

Національна академія наук України
Інститут теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова

На правах рукопису

Набока Владислав Юрійович

УДК 539.172.17, 539.172.12

Термалізація та еволюція сильновзаємодійної матерії в інтегрованій
гідрокінетичній моделі ядро-ядерних зіткнень

01.04.02 — теоретична фізика

Дисертація на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Науковий керівник
Синюков Юрій Михайлович
доктор фіз.-мат. наук

Київ — 2016

ЗМІСТ

| | |
|---|-----------|
| Перелік умовних позначень | 4 |
| ВСТУП | 5 |
| РОЗДІЛ 1 ЗАЛЕЖНІСТЬ ФЕМТОСКОПІЧНИХ МАСШТАБІВ ДЛЯ МЕЗОННИХ ТА БАРІОННИХ ПАР ВІД ПО- ПЕРЕЧНОЇ МАСИ | 10 |
| 1.1 Вступ | 10 |
| 1.2 Каонні та піонні фемтоскопічні кореляції | 12 |
| 1.3 Аналітична модель фемтоскопічних радіусів | 14 |
| 1.4 Аналітична апроксимація результатів гідрокінетичної моделі | 18 |
| 1.5 Висновки | 23 |
| РОЗДІЛ 2 КОРЕЛЯЦІЙНІ ФУНКЦІЇ ПРОТОН-ЛЯМБДА ДЛЯ ЛНС З УРАХУВАННЯМ ЗАЛИШКОВИХ КОРЕ- ЛЯЦІЙ | 36 |
| 2.1 Вступ | 36 |
| 2.2 Отримання баріон-баріонних довжин розсіяння | 37 |
| 2.3 Формалізм | 39 |
| 2.4 Результати та обговорення | 41 |
| 2.5 Висновки | 44 |
| РОЗДІЛ 3 ОПИС ПРЕТЕРМІЧНОЇ СТАДІЇ ЯДРО-ЯДЕРНИХ ЗІТКНЕНЬ ТА ФОРМУВАННЯ ПОЧАТКОВИХ УМОВ ДЛЯ ГІДРОДИНАМІЧНОЇ ЕВОЛЮЦІЇ | 51 |
| 3.1 Вступ | 51 |
| 3.2 Імпульсно-енергетична релаксаційна динаміка для нерівноважного початкового стану | 55 |
| 3.3 Результати та обговорення | 59 |

| | | |
|--|--|------------|
| 3.4 | Висновки | 69 |
| РОЗДІЛ 4 ТЕРМАЛІЗАЦІЯ, ЕВОЛЮЦІЯ ТА LHC СПОСТЕ- РЕЖУВАНІ В ІНТЕГРОВАНІЙ ГІДРОКІНЕТИЧНІЙ МОДЕЛІ ЯДРО-ЯДЕРНИХ ЗІТКНЕНЬ | | 80 |
| 4.1 | Вступ | 80 |
| 4.2 | Опис моделі | 82 |
| 4.2.1 | Початковий стан | 82 |
| 4.2.2 | Претермальна стадія еволюції матерії | 83 |
| 4.2.3 | Еволюція матерії в термально та хімічно майже рівноважній області | 86 |
| 4.2.4 | Стадія партиклізації | 86 |
| 4.2.5 | Адронний каскад | 87 |
| 4.3 | Результати та обговорення | 88 |
| 4.3.1 | Висновки | 92 |
| РОЗДІЛ 5 ВИСНОВКИ | | 100 |
| Список використаних джерел | | 102 |

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

- QGP – quark-gluon plasma – кварк-глюонна плазма
- SPS – англ. *Super Proton Synchrotron* – Протонний суперсинхротрон (ЦЕРН, Женева)
- LHC – англ. *Large Hadron Collider* – Великий адронний колайдер (ЦЕРН, Женева)
- RHIC – англ. *Relativistic Heavy Ion Collider* – Релятивістський колайдер важких іонів (Брукхевен, США)
- HBT – Hanbury-Brown and Twiss – Хенбері Браун та Твіс

ВСТУП

Актуальність теми. Актуальність дослідження ультрарелятивістських зіткнень важких іонів зумовлена кількома обставинами. По-перше, вони дають можливість дослідження сильновзаємодіючої матерії при високих густинах енергії. Кварки та глюони не спостерігаються в вакуумі у вільному стані, оскільки сильна взаємодія зв'язує їх між собою, призводячи до так званого конфайменту. Така взаємодія описується в квантовій хромодинаміці. У нормальному стані всі спостережувані частинки безкольорові або кольорово нейтральні. Але при високих температурах сильний зв'язок між ними послаблюється, трапляється деконфаймент, і кольорово заряджені об'єкти можуть пропагувати на більші відстані.

Останні дослідження показали, що на проміжній стадії ядро-ядерного зіткнення речовина поводить себе як рідина. З цим пов'язане широке застосування гідродинамічних моделей, які успішно використовуються для опису поведінки матерії на цій стадії при енергіях прискорювачів SPS, RHIC та LHC. Для генерації початкових умов для таких моделей використовуються генератори подій, такі як MC-Glauber, MC-KLN, IP-Glasma. Але отримані таким чином початкові умови не є термічно рівноважними, ні глобально, ні навіть локально. До останнього часу основна увага була приділена вирішенню проблем моделювання переходу від рідини до адронного газу на останньому етапі гідродинамічної еволюції, на якому умова локальної рівноваги вже не задовольняється. В той же час не існує загальноприйнятої моделі нерівноважної динаміки та термалізації початкового стану. Вирішення проблеми переходу від початкових станів матерії до її гідродинамічного розширення є одною із основних задач дисертаційного дослідження.

Іншою причиною дослідження ультрарелятивістських ядро-ядерних зіткнень є утворення в них екзотичних частинок у великій кількості. Це дає можливість досліджувати фундаментальні взаємодії у парах таких частинок, які неможливо досліджувати іншими методами, наприклад у традиційних експериментах з розсіяння.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дана ди-

сертаційна робота була виконана у відділі фізики високих густин енергії Інституту теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова Національної академії наук України. Вона є складовою частиною широкого кола досліджень властивостей сильновзаємодіючої речовини в екстремальних умовах (високі температури та густини), що проводились у відділі в рамках наступних державних програм:

2013: Дослідження сильновзаємодіючої матерії та структури адронів в релятивістських зіткненнях адронів та ядер. Номер державної реєстрації – 0113U001092, шифр – 1.4.1.

Мета і задачі дослідження. Метою даної роботи є опис просторово-часової структури та еволюції матерії, утвореної в ультрарелятивістських зіткненнях ядер свинцю при енергії LHC $\sqrt{s} = 2.76$ TeV на нуклонну пару. Особливу увагу приділено претермальній стадії процесу зіткнення, тобто стадії від генерації нерівноважного початкового стану до її термалізації і початку в'язкої гідродинамічної еволюції сильновзаємодійної матерії, яка в подальшому трансформується в газ взаємодіючих адронів, що швидко розширюється. Опис та передбачення спостережуваних фізичних величин, зокрема, фемтоскопічний аналіз, у такій моделі, дозволяє реконструювати картину зіткнення ядер. Для досягнення мети було поставлено наступні задачі:

1. Обчислення інтерферометричних радіусів для тотожних піонів та каонів за допомогою гідрокінетичної моделі.
2. Дослідження залежності фемтоскопічних масштабів від поперечної маси для різних пар: піон-піон, каон-каон, протон-протон, протон-лямбда. Побудова аналітичного наближення для цих масштабів, що дозволяє вимірювати час максимальної емісії адронів різного сорту.
3. Дослідження кореляційної функції протон-антилямбда та антипротон-лямбда з урахуванням залишкових кореляцій та просторово-часової структури ядро-ядерних зіткнень у термінах функції джерела випромінювання.
4. Моделювання еволюції на претермальній стадії за допомогою релаксаційної моделі, що описує поступовий перехід від початкової стадії до гідродинамічного опису.
5. Побудова інтегрованої гідрокінетичної моделі для опису еволюції ядро-ядерного зіткнення від початкової стадії до кінцевого розльоту частинок.

Об'єктом дослідження є просторово-часова структура та еволюція систем, що формуються при зіткненні ультрарелятивістських важких йонів свинцю з енергією $\sqrt{s} = 2.76$ TeV.

Предметом дослідження є профілі густини енергії та швидкості в певний момент власного часу системи, імпульсні спектри, множинності всіх заряджених частинок, коефіцієнти анізотропного поперечного потоку, двочастинкові імпульсні кореляційні функції та інтерферометричні радіуси.

Методи дослідження. У дисертаційній роботі застосовано метод комп'ютерного моделювання в рамках релаксаційної та інтегрованої гідрокінетичної моделі еволюції речовини, утвореної при зіткненнях ультрарелятивістських важких йонів, а також аналітичні та чисельні методи.

Наукова новизна отриманих результатів. В дисертаційній роботі отримано наступні оригінальні результати:

1. Обчислено інтерферометричні радіуси пар піонів та каонів для випадку RHIC, проведено порівняння з експериментальними даними. Також зроблено передбачення аналогічних величин для зіткнень на LHC при енергії $\sqrt{s_{NN}} = 5.125$ TeV на нуклонну пару. Отримано баріон-антибаріонні функції джерела.
2. Отримано аналітичну формулу для поздовжніх інтерферометричних радіусів, що дозволяє обчислювати час максимального випромінювання. Пояснені основні причини порушення m_T -скейлінгу між каонами та піонами.
3. Зроблено передбачення для кореляційних функцій протон-антилямбда та антипротон-лямбда для зіткнень на LHC при енергії $\sqrt{s} = 2.76$ TeV на нуклонну пару з урахуванням залишкових кореляцій.
4. Проведено моделювання претермальної стадії ядро-ядерного зіткнення за допомогою релаксаційної моделі, отримано профілі густини енергії та швидкості при різних початкових умовах. Досліджена залежність результатів від параметрів релаксаційної моделі.
5. Проведено моделювання ядро-ядерного зіткнення від початкової до кінцевої стадії за допомогою інтегрованої гідрокінетичної моделі, отримані спектри, коефіцієнти анізотропії, множинності всіх заряджених частинок та фемтоскопічні радіуси при різних початкових умовах, значеннях коефі-

цієнта в'язкості та параметрах релаксаційної моделі.

Практичне значення отриманих результатів. Отримані в роботі результати мають теоретичний характер та можуть бути застосовані для дослідження просторово-часової структури матерії, народженої у зіткненнях ультрарелятивістських важких йонів, а також для аналізу спостережуваних величин в експериментах з ядро-ядерних зіткнень і теоретичного передбачення результатів майбутніх експериментів з ядро-ядерними зіткненнями.

Особистий внесок здобувача. В роботі [1] проведено комп'ютерне моделювання зіткнення важких йонів на ранній стадії. Для цього було модифіковано гідродинамічний модуль “vHLL” [52] шляхом включення до нього релаксаційної моделі претермічної стадії. За допомогою комп'ютерних обчислень отримано профілі густини енергії та швидкості в момент часу, що відповідає переходу до гідродинамічної стадії.

