состояний с экспериментальными данными и результатами оболочек расчетов, проведенных В рамках модели без кора с реалистическими потенциалами, рекордных в настоящее время по числу привлекаемых в расчет базисных функций, но в большинстве своем дающих неправильный спин основного состояния. Рассмотрен вопрос о роли состояний с полными угловыми моментами L в формировании состояний ядра, которые характеризуются полным моментом J. Для всех четырех связанных состояний получены усредненные параметры треугольников, образуемых кластерами, и обсужден вопрос о том, чем они различаются между собой и каковы причины этого. Посредством рассмотрения вкладов от функций различных оболочек в полные волновые функции связанных

состояний проиллюстрирована степень кластеризации ядра в каждом конкретном случае, притом, что во всех случаях она достаточно велика. О наличии сильной кластеризации ядра ¹⁰В говорит и большое значение полученного теоретически протонного среднеквадратичного радиуса, которое с точностью до погрешности эксперимента совпадает с его экспериментальным значением. Подробно исследовано влияние спинорбитального взаимодействия на формирование спектра связанных состояний рассматриваемого ядра. Показана его определяющая роль в формировании порядка расположения уровней дискретного спектра. Рассчитаны спектроскопические факторы для канала $\alpha + \alpha + d$.

В третьем разделе главы представлены результаты исследования ⁹Be. свойств которое представлялось основного состояния ядра В трехкластерной конфигурации Традиционно $\alpha + \alpha + n$. проверяется сходимость результатов по мере расширения базиса. При этом отмечается важная роль спин-орбитального взаимодействия, которое, в конечном итоге, и делает систему связанной. Вычислены массовый, нейтронный и протонный среднеквадратичные радиусы, величины которых указывают на то, что ядро Хотя сильно кластеризовано. сравнение теоретического И экспериментального значений протонного радиуса говорит о несколько еще большей действительной кластеризации, по крайней мере, в бинарной подсистеме $\alpha + \alpha$. О сильной кластеризации ядра свидетельствует и большие вклады в нормировку волновой функции со стороны функций оболочек с главным квантовым числом, отличным от минимального, допустимого принципом Паули. Построенная корреляционная функция свидетельствует о том, что, в основном, ядро ⁹Ве как система, состоящая из трех кластеров, представляет собой равносторонний тупоугольный треугольник С основанием $(\alpha - \alpha)$, имеющим длину примерно 5 Фм, и с высотой около 2 Фм.

Результаты, представленные в этой главе, опубликованы в работах [1,2,6,9,11,13,19,20,25,26,30,34,41,42,49,51,52].

ГЛАВА 3

РЕЗОНАНСНЫЕ СОСТОЯНИЯ ЯДЕР ⁶Не, ⁶Ве, ⁵Н, ⁹Ве ⁹В В ТРЕХКЛАСТЕРНОМ КОНТИНУУМЕ

В этом разделе представлены результаты, полученные при исследовании состояний непрерывного спектра, лежащих в трехкластерном континууме. Рассматриваются ядра ⁶He, ⁶Be, ⁵H, ⁹Be и ⁹B с использованием конфигураций $\alpha + n + n$, $\alpha + p + p$, t + n + n, $\alpha + \alpha + n$ И $\alpha + \alpha + p$ соответственно. Сразу следует заметить, что указанный выбор кластерных представлений для рассматриваемых ядер обеспечивает такую ситуацию для рассматриваемых ядер, при которой они не имеют связанных бинарных подсистем. В случае, когда у ядра имеется связанное состояние, а удаление одного из кластеров на бесконечное расстояние приводит к развалу оставшейся бинарной подсистемы, то такие ядра часто называют барромейскими. Теоретическое исследование спектров состояний, лежащих в трехкластерном континууме, для таких ядер удобно проводить, рассматривая рассеяние $3 \rightarrow 3$. В которое ЭТОМ случае обычно называют "демократическим", в частности с использованием метода гиперсферических функций.

В этом разделе внимание сфокусировано на исследовании свойств низколежащих 0^+ и 2^+ состояниях ядра ⁶Be, 2^+ -состоянии ядра ⁶He, $1/2^+$, $5/2^+$ и $3/2^+$ состояниях ядра ⁵H и на резонансах ядер ⁹Be и ⁹B, имеющих энергию возбуждения до 5 МэВ. При этом проводится детальное сравнение результатов, полученных в АВ МРГ с результатами других теоретических подходов, экспериментальными данными, а также демонстрируется, что формализм АВ МРГ приводит к хорошей сходимости результатов, в том числе и при учете кулоновского взаимодействия.

Для исследования свойств резонансных состояний ядер ⁶Ве и ⁶Не использовались различные подходы. В серии работ [95,108,111,114,153,] указанные ядра рассматривались как трехкластерные системы, но в условиях

неполного учета антисимметризации, где α - частица представлялась бесструктурной. Взаимодействие между альфа-частицей и нуклонами задавалось посредством введения эффективнного потенциала. Для описания взаимодействия между валентными нуклонами использовались реалистические нуклон-нуклонные силы. Расчеты проводились в рамках метода гиперсферических функций как для состояний непрерывного, так и дискретного спектра. В работе [154] состояния непрерывного спектра ⁶ Не и ⁶ Ве исследовались в трехкластерной микроскопической модели (метод генераторных координат (МГК)) с использованием метода комплексного масштабирования (МКМ) для определения положений и ширин резонансов. Это было сделано с полным учетом антисимметризации. Взаимодействие между нуклонами задавалось потенциалом Миннесота. В работе [155] расчеты для ⁶Не и ⁶Li также проводились на основе МГК, в кластерных представлениях $\alpha + n + n$ и $\alpha + n + p$, а параметры резонансов определялись путем аналитического продолжения константы связи (АПКС). При этом были получены результаты, близкие к результатам МКМ. В последующем проводится сравнение результатов указанных работ с результатами, полученными в АВ МРГ, которое указывает на хорошую сходимость результатов во всех рассматриваемых случаях.

Но если для ядер ⁶Не и ⁶Ве экспериментальная и теоретическая ситуации в отношении спектров резонансных состояний хотя и содержит в себе, как будет видно из изложенного ниже, ряд вопросов, в общих чертах достаточно хорошо определена, что позволяет сделать рассмотрение их свойств своеобразным приближений, полигоном для испытания используемых в рассматриваемом подходе, что соответственно находит свое отражение в изложении материала первого раздела настоящей главы, то для резонансных же состояний сверхтяжелого изотопа водорода ⁵Н пока нет полной определенности даже в экспериментальных данных. Также нет полной ясности в отношении спектров зеркальных ядер ⁹Ве и ⁹В. Поэтому положение, сложившееся с исследованием свойств последних указаных ядер обсудим во введении более подробно.

Ядро ⁵Н имеет большой избыток нейтронов и лежит при этом за пределами линии нейтронной стабильности (см., например, работу [156], где приведены данные изучения вопроса о линии стабильности). В последние ядро было объектом очень пристального внимания годы это как экспериментаторов [157-168], так И теоретиков [169-172]. Целью экспериментального изучения здесь является получение ясных указаний на существование резонансов у ядра ⁵ H, в то время как теоретические исследования посвящены интерпретации резонансной структуры и расчету энергий и ширин полученных состояний.

изучения свойств ${}^{5}\mathrm{H}$ использовались Для ядра различные экспериментальные подходы. Например, в работе [167] рассматривалась реакция передачи 1 H(6 He, 2 He) 5 H. При этом резонансный пик наблюдался при энергии на 1,7 \pm 0,3 МэВ выше порога t+n+n с шириной 1,9 \pm 0,4 МэВ. В работе [163] в экспериментах на тройное совпадение в реакции двойной передачи нейтронов $t(t,p)^5$ выявлен резонанс при энергии 1,8±0,1 МэВ со сравнительно небольшой шириной $\Gamma \le 0.5$ МэВ. Две реакции ³ H(t, p)⁵ H и ² H(⁶He, ³He)⁵H использовались в работе [165], что указало на наличие резонансных состояний ⁵Н при энергиях $1,8\pm0,1$ МэВ и $2,7\pm0,1$ МэВ выше порога t+n+n. Ширина этих состояний составила примерно 0.4 МэВ. В работе [164] в реакции выбивания протона на углеродной мишени (⁶He,nnt) обнаружен широкий пик в спектре при энергии 3 МэВ с шириной 6 МэВ. Недавний отчет [161] той же группы подтвердил этот результат. В работе [160] получение данных было основано на наблюдениях ⁵Н в реакции, вызванной столкновением ⁶He+²H. Резонанс наблюдался при энергии 1,8±0,2 МэВ с шириной 1,3±0,5 МэВ.

Следует выделить два набора экспериментальных данных, содержащих существенные различия: так, в работах [165,160] содержится утверждение о наблюдении узкого резонанса $1/2^+$ ядра ⁵ H с $E \approx 1,8$ МэВ и $\Gamma < 2$ МэВ, в то время как в работах [162,164] указывается на наличие широких резонансов с

большим значением энергии $E \approx 2,5$ МэВ и $\Gamma > 3$ МэВ. Эксперименты по захвату пионов ядром ⁹Ве также показали наличие четырех широких резонансов у ядра ⁵Н [159]. Первый их этих резонансов находится при энергии $E \approx 5,5$ МэВ, второй при $E \approx 10,6$ МэВ. Ширина обоих резонансов больше 5 МэВ. Все указанные выше экспериментальные данные обобщены в таблице 3.1.

Таблица 3.1.

| Эксперимент | Ссылки | E_1 | Γ_1 | E_2 | Γ ₂ |
|---|---------------|---------------|---------------|------------|----------------|
| $^{3}\mathrm{H}(t, p)^{5}\mathrm{H}$ | [157] | ≈1,8 | ≈1,3 | | |
| ${}^{9}\text{Be}(\pi^{-},pt)\text{X},$ ${}^{9}\text{Be}(\pi^{-},dt)\text{X}$ | [159] | $5,5 \pm 0,2$ | $5,4 \pm 0,6$ | 10,6 ± 0,3 | 6,8 ± 0,56 |
| 1 H(6 He, 2 He) 5 H | [166] | ≈2 | | | |
| ${}^{3}\text{H}(t, p){}^{5}\text{H},$ ${}^{2}\text{H}({}^{6}\text{He}, {}^{3}\text{He}){}^{5}\text{H}$ | [163,165] | $1,8\pm0,1$ | <0,5 | 2,7 ± 0,1 | < 0,5 |
| C(⁶ He, <i>nnt</i>) | [161,162,164] | ≈3 | ≈6 | _ | |
| 2 H(6 He, 3 He) 5 H | [160] | $1,8 \pm 0,2$ | 1,3 ± 0,5 | — | |
| 1 H(6 He, 2 He) 5 H | [167] | 1,7 ± 0,3 | 1,9 ± 0,4 | — | — |
| $^{1}\text{H}(^{6}\text{He},^{2}\text{He})^{5}\text{H}$ | [173] | ≈2 | | 2,5 | |

Экспериментальные данные для первого (E_1, Γ_1) и второго (E_2, Γ_2) резонансов ядра ⁵ H; энергии (E_i) и ширины (Γ_i) выражены в МэВ.

В настоящее время считается, что первым резонансом является состояние $J^{\pi} = 1/2^+$, в то время как во второй резонансный пик вносят вклад как $J^{\pi} = 5/2^+$, так и $J^{\pi} = 3/2^+$ - состояния ядра ⁵ Н.

Энергии и ширины резонансов ядра ⁵Н вычислялись в рамках целого ряда теоретических моделей и методов. В работе [169] они описывались в рамках полумикроскопического подхода как трехкластерная система t+n+n, где тритон рассматривался как бесструктурная частица. Потенциалы ³H + n и n + n определяли полное взаимодействие, что привело к резонансу при энергии в пределах от E = 2,5 до 3,0 МэВ с шириной в пределах от $\Gamma = 3$ до 4

МэВ. В работах [170,172] ядро ⁵Н также описывалось в рамках трехкластерной модели, но с использованием микроскопического метода (МГК). При этом параметры резонансов определялись с помощью метода АПКС [174,175]. Резонансное состояние было получено при энергии $E \approx 3$ МэВ, с оценкой ширины в пределах от $\Gamma = 1$ до 5 МэВ. В работе [171] использовался метод комплексного масштабирования и та же трехкластерная микроскопическая модель. Было получено три резонансных состояния с моментами $J^{\pi} = 1/2^+$, $J^{\pi} = 5/2^+$ и $J^{\pi} = 3/2^+$ соответственно. Нижайшим является резонанс $1/2^+$ с энергией E = 1,59 МэВ и шириной $\Gamma = 2,48$ МэВ.

Алгебраическая версия метода резонирующих групп (с привлечением метода ортогональных условий, то есть приближенным учетом принципа Паули) использовалась в работе [176] для исследования ядра ⁵Н как трехкластерной системы t+n+n. Это привело к выявлению резонанса $1/2^+$ с энергией более 4 МэВ и шириной более 5 МэВ.

Проблеме адекватной интерпретации теоретических предсказаний и связи их с экспериментальными данными в трехкластерном континууме посвящена работа [177]. Детальный обзор и анализ существующих экспериментальных данных и вопросов, связанных с их интерпретацией, содержится в работе [178].

Ясно, что для прояснения ситуации со структурой резонансов системы ⁵Н требуются дополнительные исследования. В настоящей работе в рамках предлагаемого подхода представляется микроскопическая трехкластерная модель ядра ⁵ H, которая, в частности, предоставляет возможность получения анализа резонансных волновых функций. При ЭТОМ В рамках И представляемой модели имеется возможность рассматривать плотности распределения нуклонов и корелляционные функции для резонансных состояний, парциальные ширины. Ядро $^{5}\mathrm{H}$ а также вычислять рассматривается как трехкластерная система t+n+n. Это только один из возможных вариантов выбора трехкластерной конфигурации, но именно он представляется наиболее перспективным.

Знание о низколежащих возбужденных состояниях ядра ⁹Ве, особенно о первом возбужденном состоянии 1/2⁺, важно для астрофизики, в частности, с точки зрения проблемы ядерного синтеза элементов. Резонансы, лежащие непосредственно над нижайшим порогом развала ⁹Ве, могут в определенных условиях оказывать влияние на скорость синтеза этого ядра при взрывах сверхновых, а именно, в случаях возможной ситуации возникновения в среде большой концентрации нейтронов и альфа-частиц при взрывах сверхновых II типа со сравнительно большой интенсивностью, в резонансном режиме может протекать реакция радиационного захвата $\alpha(\alpha n,$ γ)⁹Ве, за которой следует реакция ⁹Ве(α , n)¹²С [179-182]. Указанные процессы могут составлять серьезную альтернативу 3α - частичному горению $\alpha(\alpha\alpha,\gamma)^{12}$ С, доминирующему обычно в образовании ¹²С, и наряду с данной реакцией играть существенную роль в преодолении препятствия на пути образования элементов с A > 8, состоящего в отсутствии связанных состояний у ядер с A = 5 и 8 (⁵H, ⁵Li, ⁸Be), т.е. с так называемым провалом масс.

Несмотря на многолетние исследования свойств ядер ⁹Ве и ⁹В, до сих пор нет полной ясности по поводу энергий и ширин состояний, образующих спектры резонансов рассматриваемых ядер. Это относится, в частности, к вызывающему большой интерес $1/2^+$ - состоянию ядра ⁹Ве, лежащему всего на несколько десятков кэВ выше порога ⁸Be+n, что делает крайне затруднительным определение его параметров (энергии и ширины) в эксперименте. Неясная ситуация имеет место с его аналогом - 1/2⁺состоянием у ядра 9 B, которое в последней компиляционной работе [148] не представлено как состояние, обнаруженное экспериментально. Для последнего ядра еще и спины не всех состояний, обнаруженных в эксперименте, определены. Интересно также сопоставление спектров низколежащих состояний зеркальных ядер ⁹Ве и ⁹В, представляющих собой пример влияния кулоновского взаимодействия протонов на спектры легких атомных ядер.

Интерес к ситуации, сложившейся вокруг обсуждаемых ядер, выражается большим числом выполненных экспериментальных [183-190] и теоретических работ [191-200], посвященных рассмотрению свойств ядер ⁹Ве и ⁹В.

Тут же отметим, что рассматриваемые трехкластерные системы не имеют связанных бинарных подсистем, а именно, время жизни ядра ⁸Ве в основном состоянии составляет 0.97×10^{-16} с, а ядра ⁵He – 1.1×10^{-21} с (⁵Li – 4.4×10^{-22} с). Все это говорит о том, что при сравнительно небольших энергиях доминирующим для ядра ⁹Be (⁹B) является кластерное представление $\alpha + \alpha + n(\alpha + \alpha + p)$. Эти обстоятельства, естественно, должны превалировать при выборе подхода, в рамках которого проводится исследование ядер ⁹Be и ⁹B.

3.1 Резонансные состояния ядер ⁶ Не и ⁶Ве

В этом разделе в качестве нуклон-нуклонного потенциала используется потенциал Волкова [135], который в соответствии с результатами, представленными в предыдущей главе, позволяет получить достаточно разумное описание основных состояний ядер ⁶Не, ⁶Li и ⁸Не в трехкластерной модели. Этот потенциал содержит только центральную часть, что делает полный угловой момент L, полный спин S и полный изоспин Т Соответственно хорошими квантовыми числами. при рассмотрении трехкластерной конфигурации $\alpha + n(p) + n(p)$ мы получаем состояния с S = 0 и T = 1. Известно, что именно это спин-изоспиновое состояние наиболее существенно для описания резонансов, рассматриваемых в настоящей работе. При рассмотрении свойств резонансов ядра ⁶Ве учитывалось кулоновское взаимодействие. Оно играет важную роль в формировании как 0^+ , так и 2^+ состояния этого ядра.

Осцилляторный радиус *b* является единственным свободным параметром в АВ МРГ. Величина его определялась путем оптимизации энергии связи основного состояния *α*-частицы и составило 1,37 Фм.

Как было указано ранее, выбор координат Якоби определяется из соображений удобства проведения расчетов. Для кластерной конфигурации $\alpha + n(p) + n(p)$ использовались оба дерева Якоби, представленные на рисунке 1.1. Первое из них ("4+2"- конфигурация) более удобно. Здесь очевидны правила отбора, которые позволяют существенно уменьшить количество базисных функций, о которых мы еще раз напомним. Действительно, квантовые числа S = 0, T = 1 полной шестинуклонной системы те же, что и для n(p)+n(p). двухнуклонной подсистемы Следовательно, функция относительного движения должна быть четной функцией переменной q_1 для данного набора координат Якоби. Это означает, что можно рассматривать только четные значения парциального момента l₁. Более того, для состояний положительной четности мы имеем и четные значения l₂, а для состояний отрицательной четности – только нечетные значения l₂. Для второго дерева Якоби, из представленных на рисунке 1.1 (для шести частиц это дерево "5+1"), нельзя привести такие простые соображения и приходится изначально рассматривать все функции осцилляторного базиса при заданном значении главного квантового числа N.

Во внутренней области (область взаимодействия) действие принципа Паули учитывается точно, то есть проводится как антисимметризация внутренних волновых функций кластеров, так И межкластерная больших антисимметризация. Ha расстояниях между кластерами (асимптотическая область) последнюю можно не проводить. Рассмотрим, с этой точки зрения, разделение области взаимодействия кластеров на внутреннюю и асимптотическую на примере матричных элементов единичного оператора. При этом используются обозначения, принятые в предыдущей главе, в частности, сокращение v_0 для набора квантовых чисел $\{(l_1 l_2) LM\}$ в матричных элементах:

$$\langle n_{\rho}, (K, \nu_0) | A | n'_{\rho}, (K', \nu_0) \rangle.$$
 (3.1)

Здесь отличными от нуля матричными элементами остаются те, которые

являются результатом перекрытия функций одной и той же осцилляторной оболочки, характеризующейся главным квантовым числом $N = 2n_{\rho} + K$. То есть для гиперсферического базиса действует правило отбора $2n_{\rho} + K = 2n'_{\rho} + K'$.

На рисунке 3.1 представлены матричные элементы интеграла перекрытия диагональные по L = 0для случая значениями n_{o} co гипермомента K = 0 и K = 2 для шестинуклонной трехкластерной системы. Из рисунка видно, что принцип Паули затрагивает осцилляторные состояния как минимум 25-ти нижайших оболочек, как диагональных, так и недиагональных по К матричных элементов. Эффект антисимметризации проявляется в отклонении от единицы диагональных матричных элементов и в отличии от нуля недиагональных (по К) элементов. Это влияние монотонно уменьшается с ростом n_{a} .



Рис. 3.1. Матричные элементы оператора антисимметризации для 0⁺состояния ядра ⁶He (⁶Be), диагональные по n_{ρ} в зависимости от значений n_{ρ} . На рисунке 3.2 проводится сравнение матричных элементов оператора антисимметризации при L=0 диагональных по n_{ρ} и K для некоторых значений K с индексом $\sigma = (l = l_1 = l_2)$ для состояний с одним и тем же

значением гипермомента. Показаны только те матричные элементы, где действие принципа Паули проявляется наиболее ярко. Некоторые состояния с K = 4 и K = 8 подвержены действию антисимметризации сильнее, чем другие. Для того, чтобы прояснить причину этого, заметим, ЧТО гиперсферические углы (и соответствующие им квантовые числа (K, l_1, l_2, LM) определяют наиболее вероятную форму треугольника, задающего взаимное расположение кластеров и его ориентацию в пространстве. Гипермоники с $K = 4, \sigma = 2$ $(l_1 = l_2 = 2)$, и $K = 8, \sigma = 3$ $(l_1 = l_2 = 4)$, по-видимому, задают такую форму треугольника, при которой один из нуклонов находится очень близко к α - частице.

По мере увеличения значений K вероятность найти кластеры на малых расстояниях относительно друг друга в рамках гиперсферы фиксированного гиперрадиуса ρ уменьшается. Это позволяет предположить, что гипергармоники с большими значениями K не будут вносить существенного вклада в конечные результаты.



Рис. 3.2. Матричные элементы оператора антисимметризации для 0⁺состояний ядра ⁶He (⁶Be) диагональные по n_{ρ} в зависимости от величины n_{ρ} для ряда значений σ (см. текст).

Интересно сравнить матричные элементы интеграла перекрытия для

трехкластерной конфигурации с матричными элементами двухкластерной. Такое сравнение можно провести посредством рисунка 3.3, из которого следует, что область действия принципа Паули для трехкластерных систем значительно шире, чем для двухкластерных.



Рис. 3.3. Матричные элементы оператора антисимметризации для 0⁺состояний ядер ⁶He (⁶Be) в трехкластерной $\alpha + n(p) + n(p)$ и двухкластерной конфигурации $\alpha + {}^{2}n({}^{2}p)$. Здесь *n* под осью абсцисс следует рассматривать как число квантов осцилляторных возбуждений.

Для того, чтобы проиллюстрировать влияние принципа Паули на потенциальную энергию трехкластерной конфигурации, рассмотрим матричные элементы с гипермоментом K=0 как с полным учетом антисимметризации, так и в рамках фолдинг-модели, то есть в случае пренебрежения межкластерной антисиммеризацией.

На рисунке 3.4 представлены диагональные по n_{ρ} при K=0 матричные элементы потенциальной энергии, а на рисунке 3.5 – матричные элементы в строке при фиксированном значении $n_{\rho} = 50$ для случая K=0. Видно, что результаты фолдинг-модели достаточно близки к результатам, полученным с полной антисиммеризацией в области больших значений n_{ρ} .



Рис. 3.4. Диагональные по n_{ρ} матричные элементы потенциальной энергии для 0⁺ - состояния при K=0 ядра ⁶He (⁶Be) с полным учетом антисимметризации и в фолдинг-модели



Рис. 3.5. Недиагональные матричные элементы потенциальной энергии для ⁺ 0⁺- состояния ядра ⁶He (⁶Be) при K=0 с точным учетом антисимметризации и в фолдинг-модели. Строка при значении $n_{\rho} = 50$.

На рисунке 3.6 представлены также матричные элементы потенциальной энергии между состояниями с двумя нижайшими значениями гипермомента, то есть с K=0 и K=2. Отметим, что вклад от состояний с K=2 в потенциальную энергию является существенно более значительным, чем от

состояний с K = 0, а связь между состояниями K = 0 и K = 2 через потенциал достаточно мала.

Главный вывод здесь состоит в том, что в асимптотической области "точная" потенциальная энергия может быть заменена потенциальной энергией в фолдинг-приближении. Это предоставляет большие возможности для преодоления численных трудностей и приводит нас к следующей схеме трехкластерных расчетов. Во внутренней области, которая описывается состояниями нижайших осцилляторных оболочек и где велика вероятность найти кластеры на небольших относительных расстояниях друг от друга, антисимметризация при вычислении матричных элементов потенциальной энергии проводится точно. В асимптотической области, где средние расстояния между кластерами велики, используется фолдинг-модель.



Рис. 3.6. Диагональные по n_{ρ} матричные элементы потенциальной энергии в 0⁺ - состоянии ядра ⁶He (⁶Be) с полным учетом антисимметризации для нижайших значений $K_{.}$

Фолдинг-модель создает дополнительные возможности для более подробного исследования структуры матрицы взаимодействия. Известно, что ни взаимодействие нейтрона с α - частицей, ни взаимодействие двух нейтронов не создает связанных состояний в соответствующих подсистемах

ядра ⁶Не. Только в полной трехкластерной конфигурации $\alpha + n + n$ возникают необходимые условия для образования связанного состояния. В фолдинг-модели полная потенциальная энергия представляет собой сумму энергий трех пар взаимодействующих кластеров: α -частицы и первого нейтрона, α -частицы и второго нейтрона и пары валентных нейтронов. Для случая K=0 вклады двух первых слагаемых идентичны, и нам достаточно сравнить только взаимодействия $\alpha + n$ и n+n. На рисунке 3.7 представлены вклады от обеих компонент в диагональные матричные элементы. Видно, что вклад пары $\alpha + n$ является намного более весомым.



Рис 3.7. Вклады в полный диагональный по n_{ρ} матричный элемент потенциальной энергии от взаимодействия пар кластеров для 0⁺ - состояния ядра ⁶He (⁶Be) при K = 0 в фолдинг-модели.

Когда при решении уравнений AB MPГ учитывается кулоновское взаимодействие, необходимо ввести эффективный заряд, который определяет кулоновское взаимодействие как в каждом из *К*-каналов, так и связь между ними. С использованием соображений, изложенных в главе 1, были рассчитаны эффективные заряды для 0⁺ и 2⁺ состояний ядра ⁶Ве. Часть соответствующих матриц $\|Z_{\kappa}^{\kappa'}\|$ размещены в таблицах 3.2 и 3.3. Следует

подчеркнуть то, что диагональные матричные элементы здесь значительно больше недиагональных. Такое положение вещей оправдывает используемое нами приближение, состоящее в пренебрежении недиагональными матричными элементами матрицы эффективного заряда, позволяющее расцепить каналы в асимптотической области.

Таблица 3.2.

| $K; l_1, l_2$ | 0; 0, 0 | 2; 0, 0 | 4; 0, 0 | 4; 2, 2 |
|---------------|---------|---------|---------|---------|
| 0; 0, 0 | 7,274 | 0,006 | -0,129 | 1,414 |
| 2; 0, 0 | 0,006 | 7,146 | -0,436 | 0,314 |
| 4; 0, 0 | -0,129 | -0,436 | 7,428 | -0,877 |
| 4; 2, 2 | 1,414 | 0,314 | -0,877 | 9,098 |

Матрица эффективных зарядов для 0⁺-состояния ядра ⁶Ве.

Таблица 3.3.

| Таблица 3 | 3 Mai | muua shu | hertubuliv | | σ?+_/ | состоящия | απna ⁽ | ^j Re |
|-----------|----------|----------|------------|------------|----------------|-----------|-------------------|--------------------------|
| таолица Э | .J. Ivia | грица Эф | рективных | зарядов дл | <i>n 2</i> - ' | состолнил | лдра | $\mathbf{D}\mathbf{C}$. |

| | | | • | | - |
|---------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $K; l_1, l_2$ | 2; 2, 0 | 2; 0, 2 | 4; 2, 0 | 4; 0, 2 | 4; 2, 2 |
| 2; 2, 0 | 7,253 | 0,400 | -0,224 | 0,546 | -0,751 |
| 2; 0, 2 | 0,400 | 7,244 | -0,309 | -0,004 | -0,601 |
| 4; 2, 0 | -0,224 | -0,309 | 6,942 | -0,186 | 0,431 |
| 4; 0, 2 | 0,546 | -0,004 | -0,186 | 7,694 | -0,671 |
| 4; 2, 2 | -0,751 | -0,601 | 0,431 | -0,671 | 7,345 |

Интересно сравнить трехкластерный эффективный заряд с двухкластерным. Последний для конфигурации $\alpha + {}^{2}p$ ядра ⁶Ве, имеет значение:

$$Z_{eff} = \frac{8}{\sqrt{3}}e^2 \simeq 6,65,$$

которое не зависит от углового момента системы. Заметим, что здесь двухкластерный эффективный заряд довольно близок по своей величине к $\left\|Z_{K}^{K'}\right\|.$ диагональных матричных элементщв Ho значениям если В трехкластерном эффективный канале заряд мало отличается OT

двухкластерного, то можно предположить, что это служит указанием на то, что в таком трехкластерном случае два протона в асимптотической области находятся в непосредственной близости друг к другу. Для 2⁺ состояния есть возможность наблюдать как минимум один такой канал. Это канал с K = 4, $l_1 = 2$, $l_2 = 0$.

Модельное пространство при проведении расчетов изначально определяется полным числом гипергармоник, используемых для описания как внутренней, так и внешней областей, а также количеством учтенных гиперрадиальных возбуждений для каждой из них. При этом совсем необязательно использовать один и тот же набор гипергармоник для внутренней и асимптотической области. Для внутренней области, где сильны эффекты антисиметризации и действия нуклон-нуклоных сил, необходимо брать большое их число, что обусловлено связью между состояниями с разными значениями гипермомента. В то время как во внешней области следует взять такое число гипергармоник, которое требуется для описания всего разнообразия возможных каналов распада компаунд-системы.

Для обсуждаемых в данном разделе расчетов, как для внутренней, так и для асимптотической области, мы ограничивались максимальными значениями гипермомента $K_i = K_a = 10$ для внутренней и внешней области соответственно. Проверка путем расширения базиса за указанные его пределы показала, что такого подпространства функций вполне достаточно для вполне разумной сходимости результатов. Промежуточные этапы вычислений иллюстрируются примерами расчетов для 0^+ состояния ядра ⁶Be.

В таблице 3.4 показано число гипергармоник (N_h) при фиксированном значении гипермомента K для $L^{\pi} = 0^+$ и $L^{\pi} = 2^+$ в случае "4+2" - дерева Якоби. Там же приводится суммарное количество гипергармоник (N_{ch}) для значений гипермомента $K = K_{min}$, $K_{min} + 2, ..., K_{max}$, то есть число каналов для заданного K_{max}
Таблица 3.4.

Число гипергармоник (N_h) при заданном значении гипермомента K и суммарное число гипергармоник (N_{ch}) при K, изменяющемся в пределах от K=0 до K=10 для значений углового момента L=0 и L=2.

| Число и суммарное | | <u> </u> | | | | | | | |
|---------------------|---|-------------------|---|----|----|----|--|--|--|
| число гипергармоник | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | | | |
| | | $L^{\pi} = 0^{+}$ | | | | | | | |
| N_h | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | | | |
| N_{ch} | 1 | 2 | 4 | 6 | 9 | 12 | | | |
| | | $L^{\pi} = 2^{+}$ | | | | | | | |
| N_{h} | | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | | | |
| N_{ch} | | 2 | 5 | 10 | 16 | 24 | | | |

Точка сшивания, разделяющая внутреннюю и асимптотическую области, фиксировалась как $N_{\rho} = 50$. Выбор такого значения N_{ρ} базируется на соображениях, приведенных в предыдущих разделах, и является более чем достаточным как с точки зрения учета принципа Паули во внутренней области, так и использования квазиклассического приближения вне ее.

Параметры резонансов определялись на основе рассмотрения собственных фаз рассеяния, то есть с использованием *S* - матрицы в представлении собственных каналов посредством соотношений (1.63).

В первую очередь рассматривалась зависимость результатов от числа асимптотических каналов. Для этого проводились тестовые расчеты положений и ширин резонансного состояния 0⁺ ядра ⁶Ве при расширении пространства асимптотических функций для случая $K_i = 10$. Для асимптотической области последовательно включались в расчет все гипергармоники, соответствующие значениям K_a от $K_a = 0$ до $K_a = 10$.

Результаты, представленные в таблице 3.5, иллюстрируют достигнутую сходимость численных результатов. Видно, что она является вполне удовлетворительной, поскольку подключение асимптотики для состояний со все возрастающими значениями гипермомента приводит к достаточно быстрой и монотонной сходимости параметров резонанса. На рисунке 3.8

приведены собственные фазовые сдвиги в 0^+ - состоянии ядра ⁶Ве, как функции от энергии в случае $K_i = 10$ и для тех значений K_a , которые указаны в таблице, что более наглядно иллюстрирует сходимость по мере увеличения K_a .

Таблица 3.5.

Параметры 0⁺ - резонанса ядра ⁶Ве, полученные путем варьирования K_a при фиксированном значении $K_i = 10$.

| Параметры | | | K | a | | |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| резнанса | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| Е, МэВ | 1,324 | 1,204 | 1,192 | 1,184 | 1,176 | 1,172 |
| Г, МэВ | 0,068 | 0,069 | 0,071 | 0,071 | 0,073 | 0,072 |



Рис.3.8. Собственные фазовые сдвиги для 0^+ -состояния ядра ⁶Ве при различных значениях K_a и фиксированном значении $K_i = 10$.

Как указывалось выше, для получения разумных результатов необходимо использовать достаточно большое количество гипергармоник для описания внутренней области рассматриваемой системы. Для подтверждения этого

опять обратимся к конкретному примеру расчетов 0^+ - состояния ядра ⁶Be, в асимптотика пришивается только при том случае когла значении гипермомента $K_a = 0$, а для описания внутренней области используются гипергармоники с K_i , изменяющемся в пределах от $K_i = 0$ до $K_i = 10$. Соответствующие результаты расчетов приводятся в таблице 3.6 Они, в частности, указывают на то, что эффективный потенциал, возникающий при учете лишь одной гипергармоники с гипермоментом $K_i = 0$, не способен обеспечить наличие резонансного состояния. Только при подключении для описания внутренней области гипергармоник с K = 2 можно говорить о его появлении. Дальнейшее последовательное увеличение значений К_i приводит к сходимости результатов с уменьшением как энергии, так ширины и резонанса.

Таблица 3.6.

Параметры 0⁺-резонанса ядра ⁶Ве, полученные путем варьирования K_i при фиксированном значении $K_a = 0$.

| Параметры | | | K | ζ _i | | |
|----------------|---|-------|-------|----------------|-------|-------|
| резонанса | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| <i>Е</i> , МэВ | | 2,408 | 2,020 | 1,688 | 1,434 | 1,324 |
| Г, МэВ | _ | 0,147 | 0,129 | 0,097 | 0,075 | 0,068 |

На рисунке 3.9 представлены собственные фазы $L^{\pi} = 0^+$ - рассеяния для ядра ⁶Ве, полученные с привлечением максимального числа гипергармоник как во внутренней, так и в асимптотической области. В первом собственном канале четко виден узкий 0⁺ - резонанс. Но при этом и вторая собственная фаза демонстрирует некое резонансное поведение, указывающее на то, что в наших расчетах получается и второй (широкий) 0⁺ - резонанс. Фазовые сдвиги в остальных собственных каналах являются медленно меняющимися функциями без каких-либо указаний на резонансы в рассматриваемой области энергий.



Рис. 3.9. Собственные фазы для 0⁺ - состояния ядра ⁶Ве.

В таблице 3.7. наряду с результатами АВ МРГ приводятся экспериментальные данные, взятые из работ [130,201]. Согласие по энергиям и ширинам резонансов можно считать здесь вполне удовлетворительным. При этом следует учесть и тот факт, что различия между расчетными и экспериментальными значениями параметров 2^+ -резонансов в ядрах ⁶Не и ⁶ Ве могут быть обусловлены и тем, что вычисления в настоящей работе проводились без учета *LS* - сил.

Таблица 3.7.

Сравнение параметров резонансных состояний ядер ⁶Не и ⁶Ве, полученных в АВ МРГ с экспериментальными данными.

| Резонансные | AB MPГ | | Эксперимент [130,201]. | | |
|------------------------------------|--------|--------|------------------------|-------------|--|
| состояния ядер | Е, МэВ | Г, МэВ | Е, МэВ | Г, МэВ | |
| 6 He; $L^{\pi} = 2^{+}$ | 1,490 | 0,168 | 0,822±0,025 | 0,133±0,020 | |
| $^{6}\mathrm{Be}; L^{\pi} = 0^{+}$ | 1,172 | 0,072 | 1,371 | 0,092±0,006 | |
| $^{6}\text{Be}; L^{\pi} = 2^{+}$ | 3,100 | 0,798 | 3,04±0,05 | 1,16±0,06 | |

В таблице 3.8 проводится сравнение результатов настоящей работы с

результатами других авторов. В частности, с результатами, полученными с комплексного масштабирования помошью метода В рамках метода генераторных координат (МГК) [154], в методе гипергармоник (ГС) [108] (полумикроскопическая модель) использованием И c аналитического продолжения константы связи в (АПКС) методе генераторных координат [155].

Таблица 3.8.

Параметры первых резонансных состояний ядер ⁶Не и ⁶Ве, полученные в АВ МРГ, ГС (полумикроскопические расчеты) и с помощью МКМ и АПКС в МГК

| Метол | ${}^{6}\text{He}; L^{\pi} = 2^{+}$ | | ${}^{6}\text{Be}; L^{\pi} = 0^{+}$ | | ${}^{6}\text{Be}; L^{\pi} = 2^{+}$ | |
|------------|------------------------------------|--------|------------------------------------|--------|------------------------------------|--------|
| | <i>Е</i> , МэВ | Г, МэВ | <i>Е</i> , МэВ | Г, МэВ | Е, МэВ | Г, МэВ |
| АВ МРГ | 1,490 | 0,168 | 1,172 | 0,072 | 3,100 | 0,798 |
| ГС [108] | 0,75 | 0,04 | | | _ | |
| МКМ [154] | 0,74 | 0,06 | 1,52 | 0,16 | 2,81 | 0,87 |
| АПКС [155] | 0,73 | 0,07 | | | _ | |

Как было отмечено работах [108,154], барьер, порождаемый В трехкластерной конфигурацией, является достаточно высоким и широким для того, чтобы обеспечить существование двух резонансных состояний, где второе обычно является очень широким. На первый взгляд может показаться, что это некий артефакт, присущий собственно гипергармоническому подходу больших значений гипермомента Κ. приводящего при учете К центробежного барьера. возникновению мощного Однако расчеты, проведенные методом комплексного масштабирования [202,203] никоим образом не связанные с гиперсферическим базисом, также указывают на возможность существования подобного рода резонансов. Сравнение вторых резонансов, полученных параметров нами, С аналогичными результатами авторов: [108] (метод *K* других гармоник, полумикроскопические расчеты), метод комплексного масштабирования (МКМ) в МГК [154] может быть проведено на основании данных, представленных в таблице 3.9. Некоторые несовпадения результатов здесь могут быть объяснены как использованием различных методов расчета, так и тем, что для их проведения привлекались разные нуклон-нуклонные силы.

Таблица 3.9.

| | | АВ МРГ | | AB MPΓ ΓC [108] | | MKM [2 | 202,203] |
|-----------------|-------------|--------|--------|-------------------------|--------|--------|----------|
| Ядро | L^{π} | Е, МэВ | Г, МэВ | Е, МэВ | Г, МэВ | Е, МэВ | Г, МэВ |
| ⁶ He | 0_{2}^{+} | 2,1 | 4,3 | 5,0 | 6,0 | 3,9 | 9,4 |
| ⁶ He | 2^{+}_{2} | 3,7 | 5,0 | 3,3 | 1,2 | 2,5 | 4,7 |
| ⁶ Be | 0_{2}^{+} | 3,5 | 6,1 | _ | — | — | _ |
| ⁶ Be | 2^{+}_{2} | 5,2 | 5,6 | | | | |

Параметры вторых резонансных состояний ядер ⁶Не и ⁶Ве полученные в АВ МРГ, ГС (полумикроскопические расчеты) и МКМ (МГК).

В заключении раздела укажем на то, что сравнительно недавно появилась работа [204], в которой детально теоретически и экспериментально исследована структура 0⁺ состояния ядра ⁶Ве. Теоретический анализ ⁶Ве проведен в трехкластерной $\alpha + p + p$ модели. Альфа-кластер рассматривался частица бесструктурная, а для описания взаимодействия $\alpha + p$ как эффективный, привлекался феноменологический потенциал. воспроизводящий фазы $\alpha + p$ рассеяния. Огромный базис гиперсферических гармоник был привлечен для классификации каналов трехчастичной системы при расчете энергии и ширины 0⁺ резонанса. В работе [204] показано, что ширина этого резонанса сильно зависит от формы $\alpha + p$ И p + pпотенциалов, а также от числа гиперсферических гармоник, вовлеченных в расчет. Для достижения полной сходимости ширины, по мнению авторов [204], необходимо использовать гармоники с K_{max} ≥ 30. Безусловно, такой базис намного шире, чем базис гиперсферических гармоник, который использовался в настоящей работе для расчета резонансов ядер "Не и "Ве,

где были учтены все гармоники с $K_{\text{max}} = 10$. Можно допустить, что такое различие результатов настоящей работы и авторов работы [204] в отношении числа гипергармоник, необходимых для обеспечения сходимости, можно объяснить суммарным действием нуклон-нуклонного потенциала, определяющего взаимодействия кластеров, и оператора антисимметризации, корректно учтенного в настоящей работе. Это может ослаблять связь каналов и позволить разумно описать резонансные состояния трехкластерных систем с использованием сравнительно небольшого числа гиперсферических гармоник.

3.2 Резонансные состояния ядра ⁵ Н

В этом разделе рассматривается применение трехкластерного варианта АВ МРГ к описанию характеристик нижайших состояний ядра ⁵Н. Для решения этой задачи используется трехкластерная конфигурация ${}^{3}H + n + n c$ полным спином S = 1/2. Соответствующая волновая функция содержит комбинацию схем Юнга [32] и [311], спин двунейтронной подсистемы может принимать значения $S^{(nn)} = 0$ или 1. Относительные координаты кластеров задаются посредством одного из двух наборов координат Якоби, которые называются соответственно как "Ү-дерево" и "Т-дерево" и условно показаны на рисунке 1.1. Для "Т-дерева" значения углового момента, связанного с относительным движением двух нейтронов, четны для спина $S^{(nn)} = 0$ и нечетны в случае *S*^(*nn*) = 1. Интеграл перекрытия (матрица оператора антисимметризации) диагонален с точки зрения классификации по схемам Юнга (состояния [32] и [311] не перекрываются), чего нет для случая нуклон-нуклонных сил. С точки зрения простейшей модели оболочек волновая функция ядра ⁵Н содержит три нуклона в *s* - оболочке и два нейтрона в *p* - оболочке и имеет SU(3) - симметрию ($\lambda\mu$) = (20). Значения индексов Элиота λ = 2 и μ = 0 определяют то, что два значения полного орбитального углового момента, L=0 и L=2, являются для ядра ⁵Н доминантными, а спин двунейтронной подсистемы $S^{(nn)} = 0$ превалирует для низколежащих состояний.

Как и в предыдущем разделе, для классификации трехкластерных состояний и нумерации каналов трехкластерного континуума используются квантовые числа гиперсферического базиса. То есть в этом отношении рассматриваемая модель подобна модели, используемой в работе [169]. Настоящую работу также можно сопоставлять с работами [170,171], но она дополнительно включает в себя явное представление для волновых функций рассеяния, что предоставляет новые возможности для более глубокого изучения спектра, в частности, получения информации о доминирующих каналах распада резонансов.

В расчетах используются два нуклон-нуклонных взаимодействия: потенциал Миннесота (ПМ) с параметрами центральных сил, взятыми из работы [128] совместно с LS-компонентой в версии IV из работы [149], а также модифицированный потенциал Хасагавы-Нагаты (Hasegawa – Nagata (МПХН)) [205,206]. Оба потенциала использовались в многоканальных вычислениях для ядер с большим избытком нейтронов и протонов. В частности, потенциал ПМ привлекался в работах [170,171] при изучении свойств резонансов ядра ⁵Н в приближении, конкурирующем с подходом, представляемом в настоящей работе. Потенциал МПХН широко применялся при исследовании ядер с избытком нейтронов или протонов, например, в работах [206-208].

При проведении расчетов осцилляторный радиус *b* выбирался таким образом, чтобы минимизировать энергию основного состояния ядра ³ Н. Это привело к значению b = 1,489 Фм для ПМ, и b = 1,470 Фм для МПХН. При этом, для того, чтобы воспроизвести резонансную структуру ядра ⁴ H, ⁵ H. которое можно рассматривать как подсистему ΜЫ В слегка модифицировали параметры потенциалов. Это было достигнуто уменьшениям параметра и центральной части ПМ до значения 0.98 и интенсивности компонент LS потенциала МПХН до величины 0.5. Отметим, что параметры u = 0.98 и b = 1.470 Фм для ПМ совпадают с таковыми,

выбранными для вычислений в работе [171], но отличаются от значений, задаваемых в работе [170], где b = 1.58 Фм и u = 1.12.

Вычисление потенциальной части ⁵H матрицы энергии ядра потребовало привлечения достаточно большого числа базисных функций, что создало существенные численные трудности. Оно требует вычисления большого количества матриц, характеризующихся квантовыми числами (K, l_1, l_2) . Для получения окончательных результатов ЭТИ матрицы преобразовывались с помощью коэффициентов Рейнала-Реваи (Raynal-Revai), связывающих гиперсферические гармоники в разных деревьях Якоби. Для обеспечения приемлемого времени численных расчетов работа проводилась с использованием инфраструктуры "Grid " путем распределения расчетов. Описание соответствующей методики можно найти в работе [209].

Как уже неоднократно отмечалось, важнейшим вопросом микроскопических вычислений с помощью дискретного базиса является вопрос о сходимости результатов. Как было показано выше, расчетные характеристики резонансов ядер ⁶Не и ⁶Ве весьма чувствительны к количеству гиперсферических гармоник, используемых для описания внутренней части резонансной волновой функции, и менее чувствительны к количеству функций в асимптотической области. Это указывает на то, что компаунд - система требует весьма тщательного описания, в то время как конфигурацию распада достаточно хорошо описывает сравнительно небольшое число низших гипергармоник. Соответственно и здесь главными параметрами, имеющими значение для сходимости, будут: количество гиперсферических гармоник во внутренней области (максимальное значение гипермомента во внутренней области - K_i), асимптотической области (максимальное значение гипермомента в асимптотической области - К_а), а возбуждений также количество гиперрадиальных для кажлой гиперсферической функции внутренней области, определяемой BO параметром сшивания N_a.

Соответственно ниже при проведении численных расчетов в первую

очередь исследуется сходимость результатов по числу вовлекаемых в расчет гиперсферических гармоник с гипермоментами в пределах $L \le K \le 14$. Для каждого *K* при этом используются все ($K; l_1, l_2$)-каналы. В результате весь набор трехкластерных каналов состоит из 46 – для полного углового момента L=0, и из 84 каналов – для L=2.

Система ⁵Н подобна ядру ⁶Не, в том смысле, что свойства обоих ядер определяются взаимодействием двух валентных нейтронов с кором (³H и ⁴He соответственно). Обе системы не имеют связанных состояний в своих двухкластерных подсистемах, но ядро ⁶Не связано в своем основном состоянии в отличие от ⁵Н.

Характеристики двухкластерных подсистем существенным образом влияют на свойства резонансной структуры трехкластерной системы. Поэтому изучение спектроскопических свойств ядра ⁵Н логично начать с двукластерных составляющих рассматриваемой модели. Здесь интерес представляют две подсистемы.

Первая состоит из тритона и нейтрона – в свободном состоянии это ядро ⁴ Н. Оно имеет набор широких резонансных состояний [210]. Фазовые сдвиги, полученные для рассеяния n+t с полным угловым моментом L=1 и полным спином S=1, представлены на рисунке 3.10 для ПМ и на рисунке 3.11 для МПХН. Оба рисунка содержат и экспериментальные данные из работы [210], с которыми наблюдается приемлемое согласие теоретических результатов. Если сравнивать результаты настоящей работы с результатами теоретических расчетов, проведенных в работе Араи (Arai) [170] и в работе [171] (Descouvement и Kharbach – ДК), то при рассматриваемых значениях энергии обнаруживаются отличия в значениях фаз, которые не превышают нескольких градусов.

Параметры резонансов ядра ⁴Н, полученные в различных работах с использованием ПМ, приведены в таблице 3.10. В работе [170] применялся метод аналитического продолжения S-матрицы (АПSM), который дает приближенное положение полюсов S-матрицы. Так же, как и подход,

используемый в настоящей работе, последний является прямым теоретическим подходом. Но эти подходы дают лишь относительно схожие результаты, особенно для широких резонансов.



Рис. 3.10. Фазовые сдвиги n+t рассеяния, полученные с использованием ПМ. Экспериментальные данные взяты из работы [211]. Числа 0,1,2 соответствуют значениям полного момента J_{\perp}



3.11. Фазовые сдвиги n+t рассеяния, полученные с использованием МПХН. Экспериментальные данные взяты из работы [211]. Числа 0,1,2 соответствуют значениям полного углового момента *J*.

Таблица 3.10.

Сравнение характеристик резонансных состояний ядра ⁴ H, полученных с ПМ в настоящей работе с результатами других теоретических подходов и экспериментальными данными. Энергии (E) и ширины (Γ) даны в МэВ.

| | Наст | работа | Араи | [171] | лкі | 1701 | Экспер | римент |
|----------------------|------|--------|------|-------|----------|------|--------|--------|
| L, S, J^{π} | | p | p | [-,-] | <u> </u> | | [2] | 10] |
| | Ε | Γ | Ε | Γ | Ε | Γ | E | Γ |
| $1, 1, 2^{-}$ | 1,65 | 5,60 | 1,52 | 4,11 | 3,05 | 5,1 | 3,19 | 5,42 |
| $1, 1, 1^{-}$ | 1,74 | 9,54 | 1,23 | 5,80 | 3,89 | 7,6 | 3,50 | 6,73 |
| $1, 1, 0^{-}$ | 1,82 | 11,26 | 1,19 | 6,17 | _ | — | 5,27 | 8,92 |
| 1, 0, 1 ⁻ | 1,51 | 8,01 | 1,32 | 4,72 | _ | _ | 6,02 | 12,98 |

Действительно, в работе [212] было показано, что результаты, получаемые для узких резонансов $J^{\pi} = 3/2^{-}$ ядер ⁵Не и ⁵Li, находятся в разумном согласии. В то время как для широких состояний $J^{\pi} = 1/2^{-}$ существенно разнятся. Сравнение результатов настоящей работы с результатами работы [213] также указывает на то, что для широких резонансов $J^{\pi} = 1/2^{-}$ оба метода дают схожие результаты для энергий резонансов (в пределах 8-9%), но различия для ширин могут достигать до 40%. В работе [170] для получения фонового фазового сдвига и свойств резонансов была использована теория *R* - матрицы. Это приближение ближе к экспериментальной методологии, что отражается на согласии с экспериментальными данными. Таким образом, несовпадения значений положений и ширин резонансов, приведенных в таблице 3.10, по-видимому, вызваны в основном различием в подходах, использованных для получения результатов.

Второй важной подсистемой является подсистема n+n. Были исследованы фазовые сдвиги для рассеяния n+n с L=0, S=0 и L=1, S=1. ПМ порождает виртуальное состояние с $L^{\pi} = 0^+$, $S^{(nn)} = 0$, что может оказаться существенным для формирования резонансов ⁵ Н. В отличие от этого, потенциал МПХН приводит к слабо связанному состоянию (-0.44 МэВ) в канале L=0, S=0. Несмотря на этот дефект МПХН, мы использовали и его при описании структуры резонансов ⁵Н для проверки влияния выбора нуклон-нуклонного взаимодействия на параметры резонансных состояний. Отметим, что нечетные компоненты ПМ и МПХН довольно слабые и фазовый сдвиг в канале L=1, S=1 не превышает 1 градуса в диапазоне энергий $0 \le E \le 10$ МэВ. Поэтому можно ожидать, что указанные компоненты не будут заметно влиять на резонансные свойства системы ⁵Н.

Вернемся к рассмотрению свойств ядра ⁵Н как трехкластерной системы. Все ее резонансы имеют достаточно большую ширину. Для первоначальной их идентификации в спектре использовался анализ собственных состояний Харриса [214-216]. Он указал на наличие широких резонансов в интервале энергий от 2 до 4 МэВ. При дальнейшем, более полном изучении параметров рассеяния, внимание концентрируется именно на этой области энергий.

Сначала рассмотрим сходимость результатов, вычисляя энергии и ширины резонансов $L=0, J^{\pi}=1/2^{+}$ и $L^{\pi}=2^{+}$ с использованием взаимодействия ПМ (только центральная компонента). При этом для каждого значения K_i и K_a всегда включаются всевозможные каналы ($K;l_1,l_2$), для которых l_1,l_2 совместимы с данным значением K. В Таблицах 3.11 и 3.12 отображены результаты, полученные по мере увеличения $K_i = K_a$ при значении $N_{\rho} = 25$.

Таблица 3.11.

Сходимость энергии и ширины первого (E_1, Γ_1) и второго (E_2, Γ_2) резонанса ядра ⁵ H, полученные с ПМ для случая $J^{\pi} = 1/2^+$ с изменением $K_i = K_a$. Энергии (E) и ширины (Γ) даны в МэВ.

| $K_a = K_i$ | E_1 | Γ_1 | E_2 | Γ_2 |
|-------------|-------|------------|-------|------------|
| 0 | — | — | — | — |
| 2 | 1,751 | 3,371 | 3,693 | 15,165 |

| Продолжение т | габлицы | 3.1 | [] | |
|---------------|---------|-----|-----|--|
|---------------|---------|-----|-----|--|

| $K_a = K_i$ | E_1 | Γ_1 | E_2 | Γ_2 |
|-------------|-------|------------|-------|------------|
| 4 | 1,767 | 2,875 | 3,638 | 16,900 |
| 6 | 1,675 | 2,413 | 4,307 | 9,356 |
| 8 | 1,550 | 1,934 | 4,251 | 8,724 |
| 10 | 1,477 | 1,763 | 4,230 | 7,847 |
| 12 | 1,428 | 1,669 | 4,152 | 6,995 |
| 14 | 1,391 | 1,599 | 4,072 | 6,574 |

Таблица 3.12.

Сходимость энергии и ширины первого (E_1, Γ_1) и второго (E_2, Γ_2) резонанса ядра ⁵Н, полученных с ПМ для случая $L^{\pi} = 2^+$ с изменением $K_i = K_a$. Энергии (E) и ширины (Γ) даны в МэВ.

| $K_a = K_i$ | E_1 | Γ_1 | E_2 | Γ_2 |
|-------------|-------|------------|-------|------------|
| 0 | — | — | — | — |
| 2 | 3,026 | 5,551 | — | — |
| 4 | 2,651 | 4,825 | 3,992 | 11,268 |
| 6 | 2,453 | 4,122 | 4,201 | 8,685 |
| 8 | 2,292 | 3,583 | 4,160 | 7,453 |
| 10 | 2,202 | 3,302 | 4,236 | 7,151 |
| 12 | 2,152 | 3,141 | 4,113 | 6,804 |
| 14 | 2,102 | 3,015 | 4,112 | 6,692 |

В таблицах 3.13 и 3.14 для фиксированного значения числа гипергармоник, привлекаемых для описания внутренней области ядра ($K_i = 14$), показана сходимость по K_a при фиксированном значении $N_{\rho} = 25$ параметров тех же для резонансов $L = 0, J^{\pi} = 1/2^+$ и $L^{\pi} = 2^+$. Отметим ограниченное влияние высших K_a - каналов.

Таблица 3.13.

Сходимость энергии и ширины для первого (E_1, Γ_1) и второго (E_2, Γ_2) резонансов ядра ⁵ H, полученных с ПМ для $J^{\pi} = 1/2^+$ при фиксированном $K_i = 14$ и переменном K_a . Энергии (E) и ширины (Γ) даны в МэВ.

| K _a | E_1 | Γ_1 | E_2 | Γ_2 |
|----------------|-------|------------|-------|------------|
| 0 | 2,231 | 0,841 | — | — |
| 2 | 1,453 | 1,617 | 3,492 | 19,349 |
| 4 | 1,436 | 1,606 | 4,135 | 10,462 |
| 6 | 1,422 | 1,596 | 4,202 | 7,121 |
| 8 | 1,408 | 1,596 | 4,157 | 6,908 |
| 10 | 1,398 | 1,588 | 4,123 | 6,763 |
| 12 | 1,394 | 1,593 | 4,090 | 6,671 |
| 14 | 1,391 | 1,599 | 4,073 | 6,574 |

Таблица 3.14.

Сходимость энергий и ширин первого (E_1, Γ_1) и второго (E_2, Γ_2) резонансов ядра ⁵ H, полученных с ПМ для $L^{\pi} = 2^+$ при фиксированном $K_i = 14$ и переменном K_a . Энергии (E) и ширины (Γ) даны в МэВ.

| K _a | E_1 | Γ_1 | E_2 | Γ_2 |
|----------------|-------|------------|-------|------------|
| 2 | 2,248 | 3,263 | — | — |
| 4 | 2,200 | 3,101 | 4,174 | 8,448 |
| 6 | 2,166 | 3,057 | 4,123 | 7,131 |
| 8 | 2,136 | 3,035 | 4,109 | 6,826 |
| 10 | 2,121 | 3,022 | 4,113 | 6,727 |
| 12 | 2,110 | 3,017 | 4,108 | 6,708 |
| 14 | 2,102 | 3,015 | 4,112 | 6,692 |

Исследования сходимости в терминах N_{ρ} показали, что значение $N_{\rho} = 25$ является вполне разумным. Все дальнейшие результаты получены с

 $K_i = K_a = 14$ и $N_{\rho} = 25$. Такой выбор этих величин можно считать достаточным условием для обеспечения сходимости при хорошей числовой устойчивости всех получаемых величин.

На рисунке 3.12 показаны собственные фазы, полученные с ПМ для состояния $L=0, J^{\pi}=1/2^+$, а на рисунке 3.13 – то же, но для состояний $L=2, J^{\pi}=3/2^+$ и $J^{\pi}=5/2^+$. Их поведение указывает на наличие резонансных состояний, характеристики которых можно получить с помощью соотношений (1.63).



Рис. 3.12. Собственные фазы, полученные для состояния $L = 0, J^{\pi} = 1/2^{+}$ ядра ⁵ H с ПМ.

В таблице 3.15 проводится сравнение энергий и ширин нижайших резонансных состояний ядра ⁵Н для каждого из значений J^{π} , полученные в настоящей работе, с результатами других микроскопических и полумикроскопических расчетов. Видно, что полученные в настоящей работе энергии и ширины достаточно хорошо согласуются с результатами Араи (Arai) [171], но меньше таковых в работе (Descouvemont и Kharbach (ДК)) [170]. Энергия нижайшего резонанса в ⁵Н близка к ее величине, взятой из работы [171], при несколько меньшей ширине. Параметры состояний $3/2^+$ и



Рис. 3.13. Собственные фазы, полученные для состояний $L = 2, J^{\pi} = 3/2^+$ (вверху) и $L = 2, J^{\pi} = 5/2^+$ (внизу) ядра ⁵ H с ПМ.

Имеющиеся количественные несовпадения для энергий и ширин резонансов с результатами работы [171] можно отнести на счет двух отличий в теоретических подходах. Во-первых, есть разница в выборе базиса: Араи (Arai) в работе [171] использовал гауссовский базис для двух конфигураций Якоби ("Y" -дерево и "T" -дерево с парциальными угловыми моментами $l_1 \le 2$ и $l_2 \le 2$).

Таблица 3.15.

Характеристики резонансов с квантовыми числами J^{π} ядра ⁵ H, полученные с ПМ как в АВ МРГ, так и при использовании других теоретических подходов. Энергии (*E*) и ширины (Г) резонансов даны в МэВ.

| I^{π} | <i>Д</i> ^{<i>π</i>} Наст. работа | | Араи [171] | | Шульгина [169] | | ДК [170] | |
|-----------|---|------|------------|------|----------------|-----|----------|-----|
| Ū | Ε | Г | Ε | Г | E | Γ | Ε | Г |
| 1/2+ | 1,39 | 1,60 | 1,59 | 2,48 | 2,5-3,0 | 3-4 | 2,8-3,0 | 1-2 |
| 5/2+ | 2,11 | 2,87 | 2,90 | 4,10 | 4,6-5,0 | 5,0 | _ | |
| 3/2+ | 2,10 | 3,14 | 3,00 | 4,80 | 6,4-6,9 | 8 | | |

В представленных в настоящей работе вычислениях рассматривается одна конфигурация векторов Якоби ("Т" -дерево) при использовании гиперсферического базиса с максимальным гипермоментом $K = K_{\text{max}} = 14$, и набором парциальных угловых моментов от $l_1 + l_2 = L$ до $l_1 + l_2 = K_{\text{max}}$. Вовторых, в [171] при получении параметров резонансов использовался метод комплексного масштабирования, в то время, как мы получаем данные напрямую на основе вычисленных фазовых сдвигов согласно формулам (1.63).

Заметные различия в положении резонансов с работой [170] можно объяснить использованием различных параметров потенциала Миннесота, а также привлечением в расчет несовпадающих модельных пространств. Вероятно, в меньшей степени сказывается то, что в работе [170] для получения параметров резонансов авторы использовали иной подход, а именно метод аналитического продолжения константы связи.

Результаты работы [169] были получены в рамках полумикроскопической модели, что само по себе делает отличие результатов настоящей работы и результатов работы [169] вполне объяснимым.

В таблице 3.16 приведены энергии и ширины резонансов для двух нуклон-нуклонных потенциалов, а именно для ПМ и МПХН, особенности которых обсуждались выше. С оглядкой на вычислительные трудности, эти результаты получены на ограниченном базисе $K_i = K_a = 8$, который, тем не менее, можно считать достаточно представительным. Как было сказано ранее, оба эти потенциала несколько модифицировались с целью воспроизведения свойств подсистемы t+n. Тем не менее, они остались двумя существенно различными потенциалами, что видно из приведенного выше обсуждения свойств подсистемы n+n.

Таблица 3.16.

Сравнение результатов первых (E_1, Γ_1) и вторых резонансов (E_2, Γ_2) , полученных с ПМ и потенциалом МПХН для $K_i = K_a = 8$. Энергии (E_i) и ширины (Γ_i) выражены в МэВ.

| ΙΙπ | ПМ | | МПХМ | | ПМ | | МПХМ | |
|---------------------|-------|------------|-------|------------|-------|------------|-------|------------|
| <i>L</i> , <i>J</i> | E_1 | Γ_1 | E_1 | Γ_1 | E_2 | Γ_2 | E_2 | Γ_2 |
| 0, $1/2^+$ | 1,55 | 1,93 | 1,46 | 1,27 | 4,18 | 7,75 | 4,36 | 8,17 |
| 2, $5/2^+$ | 2,32 | 3,43 | 2,68 | 2,98 | 4,14 | 6,89 | 4,01 | 8,18 |
| 2, $3/2^+$ | 2,28 | 3,72 | 2,67 | 3,42 | 4,17 | 8,37 | 4,05 | 8,88 |

При рассмотрении результатов, приведенных в таблице 3.16 для обоих потенциалов, видно, что разница в конечных результатах, при их использовании, не является значительной. Можно интерпретировать это таким образом, что подсистема t+n в значительно большей степени определяет свойства полной системы ⁵ H, чем подсистема n+n.

Если сравнить параметры резонансных состояний ⁵Н, полученные с ПМ и МПХН, с экспериментальными данными с точки зрения, как значений ИХ энергий, так И ширин, то можно отметить, ЧТО нижайшее экспериментальное резонансное состояние лежит близко к расчетным 1/2⁺, 3/2⁺ и 5/2⁺. Это позволяет полагать, что экспериментальный результат есть наложение резонансов 1/2+, 3/2+ и 5/2+, которые не были разделены экспериментально до настоящего времени.

Для более детального анализа ситуации с резонансами ядра ⁵Н вычислялись их парциальные ширины посредством соотношения (1.69). В

таблице 3.17 представлена полная ширина и три наибольших парциальных ширины с указанием соответствующих каналов ($\{K; l_1, l_2\}$), полученные для резонансных состояний ядра ⁵ Н с ПМ. Для МПХН имеет место практически аналогичная ситуация.

Таблица 3.17.

Полные и парциальные ширины резонансов ядра ⁵ H с указанием соответствующих каналов ($\{K; l_1, l_2\}$). Энергии и ширины получены с ПМ и даны в МэВ.

| L, J^{π} | E | Γ | $\Gamma_1, \left\{K; l_1 l_2\right\}$ | $\Gamma_2, \{K; l_1 l_2\}$ | $\Gamma_3, \left\{K; l_1 l_2\right\}$ |
|--------------|-------|-------|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| $0, 1/2^+$ | 1,391 | 1,599 | 1,046, {2,0,0} | 0,548, {0,0,0} | 0,005, {4,0,0} |
| 2, $5/2^+$ | 2,110 | 2,873 | 2,375, {2,0,2} | 0,443, {2,2,0} | 0,049, {4,0,2} |
| 2, $3/2^+$ | 2,098 | 3,134 | 2,606, {2,0,2} | 0,466, {2,2,0} | 0,060, {4,0,2} |

Отметим, что вклады от двух, максимум трех каналов практически полностью исчерпывают полную ширину резонанса. Более 65% для состояния с полным угловым моментом L=0 и 98% для состояний с L=2 полной ширины соответствует распаду составной системы по каналам с гипермоментом K=2. Наибольший вклад вносится функциями с нулевым парциальным орбитальным угловым моментом l_1 подсистемы n+n. Последнее может служить серьезным аргументом в пользу того, что подсистема n+n именно с $S^{(nn)}=0$ в формировании этих резонансов играет весьма важную роль.

Все предыдущие вычисления в настоящем разделе выполнялись с помощью трехкластерной конфигурации векторов Якоби, представленной на рисунке 1.1 как "Т" – дерево, преимущества которого с точки зрения оптимизации числа используемых базисных функций обсуждались выше. Выбор того или иного дерева Якоби при использовании достаточно обширного пространства привлекаемых в расчет базисных функций практически не сказывается на численных результатах по энергии и полной ширине трехкластерного резонанса, но в то же время может пролить

дополнительный свет на некоторые особенности протекания его распада. Парциальные ширины трех нижайших резонансов ядра ⁵ Н, показанные в таблице 3.17, соответствуют случаю "Т" - дерева. Иными словами, эти парциальные ширины указывают на то, по каким каналам трехкластерного континуума, классификация которых связана с "Т" - деревом, происходит распад резонансного состояния.

В таблицах 3.18, 3.19 и 3.20 сравниваются парциальные ширины резонансов $1/2^+$, $5/2^+$ и $3/2^+$, полученных с потенциалом Миннесота, для "Т"- дерева и для "Ү" - дерева. Отметим, что в то время как канал распада с числами $\{K; l_1, l_2\} = \{2, 0, 0\}$ является доминирующим квантовыми ЛЛЯ резонанса 1/2⁺ в "Т" - конфигурации, то канал распада {2,1,1} оказывается преобладающим для "Y" - конфигурации векторов Якоби. Это говорит о том, что двукластерная подсистема 3 H + n с орбитальным угловым моментом l_{2} = 1 для этого резонанса является определяющей. Аналогичная ситуация наблюдается для резонансов $5/2^+$ и $3/2^+$: канал $\{2,2,0\}$ является основным для "Т" - дерева, а канал {2,1,1} - для "Ү" - дерева. Этот анализ показывает, что модельное пространство, использованное Араи (Arai) в работе [171] для описания нижайших состояний ядра ⁵Н, соответствует разумному выбору базисных состояний, который передает наиболее заметные вклады как от "Т" - , так и от "Y" - конфигурации.

Таблица 3.18.

| $\left\{K; l_1 l_2\right\}$ | "Т"- дерево | "Ү"- дерево |
|-----------------------------|------------------|-------------|
| $\{0, 0, 0\}$ | 0,548 | 0,548 |
| $\{2, 0, 0\}$ | 1,046 | 0,065 |
| {2,1,1} | 10 ⁻⁹ | 0,980 |

Парциальные ширины (в МэВ) распада резонанса 1/2⁺ для "Т"- и "Ү"деревьев Якоби. Парциальные ширины (в МэВ) распада резонанса 5/2⁺ для "Т"- и "Ү"- деревьев Якоби.

| $\left\{K;l_1 \ l_2 ight\}$ | "Т"- дерево | "Ү"- дерево |
|-----------------------------|-------------|-------------|
| $\{2, 0, 2\}$ | 2,375 | 0,028 |
| $\{2, 1, 1\}$ | 10-4 | 2,289 |
| $\{2, 2, 0\}$ | 0,443 | 0,501 |

Таблица 3.20.

Парциальные ширины (в МэВ) распада резонанса 3/2⁺ для "Т"- и "Ү"- деревьев Якоби.

| $ig\{K; l_1 \ l_2ig\}$ | "Т"- дерево | "Ү"- дерево |
|------------------------|-------------|-------------|
| $\{2, 0, 2\}$ | 2,606 | 0,029 |
| $\{2, 1, 1\}$ | 10-4 | 2,464 |
| $\{2, 2, 0\}$ | 0,466 | 0,579 |

В заключение анализа ситуации с нижайшими состояниями ядра ⁵ H обратимся к рассмотрению корреляционным функциям $r_1^2 r_2^2 | \Psi_r(E_r; r_1, r_2) |^2$, устанавливающими соответствие между значениями велинами r_1 и r_2 , задающими расстояния между нейтронами и центром масс пары нейронов и тритоном соответственно для состояний с различными значениями квантовых чисел. Связь между r_i и q_i определяется соотношением $r_i = q_i / \sqrt{\mu_i}$, где μ_i - приведенная масса. На рисунке 3.14 показана визуализация корреляционной функции для резонансов L=0, $J^{\pi}=1/2^+$ и L=2, $J^{\pi}=5/2^+$, полученных с MP. Для L=2, $J^{\pi}=5/2^+$.

Кореляционная картина вцелом указывает на выраженный распад треугольной формы с близко расположенными нейтронами и отстоящим

тритоном.



Рисунок 3.14. Плотность волновой функции (слева) и корреляционная функция (справа) нижайших резонансных состояний ядра ⁵ H: $L = 0, J^{\pi} = 1/2^+$ (вверху) и L=2, $J^{\pi} = 5/2^+$ (внизу), полученные с ПМ. Все расстояния заданы в Фм.

Поскольку для описания относительного движения мы используем конечный набор осцилляторных волновых функций, то представление корреляционной

функции в пространстве ограничено. Логично сопоставить результаты по ⁵Н с результатами аналогичного анализа, проведенного для ядра ⁶Не в работах [95,112] полученным в трехчастичной модели, а также с результатами раздела 2.1. Там было показано, что корелляционная функция связанного состояния ядра ⁶ Не с L=0 трехчастичной системы указывает на наличие доминантной "динейтронной" конфигурации, локализованной в пространстве из-за связанности трехчастичной системы. Это аналогично нашим результатам, приведенным на рисунке 3.14, в соответствии с которыми трехкластерная система имеет предпочтительный распад квазистационарного (резонансного) состояния с двумя корелирующими в пространстве нейтронами. Среднее состояние между двумя нейтронами в ядре⁶Не составляет от 1 до 3 Фм, в то время, как в ⁵Н от 1 до 5 Фм в области взаимодействия.

Результаты, приведенные выше, наталкивают на мысль о сравнении трехкластерных результатов с результатами более простой двукластерной модели, описывающей ядро ⁵ H в виде двукластерной конфигурации $t + {}^{2}n$, гле двухнейтронная система рассматривается как елиный кластер. Вычисления с ПМ в рамках этой модели выявили резонансы $J^{\pi} = 3/2^+$ и $J^{\pi} = 5/2^{+}$ в окрестности энергии в 3.5 МэВ с ширинами 8.1 и 6.9 МэВ соответственно. В ней не возникает резонансов с нулевым угловым моментом, что объясняется отсутствием кинематического барьера, когда значение полного углового момента L=0, Таким образом, можно считать, что такая двукластерная модель дает некоторые верхние пределы для энергий и ширин резонансов $3/2^+$ и $5/2^+$ ядра ⁵Н.

3.3 Резонансные состояния ядер ⁹Ве и ⁹В

Для исследования свойств резонансных состояний ядер ⁹Ве и ⁹В используются трехкластерные конфигурации $\alpha + \alpha + n$ и $\alpha + \alpha + p$

соответственно. Для таких конфигураций полный спин *S* является интегралом движения, он совпадает со спином валентного нуклона, то есть имет значение S = 1/2. В отличие от полного спина полный орбитальный момент *L* в нашем рассмотрении интегралом движения не является и для данного полного углового момента *J* может принимать два значения: L = J - 1/2 и L = J + 1/2. Исключение из этого правила составляет состояние $J^{\pi} = 1/2^{-}$, в формировании которого участвует лишь один орбитальный момент $L^{\pi} = 1^{-}$, так как для трех s-кластеров нельзя построить состояние отрицательной четности с L=0. Поскольку полный спин системы – интеграл движения, то в дальнейшем он не приводится в списке квантовых чисел, нумерующих каналы трехкластерной системы $\alpha + \alpha + n$ или $\alpha + \alpha + p$, а каналы, как уже указывалось выше, обозначаются такими наборами квантовых чисел: $c = \{K, l_1, l_2, L\}$.

Результаты, представленные В данном получены разделе, С использованием в качестве нуклон-нуклонного взаимодействия - потенциала Миннесота, центральная часть которого взята из работы [128], а спинорбитальная - из работы [149] (вариант IV). При проведении расчетов осцилляторный радиус *b* полагался равным 1.285 Фм. Это значение *b* минимизирует энергию связи отдельно взятой α - частицы. Значение обменного параметра и потенциала Миннесота выбрано по величине равным 0.928. Значение параметра потенциала *и* определялось таким образом, чтобы при использовании максимального числа базисных функций правильно воспроизвести энергию связи основного состояния ядра ⁹Ве относительно порога $\alpha + \alpha + n$. Для достижения приемлемой точности вычислений энергии связи и параметров резонансных состояний в расчеты вовлекались все гипергармоники с гипермоментами *К* ≤13 для состояний с отрицательной четностью и $K \le 14$ в случае состояний положительной четности. При этом, для каждого из каналов с заданными $K, l_1 l_2$ и L значение n_o изменялось в пределах от 0 до 70. Общее число каналов варьировалось от 28 до 84 (см.

таблицу 3.21), а среднее число базисных функций, вовлекаемых в расчет, превышало 3000.

Таблица 3.21.

Общее число каналов $c = \{K, l_1, l_2, L\}$ для трехкластерной системы $\alpha + \alpha +$ нуклон.

| J^{π} | 1/2- | 1/2+ | 3/2- | 3/2+ | $5/2^{-}$ | 5/2+ |
|------------------|------|------|------|------|-----------|------|
| K _{max} | 13 | 14 | 13 | 14 | 13 | 14 |
| N_{ch} | 28 | 32 | 49 | 56 | 84 | 74 |

Выбор потенциала Миннесота в качестве потенциала нуклон-нуклонного взаимодействия не случаен. Этот потенциал наиболее часто использовался в последнее время при проведении микроскопических расчетов свойств легких атомных ядер и, в частности, рассматриваемых здесь ядер ⁹Ве и ⁹В. Это делалось, например, в работах [191,194,196]. Такое положение вещей в дальнейшем существенно облегчает сравнение полученных в настоящей работе результатов с результатами работ других авторов. Отметим, что в работах [191,194,196] обменный параметр потенциала *и* был выбран авторами равным 0.94, а осцилляторный радиус b = 1.387 Фм так, с целью наилучшим образом воспроизвести свойства бинарных подсистем $\alpha + \alpha$ и α - частица + нуклон. Однако такой выбор параметров *и* и *b* в указанных выше работах приводит к тому, что ядро ⁹Ве становится заметно пересвязанным в своем основном состоянии, а у ядра ⁹В появляется несвойственное ему связанное состояние.

Выбирая осцилляторный радиус с прицелом на наилучшее описание внутренней структуры α - частицы, прежде чем проводить расчеты свойств трехкластерных систем, имеет смысл посмотреть, насколько сильно влияет выбор обменного параметра *и* потенциала Миннесота на характеристики резонансных состояний входящих в ее состав двухкластерных подсистем. В таблице 3.22 показаны для сравнения энергии и ширины резонансов ядер ⁸Be, ⁵He и ⁵Li, полученные для значений u = 0.928 и u = 0.94.

Таблица 3.22.

Сравнение параметров резонансных состояний двухкластерных подсистем, рассчитанных с u = 0.928 и u = 0.940, с экспериментом. (энергии и ширины резонансных состояний представлены в МэВ).

| | | | AB N | ЛРГ | | Эксперимент | | |
|-----------------|-----------|-------|-----------|-------|-----------------------|-------------|----------------------|--|
| Ядро | J^{π} | U = | =0.928 | и | =0.94 | Эксперимент | | |
| | | E | Г | E | Г | E | Г | |
| | 0+ | 0.17 | 7.15×10-4 | 0.02 | 1.03×10 ⁻⁷ | 0.09 | 5.6×10 ⁻⁶ | |
| ⁸ Be | 2+ | 3.09 | 1.81 | 2.93 | 0.51 | 3.13 | 0.51 | |
| | 4+ | 12.91 | 5.63 | 12.57 | 5.02 | 11.5 | ≈3.50 | |
| 5110 | 3/2- | 1.06 | 1.17 | 1.00 | 1.04 | 0.80 | 0.65 | |
| | 1/2- | 2.26 | 8.63 | 2.24 | 8.38 | 2.07 | 5.57 | |
| 51; | 3/2- | 1.93 | 2.00 | 1.86 | 1.80 | 1.69 | 1.23 | |
| | 1/2- | 3.11 | 10.24 | 3.10 | 9.96 | 3.18 | 6.60 | |

Результаты расчетов спектров ядер ⁸Ве, ⁵Не и ⁵Li, проведенные со значением u = 0.940, действительно находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными. Уменьшение значения u до значения u = 0.928 естественным образом несколько увеличивает энергии резонансов и их ширины, поскольку приводит к усилению нечетных компонент нуклоннуклонного потенциала, впрочем, оставляя их, тем не менее, вполне разумными.

Приступая к рассмотрению резонансных состояний ядер ⁹Ве и ⁹В, вспомним о том, что основным инструментом для определения параметров этих состояний у нас являются собственные фазы рассеяния. Иллюстрацию типичного случая их поведения дает рисунок 3.15, на котором показана зависимость собственных фаз рассеяния от энергии для состояния с $J^{\pi} = 3/2^{-}$ ядра ⁹Ве в интересующем нас интервале энергий возбуждения от 0

до 5 МэВ. Как уже отмечалось, резонансы могут проявлять себя в нескольких последовательно взятых собственных фазах. Забегая несколько вперед, заметим, что представленные на рисунке фазы позволяют нам говорить о наличии у ⁹Ве трех резонансов со значением полного момента $J^{\pi} = 3/2^{-}$, имеющих вполне разумную ширину, определяемую при помощи формулы (1.63) в точке перегиба фазы как функции от энергии.



Рис. 3.15. Зависимость собственных фаз рассеяния от энергии для состояния с $J^{\pi} = 3/2^{-}$ ядра ⁹Ве.

В предыдущей главе с помощью рисунка 2.20 демонстрировалась сходимость связанного основного состояния ядра ⁹Ве по мере увеличения K_{max} . Теперь в том же аспекте обратим внимание на сходимость параметров состояний резонансных, в случае которых вопрос о сходимости обычно стоит более остро в сравнении со связанными состояниями. Так, на рисунке 3.16 приведена зависимость энергий трех нижайших резонансов с $J^{\pi} = 3/2^{-}$ от максимального значения гипермомента K_{max} , вовлеченного в расчет. А на рисунке 3.17 изображено то же самое, но для ширин этих резонансов. Соотношение $K_i = K_a$ (индекс *i*, как обычно, означает – "внутренняя область", а индекс *a* - "асимптотическая область" (см. главу 1)) под осью

абсцисс на рисунках указывает на то, что базис расширялся таким образом, что учет гипергармоник с новыми значениями гипермомента К сопровождалося одновременным подключением соответствующей распадной асимптотики.



Рис. 3.16 Зависимость энергий трех нижайших резонансов R_1 , R_2 и R_3 ($R_1 \Rightarrow \{E=0.85 \text{ МэВ}, \Gamma=261.1 \text{ КэВ}\}, R_2 \Rightarrow \{E = 2.61 \text{ МэВ}, \Gamma=984.8 \text{ КэВ}\}, R_3 \Rightarrow \{E = 3.27 \text{ МэВ}, \Gamma=1418.8 \text{ КэВ}\}$), полученных для состояния $J^{\pi} = 3/2^{-}$ в ⁹Ве от числа вовлеченных в расчет гипергармоник с различными значениями гипермомента K_{max} .

Этим можно объяснить нерегулярность поведения в начале верхней кривой на втором из этих рисунков. С одной стороны, расширяя базис, мы опускаем состояние ниже по отношению к барьеру, а с другой – учитываем новые возможности распада. При этом здесь следует отметить общую тенденцию для энергий и ширин трехкластерных резонансов, которая наблюдается при использовании AB MPГ: чем больше значение K_{max} вовлекается в расчет или, другими словами в нашем случае, чем больше гипергармоник вовлекается в описание внутренней области больше открытых И чем каналов трехкластерного континуума участвуют в формировании резонансного состояния, тем меньше его энергия и ширина. Это демонстрируют, в частности, рисунки 3.16 и 3.17 для $J^{\pi} = 3/2^{-}$ - состояния ⁹Ве, эта же тенденция

наблюдается для других состояний в ⁹Ве и ⁹В. Кроме этого, указанная тенденция наблюдалась и в других случаях, когда исследовались резонансные состояния трехкластерных систем в рамках АВ МРГ.



Рис. 3.17. То же, что и на рисунке 3.16, но для ширин резонансов.

Кривые, представленные на рисунках 3.16 и 3.17, не демонстрируют столь же убедительной сходимости параметров резонансов, как кривая на рисунке 2.20 для энергии связанного состояния ⁹Ве. Но, тем не менее, определение положений и ширин резонансов с их помощью могут быть сделаны, поскольку рисунки 3.16 и 3.17 указывают на вполне приемлемую точность расчета энергии и ширины резонанса, которые можно рассматривать для этих величин по крайней мере как некоторые оценки сверху. Точность этих оценок продемонстрируем на примере первого $3/2^-$ резонанса ядра ⁹Ве. При переходе от $K_{\text{max}} = 13$ к $K_{\text{max}} = 15$ энергия резонанса уменьшается на 8 КэВ, а его ширина - на 11 КэВ, что составляет поправку в 1% и 4% соответственно. То есть для такого более подробного изучения сходимости энергии связанного состояния и параметров трех $3/2^-$ резонансов мы расширили базис гиперсферических гармоник и включили гипергармоники с $K_{\text{max}} = 15$, то есть гипергармоники с K_{max} большими, чем было задекларировано ранее к использованию для расчета резонансных состояний отрицательной четности.

Основные количественные характеристики резонансных состояний ядра ⁹Ве, полученные в проведенных расчетах, представлены в таблице 3.23, где приведены и соответствующие экспериментальные данные. Здесь же для полноты картины приведена энергия связи основного состояния. При этом нижайшими ограничили себя каждого ΜЫ состояниями ДЛЯ ИЗ рассматриваемых значений квантовых чисел с энергиями возбуждения, не превышающими нескольких МэВ. То есть энергиями, где с точки зрения модели оболочек, должны доминировать возбуждения неспаренного нейтрона.

Таблица 3.23.

| Параметры | нижайших | состояний | ядра | ⁹ Be. | Энергия | отсчитывается | ОТ | порога |
|-------------------------|----------|-----------|------|------------------|---------|---------------|----|--------|
| $\alpha + \alpha + n$. | | | | | | | | |

| | | AB | МРГ | | | |
|-----------|----------|----------|----------|---|------------------|--------------|
| J^{π} | Первое с | остояние | Второе с | Второе состояние <i>E</i> , МэВ Г, КэВ | | AMCHT |
| | Е, МэВ | Г, КэВ | Е, МэВ | | | Г, КэВ |
| 3/2- | -1.56 | — | 0.85 | 261.1 | -1.57 | — |
| 1/2+ | 0.25 | 14.6 | 1.66 | 1520.1 | 0.11±0.007 | 217±10 |
| 5/2- | 0.99 | 0.54 | 2.11 | 448.2 | 0.85±0.0013 | 0.78±0.13 |
| 1/2- | 0.79 | 142.7 | 1.68 | 458.2 | 1.23 ± 0.120 | 1080±110 |
| 5/2+ | 1.48 | 315.9 | 2.60 | 264.3 | 1.48 ± 0.009 | 282 ± 11 |

Рисунок 3.18 не только повторяет результаты, приведенные в таблице 3.23, делая их более наглядными, но и дополняет общую картину. На нем представлены спектры низколежащих состояний ядра ⁹Ве, полученные в настоящей работе с помощью АВ МРГ, найденные методом комплексного масштабирования (МКМ) (работа [196]), который, пожалуй, наиболее часто используется в последние годы в микроскопических трехкластерных расчетах, и экспериментальные данные (работа [148]).



Рис. 3.18. Спектры нижайших состояний ядра ⁹Ве, полученные в настоящей работе (АВ МРГ), в работе [196] с использованием метода комплексного масштабирования (МКМ), экспериментальные энергии состояний, которые взяты из работы [148]. Энергия связанного и резонансных состояний отсчитывается от порога $\alpha + \alpha + n$.

Для облегчения понимания изображенного на рисунке следует обратить внимание на то, что те состояния, которые получены в настоящей работе, и при этом для которых можно указать аналоги в экспериментальных данных или результатах работы [196], представлены жирными сплошными линиями, которые до настоящего времени не наблюдались а состояния, на эксперименте и не были получены теоретически,- точечными. Еще одна особенность рисунка 3.18 состоит в отсутствии состояния 1/2+ во второй колонке. Это вызвано тем, что именно при использовании МКМ это состояние в работе [196] не было выявлено, при том, что результаты, в той же работе и полученные посредством других представленные подходов (метод аналитического продолжения S-матрицы, двухкластерный R-матричный анализ), указывают на наличие 1/2⁺-состояния с энергией, отличающейся от энергии $5/2^{-}$ - состояния на сотые МэВ.

Примечательно, что в рассматриваемой области энергий мы получили, кроме рассмотренных выше состояний, состояния (обозначены точечными линиями на рисунке 3.18), которые до настоящего времени не наблюдаются в эксперименте. Следует отметить, что в своих расчетах мы не впервые сталкиваемся с подобной ситуацией. Похожая картина имела место выше, например, при рассмотрении параметров 0^+ - и 2^+ - резонансов ядер ⁶He и ⁶Be, когда кроме резонансов, параметры которых разумным образом совпадали с экспериментальными, мы получали и лежащие выше по энергии резонансы с большей шириной. Первоначально такого рода ситуация воспринималась нами как некий артефакт нашего подхода, обусловленный слишком высоким кинематическим барьером в трехчастичном выходном канале. Однако, как уже отмечалось, расчеты, проведенные методом комплексного масштабирования для шестинуклонных систем в работах [114,204], никоим образом не связанные с гиперсферическим базисом и формой граничных условий, также указывают на возможность существования подобного рода резонансов в ⁶Не и ⁶Ве. Спектр ядра ⁹Ве намного богаче спектров ядер ⁶Не и ⁶Ве, поэтому ситуация здесь естественно выглядит более сложной при том, что экспериментально спектр ядра ⁹Ве значительно менее изучен ввиду наличия достаточно большого числа перекрывающихся состояний. А само ядро ⁹Ве как объект экспериментального исследования представляется довольно сложным, не говоря уже о ядре ⁹В, которое будем рассматривать ниже. Но, несмотря на сложность ситуации, и на то, что, как уже упоминалось, полученная нами ширина $1/2^+$ - состояния ядра ⁹Ве в настоящей работе получилась существенно заниженной, тем не менее, в целом, результаты, относящиеся К состояниям, которые ΜЫ соотнесли С экспериментальными, достаточно хорошо передают экспериментальные данные, возможно дополняя их за счет тех состояний, которые, возможно, пока не обнаружены в эксперименте.

Аналогично рассмотрению спектра ядра ⁹Ве, рассмотрение спектра ядра ⁹В начнем с того, что приведем таблицу (см. таблицу 3.24), содержащую

энергии и ширины двух нижайших состояний для заданного значения J^{π} и рисунок (см. рисунок 3.19), содержащий спектр состояний этого ядра. В наших результатах жирными линиями выделены те же состояния, что и на рисунок 3.18, опущено $1/2^+$ состояние, которое не проявляется в расчетах МКМ в работе [196], но имеет место в результатах расчетов, проведенных в той же методом *R*-матрицы (*E* = 1.6 МэВ) и аналитического продолжения *S*-матрицы (*E* = 1.2 МэВ). В первом случае авторами ширина не указывается, а во втором дается равной по величине 2.9 МэВ, то есть очень большой.

Таблица 3.24.

Параметры нижайших состояний ядра ⁹В. Энергия отсчитывается от порога $\alpha + \alpha + p$.

| | | AB | MPГ | | D | | |
|-----------|----------|-----------------------------------|--------|------------------|------------|---------------|--|
| J^{π} | Первое с | Первое состояние Второе состояние | | Второе состояние | | эксперимент | |
| | Е, МэВ | Г, КэВ | Е, МэВ | Е, МэВ Г, КэВ | | Г, КэВ | |
| 3/2- | 0.29 | 0.39 | 1.30 | 461.0 | 0.28 | 0.54 ± 21 | |
| $1/2^{+}$ | 0.59 | 121.7 | 1.23 | 1722.5 | _ | _ | |
| 5/2- | 2.77 | 31.5 | 4.86 | 2530.5 | 2.64±0.005 | 81 ± 21 | |
| 1/2- | 1.44 | 185.1 | 2.83 | 587.3 | 3.03±0.300 | 3.130±20 | |
| 5/2+ | 1.90 | 459.2 | 3.77 | 851.8 | 3.07±0.030 | 550 ± 40 | |

В целом, если сравнивать рисунки 3.18 и 3.19, можно заметить, что спектр ядра ⁹В смещен относительно спектра того же ядра, полученного в работе [196], вниз в еще большей степени, чем для ядра ⁹Ве. А при сравнении наших результатов для ядра ⁹В с экспериментальными данными, возможно следует в некоторых случаях соотносить не первый, а второй по энергии из полученных нами резонансов с заданными квантовыми числами в надежде на то, что состояния, которые лежат ниже по энергии, пока не обнаружены экспериментально. Это вполне возможно, поскольку спектр этого ядра еще менее изучен, чем спектр ядра ⁹Ве, о чем можно судить по информации, взятой из работы [148]. Заметим, что на рисунке 3.19 значком $1/2^+$?

обозначена широкая область возбуждений, с которой можно связать состояние 1/2⁺, или, возможно, с целым рядом состояний, которые не разделены экспериментально, а просто знаком вопроса – еще состояние или состояния, где квантовые числа не определены.



Рис. 3.19. Параметры нижайших состояний ядра ⁹В. Энергия отсчитывается от порога $\alpha + \alpha + p$.

Поскольку у рассматриваемых ядер наиболее интересны нижайшие по энергии состояния, а это состояние $1/2^+$ у ядра ⁹Ве в силу существования вопросов, связанных с задачами астрофизики, и состояние $1/2^+$ у ядра ⁹В, ввиду того, что дискуссия по поводу наличия или отсутствия такового продолжается около полувека и далеко еще не завершена. И это несмотря на то, что последний вопрос неоднократно обсуждался в экспериментальных и теоретических работах (смотри, например, работы [183,195,216-221] и ссылки в них), где приводимое значение энергии возбуждения состояния колеблется в пределах от 0.8 до 1.8 МэВ, а ширина - от 400 до 1300 кэВ. У нас имеются даже два состояния $1/2^+$ в спектре ядра ⁹В. Одно из них имеет очень маленькую энергию возбуждения, которая по величине составляет 0.3 МэВ, при ширине в 122 кэВ, а другое с $E_x = 0.94$ МэВ, $\Gamma = 1.7$ МэВ, что

достаточно хорошо согласуется с результатами, например, таких экспериментальных работ: [219] - $E_x = 1.0$ МэВ, $\Gamma = 1.8$ МэВ; [221] $E_x = 1.3$ МэВ, $\Gamma = 2.0$ МэВ.

Для большего удобства ознакомления с результатами проведенных расчетов и сравнительно недавними результатами других авторов, мы свели их в таблице 3.25. В ней и в следующей таблице 3.26 упомянуты такие теоретические методы: MRM - микроскопический R - матричный метод, МАППКС - метод аналитического продолжения по константе связи.

Таблица 3.25.

Параметры 1/2⁺ - резонансного состояния ядра ⁹В, полученные различными экспериментальными и теоретическими методами. Энергия 1/2⁺ - резонанса отсчитывается от "основного" состояния ⁹В - 3/2⁻ - резонанса.

| Метод | Литература | Е, МэВ | Г, КэВ |
|---|------------------|-----------------|---------|
| Компиляция | [220] | 1.0 | 1.8 |
| ⁶ Li(⁶ Li,t) | [183] | 0.73 ± 0.05 | ≈0.3 |
| $^{10}\mathrm{B}(^{3}\mathrm{He},\alpha)$ | [218] | 1.8 ± 0.2 | 0.9±0.3 |
| ⁶ Li(⁶ Li,d) ¹⁰ B | [221] | 0.8–1.0 | ≈1.5 |
| МАППКС | [222] | 2.0 | 2.7 |
| MRM | [223] | 1.27 | 1.24 |
| АВ МРГ | Настоящая работа | 0.30 | 0.12 |
| АВ МРГ | Настоящая работа | 0.94 | 1.72 |

Как мы видим, энергия 1/2⁺ - резонансного состояния, полученная в рамках нашего подхода, близка к энергии этого резонанса, которая установлена различными экспериментальными методами. Однако, в то же время, дает ширину резонанса, заметно меньшую, чем экспериментальная ширина. Метод МАППКС [222] предлагает значительно большую ширину и энергию 1/2⁺ - резонанса. В расчетах МАППКС использовался потенциал Миннесоты. В то же время, МRM метод, где привлекался потенциал Волкова, дает близкие к эксперименту значения энергии и ширины 1/2⁺ - резонанса.
Таблица 3.26.

Экспериментальные и теоретические значения параметров 1/2⁺ - резонансного состояния ядра ⁹Ве. Энергия 1/2⁺ - резонанса отсчитывается от основного состояния ⁹Ве.

| Метод | Литература | Е, МэВ | Г, КэВ | | |
|------------------|------------------|-------------------|--------------|--|--|
| (e, e') | [224] | 1.684 ± 0.007 | 217 ± 10 | | |
| (e, e') | [225] | 1.68 ± 0.015 | 200 ± 20 | | |
| (γ, n) | [218] | 1.750 ± 0.010 | 283 ± 42 | | |
| (e, e') | [226] | 1.732 | 270 | | |
| <i>β</i> -распад | [227] | 1.689 ± 0.010 | 224 ± 7 | | |
| (e, e') | [190] | 1.748 ± 0.006 | 274 ± 8 | | |
| АВ МРГ | Настоящая работа | 1.802 | 14.632 | | |
| МАППКС | [222] | 2.52 | 2620 | | |
| MRM | [223] | 1.55 | 360 | | |

Завершая дискуссию о свойствах $1/2^+$ - резонанса, отметим интересный взгляд на его природу, сформулированный в работе [195]. Авторы этой работы предлагают рассматривать $1/2^+$ - состояние в ⁹Ве не как резонансное, а как виртуальное состояние.