У роботі [2] в рамках інтегрованої гідрокінетичної моделі проведено обчислення спектрів, коефіцієнтів анізотропії, множинностей та фемтоскопічних радіусів. Проведено аналіз залежності результатів від значень параметрів моделі.

У роботі [3] в рамках гідрокінетичної моделі були зроблені передбачення інтерферометричних радіусів для зіткнень свинцю при енергії LHC $\sqrt{s_{NN}} = 5.125$ TeV на нуклонну пару.

У роботі [4] в рамках гідрокінетичної моделі була зроблена спільна апроксимація спектрів піонів та каонів, з якої отримані значення параметрів, необхідних для подальшого моделювання фемтоскопічних шкал.

У роботі [5] в рамках гідрокінетичної моделі було проведено моделювання гідродинамічної стадії, результати якого використовуються для опису подальшої еволюції розльоту окремих частинок та обчислення функції джерела і кореляційних функцій.

В роботі [109] за допомогою методу градієнтного спуску проведена апроксимація розподілів нуклонів з заданою кількістю зіткнень за поздовжньою компонентою імпульсу, отриманих з моделі ультрарелятивістської квантової молекулярної динаміки.

Апробація результатів дисертації. Усі висвітлені у даній дисертації результати були представлені на семінарах в Інституті теоретичної фізики ім. М.

М. Боголюбова Національної академії наук України, доповідалися та обговорювалися на міжнародних конференціях:

- XVI GDRE Workshop Heavy Ions at Relativistic Energies, Nantes July 07 – 13, 2014 “ The relaxation model of the matter thermalization in A+A collisions” (plenary talk).
- International Conference of Young Scientists “Modern problems of theoretical physics”, BITP, Kiev, November 25–27, 2014 “Initialization of hydrodynamics in relativistic heavy ion collisions with energy-momentum transport model”.
- XVII GDRE Workshop Heavy Ions at Relativistic Energies, Nantes June 28 – July 04, 2015 “Thermalization, evolution and LHC-observables in the integrated hydrokinetic model of nuclear collisions” (plenary talk).
- NICA days 2015, Warsaw, Poland, November 3-7, 2015 “Thermalization, evolution and observables in the integrated hydrokinetic model of heavy ion collisions”.

Публікації. Результати даної дисертаційної роботи представлені у 7 роботах, що опубліковані у провідних фізичних журналах та у матеріалах міжнародних конференцій. А саме, 6 з них – це видані у журналах оригінальні статті, [1], [2], [3], [4], [5], [109], і 1 робота у збірках праць та тез конференцій [110].

Структура та обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається із вступу, 4 розділів, висновків та бібліографії, яка містить 110 посилань. Дисертація включає 43 рисунки, які винесені в кінець кожного розділу. Загальний об’єм роботи становить 111 сторінок друкованого тексту.

РОЗДІЛ 1

ЗАЛЕЖНІСТЬ ФЕМТОСКОПІЧНИХ МАСШТАБІВ ДЛЯ МЕЗОННИХ ТА БАРІОННИХ ПАР ВІД ПОПЕРЕЧНОЇ МАСИ

1.1 Вступ

Гідрокінетична модель [11], [12] - [14], [58] дозволяє описувати спостережувані для найбільш високих енергій RHIC та LHC. Вона також відтворює часопросторову картину адронного випромінювання, оскільки відтворює не тільки спектри та еліптичні потоки при різних центральностях, а й також фемтоскопічні шкали для різних сортів частинок. У розділі 4, присвяченому доробкам дисертаційної роботи по розширенню гідрокінетичної моделі будуть розглядатися та аналізуватися всі її деталі. У цьому розділі ми показуємо в цьому розділі результати, що включають в себе передбачення для каонної та піонної фемтоскопії для RHIC та LHC, так же як аналіз кореляцій $\bar{p}\Lambda$.

Просторочасові профілі випромінювання частинок в ядро-ядерних, протон-(анти)протонних та протон-ядерних зіткненнях суттєво визначаються динамікою процесу зіткнення [82, 83, 84, 86]. Тому кореляційна інтерферометрія [87, 88], що вимірює фемтоскопічні масштаби за допомогою одночастинкових (або багаточастинкових) кореляцій дозволяє вивчати такі процеси експериментально. Відповідні фемтоскопічні шаблони можуть бути представлені у різних виглядах. Один з них — залежність інтерферометричних радіусів $R_i(k_T = |\mathbf{p}_{T1} + \mathbf{p}_{T2}|/2)$ від імпульсу k_T , що отримується з тривимірної гаусової апроксимації $q^i = p_1^i - p_2^i$ двочастинкової кореляційної функції $C(\mathbf{q}, k_T)$, визначеної як відношення двочастинкового спектру до добутку одночастинкових. Інший вигляд — функція джерела $S(\mathbf{r}^*)$ [89], що описує розподіл пар частинок по відстані \mathbf{r}^* між двома частинками, що випромінюються, в системі спокою пари. Обидва шаблони доповнюють один одного, і надійна модель має описувати/передбачати обидва згадані типи фемто-

скопичних спостережуваних, якщо вона описує детальну просторочасову картину процесу зіткнення.

Важливо відзначити, що поведінка кореляційної функції також залежить від сорту частинок. Детальна поведінка цієї функції може бути використана для відрізнення різних сценаріїв еволюції матерії та випромінювання частинок в процесі зіткнення. Наприклад, гідродинамічна картина ядро-ядерних зіткнень в частковому випадку нехтовно малого поперечного потоку приводить до однакової залежності поздовжніх радіусів $R_l(k_T)$ від $m_T^{-1/2}$ для пар ідентичних піонів та каонів, і навіть приводить до повного m_T -скейлінгу у випадку спільного фрїзауту [83, 84, 86].

У [75] було отримано, що гідрокінетична модель (НКМ) [105, 90, 65, 58] передбачає сильне порушення такого скейлінгу між піонами та каонами для ЛНС, та передбачає замість нього k_T -скейлінг (для $k_T > k_0 \approx 0.4 \text{ GeV}/c$). В цьому розділі ми детально аналізуємо фізичні причини порушення m_T -скейлінгу. Як з'ясувалося, причини досить загальні, є надія що знайдені особливості будуть підтвержені в експериментальному порівняльному аналізі ЛНС для даних по піонній та каонній фемтоскопії. Ми також робимо передбачення для залежності фемтоскопічних масштабів від m_T в інших випадках, включаючи радіуси мезонних та баріонних функцій джерела.

Для спрощення теоретичного дослідження, ми розглядаємо аналітичні результати, що описують залежність фемтоскопічних масштабів від m_T (або k_T) в ситуації з сильними поперечними потоками, типічними для енергій RHIC та ЛНС. Ми виводимо просту аналітичну формулу для такого сценарію, що добре апроксимує результати гідрокінетичної моделі для різних адронних пар. Оскільки гідрокінетична модель описує одночасно велику кількість спостережуваних, вона дає експериментаторам простий інструмент для оцінки часу життя фаєрболу.

1.2 Каонні та піонні фемтоскопічні кореляції

Фемтоскопічні парні кореляційні функції, що враховують можливі статистики Бозе-Ейнштейна та Фермі-Дірака, так же як сильну та кулонівську взаємодію в кінцевому стані, мають вигляд:

$$C(p, q) = 1 + \lambda \frac{\int d^4x_1 d^4x_2 g_1(x_1, p) g_2(x_2, p) \left(|\psi(\tilde{q}, r)|^2 - 1 \right)}{\int d^4x_1 g_1(x_1, p_1) \int d^4x_2 g_2(x_2, p_2)} = 1 + \lambda \left\langle \left(|\psi(\tilde{q}, r)|^2 - 1 \right) \right\rangle, \quad (1.1)$$

де $\psi(\tilde{q}, r)$ — редукована амплітуда Бете-Салпетера [73], $g(x)$ — функція емісії, $r = x_1 - x_2$, $R = (x_1 + x_2)/2$, $q = p_1 - p_2$, $p = (p_1 + p_2)/2$, та $\tilde{q} = q - p(qp)/p^2$. Параметр подавлення $0 \leq \lambda \leq 1$ може виникнути за рахунок багатьох причин: кінцева роздільна здатність детектора, невірна ідентифікація частинок, когерентність і т.д. Для ідентичних бозонів (в наближенні гладкості) з тільки кулонівською взаємодією в кінцевому стані рівн.(1.1) може бути апроксимоване як [74]

$$C(p, q) = 1 - \lambda + \lambda \left\langle |\psi_{-\mathbf{k}^*}^c(\mathbf{r}^*)|^2 \right\rangle (1 + \langle \cos(qx) \rangle), \quad (1.2)$$

де $\langle \cos(qx) \rangle = \exp(-q_{out}^2 R_{out}^2 - q_{side}^2 R_{side}^2 - q_{long}^2 R_{long}^2 - \dots c.t.)$, та $\psi_{-\mathbf{k}^*}^c(\mathbf{r}^*)$ — кулонівська хвильова функція, $\mathbf{k}^* = \tilde{\mathbf{q}}^*/2$ в системі спокою пари.

Гідрокінетична модель в її гібридній формі [58] використовує поперечний профіль густини енергії Монте-Карло Глаубера $\epsilon(\mathbf{r}_T) = \epsilon_0 \tilde{\epsilon}(\mathbf{r}_T)$, що відноситься до власного часу $\tau = 0.1 \text{ fm}/c$, як початкові умови. Нормовочна константа ϵ_0 визначається з експериментальної множинності всіх заряджених частинок. Стадія після партіклізації описується адронним каскадом UrQMD. Всі обговорені в цьому розділі результати були отримані при одних і тих же початкових умовах. Спектри та v_2 -коефіцієнти в ядро-ядерних зіткненнях RHIC та LHC для різних центральностей, піонна та каонна фемтоскопія при вищій енергії RHIC, піонна фемтоскопія для енергії LHC показані в [12]-[14], [58]. Передбачення для одно- та тривимірної каонної інтерферометрії для LHC $\sqrt{s} = 2.76 \text{ TeV}$ показані в [75]. На рис. 1.1 ми показуємо передбачення для каонних та піонних інтерферометричних радіусів в

зіткненнях свинцю для вищої енергії LHC $\sqrt{s} = 5.125$ TeV. Цікавим результатом є k_T -скейлінг між піонами та каонами, що спостерігається при $k_T > 0.3 - 0.4$ GeV/c. Помітимо також різницю в поведінці параметра подавлення λ для піонів та каонів, яка спричинена тим, що останні не мають так багато материнських довгоживучих резонансів. Добре відомо, що не можна отримати функцію емісії $g(x)$ з кореляційної функції (CF) (1.1). Навіть якщо гаусове наближення для кореляційної функції є досить точним, інтерферометричні радіуси інтерпретуються як довжини однорідності, але можуть бути пов'язані з функцією емісії тільки в рамках деякої моделі. Проте існує функція, що характеризує випромінювання та може бути вилучена з кореляційної функції без використання гаусового наближення та просторочасових моделей. Ця функція називається функцією джерела. Функція джерела — це розподіл відносних відстаней між двома випроміненими частинками в системі спокою пари. Вона може бути легко визначена з рівн. (1.1) після часткового інтегрування по напівсуммі координат двох частинок, що випромінюються. Тоді

$$C(\mathbf{q}^*, \mathbf{p}=\mathbf{0}) - 1 = \int d^3r^* \int dt^* s(r^*, \mathbf{0})(|\psi(\mathbf{r}^*, \mathbf{q}^*)|^2 - 1) = \int d^3r^* S(\mathbf{r}^*)K(\mathbf{r}^*, \mathbf{q}^*), \quad (1.3)$$

де $S(\mathbf{r}^*) = \int dt^* s(r^*, \mathbf{0})$ — функція джерела. Щоб отримати її з експериментальних даних по кореляціям, використовується процедура імеджингу. В гідрокінетичній моделі вона може бути отримана із самої моделі. Результати обчислень [76] показані на рис. 1.2. Можна спостерігати добре відтворення негаусових функцій джерела (значення функцій при великих значеннях відстані перебільшені в моделі тому що експериментальні кореляційні функції подавлені для дуже великих відстаней). Це означає, що окрім спектрів та інтерферометричних масштабів гідрокінетична модель також відтворює деякі дуже важливі деталі адронного процесу випромінювання.

1.3 Аналітична модель фемтоскопічних радіусів

Гідрокінетична модель (див. деталі в [58]) була розроблена для симуляцій еволюції речовини, утвореної в релятивістських зіткненнях важких йонів та описання/передбачення спостережуваних для RHIC та LHC. В [58] був отриманий досить добрий опис для спектрів всіх заряджених частинок та окремо піонів, каонів, (анти)протонів для різних центральностей, і також еліптичні потоки. Відносно фемтоскопічних масштабів, було підтверджено гідрокінетичне передбачення [91] про зменшення відношення $\frac{R_{out}}{R_{side}}$ в ядро-ядерних зіткненнях на LHC порівняно з RHIC. Також гідрокінетична модель добре описує піонні інтерферометричні радіуси в протон-протонних зіткненнях з енергією LHC $\sqrt{s} = 7$ TeV, якщо включити квантовий принцип невизначеності в квазікласичний генератор подій [92].

Всі результати для ядро-ядерних зіткнень отримані з одними й тими ж початковими умовами для часу $\tau = 0.1$ fm/c, що утворені генератором GLISSANDO [55] (зі зміною шкали максимальної густини енергії при переході від RHIC до LHC), одним і тим же типом гідродинамічної еволюції (однак з різними баріохімічними потенціалами для RHIC та LHC), одною й тою ж найнижчою температурою $T_{ch} = 165$ MeV, для якої локальна термічна та хімічна рівновага ще існує в середовищі, що розширюється гідродинамічно, та з каскадом UrQMD після стадії партуклізації. Таке самоузгоджене моделювання даних, включаючи фемтоскопічні дані, показує що просторочасова картина випромінювання частинок в моделі може служити посиланням для майбутніх досліджень, не зважаючи на те, наскільки розвиненими можуть бути майбутні моделі. Помітимо, що в гідрокінетичній моделі та схожих моделях багато факторів діють одночасно, результати можуть бути отримані тільки за допомогою багаточасових чисельних розрахунків, і не завжди очевидно, наскільки кожний фізичний параметр впливає на просторочасову картину випромінювання частинок в процесі зіткнення.

Тут представлені деякі аналітичні оцінки спектру та фемтоскопічних масштабів, з ціллю визначити основні параметри, що впливають на розподіл частинкового випромінювання в просторі та часі. В посиланнях [90, 93] проблема утворення

спектрів в гідродинамічному наближенні ядро-ядерних зіткнень розглядається в рамках рівнянь Больцмана. Аналітично показано та проілюстровано за допомогою чисельних розрахунків, що імпульсний спектр частинок може бути описаний рецептом Купера-Фрая [94] незважаючи на те, що фрїзаут не гострий та має скінчену часову довжину. Остання дорівнює оберненій частоті зіткнень частинок в 4-точках $(t_\sigma(\mathbf{r}, p), \mathbf{r})$ максимального випромінювання частинок для фіксованого імпульсу p . Набір цих точок формує гіперповерхні $t_\sigma(\mathbf{r}, p)$, що залежать від значень p та в основному не обгороджують повністю початково густу речовину. Це — суттєва відмінність від стандартного рецепту Купера-Фрая, зі спільною гіперповерхнею фрїзауту (що зазвичай представляє собою ізотерму) для всіх імпульсів p . Також, добре відома проблема підходу Купера-Фрая — від’ємні доданки до спектру від непростороподібних частин гіперповерхні фрїзауту — природнім чином вирішується в цьому вдосконаленому/узагальненому рецепті: для кожного імпульсу p гіперповерхня σ_p завжди простороподібна.

В цьому розділі ми частково використовуємо результати [95, 96] та розглядаємо гіперповерхню постійного Бйоркенівського (власного) часу τ , σ_p : $\tau = const$, як поверхню максимального випромінювання для достатньо малих імпульсів частинок. Було показано [93], що така гіперповерхня, обмежена в поперечному напрямку \mathbf{r}_T , типічна для м’яких частинок. Для частинок з великим імпульсом, $p_T > 0.8 \text{ GeV}/c$, гіперповерхня максимального випромінювання відрізняється від $\tau \approx const$: існує кореляція між поперечним радіусом та часом випромінення (див. деталі в [95, 96]). Для обрізання гіперповерхні максимального випромінювання (м. е.) $\tau = \tau_{m. e.} = const$ в поперечній площині при малих імпульсах, та для отримання в той же час аналітичної апроксимації, ми використовуємо Гаусовий фактор обрізання $\rho(\mathbf{r}_T)$ таким чином, як це пропонувалося в [95, 96]. Конкретніше, функція Вігнера для бозонів в майже центральних подіях має вигляд:

$$f_{l.eq.}(x, p) = \frac{1}{(2\pi)^3} [\exp(\beta p \cdot u(\tau_{m.e.}, \mathbf{r}_T) - \beta\mu) - 1]^{-1} \rho(\mathbf{r}_T). \quad (1.4)$$

Тут та нижче $\beta = 1/T$ — обернена температура при $\tau_{m.e.} = \sqrt{t_{m.e.}^2 - x_{L,m.e.}^2}$,

$\mathbf{r}_T \equiv \mathbf{x}_T$ — двовимірний поперечний радіус-вектор, 4-координати

$x^\mu = (\tau \cosh \eta_L, \mathbf{r}_T, \tau \sinh \eta_L)$ з повздовжньою бистротою $\eta_L = \operatorname{arctanh} v_L = \frac{1}{2} \ln \frac{t+x_L}{t-x_L}$,

поперечна бистрота $\eta_T \equiv \eta_T(r_T) = \operatorname{arctanh} v_T(r_T)$, гідродинамічна швидкість

$u^\mu(x) = (\cosh \eta_L \cosh \eta_T, \frac{\mathbf{r}_T}{r_T} \sinh \eta_T, \sinh \eta_L \cosh \eta_T)$. Фактор обрізання $\rho(\mathbf{r}_T)$ має вигляд [95, 96]:

$$\rho(\mathbf{r}_T) = \exp[-\alpha(\cosh \eta_T(r_T) - 1)]. \quad (1.5)$$

Тут, відповідно до результатів [95, 96] та інтерпретації зкоректованого та вдосконаленого підходу Купера-Фрая [93], параметр $\alpha = R_v^2/R_T^2$, де R_T — поперечний радіус однорідності в r_T (біля $r_T = 0$ для малих k_T) вздовж гіперповерхні $\tau = \tau_{m.e.} = \text{const}$, та R_v — гідродинамічна довжина, $R_v = (v'(r_T))^{-1}$, біля того ж r_T . Мале α може бути досягнене при дуже інтенсивному потоці, коли гідродинамічна довжина R_v набагато менша за довжину однорідності R_T (яка, взагалі кажучи, різна для різних частинок), тоді як верхня границя досягається за відсутності поперечного потоку, $R_v = \infty$. Можна побачити, що вклади частинок з великим імпульсом, що були випромінені з гіперповерхні $\tau = \tau_{m.e.} = \text{const}$ подавлені фактором обрізання, оскільки такі частинки в основному випромінюються з елементів рідини, що швидко рухаються, $\cosh \eta_T(r_T) \gg 1$. Інша гіперповерхня $\tau(\mathbf{r}_T)$ має бути використана для жорстких частинок.

Для отримання одночастинкового спектру $p_0 d^3 N/d^3 p$ та кореляційної функції бозонів $C(p, q)$ в наближенні гладкості і масової оболонки, ми використовуємо узагальнений метод Купера-Фрая, як було обговорено вище:

$$p_0 \frac{d^3 N}{d^3 p} = \int_{\sigma_{m.e.}(p)} d\sigma_\mu p^\mu f_{l.eq.}(x, p), \quad (1.6)$$

$$C(p, q) \approx 1 + \frac{\left| \int_{\sigma_{m.e.}(k)} d\sigma_\mu k^\mu f_{l.eq.}(x, k) \exp(iqx) \right|^2}{\left(\int_{\sigma_{m.e.}(k)} d\sigma_\mu k^\mu f_{l.eq.}(x, k) \right)^2}, \quad (1.7)$$

де $q = p_1 - p_2$, $k^\mu = (\sqrt{m^2 + (\frac{\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2}{2})^2}, \frac{\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2}{2})$. Помітимо, що в наближенні гладкості і масової оболонки $k \approx p = (p_1 + p_2)/2$. Тоді 4-вектор q має 3 незалежні

компоненти, що можуть бути вибрані як компонента, паралельна до осі зіткнення, $q_{long} \equiv q_l$, компонента, паралельна до поперечного вектору імпульсу пари \mathbf{k}_T , $q_{out} \equiv q_o$, та бокова компонента, $q_{side} \equiv q_s$, що перпендикулярна до обох попередніх.