Как указывалось выше, решаемая задача является многоканальной, но со специфическими каналами, которые можно классифицировать посредством гипермомента K и парциальных угловых моментов l_1 и l_2 . Последний из парциальных угловых моментов, как и везде в настоящем разделе, мы соотносим с бинарной подсистемой $\alpha + \alpha$. В первой главе была рассмотрена техника определения парциальных ширин распада резонансного состояния многоканальной системы. С ее помощью можно выявлять доминирующие каналы распада резонансных состояний и тем самым устанавливать их природу.

Предыдущий опыт расчета парциальных ширин указывает на то, что полную ширину обычно обеспечивает небольшое количество каналов с минимальными значениями гипермомента *К* и соответствующими им

значениями парциальных угловых моментов. Это, по-видимому, обусловлено быстрым увеличением высоты и ширины кинематического барьера с ростом К в каналах трехчастичного развала. Для сравнительно большого числа резонансов, с которыми в основном приходится сталкиваться в настоящей работе, ширину может определять только один канал. Действительно, к примеру, ширина состояния ядра ⁹Ве с $E(3/2^{-}) = 0.85$ МэВ, $\Gamma(3/2^{-}) = 261.08$ КэВ на 99% определяется каналом с $\{K=1, l_1=1, l_2=0\}$, а ширина состояния того же ядра с $E(1/2^+) = 0.25$ МэВ, $\Gamma(1/2^+) = 14.63$ КэВ фактически полностью определяется каналом $\{K=0, l_1=0, l_2=0\}$ с парциальными угловыми моментами, отвечающими относительному движению *α* - частиц, равными нулю. Графически такого рода ситуация с помощью модулей коэффициентов разложения волновой функции во внутренней области показана на рисунке 3.20 для первого возбужденного 3/2- состояния. Интересно, что в части рисунка, где значение орбитального момента равно L=2, коэффициенты демонстрируют поведение, сходное с поведением на рисунке 2.21, где все каналы распада закрыты.



Рис. 3.20. Модули коэффициентов разложения волновой функции во внутренней области для первого возбужденного 3/2⁻ - состояния ядра ⁹Ве.

Но ситуация, когда распад происходит практически через один канал, имеет место далеко не всегда, что приводит к интересным последствиям. Так, например, если мы рассмотрим оба полученные в наших расчетах состояния $5/2^+$ ядра ⁹Ве, то окажется, что первое состояние распадается примерно на 80% по каналу { $K = 2, l_1 = 2, l_2 = 0$ }, а второе только на 54% по этому каналу. При этом ширина второго резонанса меньше за счет того, что волновая функция его в значительной степени сосредоточена в тех каналах, где кинематический барьер выше.

В таблице 3.27 показаны доминирующие каналы распада двух $5/2^+$ резонансных состояний ядра ⁹Ве. Парциальные ширины вычислены для двух деревьев Якоби, которые удобны для описания развала ядра ⁹Ве по каналам $n+^8$ Ве и ⁴He+⁵He. Это позволяет пролить дополнительный свет на природу исследуемых резонансов. Как мы видим, оба резонанса предпочитают распадаться с большой вероятностью (более 93%) на ⁸Ве в "основном состоянии" и нейтрон. Этот результат получен в первом дереве векторов Якоби. Когда мы используем второе дерево, то доминирующим каналом является канал ⁴He+⁵He с орбитальным моментом у ⁵He, равным 2, то есть суперпозицией двух значений полного углового момента этого ядра $J^{\pi} = 3/2^+$ и $J^{\pi} = 5/2^+$. Вес такого канала равен 80% и 54% соответственно для первого и второго $J^{\pi} = 3/2^+ J^{\pi} = 5/2^+$ состояний. У него есть хорошо известные $J^{\pi} = 3/2^-$ и $J^{\pi} = 1/2^-$ - состояния. Однако их вес не столь велик и составляет около 19% и 29% соответственно.

Таблица 3.27 демонстрирует еще одну особенность резонансов в ⁹Ве. Как мы видим, второе $J^{\pi} = 5/2^+$ - резонансное состояние имеет меньшую ширину, чем первое состояние, хотя его энергия на ~1 МэВ больше. Результаты, представленные в таблице 3.27, помогают объяснить эту особенность резонансов. Если рассмотреть веса различных каналов, рассчитанных в дереве Якоби n+⁸Be, то мы обнаружим, что первый резонанс распадается главным образом по одному каналу. В то же время в формировании второго резонанса участвует три канала, а вес доминирующего канала составляет 66%. Такое распределение функции резонанса по большему числу каналов распада обуславливает его малую ширину.

Таблица 3.27.

Вклад различных трехкластерных каналов $c_i = \{K, l_1 l_2, L\}$ в распад $J^{\pi} = 5/2^+$ - резонансных состояний ядра ⁹Ве.

| i | Г _і , КэВ | Γ_i/Γ | $c_i = \left\{ K, l_1 l_2, L \right\}$ | Г _і , КэВ | Γ_i/Γ | $c_i = \left\{ K, l_1 l_2, L \right\}$ | | |
|---------------------------------------|----------------------|-------------------|--|----------------------------------|-------------------|--|--|--|
| <i>E</i> = 1.467 МэВ, Г = 297.961 КэВ | | | | | | | | |
| 1 | 295.616 | 0.9921 | {2, 2, 0, 2} | 238.043 | 0.7989 | {2, 0, 2, 2} | | |
| 2 | 2.108 | 0.0071 | {4, 2, 0, 2} | 56.065 | 0.1882 | {2, 1, 1, 2} | | |
| 3 | | | | 1.715 | 0.0058 | {2, 2, 0, 2} | | |
| 4 | | | | 0.827 | 0.0028 | $\{4, 0, 2, 2\}$ | | |
| <i>E</i> = 2.439 МэВ, Г = 227.993 КэВ | | | | | | | | |
| 1 | 151.267 | 0.6635 | {2, 2, 0, 2} | 122.870 | 0.5389 | {2, 0, 2, 2} | | |
| 2 | 62.257 | 0.2731 | {4, 2, 0, 2} | 26.545 | 0.1164 | {2, 1, 1, 2} | | |
| 3 | 9.614 | 0.0422 | {4, 0, 2, 2} | 40.740 | 0.1787 | {4, 1, 1, 2} | | |
| 4 | 4.357 | 0.0191 | {4, 2, 2, 2} | 19.286 | 0.0846 | {4, 1, 3, 2} | | |
| Дерево | n+ ⁸ Be | | | ⁴ He+ ⁵ He | | | | |

3.4 Выводы

Предметом рассмотрения в настоящей главе являются состояния непрерывного спектра ядер ⁶He, ⁶Be, ⁵H, ⁹Be ⁹B, лежащие в трехкластерном континууме.

В первом разделе представлены результаты, относящиеся к исследованию состояний ⁶Не и ⁶Ве. Рассмотрение интегралов перекрытия этих ядер, на примере случая L=0 и K=0,2, показали, что принцип Паули затрагивает осцилляторные состояния как минимум 25-ти нижайших оболочек и что область действия принципа Паули для трехкластерных систем

значительно шире, чем для двухкластерных. При этом продемонстрировано, что могут быть выделены те состояния, которые подвержены действию межкластерной антисимметризации сильнее, чем другие, что в соответствии с выводами предыдущей главы говорит о том, что в этих состояниях хотя бы два кластера находятся на небольших расстояниях друг от друга. А также, что по мере увеличения значений К вероятность найти кластеры на малых расстояниях относительно друг друга в рамках гиперсферы фиксированного гиперрадиуса уменьшается. Изучено влияние межкластерной ρ антисимметризации матричные элементы потенциальной энергии, на вследствие чего установлены пределы величины числа гиперрадиальных возбуждений, начиная с которых модель с полной антисимметризацией при вычислении потенциальной энергии может быть заменена на фолдингмодель. Поскольку в формировании резонансов ядра ⁶Ве важную роль играет кулоновское взаимодействие, то для его учета возникла необходимость в вычислении эффективных зарядов, входящих в уравнения метода Кгармоник, которые были получены. Сравнение трехкластерных И двухкластерных эффективных зарядов позволяет выделить в трехкластерной модели каналы, в которых два протона вылетают, находясь на небольшом расстоянии друг от друга. Исследована сходимость как энергий, так и ширин резонансов в зависимости от числа гипергармоник, вовлекаемых в расчет для описания внутренней и внешних областей. Показано, что если для описания внешней области BO достаточно привлечения поведения системы сравнительно небольшого числа гипергармоник, то для хорошей сходимости результатов внутренняя область требует более тщательного описания в смысле привлечения значительно большего числа гипергармоник. С учетом этого рассчитаны энергии и ширины 2^+ , 0^+ и 2^+ резонансов для ядер ⁶Не и ⁶Ве соответственно. Причем не только для тех, которые достаточно хорошо исследованы экспериментально (в тексте "первые" резонансы), где сравнение с экспериментом дает разумное согласие, но и лежащие выше более широкие резонансы ("вторые"), то есть те, существование которых в настоящее время

в основном пока обсуждают больше теоретики.

Во втором разделе главы представлены результаты рассмотрения свойств низколежащих состояний изотопа водорода ⁵Н. На первом этапе проводится обсуждение выбора параметров нуклон-нуклонных потенциалов, используемых при решении поставленной задачи. При этом основная ориентация была направлена на то, чтобы используемые потенциалы приемлемым образом передавали свойства возможных бинарных подсистем t+n и n+n. Как обычно, при контроле за сходимостью результатов получены энергии и ширины состояний $1/2^+$, $5/2^+$ и $3/2^+$, как для обсуждавшихся ранее в литературе, так предсказываемых в настоящей работе. Проведено сравнение полученных результатов с результатами других теоретических работ и обсуждены возможные причины возникающих различий. Сравнение результатов, полученных с потенциалом Миннесота и модифицированным потенциалом Хасегавы-Нагаты, показало, что для описания резонансов ядра ⁵Н более важную роль играет правильное описание бинарной подсистемы t+n. Сравнение полученных в настоящей работе параметров резонансов с экспериментальными результатами, позволяет полагать, что последние, кроме нижайшего состояния 1/2⁺, которое достаточно хорошо определено, есть наложение других резонансов $1/2^+$, $3/2^+$ и $5/2^+$, которые не были разделены экспериментально до настоящего времени. Причем, эта ситуация, по-видимому, осложняется тем, что, как предсказывается в настоящей работе, резонансов с этими квантовыми низкоэнергетичской области числами В значительно больше, чем предполагалось ранее. Вычислены парциальные ширины, соответствующие различным каналам распада. Показано, что вклады от двух, максимум трех каналов практически полностью исчерпывают полную ширину. Более 65% для состояния с L=0 и 98% для состояний с L=2 полной ширины соответствует распаду составной системы по каналам с гипермоментом K = 2. Рассмотрение плотности вероятности и корреляционной функции указывает на большую вероятность распада с участием двух скорелированных

нейтронов.

В третьем разделе главы представлены результаты, полученные при рассмотрении спектров резонансных состояний ядер ⁹Ве и ⁹В. На первом этапе обсуждается выбор параметра и потенциала Миннесота с точки зрения разумности передачи энергии связи основного состояния рассматриваемых ядер, и воспроизведения спектров резонансных состояний бинарных подсистем ⁸Be, ⁵He и ⁵Li. Расчеты спектров низколежащих состояний ядра ⁹Ве показали, что полученные в настоящей работе теоретические результаты в целом хорошо согласуются с соответствующими экспериментальными данными, за исключением, пожалуй, ширины нижайшего $1/2^+$ - резонанса. Но на этом фоне используемая модель в совокупности со сделанным выбором потенциала приводит к появлению в спектре состояний, которые не обнаружены экспериментально и не обсуждались ранее теоретически. Сходная картина, со скидкой на еще большую неопределенность в экспериментальных и теоретических данных, наблюдается и для ядра ⁹В. При ЭТОМ результатах проведенных расчетов четко проявляет себя В низколежащее состояние $1/2^+$, наличие или отсутствие какового у ядра ${}^9\mathrm{B}$ обсуждается уже не одно десятилетие. В завершение раздела обсуждается вопрос о парциальных ширинах распада резонансных состояний и на конкретных примерах демонстрируется, что если распад происходит через несколько каналов, то полная ширина резонанса, энергия возбуждения которого больше, может быть меньше, чем в случае резонанса, лежащего ниже по энергии, но распадающегося в основном по одному нижашему каналу.

Результаты, представленные в этой главе, опубликованы в работах [2,5,11,13,15,17,26,28-30,41,42,46-50].

ГЛАВА 4

РЕАКЦИИ ³ H(³ H,2n)⁴ He и ³ He(³ He,2p)⁴ He

Для того, чтобы еще раз продемонстрировать возможности предлагаемого подхода, рассмотрим его применение к описанию реакций термоядерного синтеза ³ H(³ H,2n)⁴ He и ³ He(³ He,2p)⁴ He. Последняя из них представляет большой интерес с точки зрения астрофизики как одно из важнейших звеньев солнечного pp-цикла. Совместное рассмотрение реакций 3 He(3 He,2p) 4 He и 3 $H({}^{3}H,2n){}^{4}$ Не является естественным в том смысле, что это позволяет лучше понять как то общее, что лежит в основе их динамики, так и эффекты, которые привносит кулоновское взаимодействие при наличии каналов. На примере указанных трехкластерных выходных реакций демонстрируется, как можно связать входные двухкластерные и выходные трехкластерные каналы.

Первые микроскопические реакций были расчеты ДЛЯ таких представлены в работе [133]. Тогда в их основу было положено двухкластерное описание как для входных, так и выходных каналов. В выходном канале рассматривались динуклонные кластеры $(^{2}p u n u ^{2}n)$, оболочечной описываемые простой функцией, соответствующей псевдосвязанным состояниям динейтрона и дипротона с положительной энергией. Экспериментальные сечения (*S*-факторы) при сравнительно больших энергиях (порядка 1 МэВ) воспроизводились путем подгонки за счет вариации обменного параметра Майорана нуклон-нуклонного потенциала. В такой модели удалось довольно разумно воспроизвести имеющиеся на то время экспериментальные данные в области малых энергий, представляющие интерес с точки зрения астрофизики. В поведении S -фактора не было обнаружено никаких указаний на существование резонансного состояния, наличие которого могло бы внести ясность в решение проблемы солнечных нейтрино.

В последующем в работах [228-230] использовались более изощренные

подходы, где выходной трехчастичный канал симулировался посредством использования двухкластерных конфигураций (⁴ He + n(p)) + n(p) и ⁴ He + (n(p)+ n(p)) при описании относительного движения кластеров путем использования дискретной суперпозиции смещенных гауссовских функций. В каждом из указанных случаев были получены близкие по форме зависимости *S* - фактора от энергии.

В настоящей работе реакции ³H(³H,2n)⁴ Не и ³He(³He,2p)⁴ Не рассматривались с использованием метода гиперсферических функций для описания трехкластернного выходного канала, что позволяет корректно задать граничные условия для распада компаунд-ядра на три кластера.

Для этого привлекались гипергармоники с гипермоментами $K = K_{\min}, K_{\min} + 2,...,10$, где $K_{\min} = L$. Достаточно ли такого количества гипергармоник для описания сложной динамики трехчастичного распада? Более детальный ответ на этот вопрос будет дан ниже, в последующих разделах главы, а здесь мы вновь обращаемся к связанному состоянию ⁶ Не и рассматриваем, как такой базис гиперсферических гармоник описывает слабосвязанное состояние этого ядра.

Энергия связанного состояния ⁶Не в рамках трехкластерного описания в AB MPГ может быть получена путем диагонализации матрицы гамильтониана (см. главу 2). Результаты таких расчетов, выполненных с использованием потенциала Миннесота, упоминаются здесь, для того, чтобы еще раз продемонстрировать сходимость результатов и сравниваются с трехкластерными расчетами, проведенными с тем же потенциалом в стохастическом вариационном методе (CBM), который, как считается, обеспечивает наиболее быструю сходимость [105,231]. Используется потенциал Миннесота без учета спин-орбитальных компонент, при значении осцилляторного радиуса b=1.285, которое минимизирует значение энергии связи α - частицы. Такое же значение *b* выбиралось и в работе [105]. На рисунке 4.1 проводится сопоставление энергии связи ядра ⁶Не как функции главного квантового числа *N* с результатами, полученными в CBM. При этом использованы все функции осцилляторного гиперсферического базиса с привлечением гипергармоник с гипермоментами вплоть $K_{max} = 10$ ДО включительно, отвечающие условию для главного квантового числа $N \leq 50$. Было получено значение энергии связи E = -0.8038 МэВ относительно порога $\alpha + \alpha + n$. Следуя логике наших рассуждений, эту величину нужно сравнивать с величиной E = -1.016 МэВ для СВМ. Для того, чтобы в наших расчетах достичь значения энергии, полученного в СВМ, по-видимому, следует расширить пространство используемых функций за счет привлечения функций с последующими значениями гипермомента К, что выходит за рамки тех его значений, которые в дальнейшем привлекаются в расчетах для рассматриваемых в настоящем разделе реакций. Но и в рамках пространства привлеченных В расчет базисных состояний удается удовлетворительное описание связанного состояния ядра ⁶Не. Полученные результаты подтолкнули нас к попытке объединения двухкластерного и трехкластерного описания в рамках АВ МРГ и рассмотрения на этой основе 3 H(3 H,2n) 4 He и ³He(³He,2p)⁴He, где реакции синтеза входной канал двухкластерный, а выходной - трехкластерный.



Рис. 4.1. Энергия связи основного состояния ядра ⁶Не как функция главного квантового числа N в трехкластерной АВ МРГ в сравнении с результатами СВМ [105]. Энергия отсчитывается от порога $\alpha + n + n$

4.1 Комбинированная кластерная модель

Здесь вновь придется частично обратиться к главе 1, где представлено описание основных элементов используемой микроскопической модели, несколько дополнив их, и к рассмотрению состояний непрерывного спектра шестинуклонных систем ⁶Не и ⁶Ве, которое изложено в главе 3.

Шестинуклонные волновые функции, строящиеся с одновременным учетом двухкластерных и трехклатерных конфигураций и полной антисимметризацией, имеют вид:

$$\Psi_{L} = A \Big\{ \Psi_{3N} \Psi_{3N} f_{L}(\mathbf{q}_{0}) \Big\} + A \Big\{ \Psi_{\alpha} \Psi_{N} \Psi_{N} g_{L}(\mathbf{q}_{1}, \mathbf{q}_{2}) \Big\}.$$
(4.1)

Индекс N в Ψ_L соответствует кластеру, состоящему из одного нуклона, α кластеру – ⁴He, 3N – кластеру ³H или ³He. f_L и g_L – функции относительного движения для двух - и трехкластерных конфигураций соответственно, \mathbf{q}_i - координаты Якоби, определяющие взаимное расположение кластеров.

Вся динамика задачи при рассматриваемой ее постановке связана только с функциями относительного движения кластеров f_L и g_L , поскольку волновые функции, задающие внутреннюю структуру кластеров, "заморожены". Классификация же состояний, по которым разлагаются функции относительного движения кластеров f_L и g_L , определяется тем, в каких переменных задаются вектора Якоби \mathbf{q}_i .

Для двухкластерной конфигурации (3 H+ 3 H или 3 He+ 3 He) используются стандартные сферические координаты $\mathbf{q}_{0} = \{q_{0}, \mathbf{q}_{0}\}$ и соответственно квантовые числа $\{n\} = \{n, L, M\}$, для классификации базисных состояний, где n – радиальное осцилляторное квантовое число. Величина L – угловой момент относительного движения кластеров, являющийся интегралом движения, поскольку используются только центральные компоненты нуклон-нуклонного взаимодействия, M – его проекция.

При описании трехкластерных конфигураций (⁴ He+p+p и ⁴ He+n+n) используются гиперсферические переменные. Такой выбор переменных приводит к следующему набору квантовых чисел: $v = \{N, K, (l_1l_2)LM\} = \{n_\rho, K, (l_1l_2)LM\}$, где полное число осцилляторных квантов связано с числом радиальных квантов и гипермоментом соотношением $N = 2n_\rho + K$. Парциальные угловые моменты l_1 и l_2 соотносятся с векторами Якоби \mathbf{q}_1 и \mathbf{q}_2 соответственно. Расчеты на связанные *K* - каналы проводятся с условием, что каждый канал характеризуется набором квантовых чисел $v_0 = \{K, (l_1l_2)LM\}$.

Напомним, что в AB MPГ граничные условия задаются в терминах коэффициентов разложения волновой функции относительного движения (см. главу 1), которые напрямую связаны с граничными условиями в координатном представлении. Для двухкластерной конфигурации асимптотическая форма коэффициентов разложения $f_L = \sum C_{n,L} \phi_{n,L}$ может быть представлена в виде:

$$C_{n,L} \simeq \sqrt{r_n} f_L(r_n), \qquad (4.2)$$

где $\{\phi_{n,L}\}$ осцилляторные функции, а $r_n = b\sqrt{4n + 2L + 3}$ - величина, определяющая классическую точку поворота трехмерного гармонического осциллятора в состоянии с энергией $E_n = \hbar\omega(2n + L + 3/2)$. В случае трехкластерной конфигурации, где функция относительного движения $g_L = \sum C_{n_\rho,L}\phi_{n_\rho,L}$, а $\{\phi_{n_\rho,L}\}$ – собственные функции шестимерного гармонического осциллятора, представленные в гиперсферических переменных, асимптотические выражения для коэффициентов разложения по которым могут быть представлены следующим образом:

$$C_{n_{\rho},L} \simeq \sqrt{2} \rho_{n_{\rho}}^2 g_L \left(\rho_{n_{\rho}} \right), \tag{4.3}$$

где $\rho_{n_{\rho}} = b \sqrt{4n_{\rho} + 2K + 6}$. Для обеспечения большей ясности здесь указаны

лишь те индексы, которые наиболее существенны для понимания материала, излагаемого в настоящем разделе.

Для входного двухкластерного канала рассматривается как падающая, так и расходящаяся волна:

$$f_{L}(\mathbf{q}_{0}) \approx \left[\psi_{L}^{(-)}(k_{0}q_{0}) - S_{\{\mu\},\{\mu\}} \psi_{L}^{(+)}(k_{0}q_{0}) \right] Y_{LM}(\mathbf{q}_{0}), \qquad (4.4)$$

где $S_{\{\mu\},\{\mu\}}$ представляют в *S* - матрице матричные элементы упругого рассеяния для канала ³ H+³ H или ³ He+³ He, а $Y_{LM}(\mathbf{q}_0)$ - сферические гармоники.

Поскольку мы интересуемся трехкластерным выходным каналом реакции, то соответствующая асимптотическая волновая функция записывается следующим образом:

$$g_{L}(\mathbf{q}_{1},\mathbf{q}_{2}) = g_{L}(\rho,\Omega) \simeq \sum_{\nu_{0}} \left[-S_{\{\mu\},\{\nu_{0}\}} \psi_{K}^{(+)}(k\rho) \right] H_{K}^{\nu_{0}}(\Omega), \qquad (4.5)$$

где $S_{\{\mu\},\{\nu_0\}}$ отвечает за связь двухкластерного и трехкластерных *К*-каналов. $H_{\kappa}^{\nu_0}(\Omega)$ - гиперсферическая гармоника.

Полное сечение задается выражением

$$\sigma(E) = \frac{\pi}{k_0^2} \sum_{L,S} \frac{(2L+1)(2S+1)}{4} \sum_{\nu_0} \left| S_{\{\mu\},\{\nu_0\}} \right|^2, \tag{4.6}$$

где *S* без индексов - полный спин шестинуклонной системы.

Как указывалось в главе 1, асимптотическое решение в координатном представлении для падающей и расходящейся волны может быть представлено в виде:

$$\psi_L^{(\pm)}(k\rho) = \frac{1}{\sqrt{k}} W_{\pm i\eta,\lambda}(\pm 2ik\rho) / \rho^{\frac{\sigma-1}{2}}, \qquad (4.7)$$

где W – функция Уиттеккера, η - параметр Зоммерфельда (при различных значениях L, λ , σ для двух - и трехкластерных каналов (см., таблицу 1.1).

Используя (4.2) и (4.3), можно записать граничные условия для коэффициентов разложения

$$C_{n,L} \simeq \sqrt{r_n} \left[\psi_L^{(-)}(k_0 r_n) - S_{\{\mu\},\{\mu\}} \psi_L^{(+)}(k_0 r_n) \right],$$

$$C_{n_{\rho},\nu_0} \simeq \rho_{n_{\rho}}^2 \left[-S_{\{\mu\},\{\nu_0\}} \psi_K^{(+)}(k \rho_{n_{\rho}}) \right]$$
(4.8)

или, что эквивалентно

$$C_{n,L} \simeq C_{n,L}^{(-)} - S_{\{\mu\},\{\mu\}} C_{n,L}^{(+)},$$

$$C_{n_{\rho},\nu_{0}} \simeq -S_{\{\mu\},\{\nu_{0}\}} C_{n_{\rho},\nu_{0}}^{(+)},$$
(4.9)

где использованы обозначения

$$C_{n,L}^{(\pm)} \simeq \sqrt{r_n} \psi_L^{(\pm)} (k_0 r_n),$$

$$C_{n_{\rho},\nu_0}^{(\pm)} \simeq \rho_{n_{\rho}}^2 \psi_K^{(\pm)} [k \rho_{n_{\rho}}].$$
(4.10)

Точка сшивания, разделяющая внутреннюю и асимптотическую области, определяется практически точно так же, как и в традиционном методе резонирующих групп. Соответствие между точкой сшивания в координатном пространстве МРГ и функциональном пространстве АВ МРГ легко устанавливается (см. главу 1), если ориентироваться на классическую осцилляторную точку поворота – $r_n = b\sqrt{4n+2L+3}$ – для двухкластерного случая и $\rho_{n_p} = b\sqrt{4n_p+2K+6}$ – для трехкластерного. Требуемое положение точки сшивания может быть получено за счет достаточно большого значения полного числа осцилляторных квантов $N = 2n + L = 2n_p + K$, используемых для описания внутренней области.

Использование гиперсферических гармоник позволяет получить информацию о пространственном распределении кластеров и динамике реакции. Они определяют распределение вероятности в 5-мерном координатном (импульсном) пространстве при фиксированном значении гиперрадиуса:

$$dW_{\nu_0}^5(\Omega) = \left| H_{\nu_0}(\Omega) \right|^2 d\Omega, \quad dW_{\nu_0}^5(\Omega_k) = \left| H_{\nu_0}(\Omega_k) \right|^2 d\Omega_k.$$
(4.11)

Анализируя вероятности распределения, можно определить наиболее вероятную форму взаимного расположения кластеров или форму "треугольника", образованного кластерами. Поскольку анализ пятимерной функции является весьма нетривиальной задачей, обратимся к некоторым специфическим переменным. Проинтегрируем функцию распределения $dW_{\nu_0}^5(\Omega)$ по единичным векторам $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2$ (или соответственно $\hat{\mathbf{k}}_1, \hat{\mathbf{k}}_2$)

$$dW_{\nu_{0}}(\theta) = \int \left| H_{\nu_{0}}(\Omega) \right|^{2} \cos^{2} \theta \sin^{2} \theta d\theta \, d\mathbf{q}_{1} d\mathbf{q}_{2},$$

$$dW_{\nu_{0}}(\theta_{k}) = \int \left| H_{\nu_{0}}(\Omega_{k}) \right|^{2} \cos^{2} \theta_{k} \sin^{2} \theta_{k} d\theta_{k} \, d\mathbf{k}_{1} d\mathbf{k}_{2} \qquad (4.12)$$

и введем переменные:

$$\mathscr{E} = \frac{q_1^2}{\rho^2} = \cos^2 \theta, \quad \mathscr{E} = \frac{k_1^2}{k^2} = \cos^2 \theta_k$$

В координатном пространстве эти величины могут быть интерпретированы как среднеквадратичные расстояния между парами кластеров, ассоциирующиеся с координатой \mathbf{q}_1 , или как энергии относительного движения пар кластеров (импульсное пространство). Соответственно получаем:

$$W_{\nu_{0}}(\mathscr{E}) = \frac{dW_{\nu_{0}}(\theta)}{d\theta} = \left| N_{K}^{(l_{1},l_{2})} \cos^{l_{1}} \theta \sin^{l_{2}} \theta P_{n_{\rho}}^{(l_{2}+l/2,l_{1}+l/2)} (\cos 2\theta) \right|^{2} \cos^{2} \theta \sin^{2} \theta$$
$$= \left| N_{K}^{(l_{1},l_{2})}(\mathscr{E})^{l_{1}/2} (1-\mathscr{E})^{l_{2}/2} P_{n_{\rho}}^{(l_{2}+l/2,l_{1}+l/2)} (2\mathscr{E}-1) \right|^{2} \sqrt{\mathscr{E}(1-\mathscr{E})}.$$
(4.13)

Эта функция представляет собой вероятность распределения по относительным расстояниям между двумя кластерами или соответственно по энергиям относительного движения кластеров. Кинематический фактор $\cos^2\theta\sin^2\theta$ включен $W_{\nu_0}(\mathscr{E})$ с целью пропорциональным сделать дифференциальному сечению в импульсном пространстве в случае, когда выходной канал задается единственной гипергармоникой $Y_{\nu_0}(\Omega)$.

На рисунке 4.2 представлена функция $W_{\nu_0}(\mathscr{E})$ для нескольких гипергармоник, включенных в расчет. Видно, что различным

гипергармоникам отвечают разные формы трехкластерной системы. В частности, гипергармоника с K = 10 и $l_1 = l_2 = 0$ передает случаи, при которых два кластера движутся с очень большой или с очень малой относительной энергией, в то время, как в координатном пространстве они находятся очень близко друг к другу или, наоборот, далеко.



Рис. 4.2. Функция $W_{v_0}(\mathscr{E})$ для значений гипермоментов K = 0, 2 и 10 при $l_1 = l_2 = 0$.

4.2 Результаты численных расчетов

Здесь вновь используется потенциал Волкова с обменным параметром m равным 0.54, как это было сделано и в работе [229]. Значение осцилляторного радиуса полагается, как и при исследовании свойств состояний непрерывного спектра шестинуклонных систем (см. главы 2 и 3), равным 1.37 Фм, что оптимизирует энергию связи α - частицы при использовании выбранного потенциала, который не содержит спин-орбитальных и тензорных

компонент. Соответственно последнему, полный угловой момент *L* и полный спин *S* в настоящем случае являются хорошими квантовыми числами. Более того, благодаря специфическим особенностям этого потенциала, бинарный канал не связан с трехкластерным в случае, когда спин системы *S* равен единице. Это означает в нашем случае, что состояния с $L^{\pi} = 1^{-}, 2^{-}, \cdots$ не вносят вклада в реакцию.

Для описания континуума трехкластерных конфигураций привлекались все гипергармоники с $K \le K_{max} = 10$. В таблице 4.1 перечислены все использованные K- каналы для случая L=0. Для двухкластерного и трехкластерных каналов использовалось одно и то же максимальное значение числа квантов осцилляторных возбуждений N_o для определения границы внутренней области волновой функции Ψ_L , которое определяло точку сшивания внутренней и асимптотической частей волновой функции. Значение N_o рассматривалось как вариационный параметр и изменялось в пределах от 25 до 75, что в координатном представлении примерно соответствует расстояниям 14 – 25 Фм. Изменение N_{ρ} в указанных пределах приводило к несущественным изменениям величин элементов S - матрицы, не превышающим одного процента, что не может повлиять на физические выводы. В окончательном варианте расчетов полагалось $N_{\rho} = 25$, как некий компромисс между сходимостью результатов и сложностью численных расчетов. При этом осуществлялся жесткий контроль за унитарностью S матрицы, в частности, соотношения

$$\left|S_{\{\mu\},\{\mu\}}\right|^{2} + \sum_{\nu_{0}} \left|S_{\{\mu\},\{\nu_{0}\}}\right|^{2} = 1.$$

Таблица 4.1.

| | N_{ch} | | | | | | | | | | | |
|-------------|----------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| K | 0 | 2 | 4 | 4 | 6 | 6 | 8 | 8 | 8 | 10 | 10 | 10 |
| $l_1 = l_2$ | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 2 | 0 | 2 | 4 | 0 | 2 | 4 |

Перечисление гипергармоник с L=0.

Можно убедиться в том, что начиная с $N_{\rho} = 15$, последнее условие выполняется не хуже, чем с точностью до одного процента. А в окончательных расчетах, где использовалось $N_{\rho} = 25$, вообще никаких вопросов с унитарностью *S* - матрицы не возникает. Заметим, что такие результаты по сходимости ограниченного осцилляторного базиса для трехкластерных систем находятся в хорошем соответствии с результатами работы [232], где использовались различные наборы квадратичноинтегрируемых функций при рассмотрении трехкластерных кулоновских систем.

На рисунке 4.3 представлен полный *S* - фактор реакции 3 H(3 H,2n) 4 He в области энергий $0 \le E \le 200$ КэB, который связан с полным сечением соотношением

$$S(E) = \sigma(E) E \exp\{2\pi\eta\}$$

 $(\eta = Z_1 Z_2 e^2 / \hbar v$ параметр Зоммерфельда). Видно, что теоретическая кривая достаточно хорошо ложится на экспериментальные точки.



Рис. 4.3. *S* - фактор реакции ³ H(³ H,2n)⁴ He. Экспериментальные данные взяты из работ [233] (Serov), [234] (Govorov), [235] (Brown) и [236] (Agnew).

Полный S - фактор реакции ³ He(³ He,2p)⁴ Не представлен на рисунке 4.4. Там же приведены известные экспериментальные данные. S - факторы обеих реакций представляют собой монотонные функции от энергии и не проявляют какого-либо нерегулярного поведения, указывающего на наличие некоего скрытого резонанса, что могло бы дать указания к объяснению проблемы солнечных нейтрино.



Рис. 4.4. *S* - фактор реакции ³ He(³ He,2p)⁴ He. Экспериментальные данные взяты из работ [237] (Krauss), [238] (LUNA 99) и [239] (LUNA 98)

Астрофизический *S* - фактор при малых энергиях обычно представляется в следующем виде:

$$S(E) = S_0 + S'_0 E + S''_0 E^2.$$
(4.14)

Была произведена подгонка коэффициентов в этой формуле по рассчитанным значениям *S* - фактора в области энергий $0 \le E \le 200$ КэВ и получено для реакции ³ H(³ H,2n)⁴ Не следующее его приближенное выражение:

$$S(E) = 206,51 - 0,53 E + 0,001 E^2$$
 КэВ барн, (4.15)

а для реакции ³ Не(³ Не,2р)⁴ Не

$$S(E) = 4,89 - 3,99 E + 2,3 \ 10^{-4} E^2$$
 МэВ барн. (4.16)

Отметим различия в поведении *S* - факторов для систем ⁶Не и ⁶Ве. Нуклоннуклонное взаимодействие кластеров приводит к одинаковой связи входного и выходных каналов в обоих случаях. Но кулоновское взаимодействие вносит отчетливые различия в *S* - факторы.

Ниже для сравнения приводятся результаты подгонки *S* - фактора реакции 3 He(3 He,2p) 4 He по экспериментальным данным.

$$S(E) = 5, 2-2, 8E+1, 2E^2$$
 МэВ барн [240]
 $S(E) = (5, 40 \pm 0, 05) - (4, 1 \pm 0.5)E + (2, 3 \pm 0.5)E^2$ МэВ барн [239]
 $S(E) = (5, 32 \pm 0, 08) - (3, 7 \pm 0, 6)E + (1.95 \pm 0, 5)E^2$ МэВ барн [238] (4.17)

Константа и линейный член, полученные в настоящей работе, находятся в хорошем согласии со своими аналогами, извлеченными из экспериментальных данных. При этом различие в областях энергий расчетной ($0 \le E \le 200$ КэВ) и экспериментальной подгонок ($0 \le E \le 1000$ КэВ) усложняет однозначную интерпретацию расхождений для квадратичного члена.

Как отмечалось выше, использование метода гиперсферических функций позволяет изучить некоторые детали динамики рассматриваемых реакций.

На рисунках 4.5 и 4.6 представлены вклады (W_{ν_0}) различных трехкластерных *К* - каналов в полные *S* - факторы реакций. На рисунке 4.5 эти вклады (по отношению к полному *S* -фактору) представлены при фиксированном значении энергии (1 КэВ). А на рисунке 4.6 показана зависимость W_{ν_0} (в абсолютных величинах) от энергии входного канала. Отметим, что основной вклад в результат (порядка 95%) вносят три гипергармоники, а именно: { $K = 0; l_1 = l_2 = 0$ }, { $K = 2; l_1 = l_2 = 0$ } и { $K = 4; l_1 = l_2 = 2$ }, что справедливо для обеих реакций с небольшими различиями, обусловленными кулоновским взаимодействием.



Рис. 4.5. Вклады трехкластерных каналов в полные *S* - факторы реакций ³ H(3 H,2n)⁴ He и ³He(3 He,2p)⁴ He в расчете с $K_{max} = 10$. N_{ch} – величина, которая устанавливает последовательное перечисление каналов, объединенных одним значением гипермомента.



Рис. 4.6. Вклады гипергармоник с различными значениями *К* в полный *S*фактор реакции ³ H(³ H,2n)⁴ Не в расчете с $K_{max} = 10$ для области энергий $0 \le E \le 1000$ КэВ.

Рисунки 4.5 и 4.6 дают определенную информацию и о сходимости результатов. Вклад гипергармоник с K > 6 мал по сравнению с вкладом нижайших гипергармоник, которые доминируют. Это подтверждается и рисунком 4.7, где приведены расчеты, в которых K_{max} изменяется в пределах от 0 до 10. Видно, что наиболее полный расчет с $K_{max} = 10$ является в достаточной мере исчерпывающим с точки зрения надлежащего учета двухкластерных конфигураций в трехкластерной, поскольку различия в результатах становятся пренебрежимо малыми.



Рис. 4.7. Сходимость *S* -фактора реакции 3 H(3 H,2n) 4 Не при изменении K_{max} от 0 до 10

Для того, чтобы подчеркнуть важность описания выходного канала как трехкластерного, проводилось сравнение трехкластерных расчетов с расчетами для бинарной конфигурации ⁴ He+² n и соответственно ⁴ He+² p в качестве выходных каналов. При этом выбираются одни и те же параметры взаимодействия и значения осцилляторного радиуса. Результаты расчетов для реакции ³ H(³ H,2n)⁴ He представлены на рисунке 4.8. Сходная картина имеет место и для реакции ³ He(³ He,2p)⁴ He.



Рис. 4.8 . Сравнение *S* - факторов реакции 3 H(3 H,2n) 4 He, рассчитанных с учетом трехкластерных выходных каналов и в двухкластерной модели 3 H(3 H, 2 n) 4 He.

Имея в своем распоряжении элементы *S* - матрицы, легко получить полные и дифференциальные сечения реакций. Завершающая часть этого раздела посвящена расчету и анализу дифференциальных сечений, определяющих вероятность для выбранной пары кластеров быть детектированной с энергией их относительного движения E_{12} . Для этого в каждом случае осуществляется такой выбор дерева Якоби, в котором первый из векторов \mathbf{q}_1 связан с расстоянием между кластерами 1 и 2. При этом вектор \mathbf{k}_1 в импульсном пространстве имеет модуль, равный корню квадратному из значения E_{12} . С учетом такого определения указанных величин сечение реакции принимает вид:

$$d\sigma(E_{12}) \sim \frac{1}{E} \int d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 \left| \sum_{\nu_0} S_{\{\mu\}\{\nu_0\}} Y_{\nu_0}(\Omega_k) \right|^2 \sin^2 \theta_k \cos^2 \theta_k d\theta_k.$$
(4.18)

После интегрирования по единичным векторам $d\mathbf{k}_1$ и $d\mathbf{k}_2$ и произведения замены

$$\cos \theta_k = \sqrt{\frac{E_{12}}{E}}; \quad \sin \theta_k = \sqrt{\frac{E - E_{12}}{E}}$$

$$d\theta_k = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{(E - E_{12})E_{12}}} dE_{12}.$$
(4.19)

легко получить $d\sigma(E_{12})/dE_{12}$.

На рисунке 4.9 представлены такие сечения для реакций ³ H(³ H,2n)⁴ He и ³ He(³ He,2p)⁴ He при значении энергии E = 10 КэВ во входном канале. Сплошная линия соответствует движению двух нейтронов (протонов) с относительной энергией E_{12} , а пунктирная – случаю, при котором α -частица и один из нейтронов (протонов) имеют относительную энергию E_{12} .



Рис. 4.9. Дифференциальные сечения $d\sigma(E_{12})/dE_{12}$ реакций ³H(³H,2n)⁴He (вверху) и ³He(³He,2p)⁴He (внизу).

Остановимся на случае совместного детектирования двух нейтронов или протонов. Здесь наблюдается пик при энергии $E_{12} \simeq 0.5$ МэВ. Отчетливее он проявляется для реакции ³ He(³ He,2p)⁴ He. То есть, при этом сравнительно небольшом значении энергии, два нейтрона или два протона могут быть

зафиксированы совместно с большой вероятностью. Можно полагать, что именно такое положение вещей обеспечивает относительный успех двухкластерного описания при указанном значении энергии.

Обратим особое внимание на область энергий от 1 до 3 МэВ относительного движения в подсистемах ⁴ He + n и ⁴ He + p, где имеют место резонансные состояния $3/2^-$ и $1/2^-$ в указанных подсистемах при использовании в расчетах потенциала Волкова. Из рисунка 4.9 (пунктирная линия) видно, что в наших расчетах наличие этих состояний не оказывает существенного влияния на сечения реакций ³ H(³ H,2n)⁴ He и ³ He(³ He,2p)⁴ He.

На рисунке 4.10 проводится сравнение результатов настоящей работы для дифференциального сечения вылета протонов (реакция 3 He(3 He,2p) 4 He с экспериментальными данными из работы [240], которые получены при энергии E(3 He) =0,19 МэВ. Отметим качественное согласие в поведении расчетных и экспериментальных данных.



Рис. 4.10. Рассчитанные и экспериментальные дифференциальные сечения реакции 3 He(3 He,2p) 4 He при E(3 He)=0,19 МэВ. Последние взяты из работы [240].

Сечения, представленные на рисунках 4.9 и 4.10, получены для

числа гипергармоник (К≤10). Эти рисунки следует максимального рассмотреть совместно с рисунком 4.11, где приведены и парциальные дифференциальные сечения в каналах с гипермоментами K = 0, K = 2, K = 4. Сечения, представленные на рисунках 4.9 и 4.10, существенным образом отличаются от приведенных на рисунке 4.11 сечений для отдельных каналов, которые доминируют в трехкластерном канале. То есть интерференция вкладов от доминирующих гипергармоник кардинально влияет на поведение сечений. Для иллюстрации этого утверждения на рисунке 4.11 наряду с парциальными сечениями ДЛЯ гипермоментов K=0,K=2, K = 4представлены сечения, полученные для совокупности наиболее важных компонент для случая $K_{max} \le 4$ и для полного расчета с ($K_{max} \le 10$), что демонстрирует и сходимость сечения. В окрестности значения энергии 10 МэВ наблюдается весьма заметный пик, который полностью обусловлен интерференцией различных гипергармоник.



Рис. 4.11. Парциальные сечения реакции ³ He(³ He,2p)⁴ He для компонент волновой функции с K = 0,2 и 4 в сравнении с полным сечением для $K_{max} = 4$ и полным сечением для $K_{max} = 10$

4. 3. Выводы

В первом разделе главы рассматривается такой вариант алгебраической версии MPΓ, В котором могут одновременно учитываться как двухкластерные, так и трехкластерные конфигурации. Причем для описания предыдущих главах, последних, как И В используется метод гиперсферических функций. Приведены необходимые граничные условия для уравнений развиваемого подхода, ориентированные на рассмотрение реакций 3 H(3 H,2n) 4 He и 3 He(3 He,2p) 4 He, где входной канал бинарный, а выходной – трехкластерный. Представлены формулы, задающие вероятности распределения по относительным расстояниям между двумя кластерами или соответственно по энергиям относительного движения пары кластеров. На основе этих формул на конкретных примерах графически показано, что различным гипергармоникам соответствуют разные формы трехкластерной системы.

Второй раздел главы посвящен обсуждению численных результатов. Получены *S* - факторы реакций 3 H(3 H,2n) 4 He и 3 He(3 He,2p) 4 Не в области энергий, наиболее интересных с точки зрения астрофизических приложений, в частности того, что касается проблемы солнечных нейтрино. Для обеих реакций, в областях энергий для которых имеются достаточно надежные экспериментальные данные, совпадение полученных в настоящей работе теоретических результатов с экспериментальными являются более чем удовлетворительными. Это позволяет считать, что теоретические результаты для наиболее интересных с точки зрения астрофизики меньших энергиях вполне надежны. А они, для реакции ³ He(³ He, 2p)⁴ He, не дают никаких указаний в пользу существования резонансных состояний, наличие которых могло бы пролить свет на проблему солнечных нейтрино. Путем подгонки под результаты настоящей работы получена приближенная формула для S - фактора при малых энергиях, представляющая собой разложение его по ее степеням вплоть до квадратичного члена. Константа и линейный член находятся в хорошем согласии со своими аналогами,

извлеченными из экспериментальных данных. Рассмотрен вопрос о том, какие гипергармоники вносят наиболее существенный вклад в формирование *S* - фактора. Оказалось, что это гипергармоники с K < 6, что обеспечивает полученных Путем разумную сходимость результатов. сравнения результатов, расчетов проведенных с трехкластерным и двухкластерным выходным каналом, показана важность учета первого из них, что приводит более чем к двухкратному увеличению значений *S* - фактора по всей области рассматриваемых энергий. Произведен расчет и анализ дифференциальных сечений, определяющих вероятность для выбранной пары кластеров быть детектированной с энергией их относительного движения Е₁₂. На примере энергии 10 КэВ во входном канале показано, что при этом сравнительно небольшом значении энергии, два нейтрона или два протона могут быть зафиксированы совместно с большой вероятностью. Проведено сравнение полученных дифференциальных сечений с экспериментальными данными, качественное согласие которое показало В поведении расчетных И Проиллюстрирована достаточно экспериментальных данных. хорошая сходимость сечений и показано, что только интерференция парциальных сечений, отвечающих различным значениям гипермомента, может обеспечить разумную его форму, близкую к экспериментальной.

Результаты, представленные в этой главе, опубликованы в работах [10,13,14,18,31,33,49].

ГЛАВА 5

КЛАСТЕРНАЯ ПОЛЯРИЗАЦИЯ БИНАРНЫХ ПОДСИСТЕМ И ЕЕ ВЛИЯНИЕ НА СПЕКТР ЯДРА ⁷Li, ПРОТЕКАНИЕ РЕАКЦИЙ РАДИАЦИОННОГО ЗАХВАТА ³He(α, γ)⁷Be, ³H(α, γ)⁷Li, ⁶Li(p, γ)⁷Be и ⁶Li(n, γ)⁷Li И РЕАКЦИИ ⁶Li(n,³H)⁴He

Известно, что многие легкие ядра связаны слабо и имеют кластерную структуру. Кластерные моды движения у них являются мягкими, и за счет этого такие ядра могут существенно менять свои размеры и форму при взаимодействии с другими ядрами. Это явление в последующем и называется кластерной поляризацией ядер в процессе их взаимодействия, которая в рассматриваемом подходе проявляется как кластерная поляризация бинарных подсистем.

До настоящего времени в основном были сформулированы и реализованы два микроскопических подхода, учитывающих поляризацию кластеров в процессе их взаимодействия.

Во-первых, здесь необходимо указать на работы Тана с сотрудниками [241-246] и работу Каджино и др. [247], где рассматривались монопольные возбуждения кластеров.

Во-вторых, упомянуть работы Г. Ф. Филиппова и сотрудников [67,68,248-250], а также работы [71,212,251], где поляризация кластеров воспроизводилась эффективно за счет учета монопольной и квадрупольной поляризации составного ядра, что позволило с успехом решать и задачи по исследованию гигантских резонансов легких атомных ядер.

В настоящей работе развивается микроскопический подход, предложенный ранее в [252] с целью исследования трехкластерных конфигураций и учета кластерной поляризации ядер в процессе их взаимодействия. В его формулировке используется как гауссовский (ГБ), так и осцилляторный базис (ОБ), для разложения функций относительного движения кластеров и сведения уравнения Шредингера к алгебраическому виду. Далее, в случае необходимости сокращения записи, мы будем называть развиваемую модель ГБ+ОБ - моделью. Основной целью построения такой модели является стремление получить результаты максимально точно при минимальных численных затратах за счет уменьшения общего числа базисных функций. Достигается это именно благодаря использованию наряду с осцилляторными функциями и функций гауссовских. Последние часто используются в микроскопических расчетах, что позволяет в высшей степени эффективно описывать связанные состояния атомных ядер, в том числе и ядер с малой энергией связи и с большим избытком нейтронов или протонов [105,174,231,253-255].

Гауссовский базис используется как вариационный многопараметрический, позволяет воспроизводить ЧТО межкластерные волновые функции в самых сложных случаях связанных состояний. В сочетании с методом комплексного масштабирования гауссовский базис исследования свойств привлекается и ДЛЯ резонансных состояний. Недостатком этого базиса является его неортогональность, что может приводить к численным неустойчивостям. С помощью осцилляторного базиса возможно описание как состояний непрерывного, так и дискретного спектров, а соответствующая матричная форма уравнения Шредингера соответствует R матричной теории ядерных реакций. Сходимость осцилляторного базиса существенно уступает по "скорости" гауссовскому базису. Однако он свободен от недостатков, присущих гауссовскому базису, и очень удобен при задании граничных условий в задачах рассеяния. Как было продемонстрировано ранее (см., например, [68]), для достижения разумной точности в легких ядрах *p* - оболочки требуется от 30 до 50 осцилляторных функций.

Для расчета матричных элементов различных операторов на осцилляторных функциях развита техника, основанная на использовании производящих матричных элементов, которая

обсуждалась в главе 1. С ее помощью можно получать явный вид необходимых матричных элементов, а также рекуррентные соотношения, которым они подчиняются.

В настоящей работе развиваемая модель привлекается ДЛЯ исследования кластерной поляризации при исследовании свойств ядра ⁷Li. Выбор этого ядра обусловлен тем, что оно имеет, с одной стороны, достаточно богатый и хорошо определенный на эксперименте спектр связанных состояний и резонансов, а с другой - свойства его неоднократно рассматривались в различных микроскопических моделях. Это предоставляет возможности широкие сравнения наших результатов, как С экспериментальными данными, так и теоретическими результатами других авторов [256-265]. Кроме того, реакция ${}^{6}Li(n, {}^{3}H)^{4}He$ представляет интерес как известный процесс по наработке трития.

Первым приложением развиваемого в настоящей работе подхода является рассмотрение резонансных состояний ⁷Li и характеристик реакции ⁶Li(n,³H)⁴He. Ядро ⁷Li рассматривается в многокластерной модели как состоящее из двухкластерных и трехкластерных компонент. Из двухкластерных каналов учитываются каналы ⁴He+³H и ⁶Li+n, а из трехкластерных – ⁴He+d+n, включающий в себя указанные двухкастерные.

То есть мы имеем три подсистемы: (⁶Li, ⁴He ³H), которые вовлекаются в процесс. Такой выбор обусловлен тем, что именно их взаимодействие определяет основные свойства связанных состояний и низколежащих резонансов ядра⁷Li.

Как известно, всего 1.5 МэВ необходимо для расщепления ⁶Li на ⁴He и дейтрон. Для дезинтеграции ³H на дейтрон и нейтрон нужно затратить 6.26 МэВ, в то время как для того, чтобы развалить ⁴He на ³H (³He) и протон (нейтрон) требуется порядка 20 МэВ. Эти данные говорят о том, что в наших расчетах первостепенное значение должен играть учет поляризации бинарных подсистем ⁶Li= α +d и ³H=d+n, которая и учитывается в расчетах, результаты которых приведены ниже.

Также целью исследований, результаты которых обсуждаются в настоящей главе, является рассмотрение того, насколько сильно кластерная поляризация влияет на сечения или астрофизические *S* - факторы реакций радиационного захвата ³He(α, γ)⁷Be, ³H(α, γ)⁷Li, ⁶Li(p, γ)⁷Be и ⁶Li(n, γ)⁷Li с образованием ядер ⁷Be и ⁷Li. Последние исследования стимулированы двумя факторами.

Во-первых, реакции радиационного захвата и фотоядерные реакции являются источником интересной и полезной информации о динамике и структуре ядерных систем. Эта информация весьма важна ДЛЯ фундаментальных и прикладных исследований. Известно, что сечения реакций захвата и фотодезинтеграции определяются волновыми функциями связанного состояния и состояниями непрерывного спектра составного ядра. Таким образом, ЭТИ реакции являются хорошим тестом ДЛЯ микроскопических и полумикроскопических моделей с точки зрения качества волновых функций, которые получены в их рамках. Причем это является тестом как для волновой функции во внешней, так и во в внутренней области.

Также рассматриваемые реакции являются важной составляющей процессов, происходящих на Солнце и других звездах во Вселенной. Поэтому рассматриваются астрофизические аспекты реакций, связанные, например, с проблемой солнечных нейтрино и распространением легких элементов во Вселенной после большого взрыва. Эти вопросы уже подробно обсуждались в работах [266-271]. Таким образом, теоретический анализ обсуждаемых реакций играет большую роль для понимания того, какие факторы играют основную роль при их протекании и для предсказания поведения сечений реакций в области энергий, доминирующих на Солнце и во Вселенной.

Было выполнено также большое количество экспериментальных работ [272-283] для определения астрофизического *S* - фактора реакций при энергиях, которые интересны с точки зрения астрофизических приложений.

Также были предприняты весьма значительные усилия для исследования этого вопроса, как с использованием микроскопических, так и полумикроскопических подходов (см, например, [261,265,284-300]) для анализа этих реакций и вычисления их сечений в области энергий, недоступных в настоящее время для экспериментального исследования. Эти усилия имели своей целью установление основных свойств реакций радиационного захвата и выявление главных факторов, оказывающих влияние на формирование сечений.

Во-вторых, как будет видно из дальнейшего изложения, развиваемая микроскопическая трехкластерная модель, принимающая во внимание кластерную поляризацию взаимодействующих кластеров, дает возможность показать, что поляризация систем ³H и ⁶Li, которые рассматриваются как двухкластерные системы в представлениях ³H=d+n и ⁶Li=⁴He+d, играет важную роль и существенно влияет на энергии связи связанных состояний и на положения и ширины состояний непрерывного спектра ядра ⁷Li. При этом происходит понижение энергии связи (по отношению к нижайшему порогу распада на взаимодействующие кластеры) по мере увеличения возможности поляризуемости кластеров. Это указывает на то, что поляризация кластеров увеличивает взаимодействие между ними и как результат увеличивается энергия связи связанных состояний и значительно уменьшаются энергии и ширины резонансных.

В работе соответствии co сказанным выше В настоящей рассматриваются реакции радиационного захвата с образованием ядер ⁷Ве и ¹Li. При этом главное внимание уделяется влиянию поляризуемости В кластеров, принимающих участие В реакциях. работах [65, 250]продемонстрировано, что коллективные монопольная и квадрупольная поляризации существенно влияют на радиоактивный захват И фотодезинтеграцию. В настоящей работе рассматривается более важный и интересный с точки зрения изучения легких ядер тип поляризации поляризация кластерная взаимодействующих Для кластеров. ЭТОГО

используется трехкластерная конфигурация ⁴He+d+p (⁴He+d+n) для рассмотрения бинарных каналов ⁴He+³He и ⁶Li+p (⁴He+³H и ⁶Li+n) в ⁷Be (⁷Li). То есть принимается во внимание поляризуемость кластеров ⁶Li и ³He (³H), которые сами задаются в двухкластерном представлении ⁴He+d и d+p (d+n) соответственно. Можно полагать, что поляризуемость этих кластеров может наиболее существенно повлиять на сечения или астрофизические *S*-факторы реакций захвата при низких энергиях.

Следует отметить, что трехкластерные микроскопические модели использовались ранее при рассмотрении реакций радиационного захвата и фотодезинтеграции. (см., например, [301-303]) Однако кластерная поляризация при этом во внимание не принималась.

5.1 Описание модели учета кластерной поляризации взаимодействующих ядер

В настоящем работе используется модель, которая по своему существу близка к сформулированной в работах [304] и [305]. Основное отличие между ними состоит в том, что если в указанных работах использовался только биосцилляторный базис для описания трехкластерных систем, то в данной работе рассматривается возможность совместного использования как осцилляторного, так и гауссовского базиса. Подход формулируется для случая произвольного числа нуклонов в каждом из кластеров.

В общем случае трехкластерная волновая функция может быть представлена в виде:

$$\Psi^{J} = A \left\{ \left[\Phi_{1} \left(A_{1} \right) \Phi_{2} \left(A_{2} \right) \Phi_{3} \left(A_{3} \right) \right]_{S} \left[f_{1} \left(\mathbf{x}_{1}, \mathbf{y}_{1} \right) + f_{2} \left(\mathbf{x}_{2}, \mathbf{y}_{2} \right) + f_{3} \left(\mathbf{x}_{3}, \mathbf{y}_{3} \right) \right]_{J}, \quad (5.1)$$

где $\Phi_{\alpha}(A_{\alpha})$ - оболочечные функции, задающие внутреннее движение в кластерах, перечисляемых индексом α ($\alpha = 1, 2, 3$), а $f_{\alpha}(\mathbf{x}_{\alpha}, \mathbf{y}_{\alpha})$ - компоненты Фаддеева функции относительного движения, где \mathbf{x}_{α} - векторы Якоби, задающие взаимное расположение β и γ кластеров, в то время как \mathbf{y}_{α} вектор Якоби, связывающий кластер α с центром масс кластеров β и γ :

$$\mathbf{x}_{\alpha} = \sqrt{\frac{A_{\beta}A_{\gamma}}{A_{\beta} + A_{\gamma}}} \left[\frac{1}{A_{\beta}} \sum_{j \in A_{\beta}} \mathbf{r}_{j} - \frac{1}{A_{\gamma}} \sum_{k \in A_{\gamma}} \mathbf{r}_{k} \right], \quad (5.2)$$
$$\mathbf{y}_{\alpha} = \sqrt{\frac{A_{\alpha}\left(A_{\beta} + A_{\gamma}\right)}{A_{\alpha} + A_{\beta} + A_{\gamma}}} \left[\frac{1}{A_{\alpha}} \sum_{i \in A_{\alpha}} \mathbf{r}_{i} - \frac{1}{A_{\beta} + A_{\gamma}} \left[\sum_{j \in A_{\beta}} \mathbf{r}_{j} + \sum_{k \in A_{\gamma}} \mathbf{r}_{k} \right] \right]. \quad (5.3)$$

Индексы α , β и γ представляют собой циклическую перестановку чисел (1,2,3).

Для записи фаддеевских компонент используются биполярные сферические гармоники

$$f_{\alpha}(\mathbf{x}_{\alpha},\mathbf{y}_{\alpha}) \Longrightarrow f_{\alpha}^{(L)}(\mathbf{x}_{\alpha},\mathbf{y}_{\alpha}) = \sum_{\lambda_{\alpha},l_{\alpha}} f_{\alpha}^{(\lambda_{\alpha},l_{\alpha};L)}(x_{\alpha},y_{\alpha}) \Big\{ Y_{\lambda_{\alpha}}(\mathbf{x}_{\alpha})Y_{l_{\alpha}}(\mathbf{y}_{\alpha}) \Big\}_{LM}, \quad (5.4)$$

что приводит нас к совокупности четырех квантовых чисел $\lambda_{\alpha}, l_{\alpha}, LM$. Используется схема *LS* - связи, где спин системы *S*, представляющий собой векторную сумму спинов кластеров, связывается с полным угловым моментом *L* в полный момент *J*. В случае *s* - кластеров полный орбитальный момент *L* полностью определяется межкластерным движением. Четность трехкластерных состояний задается соотношением $\pi = (-)^{\lambda_{\alpha}+l_{\alpha}}$, где λ_{α} и l_{α} парциальные угловые моменты.

Известно, что компоненты Фаддеева представляют собой весьма удобный инструмент для задания граничных условий как для бинарных, так и для трехкластерных каналов (см. более подробно [306]).

В дальнейшем мы будем использовать разложение фаддеевских компонент $f_{\alpha}(\mathbf{x}_{\alpha}, \mathbf{y}_{\alpha})$ как по осцилляторному $\{\Phi_{n_{a}l_{\alpha}}(\mathbf{y}_{\alpha}, b)\}$,

$$\Phi_{nl}(\mathbf{y},b) = (-1)^{n} \frac{1}{b^{3/2}} N_{nl} \rho^{l} L_{n}^{l+1/2} \left(\rho^{2}\right) \exp\left(-\rho^{2}/2\right) Y_{lm}(\mathbf{y}), \qquad (5.5)$$

$$\rho = \frac{y}{b}, \qquad N_{nl} = \sqrt{\frac{2\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+l+3/2)}},$$

так и по гауссовскому $\left\{G_{\lambda_{\alpha}}(\mathbf{x}_{\alpha}, b_{\nu_{\alpha}})\right\}$

$$G_{\lambda}(\mathbf{x}, b_{\nu}) = \frac{1}{b_{\nu}^{3/2}} \sqrt{\frac{2}{\Gamma(\lambda + 3/2)}} \rho^{\lambda} \exp\left\{-\frac{1}{2}\rho^{2}\right\} Y_{\lambda\mu}(\mathbf{x}), \qquad \rho = \frac{x}{b_{\nu}}$$
(5.6)

базису функций.

Как уже отмечалось, гауссовский базис весьма удобен для описания связанных состояний как двух - так и многокластерных систем, поскольку позволяет достичь сходимости результатов с использованием сравнительно малого числа базисных функций, что будет, в частности, проиллюстрировано на конкретных примерах в следующем разделе. Достоинство осцилляторного базиса состоит в том, что он позволяет просто и самосогласованно учесть граничные условия и в задачах рассеяния.

В развиваемом подходе полная волновая функция ядра Ψ^{J} представляется в виде разложения

$$\Psi^{J} = \sum_{\alpha} \sum_{\lambda_{\alpha}, l_{\alpha}} \sum_{\nu_{\alpha}, n_{\alpha}} C^{(\alpha)}_{\nu_{\alpha} \lambda_{\alpha}; n_{\alpha} l_{\alpha}} \times \hat{A} \Big\{ \Big[\Phi_{1} \Big(A_{1} \Big) \Phi_{2} \Big(A_{2} \Big) \Phi_{3} \Big(A_{3} \Big) \Big]_{S} \Big[G_{\lambda_{\alpha}} (\mathbf{x}_{\alpha}, b_{\nu_{\alpha}}) \Phi_{n_{\alpha} l_{\alpha}} (\mathbf{y}_{\alpha}, b) \Big]_{L} \Big\}_{J},$$
(5.7)

где коэффициенты разложения $\left\{C_{\nu_{\alpha}\lambda_{\alpha};n_{\alpha}l_{\alpha}}^{(\alpha)}\right\}$ при фиксированном значении α ($\alpha = 1, 2, 3$) представляют собой не что иное, как компоненты Фаддеева в дискретном представлении, три набора которых однозначно определяют Ψ^{J} . А микроскопический гамильтониан для трехкластерной конфигурации записывается следующим образом

$$H = T + V = \sum_{\alpha=1}^{3} H_{\alpha}^{(1)} + T_{r} + \sum_{\alpha} V_{\alpha}, \qquad (5.8)$$

т. е. в виде суммы трех однокластерных гамильтонианов \hat{H}^1_{α} , описывающих внутреннюю структуру каждого из кластеров, а также члена, описывающего межкластерную динамику. Последний состоит из оператора кинетической энергии относительного движения кластеров \hat{T}_r и потенциальной энергии взаимодействия между ними.
Гамильтониан также может быть выражен и в виде суммы двухкластерных гамильтонианов и гамильтониана, определяющего взаимодействие некоторого кластера с двумя другими.

$$H = H_{\alpha}^{(2)} + H_{\alpha}^{(1)} + T_{\alpha} + \sum_{\beta \neq \alpha} V_{\alpha\beta}.$$
 (5.9)

Здесь

$$T_r = \frac{\hbar^2}{2m} \Delta_{\mathbf{x}_\alpha} + \frac{\hbar^2}{2m} \Delta_{\mathbf{y}_\alpha}, \quad T_\alpha = \frac{\hbar^2}{2m} \Delta_{\mathbf{y}_\alpha}, \quad (5.10)$$

$$H_{\alpha}^{(1)} = \sum_{i \in A_{\alpha}} T(i) + \sum_{i < j \in A_{\alpha}} V(ij), \qquad (5.11)$$

$$H_{\alpha}^{(2)} = \sum_{i \in A_{\beta} + A_{\gamma}} T(i) + \sum_{i < j \in A_{\beta} + A_{\gamma}} V(ij), \qquad (5.12)$$

$$V_{\alpha} = \sum_{i \in A_{\beta}} \sum_{j \in A_{\gamma}} V(ij).$$
(5.13)

Для рассмотрения связанных состояний двухкластерных подсистем строятся двухкластерные гауссовские функции

$$|\nu,\alpha\rangle = A \Big\{ \Phi_{\beta} \Big(A_{\beta} \Big) \Phi_{\gamma} \Big(A_{\gamma} \Big) G(\mathbf{x}_{\alpha}, b_{\nu}) \Big\}.$$
(5.14)

Вычислив матричные элементы двухкластеного гамильтониана $\langle v, \alpha | H_{\alpha}^{(2)} | \tilde{v}, \alpha \rangle$ на этих функциях, без особого труда можно получить $E_{\sigma}^{(\alpha)}$ ($\sigma=0$) - энергию связи основного, и ($\sigma>0$) возбужденных (псевдосвязанных) состояний, а также и соответствующие собственные функции $\{U_{\nu}^{(\sigma,\alpha)}\}$. Все здесь сводится к решению сравнительно простой обобщенной задачи на собственные значения и собственные векторы:

$$\sum_{\tilde{\nu}=1}^{N_{\alpha}^{(G)}} \left\langle \nu, \alpha \left| H_{\alpha}^{(2)} - E_{\sigma}^{(\alpha)} \right| \tilde{\nu}, \alpha \right\rangle U_{\tilde{\nu}}^{(\sigma,\alpha)} = 0.$$
(5.15)

Для того, чтобы решать уравнения для полной волновой функции $\{C^{(\alpha)}_{\nu_{\alpha}\lambda_{\alpha};n_{a}l_{\alpha}}\}$ в дискретном представлении, необходимо соответствующим образом задать граничные условия.

В настоящей работе рассматриваются только бинарные каналы, тем самым внимание фокусируется на области энергий ограниченному сверху энергией нижайшего трехкластерного порога развала ⁷Li на ⁴He, d и п. Поэтому здесь обсуждаются только двухкластерные асимптотики в граничных условиях. В этом случае $x_{\alpha} \ll y_{\alpha}$, т.е. один кластер находится на достаточно большом расстоянии от двух других, составляющих связанную подсистему. Если мы обозначим межкластерную волновую функцию для связанного состояния σ как $\phi_{\sigma\lambda_{\alpha}}^{(\alpha)}(x_{\alpha})$, то при больших значениях модуля вектора Якоби y_{α} функция $f_{\alpha}^{(\lambda_{\alpha},\lambda_{\alpha};L)}(x_{\alpha},y_{\alpha})$ в асимптотической области факторизуется и принимает вид

$$f_{\alpha}^{(\lambda_{\alpha},l_{\alpha};L)}(x_{\alpha},y_{\alpha}) \approx \phi_{\sigma\lambda_{\alpha}}^{(\alpha)}(x_{\alpha}) \Big[S_{c_{0},c_{\alpha}} \psi_{l_{\alpha}}^{(-)}(p_{\alpha}y_{\alpha}) - S_{c_{0},c_{\alpha}} \psi_{l_{\alpha}}^{(+)}(p_{\alpha}y_{\alpha}) \Big]$$
(5.16)

для состояний непрерывного спектра и

$$f_{\alpha}^{(\lambda_{\alpha},l_{\alpha};L)}(x_{\alpha},y_{\alpha}) \approx -\phi_{\sigma\lambda_{\alpha}}^{(\alpha)}(x_{\alpha}) \Big[S_{c_{0},c_{\alpha}} \psi_{l_{\alpha}}^{(+)} \Big(-i \big| p_{\alpha} \big| y_{\alpha} \Big) \Big]$$
(5.17)

для связанных состояний. Здесь c_{α} есть совокупность всех квантовых чисел $(\lambda_{\alpha}, l_{\alpha}, ...)$, необходимых для характеристики данного канала, в то время как индекс c_0 - задает входной канал. Импульс p_{α} определяется следующим соотношением:

$$p_{\alpha} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} \left(E - E_{\sigma}^{(\alpha)} \right)}.$$
(5.18)

Энергия связанного состояния $E_{\sigma}^{(\alpha)}$ двухкластерной подсистемы определяет пороговую энергию c_{α} - канала.

Факторизация волновой функции $\{C_{v_{\alpha}\lambda_{\alpha};n_{\alpha}l_{\alpha}}^{(\alpha)}\}$ имеет место и в дискретном представлении. Выход на асимптотику здесь достигается за счет привлечения больших значений n_{α} (см., подробней, [56,57,76]):

$$C_{\nu_{\alpha}\lambda_{\alpha};n_{\alpha}l_{\alpha}}^{(\alpha)} \approx U_{\nu_{\alpha}\lambda_{\alpha}}^{(\sigma,\alpha)}C_{n_{\alpha}l_{\alpha}}^{(c_{\alpha})} =$$
$$= U_{\nu_{\alpha}\lambda_{\alpha}}^{(\sigma,\alpha)}\sqrt{2r_{n_{\alpha}}} \left[S_{c_{0},c_{\alpha}}\psi_{l_{\alpha}}^{(-)}\left(p_{\alpha}r_{n_{\alpha}}\right) - S_{c_{0},c_{\alpha}}\psi_{l_{\alpha}}^{(+)}\left(p_{\alpha}r_{n_{\alpha}}\right)\right], \tag{5.19}$$

$$C_{\nu_{\alpha},n_{\alpha}}^{(\alpha)} \approx U_{\nu_{\alpha}\lambda_{\alpha}}^{(\sigma,\alpha)} C_{n_{\alpha}l_{\alpha}}^{(c_{\alpha})} = -U_{\nu_{\alpha}\lambda_{\alpha}}^{(\sigma,\alpha)} \sqrt{2r_{n_{\alpha}}} \Big[S_{c_{0},c_{\alpha}} \psi_{l_{\alpha}}^{(+)} \Big(-i \big| p_{\alpha} \big| r_{n_{\alpha}} \Big) \Big],$$
(5.20)

где

$$r_{n_{\alpha}} = b\sqrt{4n_{\alpha} + 2l_{\alpha} + 3},$$
 (5.21)

b - осцилляторный радиус, а $\psi_{l_{\alpha}}^{(-)}(p_{\alpha}r_{n_{\alpha}})(\psi_{l_{\alpha}}^{(+)}(p_{\alpha}r_{n_{\alpha}}))$ - известные радиальные кулоновские волновые функции. Нормировка осуществляется на единичный поток. Коэффициенты разложения $U_{\nu_{\alpha}\lambda_{\alpha}}^{(\sigma,\alpha)}$ представляют собой решение двухкластерного гамильтониана (5.15) с заданным числом гауссовских функций. Поэтому

$$\sum_{\nu_{\alpha}=1}^{N_{\nu}} U_{\nu_{\alpha}\lambda_{\alpha}}^{(\sigma,\alpha)} G_{\lambda_{\alpha}}(x_{\alpha},b_{\nu_{\alpha}}) = \phi_{\sigma\lambda_{\alpha}}^{(\alpha)}(x_{\alpha}).$$

Соотношения (5.19) и (5.20) представляют собой граничные условия для коэффициентов разложения $\{C^{(\alpha)}_{\nu_{\alpha}\lambda_{\alpha};n_{\alpha}l_{\alpha}}\}$, для состояний рассеяния и связанных состояний.

Динамические уравнения для многоканального случая рассмативаемой модели решаются в три этапа.

Первым этапом является решение уравнения Шредингера для всех двухкластерных подсистем. Он сводится к диагонализации матрицы двухкластерного гамильтониана размерности $N_{\nu} \times N_{\nu}$

$$\left\|\left\langle \nu_{lpha},\lambda_{lpha}\left|H_{lpha}^{(2)}\right| ilde{
u}_{lpha},\lambda_{lpha}
ight
ight
angle
ight\|$$

на кластерных гуссовских функциях (5.14). Собственные значения $E_{\sigma}^{(\alpha)}$ представляют собой дискретные значения энергии, являющиеся энергиями связанных или псевдосвязанных состояний двухкластерой подсистемы (то есть тех состояний, которые диагонализация гамильтониана выделяет в двухкластерном континууме), с волновыми функциями $\|U_{v,\lambda_{\alpha}}^{(\sigma,\alpha)}\|$. Такого рода расчеты проводятся для всех значений парциального углового момента λ_{α} , которые могут представлять интерес в последующем.

На втором шаге матрица полного трехкластерного гамильтониана, имеющая блочную структуру

$$\left\|\left\langle \boldsymbol{\nu}_{\alpha},\boldsymbol{\lambda}_{\alpha};\boldsymbol{n}_{\alpha},\boldsymbol{l}_{\alpha}\left|\boldsymbol{H}\right|\tilde{\boldsymbol{\nu}}_{\tilde{\alpha}},\tilde{\boldsymbol{\lambda}}_{\tilde{\alpha}};\tilde{\boldsymbol{n}}_{\tilde{\alpha}},\tilde{\boldsymbol{l}}_{\tilde{\alpha}}\right\rangle\right\|$$

трансформируется в матрицу в представлении пар взаимодействующих кластеров. В результате чего мы получаем

$$\left\|\left\langle\sigma,\lambda_{\alpha};n_{\alpha},l_{\alpha};\alpha\middle|H\middle|\tilde{\sigma},\tilde{\chi}_{\tilde{\alpha}};\tilde{n}_{\tilde{\alpha}},\tilde{l}_{\tilde{\alpha}};\tilde{\alpha}\right\rangle\right\|,$$

где

$$\left\langle \sigma, \lambda_{\alpha}; n_{\alpha}, l_{\alpha}; \alpha \left| H \right| \tilde{\sigma}, \tilde{\lambda}_{\tilde{\alpha}}; \tilde{n}_{\tilde{\alpha}}, \tilde{l}_{\tilde{\alpha}}; \tilde{\alpha} \right\rangle = \\ = \sum_{\nu, \tilde{\nu}=1}^{N_{\nu}} U_{\nu, \lambda_{\alpha}}^{(\sigma, \alpha)} \left\langle \nu, \lambda_{\alpha}; n_{\alpha}, l_{\alpha} \left| H \right| \tilde{\nu}, \tilde{\lambda}_{\tilde{\alpha}}; \tilde{n}_{\tilde{\alpha}}, \tilde{l}_{\tilde{\alpha}} \right\rangle U_{\tilde{\nu}, \tilde{\lambda}_{\tilde{\alpha}}}^{(\tilde{\sigma}, \tilde{\alpha})}$$

уже имеют корректное асимптотическое поведение при больших значениях n_{α} и $\tilde{n}_{\tilde{\alpha}}$. То есть матричные элементы, связывающие различные каналы, стремятся к нулю по мере увеличения n_{α} и $\tilde{n}_{\tilde{\alpha}}$. Блоки, содержащие взаимодействие в заданном канале, приобретают трехдиагональную форму, соответствующую виду кинетической энергии относительного движения кластеров. Диагональные матричные элементы включают пороговые энергии каналов.

Формально теперь нужно решить бесконечную систему алгебраических уравнений

$$\sum_{c_{\tilde{\alpha}}}\sum_{\tilde{n}_{\tilde{\alpha}}=0}^{\infty} \left\langle \sigma, \lambda_{\alpha}; n_{\alpha}, l_{\alpha}; \alpha \left| H - E \right| \tilde{\sigma}, \tilde{\lambda}_{\tilde{\alpha}}; \tilde{n}_{\tilde{\alpha}}, \tilde{l}_{\tilde{\alpha}}; \tilde{\alpha} \right\rangle C_{\tilde{n}_{\tilde{\alpha}}}^{(c_{\tilde{\alpha}})} = 0,$$
(5.22)

которую на практике (в чем и состоит, наконец, последний этап) точно так же, как и в координатном представлении, нужно дополнить граничными условиями (5.19) или (5.20), определив точку сшивания N_i, разделяющую внутреннюю и асимптотическую области для волновой функции. То есть записать коэффициенты разложения следующим образом

$$\left\{C_{n_{\alpha}l_{\alpha}}^{(c_{\alpha})}\right\} = \left\{C_{n_{\alpha}}^{(c_{\alpha})}\right\} = \left\{C_{0}^{(c_{\alpha})}, C_{1}^{(c_{\alpha})}, \dots, C_{N_{i}}^{(c_{\alpha})}, \\ \sqrt{2r_{\bar{n}_{\alpha}}}\left[S_{c_{0},c_{\alpha}}\psi_{l_{\alpha}}^{(-)}\left(p_{\alpha}r_{\bar{n}_{\alpha}}\right) - S_{c_{0},c_{\alpha}}\psi_{l_{\alpha}}^{(+)}\left(p_{\alpha}r_{\bar{n}_{\alpha}}\right)\right], \bar{n}_{\alpha} > N_{i}\right\}$$
(5.23)

и подставить в (5.22) для получения окончательного вида системы уравнений

$$\sum_{c_{\tilde{\alpha}}} \sum_{\tilde{n}_{\tilde{\alpha}} \leq N_{i}} \left\langle \sigma_{\alpha}, \lambda_{\alpha}; n_{\alpha}, l_{\alpha} \left| H - E \right| \tilde{\sigma}_{\tilde{\alpha}}, \tilde{\lambda}_{\tilde{\alpha}}; \tilde{n}_{\tilde{\alpha}}, \tilde{l}_{\tilde{\alpha}} \right\rangle C_{\tilde{n}_{\tilde{\alpha}}}^{(c_{\tilde{\alpha}})} = -\sum_{c_{\tilde{\alpha}}} S_{c_{0}, c_{\tilde{\alpha}}} V_{c_{\alpha, n_{\alpha}}; c_{\tilde{\alpha}}}^{(+)} = -\sum_{c_{\tilde{\alpha}}} \delta_{c_{0}, c_{\tilde{\alpha}}} V_{c_{\alpha, n_{\alpha}}; c_{\tilde{\alpha}}}^{(-)},$$
(5.24)

где

$$V_{c_{\alpha,n_{\alpha}};c_{\tilde{\alpha}}}^{(+)} = V_{c_{\alpha,n_{\alpha}};c_{\tilde{\alpha}}}^{(-)*} =$$
$$= \sum_{\bar{n}_{\tilde{\alpha}}>N_{i}} \left\langle \sigma_{\alpha}, \lambda_{\alpha}; n_{\alpha}, l_{\alpha} \middle| H - E \middle| \tilde{\sigma}_{\tilde{\alpha}}, \tilde{\lambda}_{\tilde{\alpha}}; \bar{n}_{\tilde{\alpha}}, \tilde{l}_{\tilde{\alpha}} \right\rangle \sqrt{2r_{\bar{n}_{\tilde{\alpha}}}} \psi_{l_{\tilde{\alpha}}}^{(+)} \Big(p_{\tilde{\alpha}}r_{\bar{n}_{\tilde{\alpha}}} \Big).$$
(5.25)

Для простоты предполагается, что *N_i* одинаково для всех каналов.

Если рассматривается N_c бинарных каналов, то получим $N_c \cdot N_i + N_c \cdot N_c$ уравнений для определения $N_c \cdot N_i$ коэффициентов разложения волновой функции во внутренней области и $N_c \cdot N_c$ уравнений для определения элементов *S* - матрицы. Решение этой системы уравнений при заданном нуклон-нуклонном потенциале позволяет получить всю необходимую информацию как о связанных состояниях компаунд-системы, так и об упругом рассеянии и реакциях при заданном значении энергии во входном канале.

5.2 Влияние кластерной поляризации на состояния непрерывного и дискретного спектра ядра ⁷Li и сечение реакции ⁶Li(n,³H)⁴He

При проведении численных расчетов в качестве нуклон-нуклонного потенциала использовался потенциал Миннесота (МП), центральная часть которого взята из работы [128], а спин-орбитальная - из [149] (вариант IV). Обменный параметр *и* полагался равным u=0.956, что позволило воспроизвести взаиморасположение порогов ⁶Li+n и ⁴He+³H. Осцилляторный радиус, одинаковый как для α - частицы, так и для дейтрона, определялся путем минимизации энергии трехкластерного порога ⁴He+d+n, что привело к его значению 1.311 Фм. Относительное расположение бинарных и трехкластерного порогов иллюстрируется таблицей 5.1. Как видно, модель

хорошо воспроизводит относительное расположение порогов бинарных каналов ⁶Li+n и ⁴He+³H и трехкластерного канала ⁴He+d+n.

Таблица 5.1.

Энергии двухкластерного ⁶Li+n и трехкластерного ⁴He+d+n порогов в МэВ, отсчитываемые от порога ⁴He+³H.

| Порог | МП | Эксперимент [201] |
|---------------------|-------|-------------------|
| ⁶ Li+n | 4.695 | 4.784 |
| ⁴ He+d+n | 6.532 | 6.257 |

Как видно, модель хорошо воспроизводит относительное расположение порогов бинарных каналов ${}^{6}Li+n$ и ${}^{4}He+{}^{3}H$ и трехкластерного канала ${}^{4}He+d+n$.

Для парциальных угловых моментов λ_1 и λ_2 , представляющих собой орбитальные моменты двухкластерных подсистем ³H=d+n и ⁶Li= α +d соответственно, мы ввели следующие ограничения:

$$\lambda_1 = 0; \qquad \lambda_2 = 0, 2,$$

отвечающие физическим реалиям для этих систем. Как известно, ядро ⁶Li имеет возбужденное состояние с угловым моментом L=2. Как показывают многочисленные расчеты (см., например, [258,259]), такое состояние дает значительный вклад в процессы упругого и неупругого рассеяния с участием ядер ⁶Li, поэтому и учтено 2⁺- состояние в кластере ⁶Li. В ядре ³H нет возбужденных состояний, поэтому для него мы ограничились нулевым значением орбитального момента.

Для каждой из двухкластерной подсистем рассматривались по два вариационных параметра *a*₀ и *q*, определяющих гауссовский базис

$$b_v = a_0 q^{v-1}, \quad v = 1, 2, \dots$$

Такой же способ задания параметров был использован в работах [105,110] для расчетов свойств основного состояния ядра ⁶He. И для ⁶Li это приводит к быстрой сходимости результатов, которая иллюстрируется рисунком 5.1, где

сравнивается сходимость энергии связи основного состояния ⁶Li для гауссовского и осцилляторного базисов. При этом использовалось значение осцилляторного радиуса, минимизирующее энергию трехкластерного порога ⁴He+d+n, которое, конечно, не является оптимальным с точки зрения описания основного состояния ⁶Li. Но именно эта его величина используется в дальнейшем при применении осцилляторного базиса в расчетах.



Рис. 5.1. Энергия основного состояния ⁶Li, полученная с МП, как функция числа гауссовских (ГФ) и осцилляторных (ОФ) функций. Энергия отсчитывается от порога ⁴He+d.

Таким образом, как показывает рисунок 5.1, четырех-пяти гауссовских функций вполне достаточно для хорошей сходимости энергии основного состояния ⁶Li, в то время как для достижения того же результата с использованием осцилляторного базиса требуется порядка 20-ти функций. Подобная ситуация имеет место и для ³H в двухкластерном представлении d+n. Все приведенные ниже результаты получены с использованием четырех гауссовских функций. Последующее увеличение числа гауссовских функций до (N_v =5,6,...) не приводит к сколько-нибудь существенному влиянию на результаты по связанным состояниям и состояниям непрерывного спектра ⁷Li.

Заметим, что использовались значения $a_0 = 1.0$ Фм, q = 1.8 и $a_0 = 0.9$ Фм, q = 1.8 для ⁶Li и ³H соответственно. В таблице 5.2 показаны энергии связанных и псевдосвязанных состояний ⁶Li и ³H для четырех гауссовских функций.

Таблица 5.2.

| Состояние | $^{3}\mathrm{H},\ \lambda_{1}=0$ | ⁶ Li, $\lambda_2 = 0$ | ⁶ Li, $\lambda_2 = 2$ |
|--------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| $\sigma = 0$ | -6.345 | -1.837 | 2.463 |
| $\sigma = 1$ | 1.443 | 3.308 | 4.300 |
| $\sigma = 2$ | 8.604 | 19.812 | 15.307 |
| $\sigma=3$ | 48.09 | 77.898 | 78.670 |

Энергии связанных и псевдосвязанных состояний кластеров ³Н и ⁶Li (в МэВ)

Как уже отмечалось, развиваемая модель позволяет достаточно точно описывать внутреннюю структуру двухкластерных подсистем. Для того, чтобы проиллюстрировать это, были рассмотрены энергии связанных состояний ядер ⁶Li и ³H, рассчитанные в различных приближениях:

1. Энергии связанных состояний ядер ⁶Li и ³H, вычисленные с четырьмя гауссовскими функциями (см. табл. 5.2), следует сравнить с энергиями, полученными для одной осцилляторной функции с используемой в расчетах осцилляторной длиной. Такое приближение соответствует стандартной реализации метода резонирующих групп, когда внутренняя структура взаимодействующих кластеров задается однодетерминантными оболочечными функциями с определенным осцилляторным радиусом. В рамках этого приближения энергия связанного состояния ядра ⁶Li составляет 8.800 МэВ (над порогом канала ⁴He + d), что существенно отличается от полученной энергии ядра ⁶Li с четырьмя гауссовскими функциями. Одна осцилляторная функция дает 3.707 МэВ для энергии связи ядра ³H.

Рассмотрим приближение с четырьмя осцилляторными функциями.
 Это число функций привлекается для описания ядра ⁶Li как бинарной ⁴He + d
 системы и ядра ³H в кластерной d + n - конфигурации. В таком приближении энергия связи ядра ⁶Li опускается до величины 0.206 МэВ,

которую следует сравнить с энергией 1.837 МэВ, вычисленной с четырьмя гауссовскими функциями. Энергия связанного состояния ³H, рассчитанная с четырьмя осцилляторными функциями, составляет 6.286 МэВ и близка к энергии 6.345 МэВ, полученной в гауссовском базисе. Иначе говоря, если бы мы использовали вместо гауссовских осцилляторные функции при том же их числе, то энергии связанных состояний ядер ⁶Li и ³H составили бы соответственно 0.206 и 6.286 МэВ.

Таким образом, продемонстрировано, что использование сравнительно небольшого числа гауссовских функций позволяет достаточно успешно описывать связанные состояния легких атомных ядер, в частности, таких слабосвязанных ядер с ярко выраженной двухкластерной структурой, как ядро ⁶Li.

Для обеспечения надежной сходимости результатов при рассмотрении связанных состояний ядра ⁷Li, а также процессов упругого и неупругого рассеяния использовалось порядка 100 осцилляторных функций. Такое число функций гарантирует унитарность S - матрицы с высокой степенью точности. Заметим, что для описания свойств ⁷Li в двухкластерной модели 4 He+ 3 H [71,250] ранее, например, использовалось 30–50 осцилляторных функций, что обеспечивало стабильность результатов как для связанных состояний, так и для состояний непрерывного спектра. В развиваемой модели принимается во внимание кластерная поляризация подсистем, что делает их более протяженными в пространстве. Это подтверждается результатами вычисления значений их *R_m* - массовых среднеквадратичных радиусов. массовый среднеквадратичный радиус ³H Например, если ядра в оболочечной модели составляет 1.311 Фм, то при использовании четырех гауссианов для описания относительного движения в представлении d+n он будет равен 1.671 Фм. Для ядра ⁶Li эти величины принимают значения R_m =1.650 и 2.288 Фм соответственно. В случае более протяженных кластеров требуется и большее число осцилляторных функций для достижения асимптотической области, где можно пренебречь действием принципа Паули

между нуклонами разных кластеров и где расстояние между кластерами существенно превышает их размеры.

Рассмотрим влияние поляризации бинарных подсистем ⁶Li и ³H на энергию основного состояния ядра ⁷Li. С этой целью мы будем "включать" и "выключать" поляризацию кластеров ⁶Li и ³H. Если в расчетах используется только одна собственная функция гамильтониана двухкластерной подсистемы (5.15) $\left(\left\{ U_{v_{\alpha},\lambda_{\alpha}}^{(\sigma,\alpha)} \right\}, \sigma = 0 \right)$, то подсистема остается жесткой: ее размеры и форма не изменяются при приближении третьего кластера. В этом случае поляризация двухкластерной подсистемы не учитывается. Расчеты такого типа здесь и ниже будут обозначаться буквой "Н". Если учесть две и более собственных функций, то двухкластерная система становится поляризуемой, т. е. реагирует на приближение третьего кластера, изменяя свои размеры и форму. Использование четырех двухкластерных собственных функций (такой расчет будет обозначаться буквой "Д") соответствует в точному наиболее проведенных расчетах учету поляризуемости двухкластерной подсистемы в процессе ее взаимодействия с третьим кластером.

Обратимся теперь к таблице 5.3, где показано, как изменяется энергия Е основного состояния ядра ⁷Li в зависимости от учета поляризации подсистем ⁶Li и ³H.

Таблица 5.3.

| ³ H | ⁶ Li | Е, МэВ | | | |
|----------------|-----------------|--------|--|--|--|
| Н | Н | -1.78 | | | |
| Д | Н | -2.25 | | | |
| Н | Д | -2.66 | | | |
| Д | Д | -2.72 | | | |
| Эксперим | -2.47 | | | | |

Влияние кластерной поляризации на энергию связи основного состояния ⁷Li (энергия отсчитывается от порога 4 He + 3 H).

Отметим, что поляризация кластера ⁶Li оказывает более существенное влияние на энергию связи основного состояния, чем поляризация кластера ³H. Поляризация ⁶Li уменьшает энергию связи на 0.88 МэB, а поляризация ³H – всего на 0.47 МэB.

Для сравнения в таблице 5.4 помещены результаты расчетов в различных подходах для абсолютного значения энергии связи, полученной с используемыми в настоящей работе параметрами потенциала Миннесоты. В первую строку помещены результаты расчетов в модели КП (коллективная поляризация [71,212]), в которых учитывались колебания по монопольной и квадрупольной степеням свободы ядра ⁷Li как целого. Во второй строке приведены результаты расчетов в SU(3)-модели для кластеризации ⁴He+d+n с привлечением всех функций 10 нижайших осцилляторных оболочек, в третьей – результаты настоящей работы. Видно, что развиваемая модель, по крайней мере, не уступает остальным моделям по своей вычислительной мощности.

Таблица 5.4.

Энергия основного состояния ⁷Li в различных микроскопических моделях.

| Модель | E, МэВ |
|-----------------|---------|
| КП | -32.116 |
| <i>SU</i> (3) | -33.455 |
| $\Gamma E + OE$ | -33.598 |

Как уже отмечалось во введении, Тан с сотрудниками предложили модель, в которой учитывается монопольная поляризация взаимодействующих кластеров. В рамках этой модели проводились исследования дискретного и непрерывного спектров ядра ⁷Li с потенциалом Миннесоты [128]. Однако параметры потенциала в [128] отличаются от тех, которые использовались в настоящей работе: параметр смешивания *и* Таном был выбран равным 1.0172 (в настоящей работе u=0.956), а параметр интенсивности спинорбитальных сил у него был равен 0.821, в отличие от единицы, которая

задана в наших расчетах и рекомендована в работе [149]. Для более корректного сравнения важности различных типов поляризации кластеров в ⁷Li в расчеты, представленные в настоящей работе, были заложены те же входные параметры, что и в работе [128], и они были ограничены одноканальным приближением. В таблице 5.5 результаты расчетов Тана и сотрудников сравниваются с расчетами, проведенными при выполнении настоящей работы.

Таблица 5.5.

Энергии связанных состояний ⁷Li, полученные Таном с сотрудниками [260] и в развиваемой модели (ГБ+ОБ). Энергия (в МэВ) отсчитывается от порога канала ⁴He+³H.

| Tπ | | | Модель ГБ + ОБ | | |
|---------|--------|--------|----------------|--------|--|
| J^{*} | DCI | QCI | Д | Н | |
| 3/2- | -2.299 | -2.467 | -2.640 | -1.906 | |
| 1/2- | -1.847 | -1.989 | -2.294 | -1.114 | |

В этой таблице мы приводим результаты из работы [260] для двух приближений, которые авторы обозначали как DCt и QCt. Последнее означает, что используется две (DCt) или четыре (QCt) гауссовские функции, описывающие монопольные возбуждения трития. Со своей стороны, мы также приводим результаты вычислений в двух приближениях – с учетом (Д) и без учета (Н) поляризации ядра ³Н. Видно, что кластерная поляризация оказывает более существенное влияние на связанные состояния ядра ⁷Li, чем монопольная. Сравнивая энергии связанных состояний, необходимо иметь в виду, что две модели дают разную энергию связи трития и соответственно разную энергию порога ⁴He+³H. Четыре гауссовские монопольные функции дают энергию связи трития 5.908 МэВ (см. [260]), в то время как четыре гауссовские кластерные функции приводят к энергии 6.349 МэВ.

Если сравнивать энергию связи ядра ⁷Li, рассчитанную в двух конкурирующих моделях по отношению к энергии полного развала на семь нуклонов, то выигрыш кластерной поляризации будет еще более заметным. Приведенные в таблице 5.5 данные еще раз подтверждают вывод о важности

учета кластерной поляризации и о ее лидирующей роли среди других типов поляризации легких ядер, рассмотренных ранее в литературе.

Вычислив в развиваемом подходе также и волновые функции, мы можем получить все наблюдаемые величины для связанных состояний ядра ⁷Li. В таблицу 5.6 включены значения протонного (R_n) , нейтронного (R_n) и массового (R_m) среднеквадратичных радиусов для основного состояния ядра ⁷Li. Там же приведены и его протонный (Q_p) , нейтронный (Q_n) и массовый квадрупольные моменты. Как и следовало ожидать, (Q_m) значение нейтронного радиуса ядра заметно превышает значения протонного. Протонный, нейтронный и массовый квадрупольные моменты имеют положительные значения. То есть протонная, нейтронная и совокупная массовая составляющие ядра имеют вытянутую форму. Причем нейтронная компонента в большей степени деформирована, чем протонная. Нейтронный квадрупольный момент по абсолютной величине примерно в 1.7 раза больше протонного, а массовый квадрупольный момент примерно в 2.7 раза превышает протонный. Все это указывает на наличие сильной деформации рассматриваемого ядра, то есть на наличие четко выраженной кластерной структуры у ядра ⁷Li в его основном состоянии.

Таблица 5.6.