Використовуючи описані вище позначення, можна застосувати метод сідлової точки (в комплексній площині) для обчислення спектру та кореляційної функції (1.7) в Больманівському наближенні для поздовжнього буст-інваріантного розширення. Результати були отримані в [85] на основі підходу, що використовує функцію Вігнера (1.4) [95, 96]. Важливо відмітити, що поведінка кореляційної функції в поздовжньому напрямку залежить тільки від параметра α та не залежить від профілю поперечних швидкостей на гіперповерхні максимального випромінювання, коли, як очікувалось, поведінка кореляційної функції в зовнішньому та боковому напрямках модельно-залежна та досить чуттєва до деталей профілю швидкостей. Із-за цього ми аналізуємо та використовуємо тільки поздовжню проекцію кореляційної функції. Введемо величину λ , пов'язану з довжиною однорідності в поздовжньому напрямку в присутності поперечного потоку $\lambda_l = \tau \sqrt{\frac{T}{m_T} (1 - \bar{v}_T^2)^{1/2}}$ [95, 96]:

$$\lambda^2 = \frac{\lambda_l^2}{\tau^2} = \frac{T}{m_T} (1 - \bar{v}_T^2)^{1/2}, \quad (1.8)$$

де поперечна швидкість в сідловій точці $\bar{v}_T = k_T / (m_T + \alpha T)$. $T = T_{m.e.}$ — температура на гіперповерхні максимального випромінювання, $\tau = \tau_{m.e.}$. Тоді в поздовжньому супутній системі відліку [85]:

$$C(k, q_l, q_s = q_o = 0) = 1 + \frac{\exp \left[\frac{2}{\lambda^2} \left(1 - \sqrt{1 + \tau^2 \lambda^4 q_l^2} \right) \right]}{[1 + \tau^2 \lambda^4 q_l^2]^{3/2}} \xrightarrow{k_T \rightarrow \infty} 1 + \exp(-\lambda_l^2 q_l^2). \quad (1.9)$$

При великих $m_T/T \gg 1$ кореляційна функція має Гаусову форму, та інтерферометричні радіуси співпадають з довжинами однорідності в цьому наближенні, що було вперше отримане для чисто Бйоркенівського розширення (без поперечного потоку: $\bar{v}_T = 0$) в [83, 84]: $R_l = \lambda_l = \tau \sqrt{\frac{T}{m_T}}$. В [97] для такого ж випадку (відсутні поперечні потоки) були знайдені корекції до інтерферометричних радіусів

при малому відношенні $m_T/T \approx 1$, що може бути справедливим для піонів:

$$R_l^2 = \lambda_l^2 \rightarrow \lambda_l^2 \frac{K_2\left(\frac{m_T}{T}\right)}{K_1\left(\frac{m_T}{T}\right)}, \quad (1.10)$$

де K_n — модифіковані функції Бесселя. Як можна побачити з (1.9), при невеликих $m_T/T \approx 1$ кореляційна функція має негаусовий вигляд відносно q_l . Відповідно, при невеликих m_T/T такий радіус описує тільки пік кореляційної функції, де гаусове наближення в границі малих q_l , $C(q_l) = 1 + \exp(-R_l^2 q_l^2)$, може бути застосовне. Детальний аналіз різних аналітичних апроксимацій інтерферометричних радіусів виконаний в [85].

Апроксимація кореляційної функції (1.9) при малих q_l приводить до наступних аналітичних результатів для інтерферометричних радіусів у випадку буст-інваріантного поздовжнього розширення та поперечним потоком з довільним профілем швидкостей:

$$R_l^2(k_T) = \tau^2 \lambda^2 \left(1 + \frac{3}{2} \lambda^2 \right). \quad (1.11)$$

λ визначена формулою (1.8). Порівняння з формулою (1.10) для чисто бйоркенівської картини (в нашому випадку вона відповідає $\alpha \rightarrow \infty$) показує лише 1 – 3% відхилення між двома результатами для всіх інтервалів по k_T для піонів. Перевага формули (1.11) полягає в тому, що вона отримана для випадку поперечного потоку будь-якої інтенсивності, що особливо важливо для енергій ЛНС.

1.4 Аналітична апроксимація результатів гідрокінетичної моделі

Ідея m_T -скейлінгу інтерферометричних радіусів різних бозонів була породжена результатами одновимірної гідродинаміки [83, 84]: $R_l \propto \sqrt{T/m_T}$. Формули (1.10) та (1.11), розширені на всі значення m_T у випадку одновимірного розширення (це означає $\alpha = \infty \Rightarrow \bar{v}_T = 0$ в формулі (1.11)), також приводять до скейлінгу: R_l залежить тільки від τ та m_T/T . На рис. 1.4 ми показуємо відповідну апроксимацію результатів гідрокінетичної моделі для піонів та каонів зі стандартним рецептом Купера-Фрая на гіперповерхні “фрізауту” $T = 165$ MeV, де мишту-

чно вимкнули перерозсіання UrQMD, залишаючи тільки розпади резонансів. Як ми бачимо, найкращі апроксимації дуже погані: $\chi^2/\text{ndf} = 2562.31$ для піонів та $\chi^2/\text{ndf} = 585.24$ для каонів, та m_T -скейлінг відсутній. Відсутність m_T -скейлінгу в повній гідрокінетичній моделі (з перерозсіанням на стадії UrQMD) для R_l при енергіях ЛНС була помічена недавно в [75].

Одна з причин порушення скейлінгу в гідрокінетичній моделі стає очевидною з рис. 1.5, де такі ж результати “спрощеної” гідрокінетичної моделі (без перерозсіання) були апроксимовані повною формулою (1.11), що враховує поперечні потоки. Тут ми також використовуємо температуру “фрізауту” 165 MeV. Апроксимації для піонів та каонів досить задовільні з однаковими значеннями температури та часами максимальної емісії $\tau_\pi = 7.41 \text{ fm}/c$ для піонів та $\tau_K = 7.56 \text{ fm}/c$ для каонів. Для обох мезонів $\alpha = 2.8$. Ці апроксимації показують що, як можна побачити з (1.11), (1.8), поперечний потік руйнує m_T -скейлінг, оскільки інтерферометричний радіус залежить тепер від обох змінних m_T/T та k_T/T .

Інша причина порушення m_T -скейлінгу може полягати в перерозсіанні та стадії UrQMD, що також може порушувати ідентичність між піонними та каонними інтерферометричними радіусами. Негаусова форма кореляційних функцій також впливає на залежність відповідного фемтоскопічного масштабу від m_T . Для детального дослідження ролі цих факторів, ми повинні проаналізувати результати повного гідрокінетичного розрахунку (включаючи фазу перерозсіання). Для визначення ефективних значень параметрів T і α для аналізу поведінки інтерферометричних радіусів в повній гідрокінетичній моделі, можна досліджувати відповідні імпульсні спектри. Ці параметри можуть бути отримані зі спільної апроксимації піонного та каонного спектрів в гідрокінетичній моделі, враховуючи поперечний потік. Така апроксимація може бути виконана з використанням формули, отриманої з такої ж апроксимації, як результат (1.9) [96]:

$$p_0 \frac{d^3 N}{d^3 p} \propto \exp [-(m_T/T + \alpha)(1 - \bar{v}_T^2)^{1/2}]. \quad (1.12)$$

На рис. 1.6 показаний експериментальний [70] та гідрокінетичний спектри разом зі

спільною піон-каонною апроксимацією точок гідрокінетичної моделі. Апроксимація з загальною температурою виконується відповідно до (1.12) для p_T в проміжку $0.5 - 1.0 \text{ GeV}/c$. Отримані значення параметрів дорівнюють $T = 144 \pm 3 \text{ MeV}$, $\alpha_\pi = 5.0 \pm 3.5$ та $\alpha_K = 2.2 \pm 0.7$. Для максимального зменшення ефекту негаусовості кореляційних функцій, ми обмежуємо проміжок апроксимації до $q = 0 - 0.04 \text{ GeV}/c$, коли отримуємо інтерферометричні радіуси з повної гідрокінетичної моделі. Залежність отриманих таким чином радіусів від m_T показана на рис. 1.8 разом з аналітичною апроксимацією згідно з рівн. (1.11), де T , α фіксовані відповідно до спільної апроксимації спектрів. Максимальні часи випромінювання, отримані з апроксимації для піонів та каонів, дорівнюють $\tau_\pi = 9.44 \pm 0.02 \text{ fm}/c$ та $\tau_K = 12.40 \pm 0.04 \text{ fm}/c$ відповідно, тоді як інші параметри приймають значення $T_\pi = 147 \text{ MeV}$, $T_K = 141 \text{ MeV}$, $\alpha_\pi = 8.5$ та $\alpha_K = 1.5$. Для порівняння, покажемо картини піонного та каонного випромінювання в гідрокінетичній моделі, базуючись на інваріантних функціях випромінювання $G(x, p) = p^0 \frac{d^7 N}{d^4 x d^3 p}$. На рис. 1.7 ми показуємо редуковану функцію випромінювання, усереднену по всім імпульсним кутам $g(r_T, \tau; p_T) = \frac{p^0 d^6 N}{dr_o dr_s d\eta d\tau dp_T dy} \Big|_{r_s=0}$ для піонів та каонів при $0.2 < p_T < 0.3 \text{ GeV}/c$ в центрального проміжку бистрот як для геометричної, η так і для імпульсної y бистрот. Тут r_o — компонента \mathbf{r}_T , напрямлена вздовж вектора \mathbf{p}_T , r_s — компонента в поперечному напрямку, ортогональному до \mathbf{p}_T . Такий вигляд функції випромінювання (в змінних r_s та r_o) був використаний в [95, 96, 85] для отримання аналітичної апроксимації кореляційної функції (див. підрозділ 2). Апроксимація результатів для часів максимального випромінювання добре погоджується з гідрокінетичною картиною випромінювання. Можна побачити, що каонне випромінювання має два максимуми: один біля $\tau = 10 \text{ fm}/c$ та другий, ширший та менш виражений, при $\tau \approx 14 - 15 \text{ fm}/c$. Другий локальний максимум має бути внаслідок розпадів $K^*(892)$, що має час життя $4 - 5 \text{ fm}/c$, на каони $K^\pm(493.7)$. Це приводить до “середнього часу життя” каонів біля $12 \text{ fm}/c$. Необхідно відмітити, що різниця між цим “середнім” часом та часом максимального випромінювання піонів суттєво більша ніж у випадку, коли враховуються тільки розпади резонансів, але без перерозсіяння. Причина цього полягає в тому, що вільний розльот

швидких K^* з послідуочим розпадом на K^\pm приводить до додаткового великого джерела, вклад якого в кореляційну функцію приводить у більшості випадків до негаусової поведінки останньої. В той же час перерозсіання K^* включає ці мезони в деякий колективний рух, утворюючи таким чином прямий зв'язок між часом максимального випромінювання та величинами повздовжніх радіусів. Також можна помітити, що результати апроксимації фемтоскопічних масштабів, отримані з повної гідрокінетичної моделі (враховуючи перерозсіання та розпади K^*) так же як спільної апроксимації гідрокінетичного спектру дають різні значення T та α для піонів та каонів, і тому можна зробити висновок, що окрім великих поперечних потоків, m_T -скейлінг також порушується внаслідок перерозсіання та резонансних розпадів.

Далі, якщо ми використаємо рівн. (1.11) для опису фемтоскопічних радіусів, отриманих з апроксимації піонних та каонних гідрокінетичних кореляційних функцій в ширшому діапазоні (тобто $q = 0 - 0.2 \text{ GeV}/c$) [75], що покриває не тільки їх колоколоподібні частини, а й також більш плоскі частини, ми отримаємо незадовільний модельний опис експериментальних даних для каонів, використовуючи параметри апроксимації, що відповідають спільній апроксимації спектрів (див. рис. 1.9, синя суцільна лінія) з $T_K = 141 \text{ MeV}$, $\alpha_K = 1.5$, та $\tau_K = 11.09 \pm 0.02 \text{ fm}/c$. Щодо піонів, вони добре описуються з параметрами, заданими спільною апроксимацією спектрів: $T_\pi = 141 \text{ MeV}$, $\alpha_\pi = 1.82$, $\tau_\pi = 10.34 \pm 0.06 \text{ fm}/c$. Для отримання більш менш адекватної апроксимації для повздовжніх радіусів каонів, що відповідають широкому діапазону по q , необхідно прибрати обмеження на параметр α_K . Пунктирна синя лінія на рис. 1.9 представляє собою таку апроксимацію з все ще фіксованою температурою $T = 144 \pm 3 \text{ MeV}$, та вільними α_K і τ_K . Результуюча апроксимація при $T = 146 \text{ MeV}$ а $\alpha = 0.02$ приводить до гарного опису експериментальних даних та дає $\tau_K = 12.65 \pm 1.58 \text{ fm}/c$, що добре узгоджується з попередніми результатами для радіусів, отриманими для $q = 0 - 0.04 \text{ GeV}/c$ та картиною випромінювання на рис. 1.7. Тому, спільна апроксимація (зі спільною температурою) для спектрів каонів та піонів приводить до надійної оцінки максимальних часів випромінювання частинок у випадку апроксимації тільки піку

негаусової кореляційної функції. Також гарні оцінки можуть бути отримані з гаусової апроксимації у великому діапазоні по q , але для каонів параметр α_K має бути апроксимований без обмежень, що накладає спільна апроксимація спектрів.

Різниця попередніх результатів з результатами для режиму “без перерозсіання”, так же як суттєва різниця між основними параметрами апроксимації для піонів та каонів означають, що перерозсіання грає важливу роль в порушенні m_T -скейлінгу, разом з поперечним потоком. Дуже мале значення α в каонній апроксимації може означати, що фаза перерозсіання суттєво впливає на картину каонного випромінювання та вклади перерозсіання в фемтоскопічні масштаби не можуть бути описані базуючись на чисто гідродинамічному (плюс розпади резонансів на гіперповерхні фрізауту) підході. Особливості перерозсіання каонів приводять до більш вираженого негаусового характеру форми кореляційної функції ніж для піонів і також до деформації залежності фемтоскопічних масштабів від m_T . Було знайдено, що для компенсації впливу такого фактору на отриманий ефективний час максимального випромінювання, у випадку широкого інтервалу апроксимації по q для каонів, можна прибрати обмеження на параметр α , що виходить з загальної апроксимації піонного та каонного спектрів.

Додатковий в деякому сенсі метод отримання інформації про просторово-часову структуру системи з кореляційних вимірювань відомий як метод імеджингу джерела [98, 99, 100], ціль якого полягає в тому, щоб отримати функцію джерела $S(\mathbf{r}^*)$, що представляє собою інтегрований по часу розподіл пар частинок по відстаням між частинками в системі спокою пари. Аналіз експериментальних даних по баріонним кореляціям, що базується на формулі Ледницького-Любошица [101], припускає ізотропний гаусовий розподіл, що описується одним параметром ширини r_0 . Ця величина може бути отримана з гаусової апроксимації усередненої по кутам функції джерела $S(r) = 1/(4\pi) \int_0^{2\pi} \int_0^\pi S(r, \theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi$. В цьому розділі ми також намагаємося застосувати апроксимуючу функцію (1.11) до піонних, каонних, протонних та протон- Λ пар для опису залежності від m_T радіусів джерела, отриманих з відповідних усереднених по кутам функцій джерела $S(\mathbf{r}^*)$ в гідрокінетичній моделі за допомогою їх гаусової апроксимації, див. деталі в [76]. Результати

показані на рис. 1.10. В цій апроксимації температура була отримана відповідно до результату спільної апроксимації піонного та каонного спектрів $T = 144 \pm 3$ MeV, тоді як α і τ були залишені вільними. Апроксимації мають несподівано добрий вигляд з параметрами $T = 141$ MeV для всіх пар частинок, $\tau_{\pi\pi} = 11.47 \pm 0.03$ fm/c, $\tau_{KK} = 11.26 \pm 0.04$ fm/c, $\tau_{pp} = 11.30 \pm 0.13$ fm/c, $\tau_{p\Lambda} = 12.44 \pm 0.29$ fm/c. Параметр α для всіх пар приймає значення біля 10^4 та більше, тобто насправді $\alpha \rightarrow \infty$. Останнє означає, що немає поперечних потоків в системі спокою пари. Знайдений m_T -скейлінг (для протон- Λ пар $m_T = \sqrt{\left(\frac{m_p+m_\Lambda}{2}\right)^2 + k_T^2}$) з множником τ , що незначно змінюється, виглядає дуже дивно.

Застосуємо результат (1.11) до зіткнень $p + p$ при енергії ЛНС $\sqrt{s} = 7$ TeV. Теоретичні результати для піонних інтерферометричних радіусів в зіткненнях $p + p$ з різними множинностями частинок, що враховують принцип невизначеності в малих системах, показані в [92]. Результати без перерозсіання майже такі ж як і в повній гідрокінетичній моделі. Тому ми припускаємо, що температура хімічного фрізауту дорівнює 165 MeV. На рис. 1.11, 1.12 ми апроксимуємо формулою (1.11) ці результати, що отримані в повній гідрокінетичній моделі, включаючи перерозсіання на стадії UrQMD та корекції, що враховують квантовий принцип невизначеності. Можна побачити, що, як очікувалось, значення τ в області апроксимації значно менші ніж в зіткненнях Pb+Pb, для проміжку множинностей з середньою множинністю заряджених частинок 17.9 ми отримали $\tau = 1.83 \pm 0.02$ fm/c, $\alpha = 13.9 \pm 0.22$. В той же час для меншої середньої множинності 9.2 обидва значення менші: $\tau = 1.60 \pm 0.04$ fm/c, $\alpha = 9.52 \pm 0.44$.

1.5 Висновки

Запропонована аналітична формула для повздовжніх інтерферометричних радіусів, що дозволяє отримати час максимального випромінювання для деяких пар адронів у випадку сильних поперечних потоків в ядро-ядерних та протон-протонних зіткненнях. Вона порівнюється з детальними обчисленнями просторово-часової картини частинкового випромінювання в гідрокінетичній моделі, що

добре описує велику кількість спостережуваних. В такому аналізі були описані фактори, що впливають на інтерферометричні радіуси та приводять до порушення m_T -скейлінгу між піонами та каонами. Вони становлять: сильні поперечні потоки, перерозсіяння та розпади резонансів на стадії UrQMD та негаусова форма кореляційної функції. Було знайдено, що для компенсації впливу останнього фактору на отриманий ефективний час максимального випромінювання каонів, можна прибрати обмеження на параметр “інтенсивності потоку” α для каонів, що слідує зі спільної апроксимації спектрів каонів та піонів.

Щодо піонних інтерферометричних радіусів в зіткненнях $p + p$, аналітичні апроксимації відповідних гідрокінетичних обчислень дають досить розумні оцінки для часів максимального випромінювання для зіткнень з різними множинностями.

Апроксимуюча формула була застосована також для так званих радіусів джерела, отриманих з гаусової апроксимації функції джерела, що описують залежність утворення пари від відстані між двома частинками, що випромінюються, в системі спокою пари. Піон-піонна, каон-каонна, протон-протонна та протон- Λ пари, утворені в зіткненнях Pb+Pb на LHC аналізуються в гідрокінетичній моделі. Було знайдено, що аналітична апроксимація з трохи різними τ для різних пар та зі спільними іншими параметрами — відсутність поперечного потоку в системі спокою пари та спільна температура, взята із спільної апроксимації спектрів каонів та піонів — дає дуже гарні результати та приводить до m_T -скейлінгу для усереднених по куту радіусів джерела для всіх згаданих баріонних та мезонних пар.

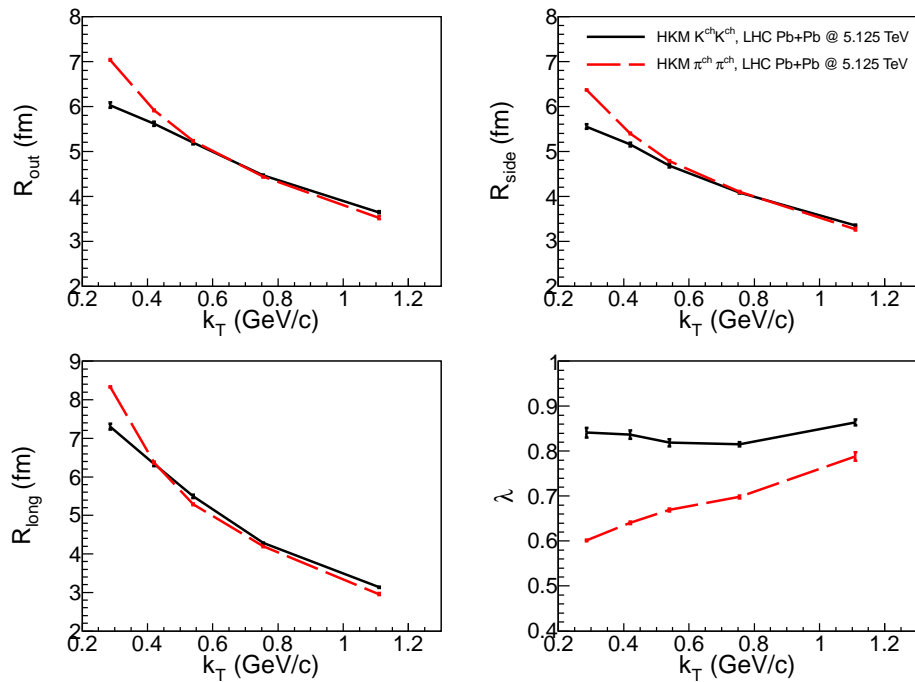


Рис. 1.1 Передбачення для залежності $K^{ch}K^{ch}$ та $\pi^-\pi^-$ інтерферометричних радіусів від k_T для $\sqrt{s_{NN}} = 5.125$ TeV зіткнень свинцю на LHC, $c = 0 - 5\%$, $|\eta| < 0.8$, $0.14 < p_T < 1.5$ GeV/c. Для випадку $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV зіткнень свинцю на LHC відповідні значення радіусів на 4 – 7% нижчі для каонів та на 2 – 4% нижчі для піонів.