Протонный, нейтронный и массовый среднеквадратичные радиусы (R_p, R_n, R_m) и квадрупольные (Q_p, Q_n, Q_m) ядра ⁷Li в основном состоянии (радиусы – в Фм, квадрупольные моменты – в е Фм²).

| | R_p | R_m | R_n | Q_p | Q_m | Q_n |
|-----------------|-----------------|---------------|-------|-----------------|-------|-------|
| $\Gamma E + OE$ | 2.23 | 2.34 | 2.41 | 3.59 | 9.55 | 5.96 |
| Arai [300] | | — | _ | 3.42 | — | |
| Kajino [307] | 2.55 | 3.04 | _ | 4.41 | — | |
| Varga [254] | 2.28 | 2.34 | 2.38 | _ | — | |
| Navratil [121] | 2.10 | — | _ | 2.68 | — | |
| Экс-т[295] | 2.43 ± 0.02 | 2.78 ± 0.03 | _ | 3.83 ± 0.13 | _ | |

В таблице 5.6, наряду с результатами настоящей работы (ГБ+ОБ), для сравнения приведены результаты других авторов и экспериментальные данные. Так, результаты работы [300] (Arai) получены в многоканальном приближении метода резонирующих групп. В [307] (Kajino) применялось одноканальное приближение того же метода. В [254] (Varga) использовался стохастический вариационный метод, а В [121] (Navratil) многоконфигурационая оболочечная модель. Видно, что наши результаты близки к результатам стохастического вариационного метода [254] и многоканального метода резонирующих групп [300]. Эти результаты так же, как и наши, получены с потенциалом Миннесота. Рассматриваемые величины, полученные в [121] (Navratil), принимают несколько заниженные значения, что мы видели и по данным, приведенным в главе 2, когда обсуждали аналогичные расчеты для ядра ¹⁰В.

Квадрупольные моменты и зарядовые радиусы, полученные в оболочечной модели с использованием Аргоннского потенциала [121], заметно меньше полученных в настоящей работе. Этот факт, по-видимому, объясняется тем, что модель содержит лишь функции до 6ħΩ- оболочки включительно, что "зажимает" ядро ⁷Li по межкластерным расстояниям. Модель ГБ + ОБ снимает такое ограничение, расширяя пространство функций для доминантной кластерной конфигурации ⁴He + ³H до 200ħΩ- оболочек.

Как указывалось выше, совокупность коэффициентов разложения $\{C_{v_{\alpha}\lambda_{\alpha};n_{\alpha}l_{\alpha}}^{(\alpha)}\}$ определяет межкластерные фаддеевские компоненты $f_{\alpha}(\mathbf{x}_{\alpha},\mathbf{y}_{\alpha})(\alpha=1,2,3)$ и соответственно функцию трехкластерной системы Ψ^{J} (см. формулу (5.7)).

Это позволяет анализировать волновые функции как связанных состояний, так и состояний непрерывного спектра, в частности определять наиболее вероятное взаиморасположение кластеров в координатном и импульсном пространствах, а также вычислять величины, дающие дополнительную информацию о динамике трехкластерных систем.

Построим корреляционнную функцию связанного состояния

$$P_{\alpha}(x_{\alpha}, y_{\alpha}) = x_{\alpha}^{2} y_{\alpha}^{2} \int \left| f_{\alpha}(\mathbf{x}_{\alpha}, \mathbf{y}_{\alpha}) \right|^{2} d_{\mathbf{X}\alpha} d\mathbf{y}_{\alpha}, \qquad (5.26)$$

а также величину

$$R_{\alpha}(y_{\alpha}) = \sqrt{\int d\mathbf{y}_{\alpha} \int x_{\alpha}^{2} |f_{\alpha}(\mathbf{x}_{\alpha}, \mathbf{y}_{\alpha})|^{2} d\mathbf{x}_{\alpha} / N_{\alpha}(y_{\alpha})}, \qquad (5.27)$$

которая определяет среднее расстояние между центрами масс кластеров двухкластерной подсистемы как функцию расстояния от третьего кластера до центра масс первых кластеров. Интегрирование в (5.26) и (5.27) проводится по единичным векторам \mathbf{x}_{α} и \mathbf{y}_{α} , а

$$N_{\alpha}(\mathbf{y}_{\alpha}) = \int d\mathbf{y}_{\alpha} \int \left| f_{\alpha}(\mathbf{x}_{\alpha}, \mathbf{y}_{\alpha}) \right|^{2} d\mathbf{x}_{\alpha}$$

– нормировочная функция.

Для анализа функций $P_{\alpha}(x_{\alpha}, y_{\alpha})$ и $R_{\alpha}(y_{\alpha})$ используются координаты \mathbf{r}_{α} и \mathbf{S}_{α} вместо векторов Якоби \mathbf{x}_{α} и \mathbf{y}_{α} . Модули векторов \mathbf{r}_{α} и \mathbf{S}_{α} определяют расстояние между центрами масс кластеров. Связь между векторами $\mathbf{r}_{\alpha}, \mathbf{S}_{\alpha}$ и $\mathbf{x}_{\alpha}, \mathbf{y}_{\alpha}$ задается соотношениями (см. так же (5.1)):

$$\mathbf{x}_{\alpha} = \sqrt{\frac{A_{\beta}A_{\gamma}}{A_{\beta} + A_{\gamma}}} \mathbf{r}_{\alpha}, \quad \mathbf{y}_{\alpha} = \sqrt{\frac{A_{\alpha}\left(A_{\beta} + A_{\gamma}\right)}{A_{\alpha} + A_{\beta} + A_{\gamma}}} \mathbf{S}_{\alpha}.$$

На рисунке 5.2 приводится качественная картина зависимости среднего расстояния между кластерами в подсистеме d+n в зависимости от расстояния до кластера ⁴He. Горизонтальная линия, лежащая на уровне, несколько превышающем 2.5 Фм, есть наложение двух прямых, соответствующих случаям (H,H) и (H,Д), когда тритон не имеет возможности поляризоваться. Не останавливаясь на всех подробностях рисунка, заметим, что кулоновское взаимодействие приводит к некоторой поляризации тритона даже на расстоянии в 20 Фм. При сближении ⁴He и тритона до области действия межкластерных ядерно-ядерных сил, последний испытывает существенную

перестройку, которая проявляется на рисунке в весьма значительном изменении среднего расстояния между кластерами d и n. Она проходит более плавно в случае, когда имеется возможность поляризации подсистемы ⁶Li в ядре ⁷Li и носит почти скачкообразный характер в ее отсутствии ((Д, Д) и (Д, Н) - случаи соответственно). При этом указанные кривые, условно говоря, колеблются с "большим сдвигом фазы", и когда ⁴He оказывается в центре масс подсистемы d+n, то в первом случае он несколько расталкивает дейтрон и нейтрон, а во втором - поджимает тритон.



Рис. 5.2. Зависимость среднего расстояния между кластерами в d+n подсистеме от расстояния до третьего кластера ⁴H. Полный момент системы $3/2^{-}$.

На рисунке 5.3 и 5.4 представлены корреляционные функции для бинарных каналов ⁴He $+^{3}$ H и ⁶Li+n. Видно, что расстояние между ядрами ⁴He и ³H составляет почти 7 Фм (рисунок 5.3), что намного превосходит расстояние между дейтроном и нейтроном. Бинарная кластерная конфигурация ⁶Li +n (рисунок 5.4) неожиданно весьма компактна. Расстояние между ⁴He и d лишь немного меньше расстояния между ⁶Li и n. В обоих случаях расстояние между кластерами лежит в интервале 1.5–2.0 Фм. Различия для бинарных конфигураций ⁴He+³H и ⁶Li+n, по-видимому, определяются расположением

соответствующих порогов по отношению к основному состоянию. Основное состояние лежит при энергии -2.72 МэВ относительно порога ⁴He+³H и на 7.42 МэВ ниже порога ⁶Li+n. Таким образом, мы имеем сильно дисперсную кластерную конфигурацию ⁴He+³H и сравнительно компактную конфигурацию ⁶Li+n.



Рис. 5.5. Корреляционная функция бинарного канала ⁴He+³H.



Рис. 5.4. Корреляционная функция для бинарного канала ⁶Li+n.

Далее в этом разделе рассматриваются резонансные состояния ⁷Li. На рисунке 5.5 качественно представлена зависимость положений нижайших ($7/2^{-1}$ и $5/2^{-1}$) состояний от учета кластерной поляризации в ⁶Li и ³H.



Рис. 5.5. Влияние кластерной поляризации на положение нижайших $7/2^-$ и $5/2^-$ резонансов. Энергия отсчитывается от порога ⁴He+³H.

Влияние кластерной поляризации на фазовые сдвиги ⁴He+³H - рассеяния в состоянии с L=3, $J^{\pi} = 7/2^{-}$ иллюстрируется рисунком 5.6.



Рис. 5.6. Влияние кластерной поляризации на фазовые сдвиги упругого ⁴He+³H рассеяния. Экспериментальные данные взяты из работ [308,309].

В таблице 5.7 приведены численные значения параметров нижайших 7/2⁻ и 5/2⁻ резонансных состояний. Учет поляризации кластеров существенно уменьшает как энергии, так и ширины резонансных состояний, что указывает на усиление эффективного взаимодействия между ними. Причем, на вычисляемые параметры резонансов в большей степени оказывает влияние учет поляризации ⁶Li.

Таблица 5.7.

Влияние кластерной поляризации на свойства нижайших $7/2^-$ и $5/2^-$ резонансов ядра ⁷Li (энергии *E* и ширины Г резонансов представлены в МэВ).

| Поляр | изация | $J^{\pi} =$ | $J^{\pi} = 7/2^{-}$ $J^{\pi} = 5/2^{-}$ | | 5/2- |
|----------------|-----------------|-----------------|---|-----------------|------------|
| ³ H | ⁶ Li | Ε | Г | Ε | Γ |
| Н | Н | 3.19 | 0.35 | 5.10 | 2.08 |
| Д | Н | 2.87 | 0.24 | 5.03 | 1.92 |
| Н | Д | 2.10 | 0.08 | 4.31 | 1.13 |
| Д | Д | 2.05 | 0.07 | 4.27 | 1.10 |
| Эксперим | иент [201] | 2.17 ± 0.01 | 0.09 ± 0.01 | 4.11 ± 0.05 | 0.875±0.15 |

Сам факт подобного влияния поляризации кластеров на параметры рассеяния уже отмечался в работах [68,77,212,249,250,310], где учитывалась коллективная поляризация составного ядра – монопольная, квадрупольная, а также оба этих типа поляризации совместно.

Рассмотрим более детально природу $5/2^{-}$ - резонансов. В эксперименте наблюдают два $5/2^{-}$ - резонансных состояния. Первый из них находится ниже порога канала ⁶Li+n, его энергия составляет величину 4.137 МэВ (над порогом канала ⁴He + ³H), а ширина - 0.918 МэВ. Естественно предположить, что в нем доминирует канал ⁴He + ³H. Второй резонанс гораздо уже, его ширина составляет всего 80 кэВ, и он лежит чуть выше порога канала ⁶Li+n при энергии 0.204 МэВ над этим порогом или при энергии 4.987 МэВ над порогом канала ⁴He + ³H.

Поскольку в нашем подходе полный спин является интегралом движения, то рассмотрим состояния с разными спинами раздельно.

Сначала остановимся на состоянии с полным спином S = 1/2. Для изучения свойств $5/2^-$ резонанса с L=3 и S=1/2 первоначально была "выключена" связь между каналами ⁴He + ³H и ⁶Li + n, рассчитаны фазы упругого ⁴He + ³H - и ⁶Li + n - рассеяния и определены в каждом случае параметры $5/2^-$ резонанса. При этом мы получили $E_1=5.276$ МэВ, $\Gamma_1=2.219$ МэВ и $E_2=5.965$ МэВ (или 1.270 МэВ над порогом канала ⁶Li + n), $\Gamma_2=1.33$ КэВ. Заметим, что второй резонанс очень узкий и находится близко к порогу канала ⁶Li + n. Затем мы "включили" связь между каналами ⁴He + ³H и ⁶Li + n и обнаружили только один $5/2^-$ резонанс, который находится ниже порога канала ⁶Li + n. Его энергия E = 4.266 МэВ, а ширина $\Gamma = 1.097$ МэВ, что очень близко к экспериментальным данным, приведенным выше. Видно, что связь каналов "размывает" второй $5/2^-$ резонанс, порожденный взаимодействием

нейтрона с ядром ⁶Li, и "укрепляет" первый $5/2^{-}$ - резонанс, заметно уменьшая его энергию (на 1 МэВ) и ширину (в 2 раза). Поиск второго резонанса, выполненный с мелким шагом по энергии, ($\Delta E = 100$ эВ), не дал положительных результатов.

Рассмотрим теперь состояния с полным спином S = 3/2. В нашей модели они реализуются только в канале ⁶Li + n, когда спины обоих кластеров выстроены в одном направлении. В канале ⁴He + ³H это состояние отсутствует, поскольку у трития (спин которого совпадает с полным спином ядра ⁷Li) нет состояний со спином S = 3/2. Поэтому здесь мы рассматриваем резонансы, порождаемые взаимодействием нейтрона с ядром ⁶Li, пренебрегая связью этого канала с каналом ⁴He + ³H. Такая связь может осуществляться преимущественно через тензорную компоненту нуклоннуклонных сил. Данная компонента отсутствует у потенциала Миннесоты. В таблице 5.8 приведены параметры резонансых состояний ⁷Li, рассчитанных

с полным спином S = 3/2. Там же представлены параметры наблюдаемых в эксперименте резонансов, расположенных выше порога канала ⁶Li + n.

Таблица 5.8.

Резонансы ядра ⁷Li, порождаемые состояниями с полным спином S = 3/2. Энергия резонансов отсчитывается от порога ⁴He+³H и так же, как ширина, измеряется в МэВ.

| $\Gamma \mathbf{E} + \mathbf{O} \mathbf{E}$ | | | Эк | сперимент [2 | 01] |
|---|-------|-------|-------|--------------|-----------|
| J^{π}, L | Ε | Γ | E | Г | J^{π} |
| 5/2-1 | 4.858 | 0.042 | 4.987 | 0.080 | 5/2- |
| 3/2-1 | 7.079 | 2.781 | 6.283 | 4.712 | 3/2- |
| 1/2-1 | 8.007 | 4.398 | 6.623 | 2.752 | 1/2- |
| 9/2-3 | 7.608 | 0.004 | 7.103 | 0.437 | 7/2- |
| 7/2-3 | 9.798 | 2.472 | 8.773 | 0.260 | 3/2- |

Как видно из результатов, приведенных в таблице, в этом приближении удается с хорошей точностью описать второй $5/2^-$ – резонанс. Его ширина на 40 кэВ меньше, чем полученная из компиляции экспериментальных данных. Очевидно, что учет связи канала ⁶Li + n с каналом ⁴He +³H может увеличить ширину резонанса, однако такой расчет выходит за рамки рассматриваемой модели. Заметим еще, что в рамках нашей модели обнаружено долгоживущее резонансное состояние с квантовыми числами $J^{\pi} = 9/2^-$, L=3. Ширина его меньше 4 КэВ. На эксперименте резонанс с такими квантовыми числами и с такой шириной не наблюдался.

Для получения полного сечения реакции ⁶Li(n,³H)⁴Не производились расчеты при четырех значениях углового момента L = 0, 1, 2, 3. Оказалось, что в рассматриваемой области энергий $0 \le E \le 5$ МэВ доминирующим является вклад от состояния L = 0. На рисунке 5.7 представлено сечение реакции ⁶Li(n, ³H)⁴He. Видно, что учет поляризации кластеров весьма слабо влияет на сечение реакции ⁶Li(n, ³H)⁴He.



Рис. 5.7. Сечение реакции ${}^{6}L(n, {}^{3}H){}^{4}He$.

Как было выявлено при исследовании связанного и резонансных состояний, поляризация заметно увеличивает эффективное притяжение в каналах ${}^{6}Li + n$ и ${}^{4}He + {}^{3}H$. Расчет сечения реакции указывает на то, что поляризация изменяет не только взаимодействие во входном и выходном каналах, но и связь между этими каналами таким образом, что сечение реакции ${}^{6}Li(n, {}^{3}H){}^{4}He$ остается неизменным.

5.3 Исследование реакций радиационного захвата ³He(α,γ)⁷Be, ³H(α,γ)⁷Li, ⁶Li(p, γ)⁷Be, ⁶Li(n, γ)⁷Li. Влияние кластерной поляризации.

Модель, используемая в предыдущем разделе, несколько модифицирована. Новшество здесь состоит в том, что включено смешивание состояний с различными значениями полного спина *S* и полного орбитального момента *L*. В предыдущем разделе мы ограничивались полным спином S = 1/2, а полный орбитальный момент при этом являлся хорошим квантовым числом. В настоящем разделе включено два значения полного спина S = 1/2 и S = 3/2. Напомним, что каналы с полным спином S = 3/2 реализуются, когда спины дейтрона и протона (нейтрона) параллельны и направлены в одну сторону, что не имеет места для связанных состояний ядер ³He (³H). То есть, эти спиновые состояния не дают вклада в связанные состояния ядер ³He (³H).

Сечение реакции радиационного захвата для электрических переходов имеет вид:

$$\sigma(E) = \sum_{l_i J_i, l_f J_f, \lambda} \sigma_{l_i J_i}^{E\lambda} \sigma_{l_i J_i \rightarrow l_f J_f}^{E\lambda} = \sum_{l_i J_i, l_f J_f, \lambda} \frac{8\pi}{\hbar} \frac{k_{\gamma}^{2\lambda+1}}{(2S_1+1)(2S_2+1)} \frac{(\lambda+1)}{\lambda [(2\lambda+1)!!]^2} \times (5.28)$$

$$\times \frac{(2J_f+1)}{(2l_i+1)} \sum_{s} \left| \left\langle \Psi_{l_f}^{J_f} \| M_{E\lambda} \| \Psi_{l_i S}^{J_i}(E) \right\rangle \right|^2,$$

где S_1 и S_2 - спины взаимодействующих кластеров, J_i и J_f - полные угловые моменты в начальном и конечном состояниях, l_i и l_f - орбитальные моменты относительного движения двух кластеров в начальном и конечном состояниях. Таким образом, для расчета сечений или астрофизического *S* - фактора, который более удобен в использовании при астрофизических энергиях и связан с сечением реакции соотношением

$$S(E) = \sigma(E) E \exp\{2\pi\eta\}$$

 $(\eta = Z_1 Z_2 e^2 / \hbar v$ параметр Зоммерфельда), необходимо рассчитать матричный элемент оператора $M_{E\lambda}$ на волновых функциях начального и конечного состояний. Указанная выше формула для *S*-фактора применяется тогда, когда оба кластера во входном канале заряжены. Когда один из кластеров представляет собой нейтрон, то определение для *S*-фактора приобретает вид:

$$S(E) = \sigma(E)\sqrt{E}$$

(см.,например, [311]), а электрический оператор полярности λ можно представить в виде

$$M_{E\lambda} = e \sum_{i=1}^{A} \frac{1}{2} \left(1 + \tau_{iz} \right) r_i^{\lambda} Y_{\lambda\mu} \left(\mathbf{r}_i \right),$$

где \mathbf{r}_i координата *i*-го нуклона, заданная в системе центра масс. При этом

предполагается, что в (5.28) волновая функция связанного состояния нормирована следующим образом:

$$\left\langle \Psi_{l_f}^{\boldsymbol{J}_f} \mid \Psi_{l_f}^{\boldsymbol{J}_f} \right\rangle = 1,$$

а волновая функция состояния непрерывного спектра нормирована на единичный поток и имеет асимптотический вид:

$$\Psi_{l_{i}S_{i}}^{J_{i}}(E) = \sqrt{\frac{\pi(2l_{i}+1)}{\nu}} \sum_{M_{i}} C_{l_{i}0;S_{i}M_{S}}^{J_{i}M_{i}} \mathcal{A} \left\{ \left[\left[\Phi_{1}(A_{1})\Phi_{2}(A_{2})\right]^{S}Y_{l_{i}}(\mathbf{y}) \right]^{J_{i}M_{i}} g_{l_{i}J_{i}}(y) \right\}$$

$$\rightarrow \sqrt{\frac{\pi(2l_{i}+1)}{\nu}} \sum_{M_{i}} C_{l_{i}0;S_{i}M_{S}}^{J_{i}M_{i}} \left[\left[\Phi_{1}(A_{1})\Phi_{2}(A_{2})\right]^{S}Y_{l_{i}}(\mathbf{y}) \right]^{J_{i}M_{i}} \times$$

$$\times \frac{1}{2} \frac{1}{(k_{0}y)} \exp\{i\delta_{lJ}\} \left[\psi_{l}^{(-)}(k_{0}y,\eta) - S_{lJ}\psi_{l}^{(+)}(k_{0}y,\eta) \right],$$
(5.29)

где

$$\psi_l^{(\pm)} = G_l \pm iF_l$$

 G_l и F_l - кулоновские функции, а k_0 и v - волновое число и скорость относительного движения сталкивающихся ядер.

Более подробно с техникой расчетов сечений радиационного захвата и реакций фоторасщепления можно ознакомиться в работах [261,287,311-315].

В настоящем разделе принимаются во внимание только электрические дипольные переходы, которые, как неоднократно показывалось в цитируемой литературе и как это известно из общих соображений, доминируют в рассматриваемой области энергий.

Для нахождения спектров и волновых функций связанных состояний и состояний непрерывного спектра ядер ⁷Ве и ⁷Li опять же использовался потенциал Миннесота, содержащий в себе центральную и спин-орбитальную часть в варианте IV. Если в предыдущем разделе параметр *и* потенциала был выбран равным 0.956 для воспроизведения экспериментальных различий между энергиями порогов ³He+³H и ⁶Li+n, то в настоящем разделе

использовалось несколько иное значение параметра u. Связано это с тем, что здесь, как уже отмечалось выше, было расширено гильбертово пространство модели за счет включения состояний с полным спином S = 3/2. При этом получилось, что при старом значении u = 0.956 возникла пересвязь энергии основного состояния (на 0.5 МэВ для ядра ⁷Be и на 0.6 МэВ для ядра ⁷Li). Таким образом, в настоящем разделе приведены результаты, которые были получены при u = 0.9255 с целью оптимизации взаимодействия между α - частицей и дейтроном, дейтроном и протоном (нейтроном) и α - частицей и протоном (нейтроном). Как будет видно из последующего, энергии связи основных состояний ядер ⁷Be и ⁷Li с параметром u = 0.9255 после упомянутого расширения числа базисных функций стали ближе к экспериментальным значениям, чем полученные ранее энергии с u = 0.956.

Так же, как и в предыдущем разделе, для осцилляторного радиуса b выбиралось значение 1.311 Фм, которое является одинаковым как для α - частицы, так и для дейтрона. Это значение b обеспечивает минимальную величину энергии порога ⁴He+d+p (⁴He+d+n). В рассмотрение не включались бинарные конфигурации ⁵Li+d и ⁵He+d, поскольку подсистемы ⁵Li и ⁵He не имеют связанных состояний.

В конкретных расчетах так же, как и ранее, использовалось 4 гауссовских функции и 130 осцилляторных функций для построения волновых функций связанных состояний и состояний непрерывного спектра ядер ⁷Ве и ⁷Li. Осцилляторные длины для гауссовского базиса, который использовался для описания связанных и псевдосвязанных состояний ⁶Li, ³He и ³H выбирались такими же, как в предыдущем разделе. Как мы убедились ранее и как показывают результаты настоящего раздела, такого числа гауссовских и осцилляторных функций вполне достаточно для разумного описания состояний и сечений процессов ядерной перестройки и радиационного захвата.

Опять же в этом разделе представляется четыре типа расчетов, которые будут характеризоваться двумя буквами: (H,H), (H,Д), (Д,H) и (Д,Д). Первая

буква в скобках указывает на наличие учета "Д" или отсутствие "Н" поляризации кластера ³He (³H) при проведении расчетов. Аналогично, вторая буква в скобках говорит об учете или неучете поляризации кластера ⁶Li.

Поскольку используемая в этом разделе модель несколько модифицирована по отношению к модели предыдущего раздела, что привело, в частости, как уже отмечалось, к выбору нового значения параметра смешивания *и* потенциала Миннесота, то нам придется еще раз коротко остановиться на свойствах бинарных подсистем, основных и возбужденных состояний рассматриваемых ядер.

Ядро ⁶Li представлялось как система, состоящая из α - частицы и d кластера (α +d). При значении параметра u = 0.9255 было получено связанное состояние с энергией связи равной -1.473 МэВ по отношению к порогу α +d, что по своему значению очень близко к ее экспериментальному значению, составляющему величину -1.475 МэВ. Теоретические параметры резонансного состояния 3⁺ также находятся в хорошем согласии с зкспериментальными данными. Расчетные значения составляют здесь E = 0.846 МэВ и $\Gamma = 0.028$ МэВ, а экспериментальные - E = 0.712 МэВ и $\Gamma = 0.024$ МэВ. Рассматривались и резонансные состояния ядер ⁵Li и ⁵He в кластерных представлениях $\alpha + p$ и $\alpha + n$ соответственно. Для резонансного состояния $3/2^{-}$ ядра ⁵Li, в частности, было получено E = 1.928 МэВ и $\Gamma = 2.001$ МэВ при их экспериментальных значениях E = 1.69 МэВ и $\Gamma = 1.23$ МэВ. Для состояния с теми же квантовыми числами ядра ⁵Не расчет с выбранным параметром смешивания дал E = 1.073 МэВ и $\Gamma = 0.648$ при данных эксперимента E = 0.89 МэВ и $\Gamma = 0.648$ МэВ. Полученная энергия связанного состояния ³He (³H) относительно порога d+p (d+n) составляет -5.849 (-6.530) МэВ и достаточно хорошо совпадает с ее экспериментальным значением -5.494 (-6.257). Изложенные результаты указывают на то, что эффективные потенциалы, генерируемые нуклон-нуклонным потенциалом Миннесота с выбранным нами обменным параметром u = 0.9255 являются достаточно разумными. Они вцелом хорошо передают основные параметры состояний (энергии связаных состояний, энергии и ширины резонансных состояний) двухкластерных подсистем.

Однако, различие между расчетными энергиями двухкластерных порогов ⁴He+³He (⁴He+³H) и ⁶Li+p (⁶Li+n) составляет 4.376 МэВ (5.057 МэВ), что несколько отличается от экспериментальных значений 4.020 МэВ (4.783 МэВ). При этом оказалось, что невозможно точно воспроизвести одновременно значение энергии связи основного состояния и разницы энергий и двухчастичных порогов в рамках развиваемой модели.

Вычисления для рассматриваемых ядер начинаются с основных $J^{\pi} = 3/2^{-}$ состояний ⁷Be и ⁷Li, то есть находим энергию и волновую функцию после чего вычисляем квадрупольный состояния, момент, среднеквадратичные протонные, нейтронные и массовые радиусы. Так же определяется спектроскопический фактор (SF) (см. определение SF, например, в [316]) для кластеризаций 4+3 и 6+1. Эти величины и связь между ними будут обсуждаться далее, в конце раздела. Тут лишь кратко отметим, что энергия основного $3/2^{-}$ состояния в ⁷Ве и ⁷Li равны -2.465 и -1.629 МэВ соответственно, что близко к их экспериментальным значениям -2.468 и -1.587 МэВ. Энергии связанных состояний отсчитываются относительно двукластерного порога ${}^{4}\text{He} + {}^{3}\text{He}$ и ${}^{4}\text{He} + {}^{3}\text{H}$ соответственно. В рамках модели, первое возбужденное 1/2⁻ состояние заметно ближе к основному состоянию (-2.314 и -1.472 МэВ), чем это наблюдается экспериментально (-1.990 и -1.1579 МэВ). Данный результат можно объяснить благодаря сильному спинорбитальному межкластерному взаимодействию в первом возбужденном состоянии, которое значительно увеличивается поляризацией кластеров.

Для того, чтобы проверить, хорошо ли модель описывает состояния непрерывного спектра рассматриваемых ядер, вычислялись параметры $J^{\pi} = 7/2^{-}$ и $J^{\pi} = 5/2^{-}$ резонансных состоянгий ⁷Ве. Энергия резонанса $J^{\pi} = 7/2^{-}$ состояния оказалась равной 3.130 МэВ (относительно порога ⁴He+³He), ширина 0.194 МэВ. Сравнивать ее нужно с экспериментальными данными: $E = 2.983 \pm 0.050$ МэВ, и $\Gamma = 0.175 \pm 0.007$ МэВ. Энергия резонансного $J^{\pi} = 5/2^{-}$ состояния 5.321 МэВ (относительно порога ⁴He+³He), ширина 1.628 МэВ. Экспериментальные данные: $E = 5.143 \pm 0.100$ и $\Gamma = 1.200 \pm 0.000$ МэВ, где энергия состояния дана в МэВ, а погрешности экспериментальных измерений представлены в КэВ.

Так же были получены параметры $J^{\pi} = 7/2^{-1}$ и $J^{\pi} = 5/2^{-1}$ резонансных состояний ⁷Li. Энергия резонансного $J^{\pi} = 7/2^{-1}$ состояния составила 2.374 МэВ (относительно порога ⁴He+³H), а ширина 0.122 МэВ. Сравнение здесь нужно проводить с экспериментальными данными: E = 3.790 МэВ и $\Gamma = 0.069$ МэВ. Энергия резонансного $J^{\pi} = 5/2^{-1}$ состояния оказалась равной 4.556 МэВ (относительно порога ⁴He+³H), а ширина 1.364 МэВ. Экспериментальные данные: E = 5.742 МэВ и $\Gamma = 0.918$ МэВ. Эти результаты, а также результаты, обсуждаемые в предыдущем абзаце, приводятся в таблице 5.9.

Таблица 5.9.

Параметры J^{π} - резонансов ядер ⁷Ве и ⁷Li. Энергии и ширины резонансов отсчитываются от порога ⁴He+³He(⁴He+³H) и заданы в МэВ.

| | ⁷ Be | | | | 7] | Li | | |
|-----------|-----------------|-------|-------------|-------|-------|-------|--------|--------|
| | Teo | рия | Эксперимент | | Тео | рия | Экспер | оимент |
| J^{π} | Ε | Г | E | Г | Ε | Г | E | Г |
| 7 / 2- | 3.130 | 0.194 | 2.983 | 0.175 | 2.374 | 0.122 | 2.185 | 0.069 |
| 5 / 2- | 5.321 | 1.628 | 5.143 | 1.200 | 4.556 | 1.364 | 4.137 | 0.918 |

Данные, приведенные в таблице, еще раз позволяют убедиться, что развиваемая модель достаточно хорошо описывает расположение и ширины $J^{\pi} = 7/2^{-}$ и $J^{\pi} = 5/2^{-}$ резонансных состояний ядер ⁷Ве и ⁷Li.

Теперь обратимся к вычислению *S* - фактора реакций захвата. На рисунках 5.8 и 5.9 показано влияние кластерной поляризации на *S* - фактор реакций ³He(α,γ)⁷Be и ³H(α,γ)⁷Li в диапазоне энергий $0 \le E \le 1$ МэВ во входном канале. На этих рисунках и на рисунках 5.10, 5.11 показан астрофизический *S* - фактор, который получается только за счет дипольных переходов из состояния $1/2^+$ непрерывного спектра в основное состояние

 $3/2^{-}$ составного ядра. Заметим, что подобное влияние на *S* - фактор имеет место и при рассмотрении дипольного перехода из состояния непрерывного спектра $1/2^{+}$ в первое возбужденное состояние $1/2^{-}$ составного ядра.



Рис. 5.8. Влияние учета кластерной поляризации на *S* - фактор реакции ³He(α,γ)⁷Be.



Рис. 5.9. Влияние учета кластерной поляризации на *S* - фактор реакции ${}^{3}\text{H}(\alpha,\gamma)^{7}\text{Li}$.

Легко видеть, что кластерная поляризация оказывает огромное влияние на астрофизический *S* - фактор реакций ${}^{3}\text{He}(\alpha,\gamma){}^{7}\text{Be}$ и ${}^{3}\text{H}(\alpha,\gamma){}^{7}\text{Li}$. Она не только

изменяет *S* - фактор при нулевой энергии, но изменяет и саму зависимость *S* -фактора от энергии в низкоэнергетической области. Для обеих реакций влияние поляризации ⁶Li куда более сильное, чем поляризации ³He или ³H.

Влияние кластерной поляризации на атрофизический *S* - фактор реакции ⁶Li(p, γ)⁷Be показано на рисунке 5.10 На рисунке 5.11 показано, как поляризация кластеров изменяет *S* - фактор реакции ⁶Li(n, γ)⁷Li.



Рис. 5.10. Влияние поляризации кластеров на *S* - фактор реакции ${}^{6}\text{Li}(p,\gamma){}^{7}\text{Be}$.



Рис. 5.11. Влияние поляризации кластеров на *S* - фактор реакции ${}^{6}\text{Li}(n,\gamma){}^{7}\text{Li}$.

Можно легко заметить, что в данных случаях влияние поляризации кластеров не так велико, как для реакций ³He(α,γ)⁷Be и ³H(α,γ)⁷Li.

Поляризация кластеров ⁶Li и ³He (³H) увеличивает *S* - фактор при нулевой энергии для реакции ³He(α,γ)⁷Be в 3 раза, для реакции ³H(α,γ)⁷Li - в 1.8 раз, в то время как *S* - факторы реакций ⁶Li(p,γ)⁷Be и ⁶Li(n,γ)⁷Li увеличиваются в 1.2 и 1.1 раза соответственно.

Теперь рассмотрим корреляции между *S* - фактором реакций при нулевой энергии и параметрами, которые связаны с основным состоянием составного ядра. Для этого *S* - фактор при нулевой энергии определяется как сумма дипольных переходов из состояния непрерывного спектра $J_i^{\pi} = 1/2^+$ в связанные состояния $J_f^{\pi} = 3/2^-$ и $J_f^{\pi} = 1/2^-$. Все эти величины собраны в таблицах 5.10, 5.11, часть корреляционных зависимостей отображена на рисунках 5.12-5.19. А именно: корреляции между значением *S* - фактора при нулевой энергии (*S*(0)) и энергии основного состояния (*E*_{*g.s.*}), протонного среднеквадратичного радиуса (*R*_{*p*}), квадрупольного момента (*Q*) состояния.



Рис. 5.12. Корреляция между астрофизическим *S* - фактором при нулевой энергии реакции ⁴He(³He, γ)⁷Be и энергией связи основного состояния ядра ⁷Be, полученная теоретически, в сравнении с экспериментальными данными.



Рис. 5.13. Корреляция между астрофизическим *S* - фактором при нулевой энергии реакции ⁴He(³H, γ)⁷Li и энергией связи основного состояния ядра ⁷Li, полученная теоретически, в сравнении с экспериментальными данными.

На Рис.5.12, 5.13 мы можем наблюдать линейную корреляцию между *S*фактором нулевой энергии и энергией основного состояния составного ядра. Это означает, что поляризация ⁶Li и ³He (³H), учитываемая по отдельности (случай - (Д,Н), случай - (Н,Д)) или вместе (случай - (Д,Д)), приводит к совместному изменению значений *S*(0) и $E_{g.s.}$.



Рис. 5.14. Зависимость значения *S* - фактора реакции ⁴He(³He, γ)⁷Be при нулевой энергии от протонного среднеквадратичного радиуса (R_p)ядра ⁷Be.

Почти линейная корреляция между *S* - фактором при нулевой энергии и протонным среднеквадратичным радиусом показана на рисунках 5.14 и 5.15. Три случая, обозначенные как (H,H), (Д,H) и (H,Д), образуют практически прямую линию, в то время как случай (Д,Д) приводит к отклонению от этой простой зависимости.



Рис. 5.15. Зависимость значения *S* - фактора реакции ⁴He(³H, γ)⁷Li при нулевой энергии от протонного среднеквадратичного радиуса (R_p)ядра ⁷Li. На рисунке 5.16, отображающем связь между *S*(0) и квадрупольным



Рис. 5.16. Зависимость значения *S* - фактора реакции ${}^{4}\text{He}({}^{3}\text{He},\gamma){}^{7}\text{Be}$ при нулевой энергии от квадрупольного момента *Q* ядра ${}^{7}\text{Be}$.

моментом Q основного состояния ⁷Ве, видим иррегулярное влияние кластерной поляризации на квадрупольный момент. То есть нелинейную зависимость между S(0) и Q.

Еще более запутанная ситуация наблюдается и для *S* - фактора реакции ${}^{4}\text{He}({}^{3}\text{H},\gamma){}^{7}\text{Li}$ и, соответственно, для квадрупольного момента ядра ${}^{7}\text{Li}$, что видно из рисунка 5.17.



Рис. 5.17. Зависимость значения *S* - фактора реакции ${}^{4}\text{He}({}^{3}\text{H},\gamma){}^{7}\text{Li}$ при нулевой энергии от квадрупольного момента *Q* ядра ${}^{7}\text{Li}$.

На рисунке 5.18 также наблюдается наблюдается практически линейная связь



Рис. 5.18. Связь между S(0)- реакции ⁴He(³He, γ)⁷Be и спектроскопическим фактором ⁷Be для кластеризаций ⁴He+³He, и ⁶Li+p.

между *S*-фактором при нулевой энергии реакции ${}^{4}\text{He}({}^{3}\text{He},\gamma){}^{7}\text{Be}$ и спектроскопическим фактором ${}^{7}\text{Be}$ для кластеризаций ${}^{4}\text{He}{+}{}^{3}\text{He}$, и ${}^{6}\text{Li}{+}\text{p}$.

Аналогичная картина получена и для зеркальной реакции ${}^{3}H(\alpha,\gamma)^{7}Li$ и спектроскопического фактора ${}^{7}Li$ для кластеризаций ${}^{4}He+{}^{3}H$ и ${}^{6}Li+n$. (См. рисунок 5.19).



Рис. 5.19. Связь между *S* - фактором при нулевой энергии реакции 4 He(3 H, γ)⁷Li и спектроскопическим фактором ⁷Li для кластеризаций 4 He+ 3 H, и 6 Li+n.

На части рисунков показаны не только теоретические значения $S(0), E_{g.s.}, R_p$, но и имеющиеся в настоящее время экспериментальные данные. Энергии основных состояний ядер ⁷Ве и ⁷Li взяты из работы [201]. Протонный радиус ядра ⁷Ве определен в [317]. Анализ экспериментальных данных, полученных Ангуло (Angulo) и др. в работе [266] и Адельбергером (Adelberger) и др. в [267], дает два значения S - фактора реакции ${}^{4}\text{He}({}^{3}\text{He},\gamma){}^{7}\text{Be}$, которые равны $S(0) = 0.54 \pm 0.09$ КэВ-барн и $S(0) = 0.53 \pm 0.05$ КэВ-барн соответственно. Используются оба этих значения для S(0). Рекомендованное значение S фактора нулевой энергии для реакции ³H(α,γ)⁷Li составляет $S(0) = 0.10 \pm 0.02$ КэВ барн [266]. Также при построении графиков приводится В И

использовались результаты экспериментальных работ [318,319].

Следует отметить, что некоторые типы подобных корреляций уже обсуждались в литературе. Например, Кажино (Kajino) [291] исследовал корреляции между *S* - фактором для реакции 3 He(α, γ)⁷Be протонным среднеквадратичным радиусом и квадрупольным моментом ядра⁷Ве, работая В двухластерной микроскопической модели с использованием семи различных нуклон-нуклонных потенциалов. Была обнаружена практически линейная корреляция в рассматриваемых зависимостях. В работе [299] Чото (Csótó) и Ланганке (Langanke) применялась расширенная двухластерная модель с целью вычисления S - фактора реакций ³He(α , γ)⁷Be и ³H(α , γ)⁷Li. Эта модель включала в себя канал ⁶Li+p (⁶Li+n), дополнительно к каналу ³He+ α $({}^{3}\text{H}+\alpha)$ в ${}^{7}\text{Be}$ (${}^{7}\text{Li}$). Авторы рассмотрели корреляцию между *S* - фактором при нулевой энергии и квадрупольным моментом Q. Различные значения S(0) и О были получены при варьировании параметра и потенциала Миннесота, параметра Майорана *m* модифицированного потенциала Хасегава-Нагата и параметра размеров взаимодействующих кластеров.

В таблице 5.10 приводятся результаты, полученные в рамках развиваемой модели для ядра ⁷Ве, демонстрирующие корреляции между *S*-фактором при нулевой энергии реакции ³He(α, γ)⁷Be и величинами, характеризующими основное состояние ⁷Be.

Таблица 5.10. Корреляции между S(0) реакции ³He(α, γ)⁷Be и параметрами основного состояния $3/2^-$ ядра ⁷Be: энергией связи основного состояния $E(3/2^-)$, квадрупольным моментом Q, протонным среднеквадратичным радиусом R_p , спектроскопическим фактором *SF* для кластеризаций ⁴He+³He (4+3) и ⁶Li+p (6+1).

| Поляр | изация | ⁷ Be | | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-------------------|------------------------|------------|---------|---------|
| ³ He | ⁶ Li | S(0), КэВ·б | $E(3/2^{-}),$ МэВ | Q ,e· Φ_{M}^{2} | R_p , Фм | SF(4+3) | SF(6+1) |
| Н | Н | 0.140 | -0.710 | -8.026 | 2.670 | 1.012 | 0.748 |
| Д | Н | 0.296 | -1.234 | -7.097 | 2.539 | 0.998 | 0.727 |
| Н | Д | 0.415 | -1.594 | -6.967 | 2.446 | 0.988 | 0.715 |
| Д | Д | 0.428 | -1.629 | -7.008 | 2.458 | 0.986 | 0.715 |
В таблице 5.11 собраны результаты, аналогичные результатам в таблице 5.10, но для S(0) реакции ³H(α, γ)⁷Li и параметрами основного состояния ядра⁷Li.

Таблица 5.11.

Корреляции между S(0) реакции ³H(α,γ)⁷Li и параметрами основного состояния $3/2^-$ ядра ⁷Li: энергией связи основного состояния $E(3/2^-)$, квадрупольным моментом Q, протонным среднеквадратичным радиусом R_p , спектроскопическим фактором *SF* для кластеризаций ⁴He+³H (4+3) и ⁶Li+n (6+1).

| Поляр | изация | ация ⁷ Li | | | | | |
|----------------|-----------------|----------------------------------|-------------------|--------|---------------|---------|---------|
| ³ H | ⁶ Li | $S\left(0 ight)$, КэВ \cdot б | $E(3/2^{-}),$ МэВ | Q,e'Фм | $R_{_p}$, Фм | SF(4+3) | SF(6+1) |
| Н | Н | 0.052 | -1.497 | -4.436 | 2.427 | 1.022 | 0.756 |
| Д | Н | 0.071 | -2.0517 | -3.943 | 2.315 | 1.007 | 0.728 |
| Н | Д | 0.089 | -2.428 | -4.003 | 2.231 | 0.996 | 0.715 |
| Д | Н | 0.091 | -2.465 | -4.046 | 2.234 | 0.994 | 0.715 |

Приведенные на рисунках 5.8, 5.9, 5,10 и 5.11 графики показывают качественно и количественно, что поляризация весьма существенно влияет на астрофизический *S*-фактор реакции радиационного захвата. Таблицы 5.10 и 5.11 дают возможность оценить этот эффект численно при нулевой энергии. Отметим, что поляризация ⁶Li проявляет себя ярче, чем поляризация ³He (³H). При этом, например, если мы сравним *S*- фактор при нулевой энергии для реакции³He(α,γ)⁷Be с поляризацией (случай - (Д,Н) и случай - (Н,Д)) и без поляризации (случай - (Н,Н)), мы увидим, что поляризация ⁶Li дает увеличение *S*(0) почти втрое, в то время как поляризация ³He увеличивает *S*- фактор при нулевой энергии в два раза. Для реакции ³H(α,γ)⁷Li поляризация ⁶Li увеличивает *S*(0), полученный без поляризации, в 1.72 раза, а поляризация ³H увеличивает его только в 1.37 раза.

В заключение раздела сравним экспериментальные данные и результаты, полученные в рамках используемой модели. Прежде всего опять остановимся на параметрах связанных состояний ядер ⁷Be и⁷Li, которые

представлены в таблице 5.12. После этого приведем параметры резонансных состояний. И, наконец, сравним с экспериментальными данными *S* - факторы для реакций захвата ³He(α,γ)⁷Be, ³H(α,γ)⁷Li, ⁶Li(p,γ)⁷Be и ⁶Li(n,γ)⁷Li.

Таблица 5.12.

Параметры связанных состояний ядер ⁷Li и ⁷Be. Сравнение теоретических и экспериментальных результатов.

| Характеристики | | ⁷ Li | ⁷ Be | | |
|-----------------------------------|-------------------|--|-----------------|---------------------------------------|--|
| состояния | Теория Эксперимен | | Теория | Эксперимент | |
| $E(3/2^{-}), МэВ$ | -2.465 | -2.468 | -1.629 | -1.587 | |
| $E(1/2^{-}), МэВ$ | -2.314 | -1.990 | -1.472 | -1.158 | |
| <i>R</i> _{<i>p</i>} , Фм | 2.234 | 2.41±0.10, [320] 2.27±0.02 [201] | 2.458 | 2.38±0.03 2.647±0.017 [317,323] | |
| R_m, Φ_M | 2.335 | — | 2.380 | — | |
| Q_p , $e \cdot \Phi M^2$ | 4.046 | 4.06±0.03 [321]; 3.70±0.08 [320,322] | 7.008 | | |

Данные, приведенные таблице 5.12, позволяют В заключить, что используемая модель достаточно хорошо передает экспериментальные данные для основного и первого возбужденного состояний ядер ⁷Be и ⁷Li. Энергии состояний близки основных этих ядер очень к ИХ экспериментальным значениям. Однако, энергии первых возбужденных состояний примерно на 0.3 МэВ меньше экспериментальных. При этом полученные нами результаты для протонных средеквадратичных радиусов момента ядра ⁷Li обоих ядер, а также квадрупольного близки к экспериментальным данным.

В таблице 5.13 проводится сравнение спектроскопических факторов для основных состояний ⁷Ве и ⁷Li, полученные в рамках используемой модели с полученными в рамках мультикластерной модели Араи (Arai) и др. [300], а также с доступными в настоящее время экспериментальными данными [201,324]. В свое время было показано (см., например, Буркова и др. [325]), что спектроскопические факторы основных состояний зеркальных

ядер для декомпозиции ⁴He+³He и ⁴He+³H близки друг к другу. Это подтверждают и представляемые результаты расчетов. Нетрудно видеть, что развиваемый подход дает хорошее согласие с имеющимися экспериментальными данными.

Таблица 5.13.

Спектроскопические факторы основных состояний ядер ⁷Ве и ⁷Li для кластеризаций 4+3 и 6+1.

| Метод | Исп. м | юдель | Араи | [300] | Экспер | оимент |
|----------------------------------|--------|-------|------|-------|----------------|----------------|
| Кластер. | 3/2- | 1/2- | 3/2- | 1/2- | 3/2- | 1/2- |
| ⁴ He+ ³ He | 0.98 | 0.95 | | — | — | — |
| ⁶ Li+p | 0.73 | 0.92 | 0.72 | 0.84 | — | — |
| ⁴ He+ ³ H | 0.99 | 0.95 | | | 1.03±0.10[201] | |
| ⁶ Li+n | 0.72 | 0.93 | | | 0.73±0.05[324] | 0.90±0.09[324] |

Отметим, что кроме того, Moxp (Mohr) [294] получил спектроскопический фактор для кастеризации 4+3 основного состояния ⁷Ве равным *SF* =1.174. Самое большое из полученных в настоящей работе значений составляет *SF* =1.008 в том случае, если мы пренебрегаем поляризацией как ³He, так и ⁶Li. А если же поляризация учитывается в полом объеме, значение *SF* =0.981.



Рис. 5.20. Астрофизический фактор реакции 3 He(α,γ) 7 Be. Сравнение теоретических и экспериментальных результатов.

На Рис. 5.20 и 5.21 приводятся *S* - факторы реакций ³He(α,γ)⁷Be и ³H(α,γ)⁷Li, полученные в рамках развиваемой модели, в сравнении с экспериментальными данными. Тут данные, обозначенные как KR82, взяты из работы [326], CO07a и CO07p - из [278], NS04 - из [283], BR07 - из [277], SC87 - из [327], и BR94 из [328].