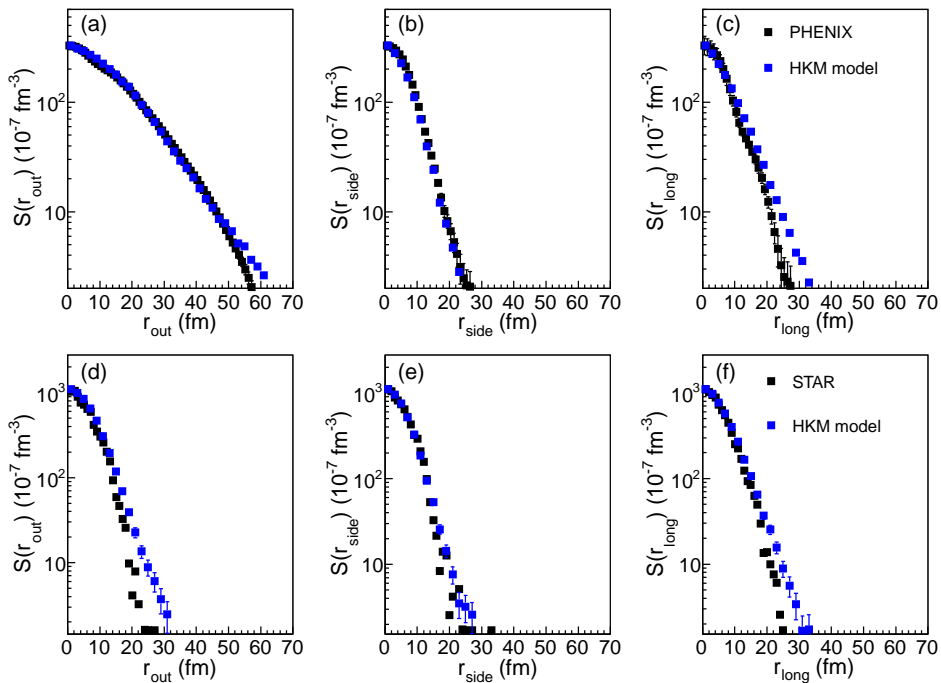


Рис. 1.2 Проекції піонної (зверху) та каонної (знизу) функцій джерела, отриманих з гідрокінетичної моделі (сині точки), порівняні з аналогічними результатами, отриманими PHENIX та STAR з експериментальних кореляційних даних, використовуючи процедуру імеджингу (чорні точки), $0.2 < p_T < 0.36$ GeV/c, $|y| < 0.35$ для піонів $|y| < 0.5$ для каонів, $c = 0 - 20\%$.

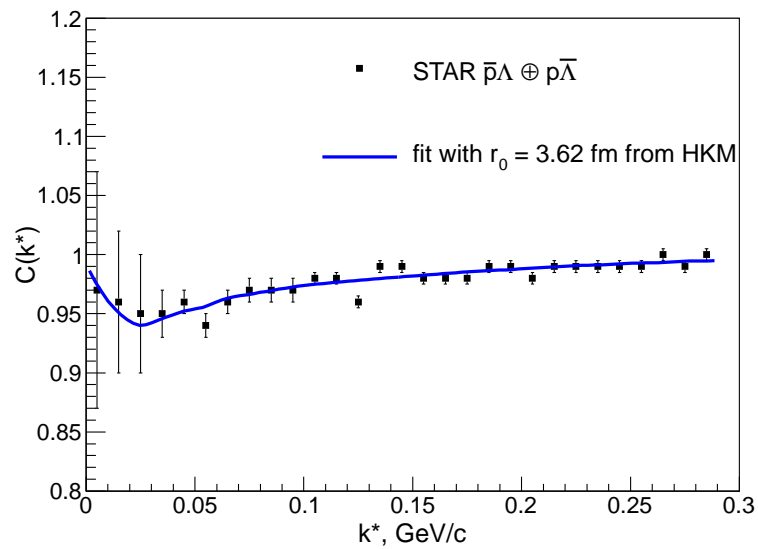


Рис. 1.3 Не зкоригована на чистоту кореляційна функція $\bar{p}\Lambda \oplus p\bar{\Lambda}$, виміряна STAR [81], побудована з протонів та антипротонів в області поперечних імпульсів $0.4 < p_T < 1.1$ GeV/c з бистротою $|y| < 0.5$, та з лямбди і антилямбди в області поперечних імпульсів $0.3 < p_T < 2.0$ GeV/c та $|y| < 1.5$ (чорні точки) та наша апроксимація цих даних відповідно до (2.1) та (2.2) (синя лінія), з урахуванням залишкових кореляцій. Радіус джерела r_0 був фіксований та дорівнював величині, отриманій з гідрокінетичних обчислень.

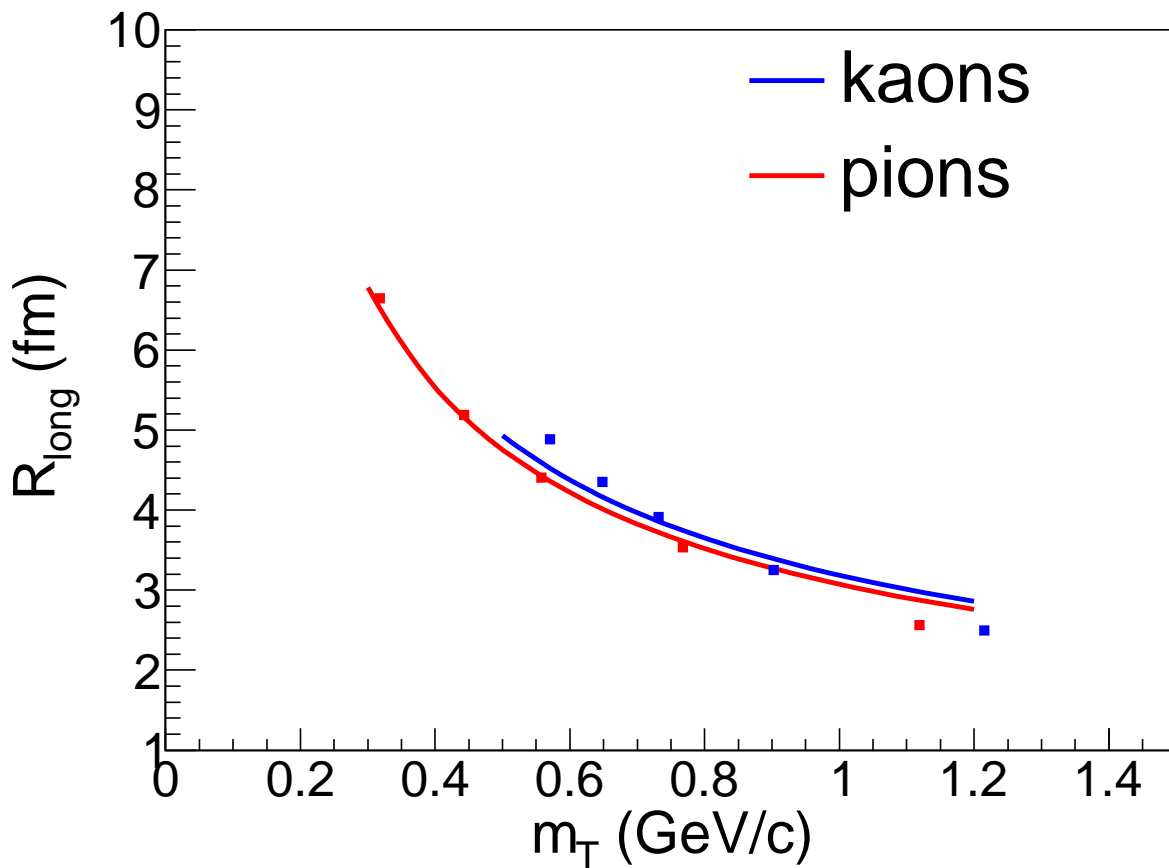


Рис. 1.4 Залежність від m_T фемтоскопічного радіусу R_l , обчисленого в гідрокінетичній моделі без фази перерозсіювання для $K^{ch}K^{ch}$ та $\pi^-\pi^-$ пар (точки) разом з відповідними апроксимаціями (лінії), що відповідають формулі (1.11), в якій поперечні потоки відсутні ($\alpha = \infty$). Температура дорівнює $T = 165$ MeV. Результати відносяться до $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ GeV Pb+Pb зіткнень на LHC, $c = 0 - 5\%$, $|\eta| < 0.8$, $0.14 < p_T < 1.5$ GeV/c.

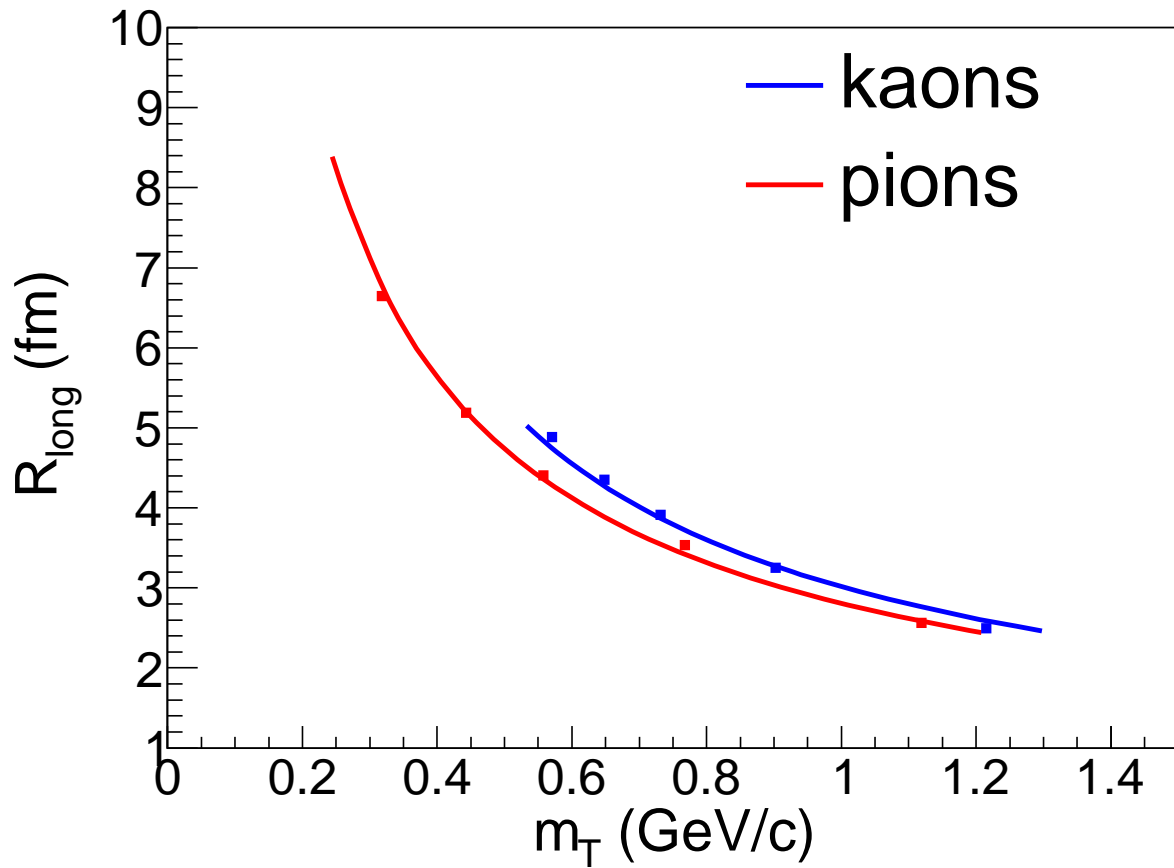


Рис. 1.5 Те ж саме, що й на рис. 1.4, але апроксимації враховують тепер інтенсивний поперечний потік, $\alpha = 2.8$. Часові параметри для піонів та каонів становлять $\tau_\pi = 7.41 \text{ fm}/c$ та $\tau_K = 7.56 \text{ fm}/c$ відповідно, $T_\pi = T_K = 165 \text{ MeV}$.