Рис. 5.21. Астрофизический фактор реакции ³H(α,γ)⁷Li. Сравнение теоретических и экспериментальных результатов.

5.4. Выводы

В первом разделе кратко излагаются основные положения используемой модели. Представляется вид волновой функции трехкластерной системы, где для записи функции, отвечающей за относительное движение кластеров, используются фаддеевские компоненты, которые являются весьма удобным инструментом для задания граничных условий. Поскольку при реализации модели одновременно используются как гауссовский, так и осцилляторный базис, то поясняется, каким образом первый из них привлекается для описания поляризации кластеров, а второй – процессов рассеяния. Выписан гамильтониан модели. Представлены асимптотические выражения для

амплитуд Фаддеева в координатном и дискретном представлении и с учетом последних – система уравнений используемой модели.

втором разделе главы рассматривается влияние кластерной Bo поляризации подсистем ⁶Li и ³H на состояния дискретного и непрерывного спектра ядра ⁷Li и сечение реакции ${}^{6}\text{Li}(n, {}^{3}\text{H}){}^{4}\text{He}$ с использованием кластерного представления ⁴He+d+n. При этом для бинарной подсистемы ⁶Li в расчет привлекаются состояния с угловыми моментами 0 и 2, а для ³H – с L=0. Параметры гауссовских функций представляются в виде выбранных определенным образом членов геометрической прогрессии. Расчеты проводятся в четырех приближениях: без учета поляризации, с учетом только поляризации бинарной подсистемы ³H, с учетом только поляризации бинарной подсистемы ⁶Li и с одновременным учетом поляризации обоих указанных подсистем. Проведены расчеты энергии связи основного состояния ядра ⁷Li во всех указанных приближениях. Оказалось, что энергия связи по отношению к порогу ⁴He+³H за счет учета поляризации увеличилась приблизительно на 1 МэВ и при этом в более значительной степени за счет учета поляризации подсистемы ⁶Li. Проведено сравнение влияния на энергию связи основного состояния кластерной поляризации и коллективных типов поляризации (монопольной и квадрупольной). Результаты этого сравнения здесь в пользу кластерной поляризации. Вычислены такие характеристики связанного состояния, как массовые, протонные, нейтронные среднеквадратичные радиусы И квадрупольные моменты. Значения протонных и массовых среднеквадратичных радиусов, а также протонного квадрупольного момента, которые можно сравнить с данными эксперимента, несколько занижены, но при этом хорошо совпадают с результатами расчетов в других моделях, проведенных с используемым потенциалом. Показано, что при адиабатически медленном сближении подсистем 4 He и 3 H, последняя может испытывать существенную перестройку за счет изменения расстояния между кластерами d и n. Построены корреляционные функции, связывающие расстояния между кластерами в подсистемах d - n, ⁴He - ³H и

 4 He – d, 6 Li – n. Продемонстрировано, что имеет место сильно дисперсная кластерная конфигурация ⁴He+³H и сравнительно компактная конфигурация ⁶Li+n. Изучено влияние кластерной поляризации на параметры нижайших резонансных состояний (7/2⁻, 5/2⁻) ядра. Показано, что учет кластерной поляризации существенно уменьшает энергии резонансов и их ширины, приводя хорошему совпадению теоретических результатов к с экспериментальными данными. При этом в данном конкретном случае ведущую роль играет поляризация подсистемы ⁶Li. Для представления ⁶Li+n ядра ⁷Li рассмотрены состояния со спином S = 3/2. Показано, что в этом случае можно теоретически получить второй 5/2-, параметры которого хорошо совпадают с экспериментальными. При этом обнаруживается долгоживущее резонансное состояние с квантовыми числами $J^{\pi} = 9/2^{-}, L = 3$. Рассчитано полное сечение реакции ${}^{6}Li(n, {}^{3}H)$. Оказалось, что в области энергий $0 \le E \le 5$ МэВ доминирующим является вклад от состояния L = 0, а влияние поляризации кластеров на сечение реакции здесь минимально. Последнее объясняется тем, ЧТО поляризация изменяет не только взаимодействие во входном и выходном каналах, но и связь между этими каналами таким образом, что сечение реакции ${}^{6}Li(n,{}^{3}H){}^{4}He$ остается практически неизменным.

В третьем разделе главы рассматриваются сечения реакций радиационного захвата ³He(α,γ)⁷Be, ³H(α,γ)⁷Li, ⁶Li(p, γ)⁷Be, ⁶Li(n, γ)⁷Li и влияние на них кластерной поляризации подсистем ⁶Li и ³He (³H). Причем это сделано и при тех малых энергиях, которые в настоящее время недоступны для экспериментальных исследований, что важно с точки зрения распространенности в природе элементов с А=7. Поскольку в сравнении с первым разделом главы была произведена некоторая модификация модели (кроме состояний со спином S = 1/2 учтены и состояния с S = 3/2), то кратко обсуждаются результаты расчетов характеристик связанного состояния и нижайших состояний непрерывного спектра (5/2⁻и3/2⁻). Исследовано влияние кластерной поляризации подсистем ⁶Li и ³He (³H) на *S* - факторы реаккций ³He(α,γ)⁷Be, ³H(α,γ)⁷Li, ⁶Li(p,γ)⁷Be и ⁶Li(n,γ)⁷Li при энергиях, лежащих в пределах от ноля до 1 МэВ. Показано, что поляризация весьма значительно влияет на S - факторы реакций ³He(α,γ)⁷Be и ³H(α,γ)⁷Li как качественно, так и количественно увеличивая при этом S - фактор при нулевой энергии в первом случае в три раза, а во втором – в 1.8 раза. Влияние на аналогичные результаты в случае реакций ${}^{6}Li(p,\gamma)^{7}Be$ и ${}^{6}Li(n,\gamma)^{7}Li$ куда менее существенно. В ноле энергии имеет место изменения S - фактора всего В 1.2 и 1.1 раза соответственно. Рассмотрены корреляции между астрофизическими факторами при нулевом значении энергии и параметрами основного состояния составных ядер. Оказалось, что между S(0) и энергией составного ядра существует практически связи основного состояния линейная зависимость, что можно наблюдать с несколько большей натяжкой и для протонных радиусов, а также для спектроскопических факторов, которые также рассчитывались в настоящей работе. В заключение раздела проведено подробное сравнение полученных результатов с имеющимися экспериментальными данными, которое показывает вполне разумное согласие между ними. При этом, теоретически удалось получить результаты при тех малых значениях энергии, которые в настоящее время недоступны экспериментальному исследованию, но важны с точки зрения образования элементов с А=7 при невзрывном протекании ядерных процессов в звездах.

Результаты, представленные в этой главе, опубликованы в работах [3,4,12,27,43-45].

ГЛАВА 6

ИССЛЕДОВАНИЕ СОСТОЯНИЙ НЕПРЕРЫВНОГО СПЕКТРА ТЕТРАНЕЙТРОНА

На протяжении десятилетий обсуждается вопрос о существовании связанного состояния у системы, состоящей из четырех нейтронов, то есть тетранейтрона. Но, несмотря на все усилия, направленные на решение этого вопроса, окончательный ответ на него до настоящего времени так и не удалось получить. И это, по мере совершенствования техники эксперимента, порождает все новые попытки обнаружения ядерностабильного тетранейтрона [329-332]. Данный вопрос неоднократно рассматривался и в теоретических работах [333-338]. Интерес к этой ядерной системе подогревается и тем, что ⁴n в настоящий момент времени, по-видимому, является единственной как с точки зрения возможностей теории, так, и что намного более важно, существующих возможностей эксперимента, мультинейтронной системой, при изучении которой могут быть получены конкретные результаты, позволяющие составить определенные представления о свойствах легких ядерных систем, состоящих из одних только нейтронов.

Подавляющее большинство теоретических оценок энергии связи тетранейтрона, проведенных различными методами, так же, как и оценок экспериментальных, не подтверждает существования связанного состояния у 4 n. И хотя имеющиеся данные не могут полностью отвергнуть возможности наличия ядерной стабильности тетранейтрона при энергии связи, предельно близкой к нулевой, тем не менее, могут служить веским аргументом в пользу того, что у 4 n, если и существуют, то скорее состояния резонансные, а не состояния связанные. При этом следует заметить, что область состояний непрерывного спектра тетранейтрона как экспериментально, так и теоретически изучена мало.

К настоящему времени имеется возможность указать, пожалуй, лишь одну работу [339], теоретическую выполненную с использованием метода гиперсферических функций, в которой вопрос о наличии у тетранейтрона резонансных состояний был рассмотрен достаточно последовательно. Результат был получен отрицательный, но возможности теоретического исследования вопроса до конца использованы не были. Дело в том, что в указанной работе приближения расчеты проводились В рамках минимального метода гиперсферических функций, в то время как влияние на результат учета действия последующих приближений во внимание не принималось. То есть изучалось четырехчастичное рассеяние $4 \Rightarrow 4$ в том случае, когда простейшей гармоникой фиксировались возможные энергетические угловые И распределения Обычно справедливость сталкивающихся частиц. такого подхода (c оправдывается быстрым увеличением ростом гипермомента) кинематического барьера, препятствующего налетающей волне с $K > K_{min}$ в область взаимодействия. Но, по-видимому, нельзя забывать и о том, что в данном случае приходится работать эффективным потенциалом, который убывает очень медленно по мере увеличения глобального радиуса. Это может привести к важности учета гипергармоник с $K > K_{\min}$ и при малых энергиях, хотя бы в том смысле, что даже на первый взгляд незначительное опускание энергетического уровня под широкий кинематический барьер, вызванное расширением базиса за счет привлечения в расчет высших гипергармоник может существенно повлиять на ширину резонансного состояния.

В настоящей главе представлены результаты рассмотрения состояний непрерывного спектра тетранейтрона на основе представлений об истинно четырехчастичном рассеянии [85,340-342]. В отличие от других работ по исследованию непрерывного спектра ⁴n с использованием метода гиперсферических функций здесь кроме минимальной гармоники используется по одной гармонике с $K = K_{min} + 2$ и $K = K_{min} + 4$, выбранные по принципу

наибольшей их актуальности с точки зрения воспроизведения кластеризации ${}^{2}n+{}^{2}n$, где каждый из бинейтронов находится в синглетном по спину состоянии. Таким образом, по существу решается задача нескольких связанных каналов (двух или трех), вычисляется *S* - матрица, параметры которой анализируются, чтобы иметь возможность составить представление о наличии у ${}^{4}n$ квазистационарных состояний.

6.1 Кластерный осцилляторный гиперсферический базис в задаче рассеяния 4⇒4

Для тетранейтрона реализуется такая ситуация, когда имеет место только четырехчастичный канал развала, то есть канал полного развала, что делает весьма удобным рассмотрение задачи непрерывного спектра этой системы в гиперсферических переменных ρ и α_i (i=1,...,3A-4) метода K - гармоник. Поэтому для волновой функции ⁴п используется представление

$$\Psi = \sum_{n_{\rho}, K, \sigma} C_{n_{\rho}K\sigma} \left| n_{\rho}K\sigma \right\rangle$$
(6.1)

в виде разложения по осцилляторным функциям $|n_{\rho}K\sigma\rangle$, заданным в гиперсферических переменных, где

$$\left| n_{\rho} K \sigma \right\rangle = R_{n_{\rho} K} \left(\rho \right) \chi_{K \sigma} \left(\alpha_{i} \right), \tag{6.2}$$

$$R_{n_{\rho}K}(\rho) = \left(\frac{2n_{\rho}!}{\Gamma(n_{\rho} + K + 3(A-1)/2)}\right)^{1/2} e^{-\rho^{2}/2} \rho^{K} L_{n_{\rho}}^{K+1/2(3A-5)}(\rho^{2}),$$

а $\chi_{\kappa\sigma}(\alpha_j)$ - гиперсферическая гармоника, зависящая от 3A-4 гиперуглов $\{\alpha_j\}$.

Рассматривая систему, состоящую из четырех нейтронов, полагаем, что приближение будет разумным, если из всех возможных гипергармоник с

 $K > K_{\min}$, различающихся дополнительными квантовыми числами σ , в разложении (6.1) будут удерживаться лишь те, которые максимальным образом соответствуют возможности реализации у ⁴n кластерной структуры ²n+²n, полагая так же, как и при рассмотрении свойств ядра ⁸Не во второй главе, что в ядре могут существовать динейтронные кластеры. Техника построения такого типа гипергармоник (двухкластерных гипергармоник) подробно изложена в работе [67]. В связи с этим ограничимся лишь тем, что приведем матричные элементы, которые являются производящими для матричных элементов единичного оператора и для матричных элементов $\langle n_{\rho}K | \hat{H} | n'_{\rho}K' \rangle$ гамильтониана на функциях (6.2).

$$I(\varepsilon, R; \tilde{\varepsilon}, S) = 2\Delta^{-9/2} \exp\left\{-\left(\tilde{\varepsilon}R^2 + \varepsilon S^2\right) / \Delta\right\} \left(e^{2\xi} - 2 + e^{-2\xi}\right),$$
$$V(\varepsilon, R; \tilde{\varepsilon}, S) = V_{33}(\varepsilon, R; \tilde{\varepsilon}, S) + V_{13}(\varepsilon, R; \tilde{\varepsilon}, S),$$

где

$$\begin{split} V_{33}\left(\varepsilon,R;\tilde{\varepsilon},S\right) &= V_{33}\left(Z^{3/2}/\Delta_p^{3/2}\Delta^3\right)\exp\left\{-\left(\tilde{\varepsilon}R^2+\varepsilon S^2\right)/\Delta\right\} \times \\ &\times \exp\left\{-1/2\tilde{K}R^2-1/2KS^2\right\}\left(3ch(\xi+\varsigma)-3ch(\xi-\varsigma)\right), \\ V_{13}\left(\varepsilon,R;\tilde{\varepsilon},S\right) &= V_{13}\left(Z^{3/2}/\Delta_p^{3/2}\Delta^3\right)\exp\left\{-\left(\tilde{\varepsilon}R^2+\varepsilon S^2\right)/\Delta\right\} \times \\ &\times \left[\exp\left\{-1/2\tilde{K}R^2-1/2KS^2\right\}\left(ch(\xi+\varsigma)+ch(\xi-\varsigma)\right)-\right. \\ &-2\exp\left\{-1/2\tilde{K}R^2\right\}-2\exp\left\{-1/2KS^2\right\}+2ch(2\xi)\right], \\ &\xi &= RSt/\Delta, \quad \varsigma &= ZRSt/\Delta_p, \quad Z = \left(1+2a_0^2/\mu^2\right)^{-1}, \\ &\Delta &= \left(1-\varepsilon\tilde{\varepsilon}\right), \quad \Delta_p = 1-a\left(\varepsilon+\tilde{\varepsilon}\right)-b\varepsilon\tilde{\varepsilon}, \end{split}$$

$$a=1-Z, \quad b=2Z-1,$$

 $K=(a+b\varepsilon)/\Delta_p-\varepsilon/\Delta, \quad \tilde{K}=(a+b\tilde{\varepsilon})/\Delta_p-\tilde{\varepsilon}/\Delta,$

 a_0 - осцилляторный радиус, а t - косинус угла между направлениями генераторных векторов **R** и **S**.

Выражение $V(\varepsilon, R; \tilde{\varepsilon}, S)$ записано для нуклон-нуклонного потенциала, содержащего ЛЛЯ каждой компоненты слагаемые вида $V_{2S+1,2T+1} \exp\left\{-\left(\mathbf{r}_{i}-\mathbf{r}_{j}\right)^{2}/\mu_{2S+1,2T+1}^{2}\right\}$. Дифференцирование $V\left(\varepsilon, R; \tilde{\varepsilon}, S\right)$ по генераторным параметрам $\varepsilon, R; \tilde{\varepsilon}, S$ приводит к матричным элементам на некотором промежуточном базисе, ортонормирование которого дает необходимые нам матричные элементы оператора потенциальной энергии $\langle n_{\rho}K|\hat{V}|n_{\rho}'K'\rangle$. Для того, чтобы получить полную матрицу гамильтониана, достаточно к указанным элементам добавить соответствующие матричные матричным элементы оператора кинетической энергии, общие выражения для которых хорошо известны (см. формулы 1.56 главы 1).

Таким способом строятся матричные элементы на функциях базиса (6.2) с индексами

$$n_{\rho} = 0, 1, 2, \dots, N_{\rho},$$
 при $K = K_{\min}$
 $n_{\rho} = 0, 1, 2, \dots, N_{\rho} - 1,$ при $K = K_{\min} + 2$
 $n_{\rho} = 0, 1, 2, \dots, N_{\rho} - 2,$ при $K = K_{\min} + 4$ и т. д.,

где, N_{ρ} - максимальное число гиперрадиальных возбуждений при $K = K_{\min}$.

Построив матричные элементы гамильтониана на функциях (6.2), можно перейти к рассмотрению системы уравнений

$$\sum_{n'_{\rho}K'} \left\{ \left\langle n_{\rho}K \left| \hat{V} \right| n'_{\rho}K' \right\rangle - E \delta_{n_{\rho K}} \delta_{KK'} \right\} C_{n'_{\rho}K'} = 0,$$
(6.3)

которая является следствием уравнения Шредингера и представления волновой функции в виде разложения (6.1).

Как обычно, систему уравнений (6.3) необходимо дополнить граничными условиями. Эти условия можно сформулировать по схеме, изложенной в главе

1, изучив решение системы уравнений (6.3) в том случае, когда взаимодействие между нуклонами отсутствует и система уравнений сильно упрощается :

$$\left[n_{\rho} \left(n_{\rho} + l_{k} + 1/2 \right) \right]^{1/2} C_{n_{\rho}-1,K} - \left(2n_{\rho} + l_{K} + 3/2 - q^{2} \right) C_{n_{\rho},K} + \left[\left(n_{\rho} + 1 \right) \left(n_{\rho} + l + 3/2 \right) \right]^{1/2} C_{n+1,K} = 0,$$

$$(6.4)$$

где $l_K = K + 3(A-2)/2$, A - массовое число, $q^2 = 2ma_0^2 E/\hbar^2$ - безразмерное волновое число.

Систему уравнений (6.4) можно рассматривать как разностное уравнение второго порядка. Выражения для фундаментальных решений (6.4) $C_{n_{\rho}K}^{reg}$ и $C_{n_{\rho}K}^{irreg}$ можно найти в работах [74,96]:

$$C_{n_{\rho}K}^{reg}(q) = \left[2n_{\rho}! / \Gamma(n_{\rho} + l_{K} + 3/2) \right]^{1/2} q^{l_{K}+1} L_{n_{\rho}}^{l_{K}+3/2}(q^{2}) e^{-q^{2}/2},$$
(6.5a)

$$C_{n_{\rho K}}^{irreg}(q) = \frac{2q}{\pi C_{0K}^{reg}(q)} \int_{0}^{\infty} \frac{C_{n_{\rho K}}^{reg}(u) C_{0K}^{reg}(u)}{u^{2} - q^{2}} du.$$
(6.5b)

Здесь $L_n^{\alpha}(x)$ - полином Лагерра.

В дальнейшем нам потребуется вычислять значения $C_{n_{\rho}K}^{reg}$ и $C_{n_{\rho}K}^{irreg}$. Для этого воспользуемся рекуррентными соотношениями (6.4) и начальными значениями функций (6.5a) и (6.5b) при значениях $n_{\rho} = 0,1$:

$$C_{0K}^{reg}(q) = \left[2/\Gamma(l_K + 3/2) \right]^{1/2} q^{l_K + 1} e^{-q^2/2}, \tag{6.6a}$$

$$C_{1K}^{reg}(q) = \left(l_K + 3/2 - q^2\right) \left(l_K + 3/2\right)^{-1/2} C_{0K}^{reg}(q)$$
(6.6b)

$$C_{0K}^{irreg}(q) = \frac{2q^{2l_k+3}}{\pi\Gamma(l_K+3/2)C_{0K}^{reg}(q)} \left[\sum_{k=1}^{l_K+3/2} \frac{\Gamma(k)}{q^{2k}} - e^{-q^2} Ei(q^2) \right],$$
(6.6c)

если *l_к* полуцелое,

$$C_{0K}^{irreg}(q) = \frac{2q^{2l_k+3}}{\pi\Gamma(l_k+3/2)C_{0K}^{reg}(q)} \left[\sum_{k=1}^{l_k+1} \frac{\Gamma(k-1/2)}{q^{2k}} - \frac{2\sqrt{\pi}}{q} D(q^2) \right],$$
(6.6d)

$$C_{1K}^{irreg}(q) = (l_{K} + 3/2)^{-1/2} \left[(l_{K+=} + 3/2 - q^{2}) C_{0K}^{irreg}(q) - 2q/\pi C_{0K}^{reg}(q) \right],$$
(6.6e)

если l_{K} целое. При этом Ei(x) - интегральная экспонента, а D(x) - интеграл Досона [343].

При $n_{\rho} \rightarrow \infty$ функции (6.5а) и (6.5b) имеют следующие асимптотики:

$$C_{n_{\rho}K}^{reg}(q) \rightarrow \frac{2q}{\pi} \left(4n_{\rho} + 2l_{K} + 3\right)^{1/4} j_{l_{K}}\left(q\left(4n_{\rho} + 2l_{K} + 3\right)^{1/2}\right) \rightarrow \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\sin\left(q\left(4n_{\rho} + 2l_{K} + 3\right)^{1/2} - l_{K}\pi/2\right)}{\left(4n_{\rho} + 2l_{K} + 3\right)^{1/4}}$$
(6.7a)

$$C_{n_{\rho}K}^{ireg}(q) \rightarrow \frac{2q}{\pi} \left(4n_{\rho} + 2l_{K} + 3\right)^{1/4} n_{l_{K}} \left(q \left(4n_{\rho} + 2l_{K} + 3\right)^{1/2}\right) \rightarrow \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\cos\left(q \left(4n_{\rho} + 2l_{K} + 3\right)^{1/2} - l_{K}\pi/2\right)}{\left(4n_{\rho} + 2l_{K} + 3\right)^{1/4}}.$$
(6.7b)

Обычно вместо фундаментальных решений (6.5) удобно использовать их линейные комбинации, соответствующие использованию функциям Ханкеля первого и второго рода, асимптотические выражения которых имеют вид падающих и расходящихся сферических волн:

$$C_{n_{\rho}K}^{\pm}(q) = C_{n_{\rho}K}^{irreg}(q) \pm i C_{n_{\rho}K}^{reg}(q) \xrightarrow[n_{\rho} \to \infty]{} \frac{2}{\pi} \frac{\exp\left[\pm i \left(q \left(4n_{\rho} + 2l_{K} + 3\right)^{1/2} - l_{K}\pi/2\right)\right]}{\left(4n_{\rho} + 2l_{K} + 3\right)^{1/4}}$$
(6.8)

Общее решение уравнения (6.4) в *К* - канале можно выразить через линейно независимые решения (6.8) и элементы *S* - матрицы

$$\bar{C}_{n_{\rho}K} = q^{-8} \Big[C^{-}_{n_{\rho}K} (q) \delta_{KK'} - S_{KK'} C^{+}_{n_{\rho}K} (q) \Big].$$
(6.9)

Тогда, заменяя в (6.3) значения коэффициентов $C_{n_{\rho}K}$ их асимптотическими значениями, начиная с некоторых достаточно больших значений $n_{\rho} = N$ (в настоящей работе N = 100), получаем конечную систему неоднородных уравнений для определения $C_{0K}, C_{1K}, ..., C_{N-1}$ и $S_{KK'}$

6.2. Обсуждение результатов

Величины, характеризующие состояния непрерывного спектра тетранейтрона, вычислялись с использованием потенциала Волкова [135] и несколькими различающимися величиной нечетных компонент вариантами потенциала Тана (Tang) [128], которая регулируется часто упоминаемым ранее свободным параметром потенциала и. Первый из этих потенциалов в свое время был получен в основном подгонкой по энергиям связи легких магических ядер и в первую очередь по энергии связи α - частицы, а второй - по двухчастичным данным. Величина осцилляторного радиуса, который как параметр входит в базисные функции, определялась из той области значений, где наблюдалась наиболее слабая зависимость окончательных результатов от значения этого параметра (из соображений наиболее быстрой сходимости вычисляемых величин по мере расширения числа базисных функций). Для обоих потенциалов оптимальное значение осцилляторного радиуса довольно велико, то есть лежит в пределах 2.5–5.0 Фм, причем дальнейшее увеличение значения осцилляторного радиуса не очень значительно отражается на окончательных результатах, по крайней мере, качественно.

Расчеты проводились для случаев одного, двух и трех "каналов", то есть с привлечением в расчет одной, двух и трех гипергармоник ($\chi_{K_{\min}}, \chi_{K_{\min}+2}, \chi_{K_{\min}+4}$), где гипергармоники, отвечающие $K > K_{\min}$, получены из соображений учета ²n+²n кластеризации ⁴n при нулевом значении спина каждого из динейтронных кластеров.

На первом этапе наших рассуждений обратимся к результатам расчетов, проведенных в минимальном приближении метода K - гармоник. На рисунках 6.1 и 6.2 наряду с фазами для более подробных расчетов приведены и фазы четырехчастичного рассеяния, рассчитанные в простейшем приближении, когда K принимает единственное значение равное K_{\min} , (L=0) для потенциалов

Волкова и Тана соответственно. Для потенциала Тана фазы даны лишь для одного значения обменного параметра u, определяющего величину нечетной компоненты потенциала, поскольку его варьирование в разумных пределах не меняет поведения фаз качественно. В обоих случаях фазовые сдвиги возрастают по мере увеличения энергии от нулевых своих значений при значении энергии, проходя через значение равное $\pi/2$. Уже этот факт может в некоторой мере свидетельствовать в пользу наличия у рассматриваемой системы резонансного



Рис. 6. 1. Зависимость собственных фаз рассеяния от энергии, полученных с использованием потенциала Волкова. Цифры 1, 2, 3 на рисунке отвечают значениям K_{max} равным 2, 4, 6 соответственно.

состояния. Однако рост фазы, если не принимать во внимание область самых особенно полученных малых энергий, В расчетах, проведенных С использованием потенциала Тана, происходит слишком медленно, чтобы говорить о наличии резонанса, имеющего сколько-нибудь разумную ширину. Действительно, простейшие оценки ширины резонанса, основанные на использовании производной фазы рассеяния по энергии в точке, где фаза имеет значение $\pi/2$, при использовании потенциала Волкова дают для ширины резонанса значение ≈ 7 МэВ при $E \approx 3.5$ МэВ, в случае использования потенциала Тана $2(\partial \delta / \partial E)^{-1}$ вообще составляет десятки МэВ.



Рис. 6.2. То же, что и на рисунке 6.1, но для потенциала Тана.

Очевидно, что оценки такого рода носят в некоторой мере качественный характер. При этом, на основе проведенных в настоящей работе расчетов, была сделана попытка, осуществленная И. П. Охрименко, оценить положение полюсов S - матрицы при помощи метода, предложенного в работе [344] и основанного на использовании апроксимантов Паде. Оказалось, что у Sматрицы, полученной с использованием волковского потенциала, имеет место полюс $E = E_r - i\Gamma$ при значениях $E_r \approx 2.5$ МэВ и $\Gamma \approx 3.0$ МэВ, в то время как при использовании потенциала Тана В рассматриваемой области энергий физических полюсов, соответствующих наличию резонансных состояний, выделить не удалось. Причина, приводящая к этому, ясна: очевидно, что полюс у *S* - матрицы с необходимостью возникает в той области энергий, где у фазы наблюдается некоторое локальное ускорение хода по мере изменения энергии, что, собственно говоря, с точки зрения общей теории квазистационарных

состояний, является фактором, служащим обоснованием эквивалентности двух этих критериев существования резонансов.

При использовании сил Волкова даже в простейшем из используемых приближений, то есть с привлечением только минимального приближения метода гиперсферических функций, можно заметить некоторую задержку общего падения производной фазы ПО энергии В области энергий, расположенной вблизи трех МэВ (см., рисунок 6.3), в то время как величина производной фазы по энергии в случае потенциала Тана (см., рисунок 6.4), уменьшается практически монотонно. Это и приводит в последнем случае к наличию полюса только при энергии, близкой к ее нулевому значению. Однако вопрос о полюсах такого рода мы обсудим позже.



Рис. 6.3. Зависимость производных собственных фаз от энергии. Цифры 1, 2, 3 на рисунке отвечают значениям K_{max} равным 0, 2, 4 соответственно. Потенциал Волкова.



Рис. 6.4. То же, что и на рисунке 6.3, но для потенциала Тана.

Из изложенного выше следует, что если мы и внесем в результаты количественную ошибку за счет выбора способа определения характеристик резонансного состояния, то она будет заведомо значительно меньше той, которая предопределена неоднозначностью выбора потенциала нуклоннуклонного взаимодействия. Хотя, как видно будет из последующих рассуждений, и таковая не может повлиять на окончательные качественные выводы. Поэтому можно позволить себе и далее ориентироваться на такие простые и наиболее наглядные признаки наличия существования резонансного состояния, как наличие максимума производной фазы рассеяния по энергии прохождений фазы через значение равное $\pi/2$. При этом, как и ранее, в многоканальном случае применять их станем, ориентируясь на собственные фазы рассеяния. Последнее эффективно сводит решение многоканальной задачи к решению одноканальной.

Еще раз обратимся к рисункам 6.1 и 6.2, концентрируя теперь свое внимание на более полных вариантах расчета, чем в случае учета только

минимальной гипергармоники. По мере увеличения числа привлекаемых гипергармоник резонансное поведение фаз рассеяния (для случая учета двух или трех каналов приводятся только те фазы, которые проявляют резонансное поведение, медленно меняющиеся фазы опускаются) становится все более явным. Они все круче идут вверх, проходя через точку со значением $\pi/2$ все более энергично. При этом, для потенциала Волкова, в области энергий, соответствующей этой точке, уже четко проявляется и точка перегиба, то есть явно виден максимум у производной фазы по энергии, зависимость которой от энергии приведена на рисунке 6.3. Очевидно, что в этой ситуации у *S* - матрицы должен иметь место полюс. А оценки параметров квазистационарного состояния по зависимостям фаз от энергии в окончательном варианте расчетов дают *E*_r = 1.8 МэВ, Γ = 2.3 МэВ.

Расчеты с потенциалом Тана не дают сколько-нибудь четко выраженной картины наличия у тетранейтрона резонансного состояния в мэвной области энергий. Нет четких указаний на наличие точки перегиба (см. рис. 4), а при энергии, где $\delta = \pi/2$, величина $2(\partial \delta/\delta E)^{-1} \approx 17.5$ МэВ. Однако, динамика изменения фазовых сдвигов, по мере увеличения числа используемых гипергармоник, такова (см. таблицу 6.1), что при дальнейшем увеличении базиса за счет привлечения гипергармоник с большими значениями гипермомента может быть получена картина, качественно сходная с той, которая получена для потенциала Волкова.

Таким образом, можно полагать, что у тетранейтрона в мэвной области энергии может иметь место резонанс, существование которого, по-видимому, обусловлено наличием кинематического барьера. Конечно, результаты экстраполяции по трем точкам не могут претендовать на исчерпывающую точность, но дают возможность предположить, что значение *E*, может лежать в пределах от одного до трех МэВ, а ширина резонанса не превышает нескольких МэВ.

Таблица 6.1.

Динамика изменения величин $E|_{\delta=\pi/2}$ и $2(\partial \delta/\partial E)^{-1}|_{\delta=\pi/2}$ по мере увеличения числа привлекаемых в расчет гипергармоник для потенциала Тана в сравнении со случаем использования потенциала Волкова.

| Потенциал Тана | | | | | | |
|--|------|------|------|--|--|--|
| K _{max} | 2 4 | | 6 | | | |
| $E _{\delta=\pi/2}, M$ 9B | 10.5 | 7.0 | 5.4 | | | |
| $2(\partial \delta / \partial E)^{-1} _{\delta = \pi/2}, M \mathfrak{B}$ | 53.0 | 20.0 | 14.3 | | | |
| Потенциал Волкова | | | | | | |
| $K_{ m max}$ | 2 | 4 | 6 | | | |
| $E _{\delta=\pi/2}, M \Im B$ | 3.5 | 2.3 | 1.9 | | | |
| $2(\partial \delta / \partial E)^{-1} _{\delta = \pi/2}, M \Im B$ | 7.0 | 3.9 | 2.3 | | | |

Рассмотрим теперь область энергий, расположенную в пределах от 0 до 1 МэВ. К сожалению, с хорошей точностью при проведении расчетов не удалось продвинуться ближе, чем на 0.2-0.3 МэВ. Трудности здесь возникают в связи с очень медленным убыванием эффективного потенциала по мере увеличения глобального радиуса. Преодоление подобного рода трудностей требует механического увеличения при каждом значении гипермомента числа базисных функций (в стандартной схеме расчета использовалось по 100 функций при каждом значении K, а для проверки точности результатов и в полтора раза больше в одно – и двухканальном приближениях с варьированием по осцилляторному радиусу), что просто невозможно технически с точки зрения имеющихся вычислительных возможностей.

Тем не менее, очевидным остается тот факт, что при малых энергиях наблюдается очень быстрый рост фазы рассеяния. Можно привести несколько возможных вариантов объяснения этого факта. Так, авторы работы [345] в такой

ситуации указывали как на возможность ядерностабильного состояния у рассматриваемой системы при энергии связи близкой к нулевой (при рассмотрении тетранейтрона связанных состояний в нашем полном расчете получить не удалось), так и на возможность существенного понижения скорости распада при испускании нескольких частиц за счет малости фазового объема конечного состояния системы, что и должно проявляться при малых энергиях. Другое объяснение – сильное проявление взаимодействия в конечном состоянии [329,346], причем, как можно судить по результатам первой из указанных работ, главным образом за счет синглетного взаимодействия двух пар конечных нейтронов, что может иметь место и в нашем случае.

Еще одно возможное объяснение поведения фазовых сдвигов в области энергий, близких к нулевой предложил Г. Ф. Филиппов. Он указал на возможность такого изменения взаимодействия пары синглетных нейтронов в присутствии других частиц, при котором даже в *s* - состоянии возникает специфический резонанс, обусловленный наличием большого градиента потенциала. Ясно, что это может произойти лишь при малых энергиях, причем возникновение такого резонанса будет связывать всю систему в целом, приводя к заметной задержке ее полного развала. Привлекательность этой картины состоит в том, что она отражает возможность возникновения у сложной частицы в составе ядра резонанса, которого в свободном состоянии у нее нет.

Таким образом, можно утверждать, что у тетранейтрона, по-видимому, имеется резонансное состояние, причина существования которого - наличие кинематического барьера. Лежит оно на 1 – 3 МэВ выше порога полного ширина не превышает нескольких МэВ. Однако развала, а его экспериментальное обнаружение этого состояния возможно будет затруднено проявлением указанного выше низкоэнергетического эффекта, "формальный" статус которого не удалось определить в настоящей работе из-за недостаточной точности проведенных расчетов в околопороговой области энергий.

В завершение заметим, что позже, при рассмотрении случая дух бинарных каналов 3+1 и 2+2 в теоретической работе [347] так же была отмечена возможность существования резонансного состояния у тетранейтрона, а, в самое последнее время, в работе [348] получено первое экспериментальное указание наличия такого факта

6.3 Выводы.

В первом разделе главы модель, ранее сформулированная для описания монопольных возбуждений легких атомных ядер, переформулирована для целей рассмотрению использования ee применительно К рассеяния $A \Longrightarrow A$. Обсуждаются технические вопросы построения модели для исследования резонансных состояний тетранейтрона в бинарном кластерном представлении $^{2}n+^{2}n$ посредством рассмотрения рассеяния $4 \Rightarrow 4$ С привлечением осцилляторгого базиса, представленного в гиперсферических переменных. Для построения вычисления необходимых матричных элементов используется техника производящих функций и производящих матричных элементов. Приводится явный вид последних. Обсуждается асимптотическое поведение коэффициентов разложения волновой функции по осцилляторному базису для случая состояний четырехчастичного континуума, знание которого дает возможность прийти к системе алгебраических уравнений, решение которой позволяет получить матрицу рассеяния и определить параметры резонансных состояний.

Во втором разделе главы обсуждаются результаты численных расчетов параметров резонансных состояний тетранейтрона. На первом этапе рассматриваются результаты, полученные в рамках минимального приближения метода K - гармоник. Показано, что если в этом приближении, при использовании потенциала Волкова, имеют место некоторые указания на возможность существования широкого резонанса у ядра ⁴n, то о таковых в случае потенциала Тана говорить не приходится. Расширение числа базисных

функций за счет привлечения лишь гипергармоник с $K = K_{min} + 2$ и $K = K_{min} + 4$, при использовании потенциала Волкова, уже обеспечивает четкое проявление возможности существования резонансного состояния у тетранейтрона. Результаты расчетов, проведенных с потенциалом Тана, если опираться на динамику поведения получаемых параметров состояния, также не дают оснований отрицать такую возможность. В соответствии с результатами расчетов есть все основания полагать, что у тетранейтрона существует резонансное состояние, лежащее при энергии 1-3 Мэв над порогом полного развала и имеющее ширину в несколько МэВ. Обсуждается быстрый рост фазы рассеяния при значениях энергий близких к нулю. Приводятся соображения, которые могут дать объяснение такого ее поведения.

Результаты, представленные в этой главе, опубликованы в работах [23,24,36,54].

выводы

Главные результаты диссертационной работы состоят в следующем:

1. Сформулирована трехкластерная микроскопическая модель, которая позволяет с единых позиций рассматривать состояния легких атомных ядер как дискретного, так и непрерывного спектра, лежащих в трекластерном континууме. Предложенная модель основана на использовании базиса шестимерного гармонического осциллятора для разложения функции относительного движения кластеров, в соответствии с чем была разработана техника, необходимая для конкретной реализации модели, то есть для вычисления всех необходимых матричных элементов системы алгебраических уравнений модели, являющейся следствием применения предложенного подхода к решению уравнения Шредингера. А именно, получены все необходимые аналитические соотношения для получения матричных оператора полностью элементов единичного на антисимметризованных функциях, оператора кинетической энергии, оператора центральных ядерных сил, операторов спин-орбитальных и тензорных сил. Все это сделано на основе техники производящих функций и производящих матричных элементов и применительно к таким способам классификации собственных функций шестимерного осциллятора, которые приводят к биосцилляторному и гиперсферическому базисам.

2. В рамках предложенной трехкластерной микроскопической модели рассмотрены свойства связанных состояний ядер ⁶Li, ⁶He, ⁸He. Показано, что все они сильно кластеризованы, а два последних из них имеют четко выраженное нейтронное гало. При исследовании структуры основного состояния ⁶He продемонстрировано, что вес вытянутой конфигурации у этого ядра примерно в три раза больше, чем у сплюснутой. В продолжение этого получено также, что усредненная форма ⁶He - это равнобедренный остроугольный треугольник с α – частицей при вершине, в то время как в случае ядра ⁸He имеет место треугольник тупоугольный, что объясняется

действием принципа Паули, которое исследовано на примере этого ядра как трехкластерной системы. Показано и то, что динейтронная подсистема в ядре ⁶Не должна была быть более компактна в сравнении со свободным динейтроном, в случае если бы за счет выбора параметров потенциала последний был сделан связанной подсистемой. В той же манере исследована структура связанного состояния ядра ⁹Ве с использованием кластерного представления $\alpha + \alpha + n$ и показано, что это сильно кластеризованное ядро, наличие связанного состояния у которого обеспечивается только за счет связанного учета спин-орбитальных СИЛ. Структура его состояния представляет собой тупоугольный равнобедренный треугольник с нейтроном при вершине с высотой примерно равной 2 Фм и основанием около 5 Фм.

3. В рамках предложенной модели с использованием трехкластерной конфигурации $\alpha + \alpha + d$ рассмотрен спектр связанных состояний ядра ¹⁰В. Проблемным здесь является вопрос, связанный с описанием взаимного расположения нижайших дискретных уровней при их рассмотрении в многоконфигурационных моделях оболочек с привлечением в расчеты реалистических потенциалов. В настоящей работе, где расчеты проводились на основе использования полуреалистических потенциалов, получен уровней. Подробно правильный порядок исследована роль спинорбитального взаимодействия в формировании структуры спектра ядра, в том числе и с точки зрения рассмотрения вкладов от состояний с угловыми моментами L в каждое из состояний с полным моментом J. Показана ведущая роль спин-орбитальных сил в формировании правильного порядка 10 **B**. Полученные уровней ядра результаты позволяют высказать предположение о том, что в современных реалистических нуклон-нуклонных потенциалах вклад от спин-орбитальных сил недооценен. Для всех четырех связанных состояний получены усредненные параметры треугольников, образуемых кластерами, и обсужден вопрос о том, чем они различаются между собой, и каковы причины этого. Эти результаты, а также ряд других, связанных с исследованием полученных волновых функций, указывают на ярко выраженную кластеризацию рассматриваемого ядра во всех его связанных состояниях. Рассчитаны спектроскопические факторы для канала $\alpha + \alpha + d$.

4. С использованием предложенной модели получены характеристики 2⁺, 0⁺ и 2⁺ резонансов для ядер ⁶Не и ⁶Ве соответственно и показано хорошее согласие с известными экспериментальными данными в той области энергий возбуждения рассматриваемых ядер, которая хорошо изучена. Получены указания на то, что при несколько более высоких энергиях, могут иметь место широкие резонансы, существование которых обусловлено, как можно полагать, наличием кинематических барьеров в каналах трехчастичного развала, и которые пока не обнаружены экспериментально, хотя возможность их наличия уже упоминалась в теоретических работах. При этом продемонстрировано, что могут быть выделены те состояния, которые подвержены действию межкластерной антисимметризации сильнее, чем другие. Распад системы в этих состояниях происходит таким образом, что, хотя бы два кластера находятся на небольших расстояниях друг от друга. Сравнение трехкластерных и двухкластерных эффективных зарядов для ядра ⁶Ве также позволяет выделить в трехкластерной модели каналы, в которых два протона вылетают, находясь на небольшом расстоянии друг от друга.

5. В рамках предложенной модели получено, что в области низколежащих состояний у ядра ⁵Н имеют место резонансы с квантовыми числами $1/2^+$, $5/2^+$ и $3/2^+$. При этом показано, что существует, по крайней мере, по два резонанса для каждого из этих наборов квантовых чисел, чего не предполагалось ранее. Сейчас можно считать, что основным состоянием является состояние $1/2^+$ энергия которого достаточно четко определена, а сравнение полученных в настоящей работе параметров резонансов с экспериментальные данные есть наложение остальных резонансов, которые не были разделены экспериментально до настоящего времени. Вычислены

парциальные ширины, соответствующие различным каналам распада. Показано, что вклады от двух, максимум трех каналов, практически полностью исчерпывают полную ширину. Более 65% для состояния с L=0 и 98% для состояний с L=2 полной ширины соответствуют распаду составной системы по каналам с гипермоментом K=2. Рассмотрение плотности вероятности и корреляционной функции указывает на большую вероятность распада ⁵H с участием двух скоррелированных нейтронов.

6. В рамках предложенной модели исследованы спектры состояний ядер ⁹Ве и ⁹В. Показано, что полученные в настоящей работе теоретические результаты В целом хорошо согласуются с соответствующими экспериментальными данными. При этом особое внимание уделено рассмотрению свойств $1/2^+$ - резонансов, который в случае ядра ⁹Ве представляет особый интерес с точки зрения астрофизических приложений, а в случае ядра ⁹В – является проблемным в смысле его существования. Показано, что оба эти резонанса существуют, и вычислены их параметры. Предсказано наличие ряда резонансов, лежащих в области трехкластерного континуума, существование которых, также, как и указанных выше, объяснено особенностями трехчастичного развала системы. Обсуждается вопрос о парциальных ширинах распада резонансных состояний и на конкретных примерах демонстрируется, что если распад происходит через несколько каналов, то полная ширина резонанса, энергия возбуждения которого больше, может быть меньше, чем в случае резонанса, лежащего ниже по энергии, но распадающегося в основном по одному каналу с меньшим значением гипермомента.

7. Сформулирован подход, в котором могут одновременно учитываться как двухкластерные, так и трехкластерные конфигурации, востребованный в том смысле, что с его использованием могут быть рассмотрены реакции с бинарным входным и трехкластерным выходным каналом. Причем для описания последнего, как и в предыдущих главах, используется базис

гиперсферических функций. Показано, гипергармоникам каким соответствуют те или иные формы трехкластерной системы. Получены S факторы реакций 3 H(3 H,2n) 4 He и 3 He(3 He,2p) 4 He в области энергий, наиболее интересных с точки зрения астрофизических приложений, в частности того, что касается проблемы солнечных нейтрино. Для обеих реакций, в областях энергий для которых имеются достаточно надежные экспериментальные данные, совпадение полученных в настоящей работе теоретических результатов с экспериментальными являются более чем удовлетворительными. Это позволяет считать, что теоретические результаты для наиболее интересных с точки зрения астрофизики меньших энергиях вполне надежны. А они для реакции ³ He(³ He,2p)⁴ He не дают никаких указаний в пользу существования резонансных состояний, наличие которых могло бы пролить свет на проблему солнечных нейтрино, несмотря на то, что в трехкластерном случае для выходного канала, S - фактор более чем в два раза превышает соответствующее его значение при рассмотрении в выходном канале только дипротонного кластера. Произведен расчет и анализ дифференциальных сечений, определяющих вероятность для выбранной пары кластеров быть детектированной с энергией их относительного движения E_{12} . На примере энергии 10 КэВ во входном канале показано, что при этом сравнительно небольшом значении энергии, два нейтрона или два протона могут быть зафиксированы совместно с большой вероятностью. Продемонстрировано, что только интерференция парциальных сечений, отвечающих различным значениям гипермомента в выходных каналах, может обеспечить разумную его форму, близкую к экспериментальной.

8. В рамках развиваемой модели, позволяющей учитывать кластерную поляризацию бинарных подсистем, рассмотрено влияние кластерной поляризации подсистем ⁶Li и ³H на состояния дискретного и непрерывного спектра ядра ⁷Li и сечение реакции ⁶Li(n,³H)⁴He с использованием кластерного представления ⁴He+d+n. Оказалось, что энергия связи по отношению к порогу ⁴He+³H за счет учета поляризации увеличилась

приблизительно на 1 МэВ и при этом в более значительной степени за счет учета поляризации подсистемы ⁶Li. Проведено сравнение влияния на энергию связи основного состояния кластерной поляризации и коллективных типов поляризации (монопольной и квадрупольной). Результаты этого сравнения пользу кластерной поляризации. Вычислены здесь В характеристики связанного состояния, которые находятся в разумном согласии с экспериментальными данными. Показано, что при адиабатически медленном сближении подсистем ⁴Не и ³Н, последняя может испытывать существенную перестройку за счет изменения расстояния между кластерами d и n. Построены корреляционные функции, связывающие расстояния между кластерами в подсистемах d - n, 4 He - 3 H и 4 He - d, 6 Li - n. Продемонстрировано, что имеет место сильно дисперсная кластерная конфигурация ⁴He+³H и сравнительно компактная конфигурация ⁶Li+n. Изучено влияние кластерной поляризации на параметры нижайших резонансных состояний (7/2⁻, 5/2⁻) ядра. Показано, что учет кластерной поляризации существенно уменьшает энергии резонансов и их ширины, результатов приводя к хорошему совпадению теоретических с экспериментальными данными. При этом в данном конкретном случае ведущую роль играет поляризация подсистемы ⁶Li. Для представления ⁶Li+n ядра ⁷Li рассмотрены состояния со спином S = 3/2. Показано, что в этом случае можно теоретически получить второй 5/2⁻, параметры которого хорошо совпадают с экспериментальными. При этом обнаруживается долгоживущее ранее неизвестное резонансное состояние с квантовыми числами $J^{\pi} = 9/2^{-}$, L = 3. Рассчитано полное сечение реакции ⁶Li(n,³H). Оказалось, что в области энергий $0 \le E \le 5$ МэВ доминирующим является вклад от состояния L = 0, а влияние поляризации кластеров на сечение реакции здесь минимально. Последнее объясняется тем, что поляризация изменяет не только взаимодействие во входном и выходном каналах, но и связь между этими каналами таким образом, что сечение реакции ${}^{6}\text{Li}(n, {}^{3}\text{H}){}^{4}\text{He}$ остается практически неизменным.

9. В рамках развиваемой модели, позволяющей учитывать кластерную поляризацию бинарных подсистем, исследовано влияние кластерной поляризации подсистем ⁶Li и ³He (³H) на *S* - факторы реаккций ³He(α,γ)⁷Be, ³H(α,γ)⁷Li, ⁶Li(p,γ)⁷Be и ⁶Li(n,γ)⁷Li при энергиях, лежащих в пределах от ноля до 1 МэВ. Причем это сделано и при тех малых энергиях, которые в настоящее время недоступны для экспериментальных исследований, что важно с точки зрения распространенности в природе элементов с А=7. Показано, что поляризация весьма значительно влияет на S - факторы реакций ³He(α,γ)⁷Be и ³H(α,γ)⁷Li как качественно, так и количественно, увеличивая при этом *S* - фактор при нулевой энергии в первом случае в три раза, а во втором – в 1.8 раза. Влияние на аналогичные результаты в случае реакций ${}^{6}Li(p,\gamma)^{7}Be$ и ${}^{6}Li(n,\gamma)^{7}Li$ куда менее существенно. В ноле энергии имеет место изменения S - фактора всего в 1.2 и 1.1 раза соответственно. Рассмотрены корреляции между астрофизическими факторами при нулевом значении энергии и параметрами основного состояния составных ядер. Оказалось, что между S(0) и энергией связи основного состояния составного ядра существует практически линейная зависимость, что можно наблюдать с несколько большей натяжкой и для протонных радиусов, а также для спектроскопических факторов, которые так же рассчитывались в настоящей работе. Проведено подробное сравнение полученных результатов с имеющимися экспериментальными данными, которое показывает вполне разумное согласие между ними.

10. сформулированная Модель, ранее для описания монопольных возбуждений атомных переформулирована легких ядер. для целей использования ее применительно к рассмотрению рассеяния $A \Rightarrow A$. Решены технические вопросы построения модели для исследования резонансных состояний тетранейтрона в бинарном кластерном представлении ²n+²n посредством рассмотрения рассеяния 4 \Rightarrow 4 с привлечением осцилляторного базиса, представленного в гиперсферических переменных. Показано, что если в минимальном приближении, при использовании потенциала Волкова,

уже имеют место некоторые указания на возможность существования широкого резонанса у ядра ⁴n, то о таковых в случае потенциала Тана говорить не приходится. Расширение числа базисных функций за счет привлечения лишь гипергармоник с $K = K_{min} + 2$ и $K = K_{min} + 4$, при использовании потенциала Волкова, уже обеспечивает четкое проявление возможности существования резонансного состояния у тетранейтрона. Результаты расчетов, проведенных с потенциалом Тана, если опираться на динамику поведения получаемых параметров состояния, также не дают оснований отрицать такую возможность. В соответствии с результатами расчетов есть все основания полагать, что у тетранейтрона существует резонансное состояние, лежащее при энергии 1-3 Мэв над порогом полного развала и имеющее ширину в несколько МэВ.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Nesterov A. V. Spectrum of bound states of nucleus ¹⁰B in a three-cluster microscopic model / Nesterov A. V., Vasilevsky V. S., Kovalenko T. P. // УΦЖ – 2014 - T.59, №11 - C. 1065-1077.

2. Nesterov A. V. Spectra of nuclei ⁹Be and ⁹B in a three-cluster microscopic model / Nesterov A. V., Vasilevsky V. S., Kovalenko T. P. // УΦЖ - 2013 - T.58, №7 - C. 628-635.

3. Vasilevsky V. S. Microscopic model of the radiative capture reactions with cluster polarizability. Application to ⁷Be and ⁷Li / Vasilevsky V. S., Nesterov A. V., Kovalenko T. P. // $\Psi\Phi$ % - 2011 - T.56, \mathbb{N} 7 - C.645-653.

4. Vasilevsky V. S. Effects of cluster polarizations on the cross section of the radiative capture reactions ${}^{4}\text{He}({}^{3}\text{He},\gamma){}^{7}\text{Be}$, ${}^{4}\text{He}({}^{3}\text{H},\gamma){}^{7}\text{Li}$, ${}^{6}\text{Li}(p,\gamma){}^{7}\text{Be}$ and ${}^{6}\text{Li}(n,\gamma){}^{7}\text{Li}$ / Vasilevsky V. S., Nesterov A. V., Kovalenko T. P. // Ядерна фізика та енергетика - 2011 - T.12, № 2 - C.115-123.

5. Vasilevsky V. S. Resonances in three-cluster continuum of ⁵H nucleus / Vasilevsky V. S., Nesterov A. V., Arickx F., Broeckhove J., Helinckx P. // Ядерна фізика та енергетика - 2007 - Т. 8, № 2 (20) - с. 29-37.

6. Nesterov A. V. ⁸He Structure within a Three-cluster Microscopic Model / Nesterov A. V., Vasilevsky V. S., Chernov O. F. // УΦЖ - 2001 - T. 46, № 3 - c. 272-276.

7. Nesterov A. V. The asymptotic of matrix elements of gaussian potential between the basic functions of three-dimensional harmonic oscillator / Nesterov A. V., Kosinov A. G. // $\Psi\Phi$ K - 1997 - T. 42, N 2 - C. 236-239.

8. Nesterov A. V. Method of oscillator basis generating invariants for production of recurrent relations in the three-cluster problem / Nesterov A. V., Kosinov A. G. // $\Psi\Phi$ K - 1996 - T. 41, No 11-12 - C. 1131-1133.

9. Василевський В. С. Трехкластерный вариант алгебраической версии метода резонирующих групп и его применение к исследованию свойств связанных состояний ядер ⁶Не и ⁸Не / Василевський В. С., Нестеров А. В. Арикс Ф., Ван Леувен П. // Збірник наукових праць Інституту ядерних досліджень – 2002 - №2 - С. 51-59.

10. Vasilevsky V. S. Study of the ${}^{3}H({}^{3}H,2n){}^{4}He$ and ${}^{3}He({}^{3}He,2p){}^{4}He$ reactions in the frameworks of three-cluster microscopic model / Vasilevsky V. S., Nesterov A.

V., Arickx F., Broeckhove J // Збірник наукових праць Інституту ядерних досліджень - 2002 - №2 - С. 60-69.

11. Нестеров А. В. Природа резонансных состояний зеркальных ядер ⁹Ве и ⁹В / Нестеров А. В., Василевский В. С., Коваленко Т. П. // Ядерная физика – 2014 - Т. 77, № 5 - С. 589-602.

12. Vasilevsky V. S. Three-cluster model of radiative capture reactions in seven – nucleon systems. Effects of cluster polarization / Vasilevsky V. S., Nesterov A. V., Kovalenko T. P. // Ядерная физика - 2012 - Т.75, № 7 – С. 873-886.

13. Нестеров А. В. Трехкластерное описание свойств легких нейтрон- и протон-избыточных ядер в рамках алгебраической версии метода резонирующих групп / Нестеров А. В., Арикс Ф., Брукхов Я., Василевский В. С. // ЭЧАЯ - 2010 - Т. 41, вып. 5 - С.1337-1424.

14. Нестеров А. В. Влияние кластерной поляризации на спектр ядра ⁷Li и реакцию ⁶Li(n,³He)⁴He / Нестеров А. В., Василевский В. С., Коваленко Т. П. // Ядерная физика - 2009 - Т.72, № 9 - С. 1505-1518.

15. Arickx F. The ⁵H resonance structure studied with a three-cluster J-matrix model / Arickx F., Broeckhove J, Helinckx P. Vasilevsky V.S. and Nesterov A.V // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. - 2007 - V. 34, Issue 9 - p.1955-1970.

16. Vasilevsky V. S. The algebraic model for scattering in three-s-cluster systems.
I. Theoretical background / Vasilevsky V. S., Nesterov A. V., Arickx F., Broeckhove J. // Phys.Rev. C - 2001 - V. 63, Issue 3 - P. 034606.

17. Vasilevsky V. S. II. Resonances in three-cluster continuum of ⁶He and ⁶Be / Vasilevsky V. S., Nesterov A. V., Arickx F., Broeckhove J // Phys. Rev. C - 2001 - V.63, Issue 3 - P. 034607.

18. Vasilevsky V. S. S-factor of the ³He(³H,2n)⁴He and ³He(³He,2p)⁴He reactions using a three-cluster exit channel / Vasilevsky V. S., Nesterov A. V., Arickx F., Broeckhove J. // Phys. Rev. C - 2001 - V. 63, Issue 6 - P. 064604.

19. Nesterov A. V. A neutron halo in ⁸He / Nesterov A. V., Vasilevsky V.S., Chernov O. F. // Ядерная физика - 2001 - Т. 64, № 8 - С. 1-7.

20. Vasilevsky V. S. A three cluster model of six-nucleon system / Vasilevsky V. S., Nesterov A. V., Arickx F // Ядерная физика - 1997. - Т. 60, № 3 - С. 413-419.

21. Filippov G. F. The realization of the resonating group method algebraic version for three-cluster system / Filippov G. F., Nesterov A. V., Rybkin I.Yu., Korennov

S. V. // ЭЧАЯ – 1994 - Т. 25, вып. 6 - С. 1347-1378; • К., ИТФ, 1993 – 29с. – (Препринт/ НАН Украины, Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова; ITP-94-2E).

22. Нестеров А. В. О технике использования многочастичного осцилляторного базиса при исследовании свойств трехкластерных систем / Нестеров А. В // Ядерная физика. - 1993 - Т. 56, вып. 10 - С. 35 - 46; • К. – ИТФ, 1991 – 17с. - (Препринт / НАН Украины, Институт теоретической физики им. Н. Н Боголюбова; ITP-91-67P).

23. Гутич И. Ф. Исследование состояний непрерывного спектра тетранейтрона / Гутич И. Ф., Нестеров А. В., Охрименко И. П. // Ядерная физика – 1989 – Т.50, вып. 1(7) - С. 19-26; • К., ИТФ, 1989 – 17с. – (Препринт/ НАН Украины, Институт теоретической физики им. Н.Н Боголюбова; ITP-86-93).

24. Филиппов Г. Ф. Возбуждение монопольных резонансов при рассеянии ядер s-оболочки на α-частице / Филиппов Г. Ф. Василевский В. С., Нестеров А. В. // Изв. АН СССР, Сер. физ. - 1985 - Т. 49 - С. 173-177.

25. Vasilevsky V. S. The modified J-matrix approach for cluster descriptions of light nuclei / Vasilevsky V. S., Nesterov A. V., Arickx F., Broeckhove J., Helinckx P. // In book "J-matrix method. Developments and applications", P 269-307 - Springer, 2008, edited by A. D. Alhaidari, E. J. Heller, H. Y. Yamani, and M. S. Abdelmonem.

26. Vasilevsky V. S. Spectra of nuclei ⁹Be and ⁹B in a three-cluster microscopic model / Vasilevsky V. S., Nesterov A. V., Kovalenko T. P. // In Proc. of International Conference "Current Problems of Nuclear Physics and Atomic Energy" (NPAE-2012) – V. 1 – P. 181-187, Kyiv, Ukraine, September 3-7, 2012.

27. Nesterov A. V. Effects of cluster polarization on resonance states of ⁷Li and the reaction ⁶Li (n,³He)⁴He / Nesterov A. V., Vasilevsky V. S., Kovalenko T. P. // In Proc. of International Conference "Current Problems of Nuclear Physics and Atomic Energy" (NPAE-2008) - P. 429-432, Kyiv, Ukraine, June 9 – 15, 2009.

28. Vasilevsky V. S. Resonances in three-cluster continuum of ⁵H nucleus / Vasilevsky V.S., Nesterov A.V., Arickx F., Broeckhove J., Helinckx P. // In Proc. of International Conference "Current Problems of Nuclear Physics and Atomic Energy" (NPAE-2006) - P. 283-292, Kyiv, Ukraine, May 29 – June 03, 2006.

29. Arickx F. A three cluster microscopic model for the ⁵H nucleus / Arickx F., Broeckhove J., Helinckx P., A. Vasilevsky V. S., Nesterov A. V. // In Proc. of XXIV International Workshop on nuclear theory - P.187-201, Rila Mountains, Bulgaria, June 20-25, 2005.

30. Arickx F. Microscopic three-cluster theory with applications to ⁶He and ⁶Be / Arickx F., Broeckhove J., Vasilevsky V. S., Nesterov A. V. // In Proc. of Int. Symp. on "Clustering Aspects of Quantum Many-Body Systems" - P. 251-258, Kyoto, November. 12-14, 2001.

31. Vasilevsky V. S., The S-factor of ³H(³H,2n)⁴He and ³He(³He,2p)⁴He using a three cluster exit channel / Vasilevsky V. S., Nesterov A. V., Arickx F., Broeckhove J., Wanroose W. // In Proc. of Int. Conf. "Nuclear Physics at Border Lines" - P.34-37, Lipary, Italy, May, 21-24, 2001.

32. Vasilevsky V. S. The modified J-matrix approach to three-cluster systems / Vasilevsky V. S., Nesterov A. V., Arickx F., Broeckhove J., Wanroose W. // In Proc. of 7th Int. Seminar on Nuclear Physics "Challenger of Nuclear Structure" - P. 293-300, Maiory, Italy, May 27-31, 2001

33. Vasilevsky V. S. Three cluster model of six nucleon systems / Vasilevsky V. S., Nesterov A. V., Arickx F., Broeckhove J., Van Leuven P. // In Proc. of 5th International Spring Seminar on Nuclear Physics "New Perspectives in Nuclear Structure" - Singapore, World Scientific – 1996 - P. 111-120, Ravello, Italy, May 22-24, 1995.

34. Nesterov A. V. Generating invariants in many-cluster problems of nuclear physics / Nesterov A. V., Kosinov A.G. // In Proc. of International Conference: "Symmetry methods in physics" (in memory of professor Ya. A. Smorodinsky) - V. 2, P. 375-378, Obninsk, July, 6-10, 1993.

35. Филиппов Γ. Ф. Исследование состояний непрерывного спектра тетранейтрона / Филиппов Г. Ф., Гутич И. Ф., Нестеров А. В., Охрименко И. П. // В Сб. Совещание по мультинейтронным системам - С. 108 - 115. - Дубна, 25-27 января, 1990.

36. Vasilevsky V. S. Dynamics α +N+N channel in ⁶He and ⁶Li // Vasilevsky V. S., Nesterov A. V., Arickx F. Van Leuven P. – К., ИТФ, 1996 - 19с. – (Препринт/ НАН Украины, Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова; ITP-96-3E).
37. Nesterov A. V. Oscillator basis genarating invariants in many-claster problems / Nesterov A. V., Kosinov A. G. – К., ИТФ, 1993 - 7с. – (Препринт/ НАН Украины, Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова; ITP-93-55E).

38. Василевский В. С. Матричные элементы единичного оператора и гамильтониана ядра ⁶Не на волновых пакетах генерирующих базис канала α+n+n / Василевский В. С., Филиппов Г. Ф., Рыбкин И. Ю., Нестеров А. В. – К., ИТФ, 1992 - 28с. – (Препринт/ НАН Украины, Институт теоретической физики им. Н.Н Боголюбова; ITP-92-33P).

39. Filippov G. F. On generating invariants of an algebraic version of the resonating group method for a case when the excitation of interacting clusters is taken into account / Filippov G. F., Vasilevsky V. S., Nesterov A. V. – К., ИТФ, 1986 - 15с. – (Препринт/ НАН Украины, Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова; ITP-86-65E).

40. Nesterov A. V. Microscopic three-cluster description of states in ⁹Be and ⁹B / Nesterov A. V., Vasilevsky V.S Kovalenko T. P. // In Program & Proceedings of International Conference "Problems of theoretical physics" dedicated to the 100th anniversary of Alexander Davydov - P. 48. Kyiv, Ukraine, October 8-11, 2012.

41. Nesterov A. V. Spectra of nuclei ⁹Be and ⁹B in a three-cluster microscopic model / Nesterov A. V., Vasilevsky V.S Kovalenko T. P. // In Book of Abstracts of the 4th International Conference "Current Problems in Nuclear Physics and Atomic Energy" - P. 57-58, Kyiv, Ukraine, September 3 - 7, 2012.

42. Nesterov A. V. Effects of cluster polarizations on the cross section of the radiative capture reactions ${}^{4}\text{He}({}^{3}\text{He},\gamma){}^{7}\text{Be}$, ${}^{4}\text{He}({}^{3}\text{H},\gamma){}^{7}\text{Li}$, ${}^{6}\text{Li}(p,\gamma){}^{7}\text{Be}$ and ${}^{6}\text{Li}(n,\gamma){}^{7}\text{Li}$ / Nesterov A. V., Vasilevsky V.S Kovalenko T. P. // In Book of Abstracts of the 3th International Conference "Current Problems in Nuclear Physics and Atomic Energy", - P. 66, Kyiv, Ukraine, June 7 - 12, 2010.

43. Nesterov A. V., Vasilevsky V. S. Kovalenko T. P. Effects of cluster polarization on resonance states of ⁷Li and the reaction ${}^{6}Li(n, {}^{3}He){}^{4}He$ / Nesterov A. V., Vasilevsky V. S. Kovalenko T. P. // In Book of Abstracts International Conference "NPAE-2008" - P.129-130, Kyiv, Ukraine, June 9 - 15, 2008.

44. Василевский В. С. Влияние кластерной поляризации на резонансную структуру ядра ⁷Li и реакцию ⁶Li(n, ³He)⁴He / Василевский В. С. Нестеров А. В., Коваленко Т. П. // В Сб. "Международное совещание по ядерной

спектроскопии и структуре атомного ядра. ЯДРО 2008. Тезисы докладов" - С.126-127, Москва, Россия, 23-27 июня 2008.

45. Vasilevsky V. S. Resonance structure of ⁵H nucleus within three-cluster microscopic model / Vasilevsky V.S. Nesterov V. S., Arickx F. Broeckhove J. Helinckx P. A. // In Book of Abstracts International Conference "Nuclear structure and related topics" - P.14, Dubna, Russia, June 13-17, 2006.

46. Vasilevsky V. S. A three cluster microscopic model for the ⁵H nucleus / Vasilevsky V.S. Nesterov V. S., Arickx F. Broeckhove J. // Book of Abstracts International Conference "NPAE-2006" - P.57, Kyiv, Ukraine May 29 - June 03, 2006.

47. Vasilevsky V. S. A three cluster microscopic model for the ⁵H nucleus / Vasilevsky V. S., Nesterov A. V., Arickx F., Broeckhove J., Helinckx P. // In Book of abstracts of XXIV International Workshop on nuclear theory - P. 12-13, Rila Mountains, Bulgaria June 20-25, 2005.

48. Нестеров А. В. Трехкластерный вариант АВ МРГ и его использование при рассмотрении состояний непрерывного и дискретного спектров легких атомных ядер / Нестеров А. В., Василевский В. С., Арикс Ф., Ван Леувен П. // In Book of Abstracts of int. conference "Modern problems of theoretical physics" - P.97-98, Kyiv, December 9-15, 2002.

49. Arickx F. Microscopic three-cluster theory applications to ⁶He and ⁶Be / Arickx F., Broeckhove J. Vasilevsky V. S., Nesterov A. V. // In Abstracts of Int. Symp. on "Clustering Aspects of Quantum Many-Body Systems" - P. 51, Kyoto, November 12-14, 2001.

50. Nesterov A. V. Investigation of ⁶He and ⁸He ground state within three-cluster microscopic model / Nesterov A. V., Vasilevsky V.S. Chernov O.F // In Book of Abstracts of International Symposium on Exotic Nuclear Structures - P. 80, Debrecen, Hungary, May 15-20, 2000.

51. Нестеров А. В. ⁶Не в трехкластерном осцилляторном базисе / Нестеров А. В., Василевский В.С // В Сб: Тезисы докл. Международного Совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра, С.159, СПб, 27-30 июня 1995 г.

52. Vasilevsky V. S. Correct microscopic three-cluster treatment of the exit channel in the ${}^{3}H({}^{3}H,\alpha)nn$ and ${}^{3}He({}^{3}He,\alpha)pp$ reactions / Vasilevsky V. S., Nesterov A. V., Arickx F., Broeckhove J // General Scientific Meeting of Belgian Physical Society – P NP7, Brussels, May 20-21, 1999.

53. Нестеров А. В. Об использования многочастичного осцилляторного базиса при исследовании свойств трехкластерных систем / Нестеров А. В. // В Сб. Тезисы докл. 43 международного совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра - С.159, Дубна, 20-23 апреля, 1993.

54. Гутич И. Ф. Исследование состояний непрерывного спектра тетранейтрона / Гутич И. Ф., Нестеров А. В., Охрименко И. П.// В Сб: Тезисы докл. XXXVIII Совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра, С. 164, Баку, 12-14 апреля, 1988 г.

55. Вильдермут Л. Единая теория ядра / Вильдермут Л., Тан Я. // Пер. с англ. М.: Мир, 1980. 502 с.

56. Филиппов Г. Ф. О возможности использования осцилляторного базиса для решения задач непрерывного спектра / Филиппов Г. Ф. Охрименко И. П. // Ядерная физика - 1980 - Т. 32, вып.4(10). - С. 932-939.

57. Филиппов Г. Ф. Об учете правильной асимптотики в разложениях по осцилляторному базису / Филиппов Г. Ф. // Ядерная физика - 1981. - Т. 33, вып 4. - С. 928-931.

58.Филиппов Г. Ф. Обобщенные когерентные состояния в задачах ядерной физики / Филиппов Г. Ф., Василевский В. С., Чоповский Л. Л. // ЭЧАЯ - 1984. Т. 15, вып. 6 - С. 1338-1385.

59. Филиппов Г. Ф. О резонансах ⁷Li в канале *α*+*t* / Филиппов Г. Ф., Василевский В. С., Чоповский Л. Л. // Ядерная Физика - 1983 - Т. 37, №4 - С. 839 - 836.

60. Филиппов Г. Ф. Исследование состояний непрерывного спектра в системе четырех нуклонов / Филиппов Г. Ф., Василевский В. С., Коваленко Т. П. // Изв. АН СССР, Сер. физическая - 1983 - Т. 47, № 11 - С. 2094-2099.

61. Василевский В. С. О неупругом форм-факторе 0^{+ -}- резонанса ядра ⁴Не / Василевский В. С., Рыбкин И. Ю. // Ядерная физика - 1987 - Т. 46, №2 - С. 419-426.

62. Василевский В. С. Расчет сечения реакции $d(t,n)\alpha$ и параметров $3/2^+$ резонанса ядра ⁵Не / Василевский В. С., Гутич И. Ф., Охрименко И. П. // Ядерная физика - 1987 - Т. 46, № 3 - С. 757-769.

63. Гутич И. Ф. Расчет сечения зеркальных ядерных реакций d(³H,n)α и d(³He, p)α в области подбарьерных энергий / Гутич И. Ф., Охрименко И. П. // Ядерная физика - 1988 - Т. 47, № 5 - С. 1238 - 1245.

64. Василевский В. С. Многоканальная теория 0⁺- резонанса ⁴He / Василевский В. С., Коваленко Т. П., Филиппов Γ. Ф. // Ядерная физика - 1988 - Т. 48, № 2 - С. 80-85.

65. Василевский В. С. Микроскопические исследования процессов фоторасщепления И радиационного захвата легких ядер С учетом взаимодействия коллективных и кластерных степеней свободы / Василевский В. С., Филиппов Г. Ф., Чоповский Л. Л., Кручинин С., П. // Изв. АН СССР, Сер. физическая - 1986 - Т. 50, № 1 - С. 151-156.

66. Василевский В. С. Теоретический анализ зеркальных реакций d(d,n)³He и d(d,p)³H и резонансные состояния ⁴He / Василевский В. С., Рыбкин И. Ю., Филиппов Г. Ф. // Ядерная физика - 1990 - Т. 51, №1 - С. 112 - 123.

67. Filippov G.F. Excitation of ⁸Be monopole resonances under α - α scattering / Filippov G.F., Vasilevsky V.S., Nesterov A. V. // Nucl. Phys. A - 1984 - V. 426, - P. 327-352.

68. Филиппов Г.Ф. О природе монопольных резонансов атомных ядер роболочки / Филиппов Г.Ф., Василевский В.С., Нестеров А. В.// Ядерная физика - 1984 - Т. 38, № 3 - С. 584-590.

69. Филиппов Γ. Ф. Решение задач микроскопической теории ядра на основе техники обобщенных когерентных состояний / Филиппов Г.Ф., Василевский В. С., Чоповский Л. Л. // ЭЧАЯ, -1985. - Т. 16, вып. 2 - С. 349–406.

70. Filippov G. F. Dynamics of the cluster and collective degrees of freedom. / Filippov G. F. // J. Phys. Soc. Japan Suppl. -1989, - V. 58, Issue 1 - P. 118–128.

71. Sytcheva A. Monopole and quadrupole polarization effects on the α - particle description of ⁸Be / Arickx F., Broeckhove J., Vasilevsky V. S. // Phys. Rev. C. - 2005 - V. 71, Issue 4 - P. 044322.

72. Heller E. J. New L^2 approach to quantum scattering: Theory / Heller E. J., Yamani H. A. // Phys. Rev. A. - 1974 - V. 9, Issue 3 - P. 1201–1208.

73. Heller E. J. - matrix method: Application to-wave electron-hydrogen scattering / Heller E. J., Yamani H. A. // Phys. Rev. A. - 1974. - V. 9, Issue 4 - P. 1209–1214.

74. Yamani H. A. J - matrix method: Extensions to arbitrary angular momentum and to Coulomb scattering / Yamani H. A., Fishman L. // J. Math. Phys. - 1975. - V. 16, Issue 4 - P. 410–420.

75. The J -Matrix Method. Developments and Applications / Ed: Alhaidari A. D., Yamani H. A., Heller E. J., Abdelmonem M. S. Netherlands: Springer, 2008, 356 P.

76. Vasilevsky V. S. Algebraic model for quantum scattering: Reformulation, analysis, and numerical strategies / Vasilevsky V. S., Arickx F. // Phys. Rev. A. - 1997 - V. 55, Issue 4 - P. 265–286.

77. Vanroose W. Modified J-Matrix Method for Scattering / Vanroose W., Broeckhove J. Arickx F. // Phys. Rev. Lett. - 2002. - V. 88, Issue 1 - P. 10404.

78. Broeckhove J. Themodified J-matrix method for shortrangepotentials/ Broeckhove J., Arickx F., Vanroose W., Vasilevsky V. S. // J. Phys. A Math. Gen. - 2004. - V. 37, Issue 31 - P. 7769 – 7781.

79. Симонов Ю. А. Ядерные волновые функции для произвольного числа нуклонов / Симонов Ю. А. // Ядерная физика - 1968. - Т. 7, вып. 6 - С. 1210–1220.

80. Бадалян А. М. Задача трех тел. Уравнение для парциальных волн / Бадалян А. М., Симонов Ю. А. // Ядерная физика - 1966 - Т. 3, вып. 6 - С. 1032–1047.

81. Базь А. И. Некоторые приложения метода *к*-гармоник к расчету свойств атомных ядер / Базь А. И., Гринь Ю. Т., Демин В. Ф., Жуков М. В. // ЭЧАЯ. - 1972 - Т. 3, вып. 2 - С. 275–318.

82. Смирнов Ю. Ф. Метод *К*-гармоник и модель оболочек. Смирнов Ю. Ф., Шитикова К. В. // ЭЧАЯ - 1977 - Т. 8, вып. 4. - С. 847–910.

83. Эфрос В. Д. К методу *к* -гармоник в задаче нескольких нуклонов / Эфрос В. Д. // Ядерная физика - 1972. - Т. 15, вып. 1-2 - С. 226–241.

84. Эфрос В. Д. О методе гиперсферических функций / Эфрос В. Д. // Ядерная физика - 1978 - Т. 27, № 3. - С. 845–855.

85. Джибути Р. И. Метод гиперсферических функций в квантовой механике нескольких тел. / Джибути Р. И., Крупенникова Н. Б. // Тбилиси: Мецниереба - 1984 - 144 С.

86. Fabre de la Ripelle M. First order of the hyperspherical harmonic expansion

method / Fabre de la Ripelle M., Navarro J. // Ann. Phys. (N.Y.) - 1979 - V. 123, Issue 1 - P. 185–232.

87. Fabre de la Ripelle M. Beyond first order of the hyperspherical harmonic expansion method / Fabre de la Ripelle M., Fiedeldey H., Weichers G. // Ann. Phys. (N.Y.). - 1982 - V. 138, Issue 2. - P. 275–318.

88. Fabre de la Ripelle M. Green function and scattering amplitudes in manydimensional space / Fabre de la Ripelle M. // Few-Body Syst. - 1993. - V. 14, Issue 2. - P. 1-24.

89. Bargman V. On a Hilbert space of analytic functions and an associated integral transform, part I / Bargman V. // Comm. Pure Appl. Math. - 1961. - V. 14, Issue 3 - P. 187-214.

90. Perelomov A. M. Coherent states for arbitrary Lie group / Perelomov A. M. // Comment Math. Phys. - 1972 - V. 26, Issue 3 - P. 222–236.

91. Переломов А.М. Обобщенные когерентные состояния и их применения. М: Наука, - 1987. -268 С.

92. Mihailovič M. V. The interplay of cluster structures in light nuclei:The model and the application to ⁷Li / Mihailovič M. V., Pljšak M. // Nucl. Phys. -1978 - V. A311, Issue 3 - P. 377-394.

93. Смирнов Ю. Ф. Метод К-гармоник и модель оболочек / Смирнов Ю. Ф., Шитикова К. В. // ЭЧАЯ - 1977 - Т. 8, вып. 4 - С. 847-910.

94. Raynal J. Transformation Coefficients in the Hyperspherical Approach to the three-body problem / Raynal J., Revai J. // Nuovo Cim. - 1970 -V. LXVIII A, № 4 - P. 612-622.

95. Zhukov M. V. Bound state properties of Borromean halo nuclei: ⁶He and ¹¹Li / Zhukov M. V., Danilin B. V., Fedorov D. V., Bang J. M., Thompson I. J., Vaagen J. S. // Phys. Rep. - 1993 - V. 231, Issue 4 - P. 151-199.

96. Нечаев Ю. И. О решении задачи рассеяния в осцилляторном представлении / Нечаев Ю. И., Смирнов Ю. Ф. // Ядерная физика - 1982 - Т. 35, вып. 6. - С. 1385–1391.

97. Vasilevsky V. S. Algebraic model for quantum scattering: Reformulation, analysis, and numerical strategies / Vasilevsky V. S., Arickx F. // Phys. Rev. A - 1997 - V. 55, Issue 4 - P. 265–286.

98. Rakityansky S. A. Jost function for coupled channels / Rakityansky S. A.

Sofianos S. A. // Proc. of Conf. "Few-Body Problems in Physics 98", P. 93-97, Autrans, France, 1 - 6 June, 1998. / Ed.: B. Desplanquesetal. Springer-Wien Publishers - 1999.

99. Masui H. Partial Decay Width sin Coupled-Channel Systems with Complex-Scaled Jost Function Method / Masui H., Aoyama S., Myo T., Kato K // Prog. Theor. Phys. - 1999. - V. 102, No 6 - P. 1119–1131.

100. Fedorov D. V. Three-body halos: Gross properties / Fedorov D. V., Jensen A. S., Riisager K. // Phys. Rev. C. - 1994 - V. 49, Issue 1 - P. 201–212.

101. Бабиков В. В. Метод фазових функций в квантовой механике. М: Наука - 1976 - 287 С.

102. Калоджеро Ф. Метод фазових функций в теории потенциального рассеяния, Пер. с англ. М.: Мир - 1972 - 296 С.

103. Penionzhkevich Yu. E. Complete and incomplete fusion of ⁶Li ions with Bi and Pt / Penionzhkevich Yu. E., Lukyanov S. M., Astabatyan R. A., Demekhina N. A., Ivanov M. P. et al. // J. Phys. G. - 2009 - V. 36, No 2 - P. 025104.

104. Wurzer J. Structure of the helium isotopes ⁴ He-⁸ He / Wurzer J., Hofmann H. M. // Phys. Rev. C. - 1997 -V. 55, Issue 2 - P. 688–698.

105. Varga K. Microscopic multicluster description of neutron-halo nuclei with a stochastic variational method / Varga K., Suzuki Y., Lovas R. G. // Nucl. Phys. A - 1994 - V. 571, Issue 3 - P. 447–466.

106. Karataglidis S. Alternative evaluations of halos in nuclei / Karataglidis S. Dortmans P. J., Amos K., Bennhold C. // Phys. Rev. C - 2000 - V. 61, Issue 2 - P. 024319.

107. Navrátil P. Large-basis shell-model calculations for *p*-shell nuclei / Navrátil P., Barrett B. R. // Phys. Rev. C. - 1998 - V. 57, Issue 6 - P. 3119–3128.

108. Danilin B.V. Dynamical multicluster model for electroweak and chargeexchange reactions / Danilin B. V., Zhukov M. V., Ershov S. N., Gareev F. A., Kurmanov R. S., Vaagen J. S., Bang J. M. // Phys. Rev. C. - 1991 - V. 43, Issue 6 -P. 2835–2843.

109. Csótó A. Neutron halo of ⁶He in a microscopic model / Csótó A. // Phys. Rev. C. -1993 - V. 48, Issue 1 - P. 165–171.

110. Varga K. Microscopic multicluster description of the neutron-rich helium isotopes / Varga K., Suzuki Y., Ohbayasi Y. // Phys. Rev. C. - 1994 - V. 50, Issue

1 - P. 189–195.

111. Данилин Б. В. Резонансное $3 \rightarrow 3$ - рассеяние и структура возбужденных

состояний ядер А = 6 / Данилин Б. В., Жуков М. В. // ЯФ. - 1993. - Т. 56, вып. 4. - С. 67–83.

112. Bang J. M. Few-body aspects of Borromean halo nuclei / Bang J. M. // Phys. Rep. - 1996 - V. 264, Issue 1-5 - P. 27–37.

113. Cobis A. Three-body halos. Computations of continuum spectra for Borromean nuclei / Cobis A., Fedorov D. V., Jensen A. S. // Phys. Rev. C - 1998 - V. 58, Issue 3 - P. 1403–1421.

114. Данилин Б. В. Исследование состояний ядер $A = 6 (J^{\pi} = 0^+, 1^+)$ в микроскопической $\alpha + 2N$ – модели методом гиперсферических функций / Данилин Б. В., Жуков М. В., Чулков Л. В., Коршенинников А. А. // Ядерная физика - 1991 - Т. 53, вып. 1 - С. 71–85.

115. Loveland W. Subbarrier fusion of ⁹Li with ⁷⁰Zn / Loveland W., Vinodkumar A. M., Naik R. S., Sprunger P.H., Matteson B. et al. // Phys. Rev. C - 2006 - V. 74, Issue 6 - P. 064609.

116. Lukyanov S. Study of the 2n-Evaporation Channel in the ^{4,6}He + ^{206,208}Pb Reactions / Lukyanov S., Penionzhkevich Yu. E, Astabatian R.A, Demekhina N.A., Dlouhy Z. et al. // Phys. Lett. B - 2009 - V. 670, Issue 4-5 - P. 321-324.

117. Lemasson A. Modern Rutherford Experiment: Tunneling of the Most Neutron-Rich Nucleus/ Lemasson A., Shrivastava A., Navin A., Rejmund M., Keeley N. et al. // Phys. Rev. Lett. - 2009 - V. 103, Issue 23 - P. 232701.

118. Пинеонжкевич Ю. Э. Экзотические ядра в астрофизике / Пинеонжкевич Ю. // ЭЧАЯ - 2012 - Т. 43, вып. 4, С. 876-915.

119. Caurier E. *Ab initio* shell model for A=10 nuclei / Caurier E., Navr'atil P., Ormand W. E., and Vary J. P. // Phys. Rev. C - 2002, - V 66, Issue 2 - P. 024314.

120. Navrátil P. Ab Initio Shell Model Calculations with Three-Body Effective Interactions for p-Shell Nuclei / Navrátil P. and Ormand W. E. // Phys. Rev. Lett - 2002 - Issue 15 - P. 152502.

121. Navr'atil P. Ab initio shell model with a genuine three-nucleon force for the p- shell nuclei / Navr'atil P., Ormand W. E. // Phys. Rev. C - 2003 - V. 68, Issue 3 - P. 034305.

122. Navrátil P. Nuclear structure with accurate chiral perturbation theory nucleonnucleon potential: Application to ⁶Li and ¹⁰B / Navrátil P., Caurier E. // Phys. Rev. C - 2004 - V. 69, Issue 1 - P.014311.

123. Simpson E. C. Microscopic two-nucleon overlaps and knockout reactions from ¹²C / Simpson E. C., Navrátil P., Roth R, Tostevin J. A. // Phys. Rev. C - V. 86, Issue 5 - P. 054609.

124. Navrátil P. Structure of A=10 - 13 Nuclei with Two- Plus Three-Nucleon Interactions from Chiral Effective Field Theory / Navrátil, P.; Gueorguiev V., Vary J., Ormand P., Nogga A. // Phys. Rev. Letters - 2007. - V. 99, Issue 4. - P. 042501.

125. Shirokov A. M. Realistic nuclear Hamiltonian: Ab exitu approach / Shirokov, A. M., Vary J. P., Mazur A. I.; Weber T. A. // Phys. Lett. B - 2007. - V. 644, Issue 1, - P. 33-37.

126. Pieper S. C. Quantum Monte Carlo calculations of A=9,10 nuclei. / Pieper S. C., Varga K., Wiringa R. B. // Phys. Rev. C - 2002. - V. 66, Issue 4 - P. 044310.

127. Fujlwara Y. Multiconfiguration Resonating-Group Study of the 10-Nucleon System / Y. Fujlwara and Y. C. Tang // Prog. Theor. Phys. - 1995 - V. 93, No. 2 - P. 357-372.

128. Thompson D. R. Systematic investigation of scattering problems with the resonating-group method / Thompson D. R., Lemere M., Tang Y. C. // Nucl. Phys. A - 1977 - V. 286, Issue 1 - P. 53-66.

129. Nishioka H. Two-alpha-particle-plus-dinucleon-cluster model for 10 B and 10 Be / Nishioka H. // Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics - 1984. - V. 10, Issue 12 - P. 1713-1729.

130. Ajzenberg-Selove F. Energy levels of light nuclei A= 5-10 / Ajzenberg-Selove F. // Nucl. Phys. A - 1988 - V. 490, Issue 1 - P. 1 - 225.

131. Ogloblin A. A. Present status of exotic lightest nuclei / Ogloblin A. A. // In Proc. of Conf. "Exotic Nuclei", P. 36–66, Foros, Crimea, 1-5 October 1991. / Ed.: Yu. E. Penionzhkevich and R. Kalpakchieva. World Scientific, Singapore-New Jersey-London-hong kong: 1991.

132. Мигдал А. Б. Две взаимдействующие частицы в потенциальной яме / Мигдал А. Б. // Ядерная физика - 1972. - Т. 16, № 2 - С. 427–434.

133. Василевский В. С. Об астрофизическом факторе реакций t(t,2n) и He(He, 2p) / Василевский В. С., Рыбкин И. Ю. // ЯФ. - 1989. - Т. 50, вып. 3(9). - С. 662–670.

134. Hansen P. G. The neutron halo of extremely neutron-rich nuclei / Hansen P., G. Jonson B. // Europhys. Lett. - 1987 - V. 4, Issue 2 - P. 409 - 414.

135. Volkov A. B. Equilibrum deformation calculation of the ground state energies of 1p shell nuclei / Volkov A. B. // Nucl. Phys. - 1965 - V. 74, Issue 1 - P. 33–58.

136. Tanihata I. Measurement of interaction cross sections using isotope beams of Be and B and isospin dependence of the nuclear radii / Tanihata I, Kobayashy T., Yamakama O., Shimoura S., Ekuni K., Sugimoto K. et al. // Phys. Lett. B - 1988 - V. 206, Issue 4 - P. 592–596.

137. Tanihata I. Revelation of thick neutron skins in nuclei / Tanihata I. Hirata D., Kobayashy T., Shimoura S., Sugimoto K. Toki H. // Phys. Lett. B - 1992 - V. 289, Issue 3-4 - P. 261–266.

138. Alkhazov G.D. Nuclear matter distributions in the ⁶He and ⁸He nuclei from differential cross sections for small-angle proton elastic scattering at intermediate energy / Alkhazov G.D., Dobrovolcky A. V., Egelhof P., Geissel H., Irnich H. et al. // Nucl. Phys. A - 2002. - V. 712, Issue 3-4 - P. 269–299.

139. Alkhazov G. D. Nuclear Matter Distributions in ⁶He and ⁸He from Small Angle p-He Scattering in Inverse Kinematics at Intermediate Energy / Alkhazov G. D.. Andronenko M. N., Dobrovolcky A. V., Egelhof P., Geissel H. et al. // Phys. Rev. Lett. - 1997 - V. 78, Issue 12 - P. 2313-2316.

140. Neumaier S. Study of the Nucleon Density Distribution of ⁶He and ⁸He by Proton Elastic Scattering in Inverse Kinematics / Neumaier S., Alkhazov G. D., Andronenko M. N., Beha T., Behr K-H. et al. // Nucl. Phys. A – 1995, Issue 3 - V. 583. - P. 799–802.

141. Wang L. B. Laser Spectroscopic Determination of the ⁶He Nuclear Charge Radius / Wang L. B., Mueller P., Bailey K., Drake G. W., Greene G. P. et al. // Phys. Rev. Lett. - 2004 - V. 93, Issue 14 - P. 142501.

142. Mueller P. Nuclear Charge Radius of ⁸He / Mueller P., Sulae I. A., Vilari A. C. C., Alcántara-Nűñez J. A. et al. // Phys. Rev. Lett. - 2007 - V. 99, Issue 25 - P. 252501.

143. Caurier E. Proton radii of ^{4,6,8}He isotopes from high-precision nucleonnucleon interactions / Caurier E. Navrátil P. // Phys. Rev. C. - 2006. - V. 73, Issue 2. - P. 021302.

144. Filippov G. F. Peculiar properties of the cluster-cluster interaction induced by the Pauli exclusion principle / Filippov G., Lashko Y. // Phys. Rev. C. – 2004 - V. 70, Issue 6 - P. 064001.

145. Filippov G. F. Norm Kernels and the Closeness Relation for Pauli-Allowed Basis Functions/. Filippov G. F, Lashko Yu., Korennov S. and Kato K. // Few-Body Syst. - 2003 - V. 33, Issue 2-3 - P. 173–198.

146. Filippov G. F. Structure of Light Neutron-Rich Nuclei and Nuclear Reactions Involving These Nuclei / Filippov G., Lashko Yu. // ЭЧАЯ - 2000 - Т. 36, вып. 6 -C. 1373–1424.

147. Lashko Yu. A. How the Pauli principle governs the decay of three-cluster systems / Lashko Yu. A., Filippov G. F. // Nucl. Phys. A - 2008 - V. 806, Issue 1-4 - P. 124–145.

148. Tilley D. R. Energy levels of light nuclei A=8, 9, 10 / Tilley D. R., J. H. Kelley, J. L. Godwin, D. J. Millener, J. E. Purcell, C. G. Sheu, and H. R. Weller // Nucl. Phys. A - 2004. - V. 745 Issue 3 - P. 155-362.

149. Reichstein I. Study of N+ α system with the resonating-group method / Reichstein I., Tang Y. C. // Nucl. Phys. A. - 1970. - Vol. 158, Issue 2 - P. 529 – 545.

150. Ozawa A. Interaction cross sections and radii of light nuclei /. Ozawa A., Tanihata I., Kobayashi T., Sugihara Y., Yamakawa O. et al. // Nucl. Rhys. A - 1996 - V. 608, Issue 1 - P. 63-76.

151. Nörtershäuser W. Nuclear Charge Radii of ^{7,9,10}Be and the One-Neutron Halo Nucleus ¹¹Be / Nörtershäuser W., Tiedemann D., Žáková M., Andjekovich Z., Blaum K. et al. // Phys. Rev. Lett. - 2009 - V. 102. - P. 062503.

152. Arai K. Resonance structure of ⁹Be and ⁹B in a microscopic cluster model / Arai K., Descouvemont P., Baye D. and. Catford W. N // Phys. Rev. C. - 2003 -V. 68, Issue 1 - P. 014310.

153. Danilin B.V. New modes of halo excitation in ⁶He nucleus / Danilin B.V., Rogde T., Ershov S.N., Heiberg-Andersen H.,Vaagen J.S. et al. // Phys. Rev. C. -1997 - V. 55, Issue 2. - P. R577-R581. 154. Csótó A. Three-body resonances in ⁶He, ⁶Li, and ⁶Be, and the soft dipole mode problem of neutron halo nuclei / Csótó A. // Phys. Rev. C. - 1994 - V. 49, Issue 6 - P. 3035-3041.

155. Tanaka N. Exploration of resonances by analytical continuation in the coupling constant / Tanaka N., Suzuki Y., Varga K // Phys. Rev. C. - 1997 - V. 56, Issue 1 - P. 562-565.

156. Jonson B. Light dripline nuclei / Jonson B. // Phys. Rep. - 2004 - V. 389, Issue 1 - P. 1-59.

157. Golovkov M.S. Correlation studies of the ⁵H spectrum / Golovkov, M.S., Grigorenkon L.V., Fomichev A.S., Krupko S.A., Oganessian Yu. A. et al. // Phys. Rev. C -2005 - V. 72, Issue 6 - P. 064612.

158. Ter-Akopian G.M. New insights into the resonance states of ⁵H and ⁵He / Ter-Akopian G.M., Fomichev A.S., Golovkov M.S., Grigorenko L.V., Krupko S.A. et al. // The Eur. Phys. J.A., Supplement - 2005 - V. 25, Issue 1. - P. 315-320.

159. Gurov Y.B. Spectroscopy of superheavy hydrogen isotopes 4 H and 5 H / Gurov Y. B., Behr M. N., Aleshkin D. V., Chernyshev B. A., Lapushkin S. V. et al. // Eur. Phys. J. A - 2005. - V. 24, Issue 2. - P. 231-236.

160. Stepantsov S.V. ⁵H and ⁵He nuclear systems studied by means of the ⁶He + ² H reaction / Stepantsov S. V., Golovkov M. S., Fomichev A. S., Rodin A. M., Sidorchuk S. et al. // Nucl. Phys. A - 2004. - V. 738 - P. 436-439.

161. Chulkov L. V. Heavy hydrogen isotopes 4 H and 5 H / Chulkov L. V. // Nucl. Phys. A. - 2004. - V. 734. - P. 357-360.

162. Meister M. The t+n+n System and 5 H / Meister M., Chulkov L. V., Simon H., Aumann T., Borge M. J. et al. // Phys. Rev. Lett. - 2003. - V. 91, Issue 16. - P. 162504.

163. Golovkov M. S. Evidences for resonance states in ${}^{5}H$ / Golovkov M. S., Oganessian Yu. Ts., Bogdanov D. D., Fomichev A. S., Rodin A. M. et al. // Phys. Lett. B. -2003 - V. 566, Issue 1-2 - P. 70-75.

164. Meister M. Searching for the ⁵H resonance in the t+n+n system / Meister M., Chulkov L. V., Simon H., Aumann T., Borge M. J. et al. // Nucl. Phys. A - 2003 -V. 723, Issue 1-2 - P. 13-31.