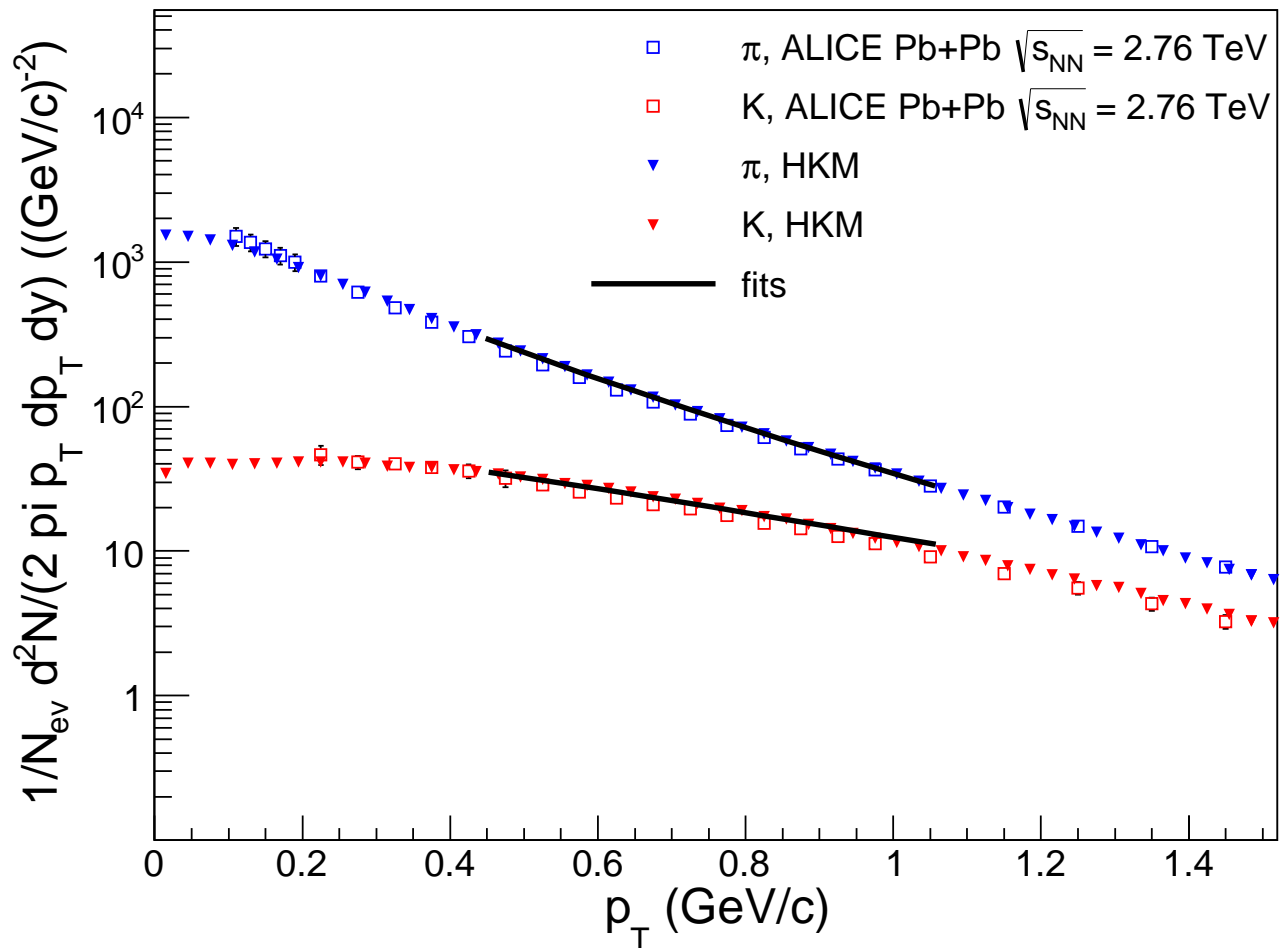


Рис. 1.6 Піонний (синій) та каонний (червоний) імпульсні спектри в зіткненнях свинцю на ЛНС, $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ GeV. Незафарбовані квадрати представляють експериментальні значення [70]. трикутники представляють результати гідрокінетичної моделі, чорні лінії відповідають комбінованим (зі спільної температурою T) піонній та каонній апроксимаціям спектрів відповідно до (1.12).

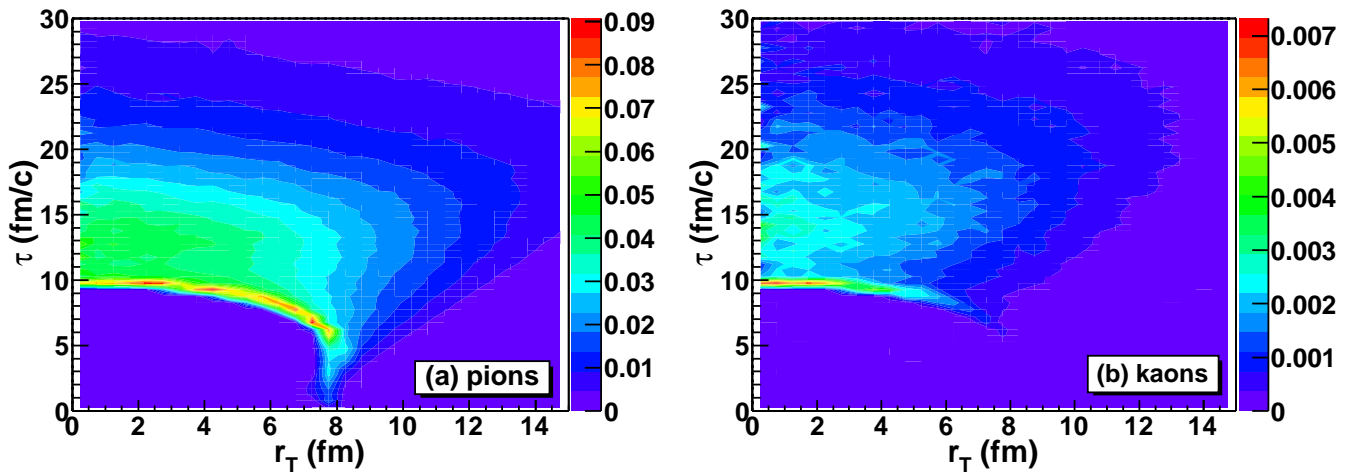


Рис. 1.7 Усереднені по імпульсному куту функції випромінювання на одиницю простору-часу та імпульсної бистроти $g(\tau, r_T, p_T)$ [fm^{-3}] (див. основний текст) для піонів (a) та каонів (b), отримані з гідрокінетичного моделювання зіткнень свинцю для LHC $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ GeV, $0.2 < p_T < 0.3$ GeV/c, $|y| < 0.5$, $c = 0 - 5\%$.

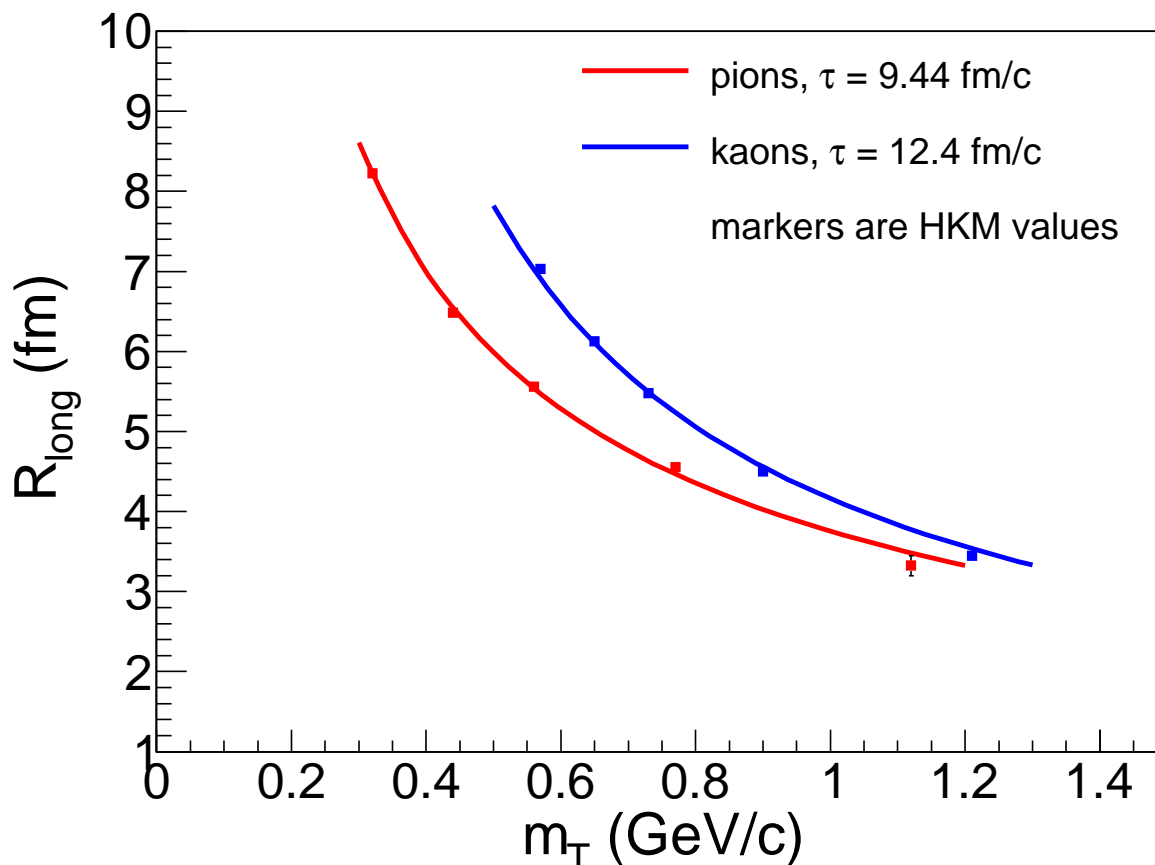


Рис. 1.8 Те ж саме, що й на рис. 1.4, 1.5, але радіуси обчислюються в повній гідрокінетичній моделі, включаючи фазу перерозсіання. Для зменшення ефекту негаусовості кореляційних функцій, ми беремо більш вузький інтервал апроксимації для них, $q = 0 - 0.04 \text{ GeV}/c$. Параметри апроксимації T і α відповідають спільній апроксимації піонного та каонного спектрів. При $T_\pi = 147 \text{ MeV}$, $T_K = 141 \text{ MeV}$, $\alpha_\pi = 8.5$ та $\alpha_K = 1.5$ отримані максимальні часи випромінювання дорівнюють $\tau_\pi = 9.44 \pm 0.02 \text{ fm}/c$ та $\tau_K = 12.40 \pm 0.04 \text{ fm}/c$.