165. Sidorchuk S.I. Resonance states of hydrogen nuclei ⁴H and ⁵H obtained in transfer reactions with exotic beams / Sidorchuk S.I., Bogdanov D. D., Fomichev

A. S., Golovkov M. S., Oganessian Yu. Ts. et al. // Nucl. Phys. A - 2003 - V. 719. - P. 229-232.

166. Korsheninnikov A. A. Superheavy Hydrogen ⁵H and Spectroscopy of ⁷He / Korsheninnikov A. A., Golovkov M. S., Ozawa A., Yoshida K., Tanihata I. et al. // Ядерная физика - 2002 - Т. 65, вып. 7. - С. 690-696.

167. Korsheninnikov A. A. Superheavy Hydrogen ⁵H / Korsheninnikov A. A., Golovkov M. S., Tanihata I., Rodin A. M., Fomichev A. S. et al. // Phys. Rev. Lett. - 2001 - V. 87, Issue 9 - P. 092501.

168. Golovkov M. S. Spectroscopy of ⁷ He and Superheavy Hydrogen Isotope ⁵H / Golovkov M. S., Korsheninnikov A. A., Tanihata I., Bogdanov D. D., Chelnokov M. L. et al. // Ядерная физика - 2001. - Т. 64, вып.7 - С. 1315-1318.

169. Shul'gina N. B. Nuclear structure of ⁵H in a three-body ³H+n+n model / Shul'gina N. B. // Phys. Rev. C. - 2000. - V. 62, Issue 1 - P. 014312.

170. Descouvement P. Microscopic cluster study of the ⁵H nucleus / Descouvement P., Kharbach A. // Phys. Rev. C - 2001 - V. 63, Issue 2 - P. 027001.

171. Arai K. Resonance states of ⁵H and ⁵Be in a microscopic three-cluster model / Arai K. // Phys. Rev. C - 2003. - V. 68, Issue 3 - P. 034303.

172. Adahchour A. Microscopic cluster model of ⁵H and ⁵He (T=3/2) / Adahchour A., Descouvemont P. // Nucl. Phys. A - 2008 - V. 813, Issue 3-4. - P. 252-261.

173. Golovkov M. S. Observation of Excited States in ⁵H / Golovkov M. S., Grigorenko L. V., Fomichev A. S., Krupko S. A., Oganessian Yu. Ts. et al. // Phys. Rev. Lett. - 2004. - V. 93, No. 26 - P. 262501.

174. Kukulin V. I. A stochastic variational method for few body systems / Kukulin V. I., Krasnopolsky V. M. // J. Phys. G - 1977 - V. 3, Issue 6 - P. 795-811.

175. Kukulin V. I. Theory of resonances. Principles and applications, Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers, 1989, 360 p.

176. Филиппов Г. Ф. О резонансных состояниях ⁵Не и ⁶Ве / Филиппов Г. Ф., Базавов А. Д., Като К. // ЯФ. - 1999. - Т. 62, вып. 10 - С. 1642-1650.

177. Grigorenko L. V. Broad states beyond the neutron drip line. Examples of 5 H and 4 n / Grigorenko L. V., Timofeyuk N. K., Zhukov M. V. // Eur. Phys. J. A - 2004 - V. 19, Issue 2 - P. 187-201.

178. Grigorenko L.V. Experimental puzzle of ⁵H / Grigorenko L.V. // Eur. Phys. J.

A. - 2004 - V. 20, Issue 2 - P. 419-427.

179. Woosley S. E. The alpha-process and the r-process / Woosley S. E and. Hoffman R. D. // Astrophys. J. Part 1 - 1992 - V. 395, No. 1 - P. 202 - 239.

180. Meyer B. S. R-process nucleosynthesis in the high-entropy supernova bubble /Meyer B. S., Mathews G. J., Howard W. M., Woosley S. E., Hoffman R. D. et al. // Astrophys. J., Part 1-1992. -V. 399, No. 2 - P. 656-664.

181. Howard W. M. Neutron-rich alpha - rich Freeze-out and the r-Process in the High-Entropy Neutrino-energized Supernova Bubble / Howard W. M., Goriely S., Rayet M. and Arnould M. // Astrophys. J., Part 1 - 1993. - V. 417, No. 2 - P.713 - 725

182. Efros V. D. Low energy photodisintegration of ⁹Be and $\alpha + \alpha + n \rightarrow$ ⁹Be $+\gamma$ reactions at astrophysical conditions / Efros V.D., Oberhummer H., Pushkin A., and Thompson I. J. // Eur. Phys. J. A. - 1998. - V. 1, Issue 4 - P. 447 - 453.

183. Tiede M. A. Measurement of low-lying states in ⁹B / Tiede M. A., Kemper K. W., Fletcher N. R., Robson D., Caussyn D. D. et al. // Phys. Rev. C - 1995 - V. 52, Issue 3 - P. 1995-1315.

184. Shoda K. Clusters in the photodisintegration of ⁹Be / Shoda K. and Tanaka T. // Phys. Rev. C - 1999 - V. 59, Issue 1 - P. 239-252.

185. Akimune H. Evidence for a 3.8 MeV state in ⁹B / Akimune H., Fujimura M., Fujiwara M., Hara K., Ishikawa T. et al. // Phys.Rev. C - 2001 - V. 64, Issue 4 - P. 041305.

186. Utsunomiya H. Photodisintegration of ⁹Be with laser-induced Compton backscattered γ rays / Utsunomiya H., Yonezawa Y., Akimune H., Yamagata T., Ohta M. et al. // Phys. Rev. C - 2001 - V. 63, Issue 1 - P. 018801.

187. Fulton B. R. Exclusive breakup measurements for ⁹Be / Fulton B. R., Cowin R. L., Woolliscroft R. J., Clarke N. M., Donadille L. et al. // Phys. Rev. C - 2004 - V. 70, Issue 4 - P. 047602.

188. Prezado Y. Low-lying resonance states in the ⁹Be continuum / Prezado Y., Borge M. J. G., Diget C. Aa., Fraile L. M., Fulton B. R. et al. // Phys. Lett. B -2005 - V.618, Issue 1-4 - P. 43 -50.

189. Papka P. Decay path measurements for the 2.429 MeV state in Be9: Implications for the astrophysical $\alpha+\alpha+n$ reaction / Papka P., Brown T. A. D.,

Fulton B. R., Watson D. L., Fox S. P. et al. // Phys. Rev. C - 2007 - V. 75, Issue 4. - P. 045803.

190. Burda O. Resonance parameters of the first 1/2⁺ state in Be9 and astrophysical implications / Burda O., von Neumann-Cosel P., Richter A., Forssén C., Brown B. A. // Phys. Rev. C - 2010. -V.82, Issue 1 - P 015808.

191. Descouvemont P. ⁹Be and ⁹B nuclei in a microscopic three-cluster model / Descouvemont P. // Phys. Rev. C - 1989 - V.39, Issue 4 - P. 1557-1562.

192. Voronchev V. T. Three-Body Calculations of A = 9 Nuclei with Supersymmetric α - α Potentials / Voronchev V. T., Kukulin V. I., Pomerantsev V. N. and Ryzhikh G. G. // Few-Body Syst. - 1995 - V. 18, Issue 2-4 - P. 191-202.

193. Barker F.C. Energy of the first excited state of ⁹B / Barker F.C. // Phys. Rev. C - 1996 - V. 53, Issue 5 - P. 2539-2541.

194. Arai K. Structure of the mirror nuclei ⁹Be and ⁹B in a microscopic cluster model / Arai K., Ogawa Y., Suzuki Y. and Varga K. // Phys. Rev C - 1996 - V. 54, Issue 1 - P. 132-146.

195. Efros V. D. The first excited states of ${}^{9}Be$ and ${}^{9}B / Efros V. D.$ and Bang J. M. // Eur. Phys. J. A - 1999 - V.4, Issue 1 - P. 33-39.

196. Arai K. Resonance structure of ⁹Be and ⁹B in a microscopic cluster model / Arai K., Descouvemont P., Baye D. and Catford W. N. // Phys. Rev. C - 2001 - V. 68, Issue 1 - P. 014310.

197. Arai K. Structure of the excited states of ¹⁰Be in a microscopic cluster model / Arai K. // Phys. Rev. C -2004 - V.69, Issue 1 - P. 014309.

198. Grigorenko L.V. Three-body resonant radiative capture reactions in astrophysics / Grigorenko L. V. and Zhukov M. V. // Phys. Rev. C - 2005 - V.72, Issue 1 - P.015803.

199. Theeten M. Comparison of local, semi-microscopic, and microscopic threecluster models / Theeten M., Baye D. and Descouvemont P. // Phys. Rev. C - 2006. -V. 74, Issue 4 - P. 044304.

200. Filikhin I. ⁹Be Low-Lying Spectrum Within a Three-Cluster Model / Filikhin I., Suslov V. M. and Vlahovic B. // Few-Body Syst. -2011 - V. 50, Issue 1-4 - P. 255-258.

201. Tilley D. R. Energy levels of light nuclei A=5, 6, 7 / Tilley D. R., Cheves C. M., Godwin J. L., Hale G. M., Hofmann H. M. et al. // Nucl.Phys. A - 2002 -V. 708, Issue 1. - P. 3–163.

202. Aoyama S. Binding Mechanism of a Neutron-Rich Nucleus ⁶He and Its Excited States / Aoyama S., Mukai S., Kato K., Ikeda K. // Prog. Theor. Phys. - 1995 - V. 93, No 1 - P. 99-114.

203. Aoyama S. Theoretical Predictions of Low-Lying Three-Body Resonance States in ⁶He / Aoyama S., Mukai S., Kato K., Ikeda K. // Prog. Theor. Phys. - 1995 - V. 94, No 3 - P. 343-352.

204. Grigorenko L. V. Three-body decay of ⁶Be / Grigorenko L. V., Wiser T. D., Mercurio K., Charity R. J., Shane et al. // Phys. Rev. C - 2009. - V. 80, Issue 3 - P. 034602.

205. Hasegawa A. Ground state of 6 Li / Hasegawa A., Nagata S. // Prog. Theor. Phys. - 1971 - V. 45, No 6 - P. 1786-1807.

206. Tanabe F. $\alpha - \alpha$ scattering at intermediate energies / Tanabe F., Tohsaki A., Tamagaki R. // Prog. Theor. Phys. - 1975 - V. 53, No 3 - P. 677-691.

207. Csótó A. Low-lying continuum structures in ⁸B and ⁸Li in a microscopic model / Csótó A. // Phys. Rev. C. - 2000. - V. 61, Issue 2 - P. 024311.

208. Myo T. Resonances and continuum states in the breakup of halo nuclei / Myo T. Aoyama S., Kato K., Ikeda K. // Nucl. Phys. A - 2004 - V. 738, Issue 3 - P. 298-302.

209. Hellinckx P. User experiences with nuclear physics calculations on H_2O and on the BE grid / Hellinckx P., Broeckhove J., Arickx F., Vasilevsky V.S. // Lecture Notes in Compter Science. - 2005 - V. 3515 - P. 1081-1088.

210. Tilley D. R. Energy levels of light nuclei A = 4 / Tilley D. R., Weller H. R., Hale G. M. // Nucl. Phys. A - 1992 - V. 541, Issue 1 - P.1-104.

211. Tombrello T. A. Phase-Shift Analysis of T(n,n)T / Tombrello T.A.// Phys. Rev. - 1966 - V. 143, Issue 3 - P. 772-774.

212. Sytcheva A. Influence of monopole and quadrupole channels on the cluster continuum of the lightest *p*-shell nuclei / Sytcheva A., Broeckhove J., Arickx F., Vasilevsky V. S.// J. Phys. G - 2006 - V. 32, Issue 11 - P. 2137-2155.

213. Csótó A. S-matrix and R-matrix determination of the low-energy ⁵He and ⁵Li resonance parameters / Csótó A., Hale G.M. // Phys. Rev. C - 1997. - V. 55, Issue

11 - P. 536-539.

214. Harris F.E. Expansion Approach to Scattering / Harris F.E. // Phys. Rev. Lett. - 1967 - V. 19, Issue 4 - P. 173-175.

215. Nesbet R. K. Analysis of the Harris Variational Method in Scattering Theory / Nesbet R. K. // Phys. Rev. - 1968 - V. 175, Issue 1 - P. 134-142.

216. Ho Y. K. The method of complex coordinate rotation and its applications to atomic collision processes / Ho Y. K. // Phys. Rep. -1983. - V. 99, Issue 1 - P. 1-68.

217. Burlein M. Energies and widths of states in ⁹B / Burlein M., Fortune. H.T., Kutt P.H., Gilman R., Sherr R. et al. // Phys. Rev. C - 1988. - V. 38, Issue 5 - P. 2078 - 2080.

218. Arena N. Energy and width measurement of the ⁹B first excited state observed by the ¹⁰B(³He, α)⁹B(p)⁸Be and ¹⁰B(³He, α)⁹B(α)⁵Li reactions / Arena N., Cavallaro Seb., Fazio G., Giardina G., Italiano A. et al. // Europhys. Lett. - 1988. - V. 5 - P. 517.

219. Buchmann L. β -delayed particle decay of ⁹C and the A=9, T=1/2 nuclear system: R-matrix fits, the A=9 nuclear system, and the stellar reaction rate of ⁴He(α n, γ)⁹Be / Buchmann L., Gete E., Chow J. C., King J. D., Measday D. F. // Phys. Rev. C - 2001 - V. 63, Issue 3 - P. 034303.

220. Sherr R. Low-lying levels of ${}^{9}B$ / Sherr R. and Fortunen H.T. // Phys. Rev. C - 2004 - V. 70, Issue 5 - P. 054312.

221. Baldwin T. D. First excited $1/2^+$ state in ${}^{9}B$ / Baldwin T. D., Catford W. N., Mahboub D., Timis C. N., Ashwood N. et al. // Phys. Rev. C - 2012. - V. 86, Issue 3 - P. 034330.

222. Tanaka N. Unbound states by analytic continuation in the coupling constant / Tanaka N., Suzuki Y., Varga K. and Lovas R. G. // Phys. Rev. C - 1999 - V. 59, Issue 3 - P. 1391-1399.

223. Descouvement P. Microscopic three-cluster study of the low-energy 9 Be photodisintegration / Descouvement P. // Eur. Phys. J. A - 2001 - V.12, Issue 4 - P. 413-419.

224. Kuechler G. Line shape and excitation strength of the first excited state in ⁹Be / Kuechler G., Richter A. and von Witsch W. // Z. Phys. A - 1987. - V. 326, Issue 4 - P. 447-454.

225. Glickman J. P. Electron scattering from ⁹Be / Glickman J.P., Bertozzi W., Buti T. N., Dixit S., Hersman F. et al. // Phys. Rev. C - 1991 - V. 43, Issue 4 - P. 1740-1757.

226. Barker F. C. The low-energy ${}^{9}Be(\gamma, n){}^{8}Be$ cross section / Barker F.C. // Austr. J. Phys. - 2000. - V. 53, Issue 2 - P. 247-257.

227. Mukha I. The reaction of triple radiative capture $\alpha\alpha(n,\gamma)^9$ Be studied in a β decay of ⁹Li / Mukha I., Kavatsyuk M., Algora A., Batist L., Blazhev A. et al. // Nucl. Phys. A - 2005. - V. 758 - P. 647-650.

228. Typel S. Microscopic study of the low-energy ${}^{3}\text{He}({}^{3}\text{He},2p){}^{4}\text{He}$ and ${}^{3}\text{H}({}^{3}\text{H},2n){}^{4}\text{He}$ fusion cross sections / Typel S., Blüge G., Langanke K., Fowler W. // Z. Phys. A - 1991 - V. 339, Issue 2 - P. 249–253.

229. Descouvement P. Microscopic analysis of the 3 He(3 He,2p) 4 He and 3 H(3 H,2n) 4 He reactions in a three-cluster model / Descouvement P. // Phys. Rev. C - 1994 - V. 50, Issue 2 - P. 2635–2638.

230. Csótó A. Large-space cluster model calculations for the 3 He(3 He,2p) 4 He and 3 H(3 H,2n) 4 He reactions / Csótó A., Langanke K. // Nucl. Phys. A - 1999 - V. 646, Issue 3 - P. 387–396.

231. Varga K. Precise solution of few-body problems with the stochastic variational method on a correlated Gaussian basis / Varga K., Suzuki Y. // Phys. Rev. C - 1995 - V. 52, Issue 2 - P. 2885–2905.

232. Papp Z. Integral equations for three-body Coulombic resonances / Papp Z., Filikhin I. N., Yakovlev S. L. // Few Body Syst. - 2001 - V. 30, Issue 1-2 - P. 31-37.

233. Серов В. И. Измерение полного сечения реакции ³ H(t,2n)α / Серов В. И., Абрамович С. Н., Моркин Л. А // Атомная энергия - 1977 - Т. 42, № 1 - С. 59–61.

234. Говоров А. М. Спектры *α* -частиц и дифференциальные сечения реакции ³ H(t,2n)*α* под углом 90° / Говоров А. М // ЖЭТФ - 1961 - Т. 41, вып. 3(9) - С. 703-707.

235. Brown R. E. Hydrogen fusion-energy reactions / Brown R. E., Jarmie N. // Radiat. Eff. - 1986 - V.92, No 1-4 - P. 45–57.

236. Agnew H. M. Measurement of the cross section for the reaction $T + T \rightarrow {}^{4}$ He + 2n + 11.4 MeV / Agnew H. M., Leland W. T.; Argo H. V.; Crews R. W.,

Hemmendinger A. H. et al. // Phys. Rev. - 1951 - V. 84, Issue 4 - P. 862-863.

237. Krauss A. Astrophysical S(E) factor of 3 He(3 He,2p) 4 He at solar energies / Krauss A., Becker H. W., Trautvetter H. P., Rolfs C. // Nucl. Phys. A - 1987 - V.467, Issue 2 - P. 273–290.

238. Bonetti R. First Measurement of the ³He(³He,2p)⁴He Cross Section down to the Lower Edge of the Solar Gamow Peak / Bonetti R., Broggini C.; Campajola L., Corvisiero P., D'Alessandro A. et al. // Phys. Rev. Lett - 1999 - V. 82, Issue 26 - P. 5205–5208.

239. Junker M. The cross section of 3 He(3 He,2p) 4 He measured at solar energies / Junker M., D'alessandro A., Zavatarelli S., Arpesella C., Bellotti E. et al // Phys. Rev. C – 1998 - V. 57, Issue 5 - P. 2700–2710.

240. Dwarakanath M. R. 3 He(3 He,2p) 4 He total cross-section measurements below the Coulomb barrier / Dwarakanath M. R., Winkler H. // Phys. Rev. C - 1971 - V. 4, Issue 5 - P. 1532–1540.

241. Stubeda D. J. $N+^{6}Li$ system with flexible cluster wave function / Stubeda D. J., Fujiwara Y., and Tang Y. C. // Phys. Rev. C - 1982. - V. 26, Issue 6 - P. 2410 - 2416.

242. Kanada H. Convergence features in the pseudostate theory of the $d+\alpha$ system / Kanada H., Kaneko T. and Tang Y. C. // Phys. Rev. C - 1988. - V. 38, Issue 5 - P. 2013 - 2018.

243. Kanada H. Specific distortion effects in ${}^{3}H + \alpha$ and ${}^{3}He + \alpha$ systems / Kanada H., Kaneko T. and Tang Y. C. // Nucl. Phys. A - 1982. -V. 380, Issue 1 - P. 87-110.

244. Kanada H. Specific distortion effects in the d + α system and charge form factor of ⁶Li / Kanada H., Kaneko T. and Tang Y. C. // Nucl. Phys. A - 1982. - V. 389, Issue 2 - P. 285-300.

245. Kanada H. Specific Distortion Effects in the d+alpha System with a Repulsive Three-Nucleon Potential / Kanada H., Kaneko T., Nomoto M. and Tang Y. C. // Prog. Theor. Phys. - 1984. - V.72, No. 2. - P. 369 - 372.

246. Kanada H. Characteristic features of specific distortion in light nuclear systems / Kanada H., Kaneko T., Shen P. N. and Tang Y. C. // Nucl. Phys. A - 1986 - V. 457, Issue 1 - P. 93-108.

247. Kajino T. Effect of Breathing Excitations of the Triton Nucleus on the α t Cluster Structure of ⁷Li / Kajino T., Matsuse T. and Arima A. // Nucl. Phys. A - 1984 - V. 414, Issue 2 - P. 185 - 205.

248. Filippov G. F. High-lying monopole resonances in ⁸Be / Filippov G. F., Vasilevsky V. S. and Nesterov A. V. // Bull. Acad. Sci. USSR, Phys. Ser. - 1984. - V. 48, № 1 - P. 91–96.

249. Filippov G. F. Collective excitations of ⁴He in d+d, n+³He and p+³H scattering / Filippov G. F., Vasilevsky V. S., Bruno M., Canatae F., D'Agostsno M., Ortolani F. // Sov. J. Nucl. Phys. - 1990. - V. 51, №5 - P. 978-983.

250. Филиппов Г. Ф. О природе резонансов наблюдаемых в фотоядерных реакциях / Филиппов Г. Ф., Василевский В. С., Чоповский Л. Л., Кручинин С. П. // Ядерная физика – 1986 - Т. 43, № 4 - С. 843–853.

251. Deumens E. Analysis of resonances in ⁸Be using polarized α -particles / Deumens E. // Nucl. Phys. A - 1984 - V. 423, Issue 1 - P. 52-76.

252. Vasilevsky V. S. A Microscopic Model for Cluster Polarization, applied to the Resonances of ⁷Be and the Reaction ⁶Li(p,³He)⁴He / Vasilevsky V. S., Arickx F., Broeckhove J. and Kovalenko T. P. // in Proceedings of the 24th International Workshop on Nuclear Theory, P. 202-207, Rila Mountains, Bulgaria, 2005, Ed. by S. Dimitrova (Heron Press, Bulgaria, 2005).

253. Varga K. Stochastic variational method with a correlated Gaussian basis / Varga K. and Suzuki Y. // Phys. Rev. A - 1996. - V. 53, Issue 3 - P. 1907-1910.

254. Varga K. Microscopic description of light unstable nuclei with the stochastic variational method / Varga K., Suzuki Y., Arai K. and Ogawa Y. // Nucl. Phys. A - 1997 - V. 616, Issue 1 - P. 383-393.

255. Hiyama E. Gaussian expansion method for few-body systems / Hiyama E., Kino Y. and Kamimura M. // Prog. Part. Nucl. Phys. - 2003 - V. 51, Issue 1. - P. 223-307.

256. Dubovichenko S. B. Photodisintegration of the ⁷Li Nucleus through the n⁶Li in the Potential Cluster Model Involving Forbidden States Channel / Dubovichenko S. B. // Phys. At. Nucl. - 1997 - V. 60, №2 - P. 195-199.

257. Arai K. Low-energy ⁶He+p reactions in a microscopic multicluster model / Arai K., Descouvemont P. and Baye D. // Phys. Rev. C -2001 - V. 63, Issue 4 - P. 044611.

258. Fujiwara Y. Multiconfiguration resonating-group study of scattering and reaction cross sections in the seven-nucleon system / Fujiwara Y., Liu Q. K. K. and Tang Y. C. // Phys. Rev. C - 1988. - V. 38, Issue 4. - P. 1531-1536.

259. Fujiwara Y. Multiconfiguration resonating-group theory of the seven-nucleon system with realistic cluster wave functions / Fujiwara Y. and Tang Y. C. // Phys. Rev. C - 1985. - V. 31, Issue 2 - P. 342-359.

260. Kaneko T. Microscopic theory of the ${}^{3}H+\alpha$ system with the multichannel resonating-group method / Kaneko T., Shirata M., Kanada H. and Tang Y. C. // Phys. Rev. C - 1986. - V. 34, Issue 3 - P. 771-779.

261. Mertelmeier T. Consistent cluster model description of the electromagnetic properties of lithium and beryllium nuclei / Mertelmeier T. and Hofmann H. M. // Nucl. Phys. A - 1986. - V. 459, Issue 2. - P. 387-416.

262. Hofmann H. M. The nuclear systems ⁷Li and ⁷Be in a resonating group model / Hofmann H. M., Mertelmeier T. and Zahn W. // Nucl. Phys. A - 1983 - V. 410, Issue 2 - P. 208-236.

363. Walliser H. Electromagnetic and weak transitions in the seven-nucleon systems / Walliser H., Liu Q. K. K., Kanada H. and Tang Y. C. // Phys. Rev. C - 1983 - V. 28, Issue 1 - P. 57-66.

264. Kajino T. The ³He(α , γ)⁷Be and ³He(α , γ)⁷Li reactions at astrophysical energies / Kajino T. // Nucl. Phys. A - 1986. - V. 460, Issue 3 - P. 559–580.

265. Kajino T. Resonating-group calculation of radiative capture reactions $\alpha({}^{3}\text{He},\gamma){}^{7}\text{Be}$ and $\alpha(t,\gamma){}^{7}\text{Li}$ at astrophysical low energies / Kajino T., Arima A. // Phys. Rev. Lett. - 1984 - V. 52 - P. 739-742.

266. Angulo C. A compilation of charged-particle induced thermonuclear reaction rates / Angulo C., Arnould M., Rayet M., Descouvemont P., Baye D. et al. // Nucl. Phys. A - 1999 - V. 656, Issue 1 - P. 3-183.

267. Adelberger E. G. Solar fusion cross sections / Adelberger E. G., Austin S. M., Bahcall J. N., Balantekin A. B., Bogaert G. et al. // Rev. Mod. Phys. - 1998 - V. 70, Issue 4 - P. 1265-1291.

268. Bahcall J. N. Standard solar models, with and without helium diffusion, and the solar neutrino problem / Bahcall J. N. and Pinsonneault M. H. // Rev. Mod. Phys. - 1992 - V. 64, Issue 4 - P. 885-926.

269. Wallerstein G. Synthesis of the elements in stars: forty years of progress / Wallerstein G., Iben I. Jr., Parker P., Boesgaard A. M., Hale G. M. et al. // Rev. Mod. Phys. - 1997 - V. 69, Issue 4 - P. 995-1084.

270. Arnould M. Nuclear astrophysics / Arnould M. and Takahashi K. // Rep. Prog. Phys. - 1999 - V. 62, Issue 3 - P. 393-462.

271. Descouvement P. Compilation and R-matrix analysis of Big Bang nuclear reaction rates / Descouvement P., Adahchour A., Angulo C., Coc A. and Vangioni-Flam E. // Atomic Data and Nuclear Data Tables - 2004 - V. 88, Issue 1 - P. 203-236.

272. Costantini H. The 3 He(α , γ) 7 Be S-factor at solar energies: The prompt γ experiment at LUNA / Costantini H., Bemmerer D., Confortola F., Formicola A., Gyurky G. et al. // Nucl. Phys. A - 2008 - V. 814, Issue 1-4 - P. 144-158.

273. Di Leva A. Recoil separator ERNA: Measurement of ${}^{3}\text{He}(\alpha,\gamma)^{7}\text{Be}$ / Di Leva A., de Cesare M., Schurmann D., de Cesare N., D'Onofrio A. et al. // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A - 2008 - V. 595, Issue 2 - P. 381-390.

274. Cyburt R. H. Evaluation of modern ${}^{3}\text{He}(\alpha,\gamma)^{7}\text{Be}$ data / Cyburt R. H. and Davids B. // Phys. Rev. C - 2008 - V. 78, Issue 6 - P. 064614.

275. Di Leva A., Measurement of the ${}^{3}\text{He}(\alpha,\gamma)^{7}\text{Be}$ cross section with the recoil separator ERNA / Di Leva A. and for the ERNA Collaboration // J. Phys. G, Nucl. Phys - 2008 - V. 35, Issue 1 - P. 014021.

276. Gyurky G. Comparison of the LUNA ${}^{3}\text{He}(\alpha,\gamma)^{7}\text{Be}$ activation results with earlier measurements and model calculations / Gyurky G., Bemmerer D., Confortola F., Costantini H., Formicola A. et al. // J. Phys. G, Nucl. Phys. - 2008. - V. 35, Issue 1 - P. 014002.

277. Brown T. A. D. ${}^{3}\text{He}+{}^{4}\text{He} \rightarrow {}^{7}\text{Be}$ astrophysical S factor / Brown T. A. D., Bordeanu C., Snover K. A., Storm D. W., Melconian D. et al. // Phys. Rev. C -2007 - V. 76, Issue 5. - P. 055801.

278. Confortola F. Astrophysical S factor of the ${}^{3}\text{He}(\alpha,\gamma){}^{7}\text{Be}$ reaction measured at low energy via detection of prompt and delayed γ -rays / Confortola F., Bemmerer D., Costantini H., Formicola A., Gyurky G. et al. // Phys. Rev. C - 2007. - V. 75, Issue 6 - P.065803.

279. Gyurky G. ${}^{3}\text{He}(\alpha,\gamma){}^{7}\text{Be}$ cross section at low energies / Gyurky G., Confortola F., Costantini H., Formicola A., Bemmerer D. et al. // Phys. Rev. C - 2007 - V. 75, Issue 3. - P. 035805.

280. Bemmerer D. Activation Measurement of the ${}^{3}\text{He}(\alpha,\gamma){}^{7}\text{Be}$ Cross Section at Low Energy / Bemmerer D., Confortola F., Costantini H., Formicola A., Gyurky G. // Phys. Rev. Lett. - 2006. - V. 97, Issue 12. - P. 122502.

281. Costantini H. Towards a high-precision measurement of the ${}^{3}\text{He}(\alpha,\gamma){}^{7}\text{Be}$ cross section at LUNA / Costantini H., Bemmerer D., Bezzon P., Bonetti R., Broggini C. // Eur. J. Phys. A - 2006. - V. 27, Issue 1 - P. 177-180.

282. Nara Singh B. S. A New Precision Measurement of the 3 He(4 He, γ)7Be Cross section / Nara Singh B. S., Hass M., Nir-El Y. and Haquin G. // Nucl. Phys. A - 2005. - V. 758. - P. 689-692.

283. Singh B. S. New Precision Measurement of the ${}^{3}\text{He}({}^{4}\text{He},\gamma){}^{7}\text{Be}$ Cross Section / Singh B. S., Hass M., Nir-El Y. and Haquin G. // Phys. Rev. Lett. - 2004. - V. 93, Issue 26. - P. 262503.

284. Liu Q. K. K. Microscopic study of ${}^{3}\text{He}(\alpha,\gamma){}^{7}\text{Be}$ electric-dipole capture reaction / Liu Q. K. K., Kanada H. and Tang Y. C. // Phys. Rev. C - 1981 - V.23, Issue 2 - P. 645-656.

285. Baye D. Electromagnetic transitions and radiative capture in the generatorcoordinate method / Baye D. and Descouvemont P. // Nucl. Phys. A - 1983. - V. 407, Issue 1 - P. 77-97.

286. Walliser H. Comment on Resonating-Group Calculation of Radiative Capture Reactions $\alpha({}^{3}\text{He},\gamma)^{7}\text{Be}$ and $\alpha(t,\gamma)^{7}\text{Li}$ at Astrophysical Low Energies / Walliser H., Kanada H. and Tang Y. C. // Nucl. Phys. A - 1984. - V. 419, Issue 4 - P. 133-139.

287. Baye D. Antisymmetrization effects in radiative capture reactions / Baye D. and Descouvemont P. // Ann. Phys. (N.Y.) - 1985. - V. 165, Issue 1 - P. 115–147.

288. Liu Q. K. K. Validity of macroscopic models for the ${}^{3}\text{He}(\alpha,\gamma)^{7}\text{Be}$ electricdipole capture reaction / Liu Q. K. K., Kanada H. and Tang Y. C. // Phys. Rev. C -1986 - V. 33, Issue 5 - P. 1561-1568.

289. Kajino T., Mathews G. J. and Ikeda K. Branching ratios for ${}^{3}\text{He}(\alpha,\gamma)^{7}\text{Be}$ and ${}^{3}\text{H}(\alpha,\gamma)^{7}\text{Li}$ / Kajino T., Mathews G. J. and Ikeda K. // Phys. Rev. C - 1989 - V. 40, Issue 2 - P. 525-530.

290. Kajino T. Nuclear-matter radii of ⁷Be and ⁷Li and astrophysical S-factors for radiative alpha-capture reactions / Kajino T., Toki H., Kubo K. I. and Tanihata I. // Phys. Lett. B - 1988. - V. 202, Issue 4 - P. 475–478.

291. Kajino T. Radiative alpha-capture rates leading to A=7 nuclei - Applications to the solar neutrino problem and Big Bang nucleosynthesis / Kajino T., Austin S. M. and Toki H. // Astrophys. J. Part 1 - 1987 - V. 319 - P. 531-540.

292. Kajino T. The 3 He(α , γ) 7 Be and 3 He(α , γ) 7 Li reactions at astrophysical energies / Kajino T. // Nucl. Phys. A - 1986. - V. 460, Issue 3 - P. 559-580.

293. Chopovsky L. L. On the astrophysical S-factor of ${}^{3}\text{He}(\alpha,\gamma)^{7}\text{Be}$ and ${}^{3}\text{H}(\alpha,\gamma)^{7}\text{Li}$ reactions at zero energy / Chopovsky L. L. // Phys. Lett. B - 1989 - V. 229, Issue 4 - P. 316-320.

294. Mohr P. Low-energy ³He (α,α) ³He elastic scattering and the ³He (α,γ) ⁷Be reaction / Mohr P. // Phys. Rev. C - 2009 - V. 7, Issue 69 - P. 065804.

295. Buck B. Cluster model of A=7 nuclei revisited, and the astrophysical S factors for ${}^{3}\text{He}(\alpha,\gamma){}^{7}\text{Be}$ and ${}^{3}\text{H}(\alpha,\gamma){}^{7}\text{Li}$ at zero energy / Buck B. and Merchant A. C. // J. Phys. G - 1988 - V.14, Issue 10 - P. L211-L216.

296. Buck B. Cluster model of A=7 nuclei and the astrophysical S factor for ${}^{3}\text{He}(\alpha,\gamma)^{7}\text{Be}$ at zero energy / Buck B., Baldock R. A. and Rubio J. A. // J. Phys. G - 1985 - V. 11, Issue 1 - P. L11–L16.

297. Mohr P. Alpha scattering and capture reactions in the A=7 system at low energies / Mohr P., Abele H., Zwiebel R., Staudt G., Krauss H. et al. // Phys. Rev. C - 1993. - V. 48, Issue 3 - P. 1420–1427.

298. Igamov S. B. Nuclear vertex constants for the virtual-disintegration reactions ⁷Li -> α + t and ⁷Be -> α +³He and for the direct-radiative-capture processes T(α , γ)⁷Li and ³He(α , γ)⁷Be at astrophysical energies / Igamov S. B., Tursunmuratov T. M. and Yarmukhamedov R. // Phys. Atom. Nucl. - 1997 - V. 60, Issue 7 - P. 1126-1132.

299. Cso'to' A. Study of the 3 He(4 He, γ) 7 Be and 3 H(4 He, γ) 7 Li Reactions in an Extended Two-Cluster Model / Cso'to' A. and Langanke K. // Few-Body Syst. - 2000 - V. 29, Issue 1-3 - P. 121-130.

300. Arai K. Microscopic study of the ${}^{6}Li(p, \gamma){}^{7}Be$ and ${}^{6}Li(p, \alpha){}^{3}He$ reactions / Arai K., Baye D. and Descouvement P. // Nucl. Phys. A - 2002 -V. 699, Issue 3 - P. 963-975.

301. Descouvement P. Microscopic theory of the ${}^{8}Be(\alpha,\gamma){}^{12}C$ reaction in a threecluster model / Descouvement P. and Baye D. // Phys. Rev. C - 1987 - V. 36, Issue 1 - P. 54-59. 302. Descouvement P. The ${}^{7}Be(p, \gamma) {}^{8}B$ reaction in a microscopic three-cluster model / Descouvement P. and Baye D. // Nucl. Phys. A - 1988. - V. 487, Issue 2. - P. 420-432.

303. Descouvement P. Microscopic cluster study of the ${}^{7}Be(p,\gamma){}^{8}B$ and ${}^{17}F(p,\gamma){}^{18}Ne$ reactions at astrophysical energies / Descouvement P. and Dufour M. // Nucl. Phys. A - 2004. - V. 738. - P. 150–154.

304. Vasilevsky V. S. Theoretical Analysis of Resonance States in ⁴H, ⁴He and ⁴Li above Three-Cluster Threshold / Vasilevsky V., Arickx F., Broeckhove J. and Romanov V. N. // In Proceedings of the 10th InternationalConference on Nuclear Reaction Mechanisms,Varenna, Italy, June 9–13, 2003, Ricerca Scientificaed Educazione Permanente, Suppl.- 2003 - No. 122, P. 73 - 79 (Review of the University of Milano).

305. Vasilevsky V. Theoretical Analysis of Resonance States in ⁴H, ⁴He and ⁴Li above Three-Cluster Threshold / Vasilevsky V., Arickx F., Broeckhove J. and Romanov V. N. // Ukr. J. Phys. - 2004. - T. 49, № 11 - C. 1053–1059.

306. Faddeev L. D. and Merkuriev S. P. Quantum Scattering Theory for Several Particle Systems KluwerAcademic Publ., Dordrecht; Boston; London, 1993, 405 p.

307. Kajino T. E1 polarizability of ⁷Li and astrophysical S factor for ${}^{4}\text{He}(t,\gamma){}^{7}\text{Li}$ / Kajino T., Bertsch G. F. and Kubo K. // Phys. Rev. C - 1988 - V. 37, Issue 2 - P. 512-519.

308. Spiger R. J. Scattering of He³ by He⁴ and of He⁴ by Tritium / Spiger R. J. and Tombrello T. A. // Phys. Rev. - 1967. - V. 163, Issue 4 - P. 964-984.

309. Boykin W. R. Scattering of ³He and ⁴He from polarized ³He between 4 and 10 MeV / Boykin W. R., Baker S. D. and Hardy D. M. // Nucl. Phys. A - 1972 - V. 195, Issue 1 - P. 241-249.

310. Филиппов Г. Ф. О структуре монопольных резонансов легких атомных ядер / Филиппов Г. Ф., Василевский В. С., Нестеров А. В. // Ядерная физика - 1984. - Т. 40, вып. 6 - С. 1418-1429.

311. Baye D. Cross section expansion for direct neutron radiative capture / Baye D. // Phys. Rev. C - 2004. - V. 70, Issue 1 - P. 015801.

312. Baye D. Electromagnetic transitions and radiative capture in the generatorcoordinate method / Baye D. and Descouvemont P. // Nucl. Phys. A -1983 - V. 407, Issue 1 - P. 77-97. 313. Walliser H. Study of the ${}^{3}\text{He}(\alpha,\gamma){}^{7}\text{Be}$ radiative-capture reaction with resonating-group wave functions / Walliser H., Kanada H. and Tang Y. C. // Nucl. Phys. A - 1984. - V. 419, Issue 1 - P. 133-147.

314. Canton L. Low-energy radiative-capture reactions within two-cluster coupledchannel description / Canton L. and Levchuk L. G. // Nucl. Phys. A - 2008. - V. 808, Issue 1-4 - P. 192-219.

315. Baye D. Behaviour of radiative-capture reactions near zero energy / Baye D. // Nucl. Phys. A - 2005 - V.758. - P. 114-117.

316. Nemets O. F. Nucleon Clusters in Atomic Nuclei and Many-Nucleon Transfer Reactions. (in Russian). / Nemets O. F., Neudachin V. G., Rudchik A. T., Smirnov Yu. F. and Tchuvil'sky Yu. M. // Kiev: Naukova Dumka, 487 P., 1988, P. 244.

317. Tanihata I. Measurements of interaction cross sections and nuclear radii in the light p-shell region / Tanihata I., Hamagaki H., Hashimoto O., Shida Y., Yoshikawa N. K. et al. // Phys. Rev. Lett. - 1985. - V. 55, Issue 24 - P. 2676-2679.

318. Glättli H. Direct Measurement of the Spin-Dependent Capture and Scattering of Slow Neutrons by ⁶Li / Glättli H., Abragam, A.; Bacchella, G. L., Fourmond M., Mériel P. et al. // Phys. Rev. Lett. - 1978 - V. 40, Issue 12 - P. 748-750.

319. Mughabghab S. F. Atlas of neutron resonances resonance parameters and thermal cross sections Z=1-100, National Nuclear Data Center, Brookhaven National Laboratory, Elsevier Science - 2006 - 1372 P.

320. De Vries H. Nuclear Charge-Density-Distribution Parameters from Electron Scattering / De Vries H., de Jager C. W. and de Vries C. // Atomic Data and Nuclear Data Tables - 1987 - V. 36. - P. 495-536.

321. Vermeer W. J. An experimental verification of the validity of the reorientation-effect technique for the determination of nuclear quadrupole moments / Vermeer W. J., Esat M. T., Fewell M. P., Spear R. H., Baxter A. M. and Burnett S. M. // Phys. Lett. B - 1984. - V. 138, Issue 5-6 - P. 365-368.

322. Weller A. Electromagnetic excitation of aligned ⁷Li nuclei / Weller A., Egelhof P., Čaplar R., Karban O., Krämer D. et al. // Phys. Rev. Lett. - 1985. - V. 55, Issue 5 - P. 480-483.

323. Nörtershäuser W. Nuclear Charge Radii of ^{7,9,10}Be and the One-Neutron Halo Nucleus ¹¹Be / Nörtershäuser W., Tiedemann D., Žáková M., Andjelkovic Z., Blaum K. et al. // Phys. Rev. Lett. - 2009 - V. 102, Issue 6 - P. 062503.

324. Su J. Neutron spectroscopic factors of ⁷Li and astrophysical ⁶Li (n,γ) ⁷Li reaction rates / Su J., Li Z., Guo B., Bai X., Li Z. et al. // ArXiv e-prints 1001.4329, Jan. 2010.

325. Burkova N. A. One-nucleon spectroscopy of light nuclei / Burkova N. A., Zhaksybekova K. A. and Zhusupov M. A. // Phys. Part. Nucl. - 2009 - V. 40, Issue 2 - P. 162-205.

326. Kräwinkel H. The ${}^{3}\text{He}(\alpha,\gamma){}^{7}\text{Be}$ reaction and the solar neutrino problem / Kräwinkel H., Becker H. W., Buchmann L., Görres J., Kettner K. U. et al. // Z. Phys. A Hadrons and Nuclei - 1982 - V. 304. - P. 307-332.

327. Schröder U. Astrophysical S-factor of ${}^{3}H(\alpha,\gamma)^{7}Li$ / Schröder U., Redder A., Rolfs C., Azuma R. E., Buchmann L., Campbell C., King J. D. and Donoghue T. R. // Phys. Lett. B - 1987 - V. 192, Issue 1-2 - P. 55-58.

328. Brune C. R. 3 H(α,γ)⁷Li reaction at low energies / Brune C. R., Kavanagh R. W. and Rolfs C. // Phys. Rev. C - 1994 - V. 50, Issue 4 - P. 2205-2218.

329. Ungar J. E. Search for the tetraneutron by the double-charge-excharge of negative pions / Ungar J. E., McKeown R. D., Geesaman D. F., Holt R. J., Specht J. R et. al. // Phys. Lett. B - 1984 - V. 144, Issue 5-6 - P. 333-336.

330. Агеев В. А. О существовании легких нейтронных ядер / Агеев В. А., Вишневский И. Н., Гаврилюк В. И. Желтоножский В.А., Лашко Т. Н., Стринльчук Н. В. – К., КИЯИ – 1985 – 11 с. (Препринт /НАН Украины, Институт ядерных исследований; КИЯИ-85-4).

331. Белозеров А. В. Поиск ³п и ⁴п в реакции ⁷Li+¹¹B / Белозеров А. В., Борча Р., Длоуглы З., Калинин А. М., Нгуен Хоай Тьяу, Пинеонжкевич Ю. Э. // Письма ЖЭТФ - 1987 - V. 44, вып. 11 - С. 498-501.

332. Александров Д. В. Поиски тетранейтрона в реакции ⁷Li+⁷Li / Александров Д. В., Глухов Ю. А., Никольский Е. Ю. Новацкий Б. Г. Оглоблин А. А., Степанов Д. Н. // Ядерная Физика - 1988 - V. 47, вып. 1 - С. 3-6.

333. Tang Y. C. Nonexistence of the tetraneutron / Tang Y. C., Beyman B. P., // Phys. Rev. Lett. - 1965 - V. 15, Issue 4 - P. 165-168.

334. Бадалян А. М. Уровни в системе четырех нуклонов / Бадалян А. М., Гадалян Е. С., Ляховицкий В.Н // Ядерная Физика - 1967 - Т. 6, вып. 3 - С. 473-487.

335. Thompson D. R. Study of the d+d system using the method of resonating group structure / Thompson D. R. / Nucl. Phys. A - 1970 - V. 143, N_{2} - P. 304-314.

336. Baz A. I. Do multineutron realy exist? / Baz A. I., Bragin V. R // Phys. Lett. B -1972 – V. 39, №5 - P. 599-600.

337. Инопин Е. В. О возможности существования мультинейтронов / Инопин Е. В., Кириченко Ю. В. // УФЖ - 1988 - V. 33, №2 - С. 176-178.

338. Сименог И. В. Вариационные оценки возможности существования мультинейтронов. / Сименог И. В. // В Сб. Тезисы докладов XXXVII Совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. С. 167, Юрмала, 14-17 апреля, 1987.

339. Бадалян А. М. Резонансы в системе ⁴Н. / Бадалян А. М., Белова Т. И., Конюхова Н. Б., Эфрос В. Д. // Ядерная Физика - 1985 - Т. 41, вып. 6 - С. 1460-1469.

340. Delves L. M. Tetriary and general order collision / Delves L. M. // Nucl. Phys. - 1960 - V. 120, №3 - P. 1058 - 1069.

341. Smith F. T. Generalized angular momentum in many-body collisions / Smith F. T. // Phys. Rev. - 1960 - V. 120, №3 - P. 1058 - 1069.

342. Fabre de la Rippelle M. Photodisintagration of ³He into 3 nucleons. / Fabre de la Rippelle M., Levinger J. S // Nuovo Cim. A - 1975 - V. 25, №2 - P. 555 - 570.

343. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. М., "Наука", 1979, С. 55-119.

344. Krasnopolsky V. M. Construction of S - matrix from scattering data. / Krasnopolsky V. M., Kukulin V. M. Horacek J. // Chechoclovak Journal of Physics B. - 1985 - V. 35 N_{2} 8 - P. 805-819.

345. Базь А. И., Гольданский В. И., Гольдберг В. З., Зельдович Я. Б. Легкие и промежуточные ядра вблизи границ нуклонной стабильности. М., "Наука", 1972, 170 С.

346. Кезерашвили Р. Я. Существует ли тетранейтрон? / Кезерашвили Р. Я. // Ядерная Физика - 1986 - V. 44, вып. 3(9) - С. 842-844.

347. Lashko Yu. A. Cluster structure of a low-energy resonance in tetraneutron / 2008 - V. 71, P. 209–214.

348. Kisamori K. Candidate Resonant Tetraneutron State Populated by the 4 He(8 He, 8 Be) Reaction / Kisamori K., Shimoura S., Miya H., Michimasa S. Ota S. et al // Phys. Rew. Lett. – 2016 – V.116 - 052501.

В заключение автор считает своим приятным долгом выразить искреннюю благодарность доктору физико-математических наук, профессору Г. Ф. Филиппову за постоянную поддержку и многочисленные обсуждения полученных результатов.

Особую признательность хотелось бы выразить моему постоянному на протяжении многих лет соавтору В. С. Василевскому, а также другим соавторам: И. Ф Гутичу, Т. П. Коваленко, С. В. Кореннову, А. Г. Косинову, И. П. Охрименко, И. Ю. Рыбкину, О. Ф. Чернову, Ф. Ариксу, Я. Брукхову, П. Ван Лейвену, П. Хеликсу.

Также считаю необходимым поблагодарить всех сотрудников отдела структуры атомных ядер, а также сотрудников отдела теории ядра и квантовой теории поля за многочисленные научные дискуссии и теплые человеческие отношения.