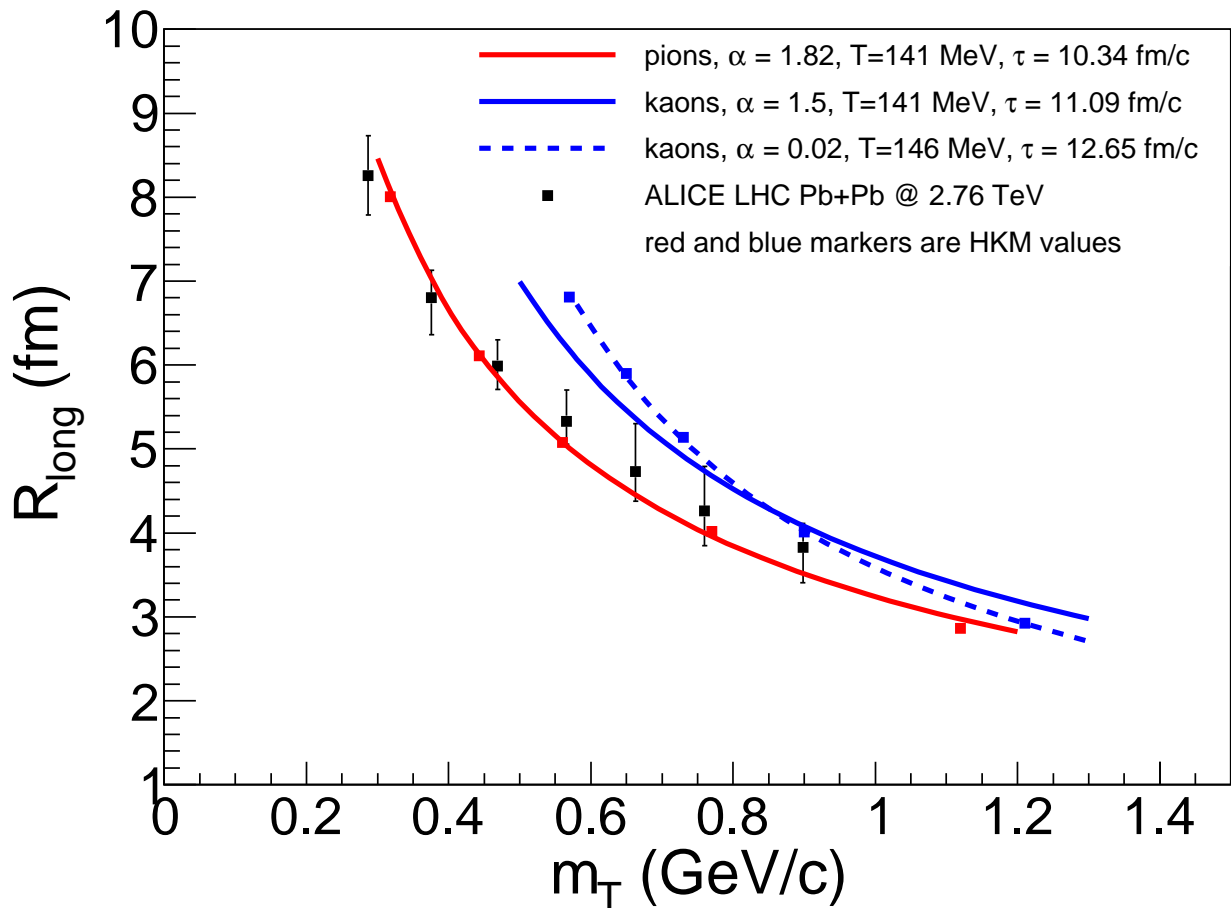


Рис. 1.9 Те ж саме, що й на рис. 1.8, але радіуси отримуються з апроксимацій кореляційних функцій повної гідрокінетичної моделі в широкому діапазоні по q , $q = 0 - 0.2$ GeV/c. Тому, суттєва розбіжність форми кореляційних функцій з гаусовою приводить до деформації залежності радіусів від m_T . При апроксимації це може бути компенсовано зменшенням α_K порівняно з отриманим при спільній апроксимації спектрів. Експериментальні дані [72] для піонів показані для порівняння.

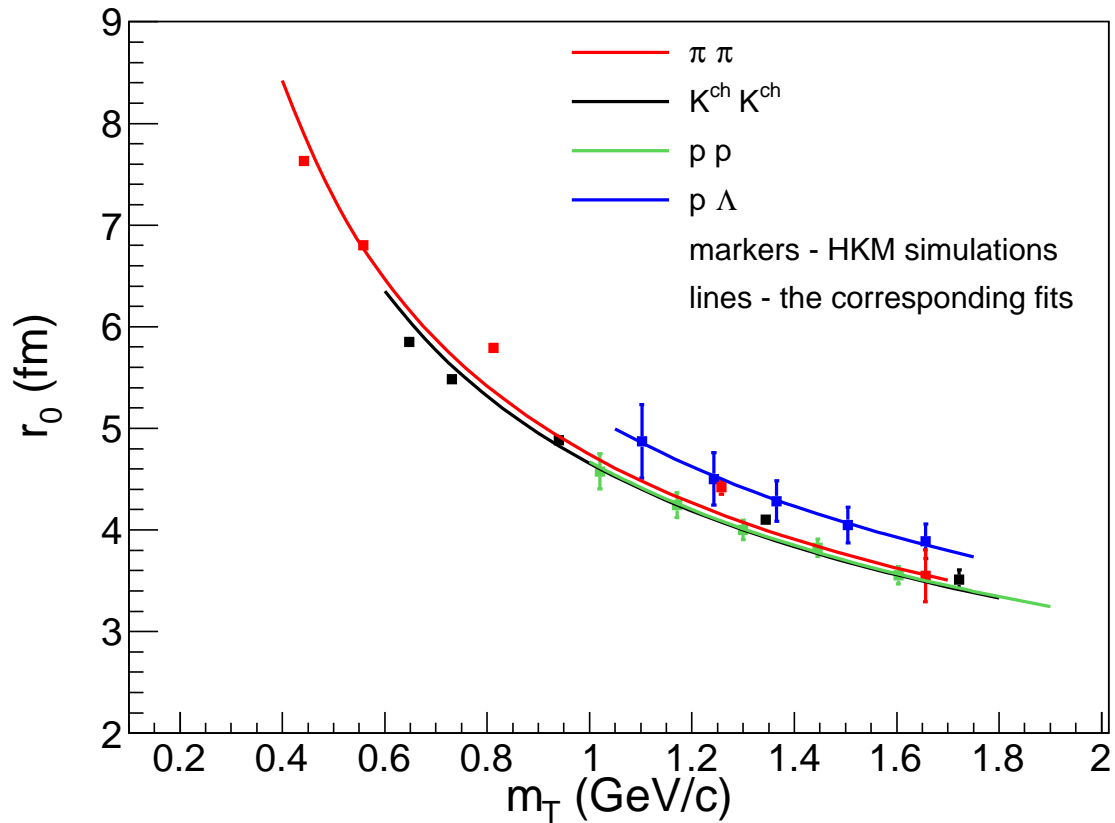


Рис. 1.10 Залежність від m_T радіусів джерела r_0 для пар $\pi\pi$, $K^{ch}K^{ch}$, pp та $p\Lambda$, отриманих з відповідних усереднених по кутам функцій джерела, обчислених в гідрокінетичній моделі для $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ GeV зіткнень свинцю на LHC, $c = 0-5\%$, $|\eta| < 0.8$. Інтервали по поперечним імпульсам становлять $0.14 < p_T < 1.5$ GeV/c для піонів та каонів, $0.7 < p_T < 4.0$ GeV/c для протонів та $0.7 < p_T < 5.0$ GeV/c для Лямбд.

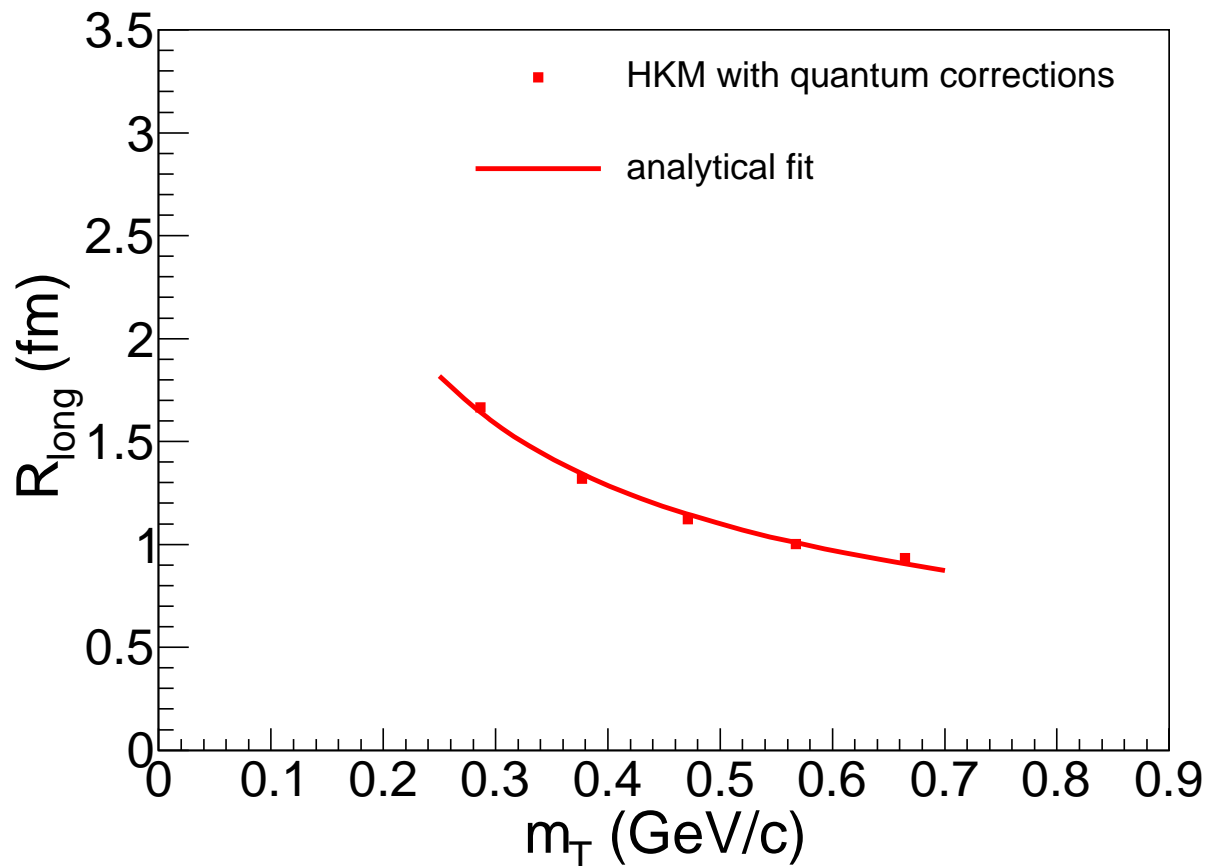


Рис. 1.11 Залежність піонних поздовжніх фемтоскопічних радіусів R_l від m_T , обчислена в повній гідрокінетичній моделі з корекціями, що враховують квантовий принцип невизначеності (червоні квадрати) разом з відповідною апроксимацією (1.11) (червона лінія). Температура дорівнює $T = 165$ MeV, $\tau_{\text{HKM}} = 1.60 \pm 0.04$ fm/c та $\alpha = 9.52 \pm 0.44$. результати відносяться до протон-протонних зіткнень з енергією $\sqrt{s} = 7$ TeV на LHC, $\langle dN_{ch}/d\eta \rangle = 9.2$.

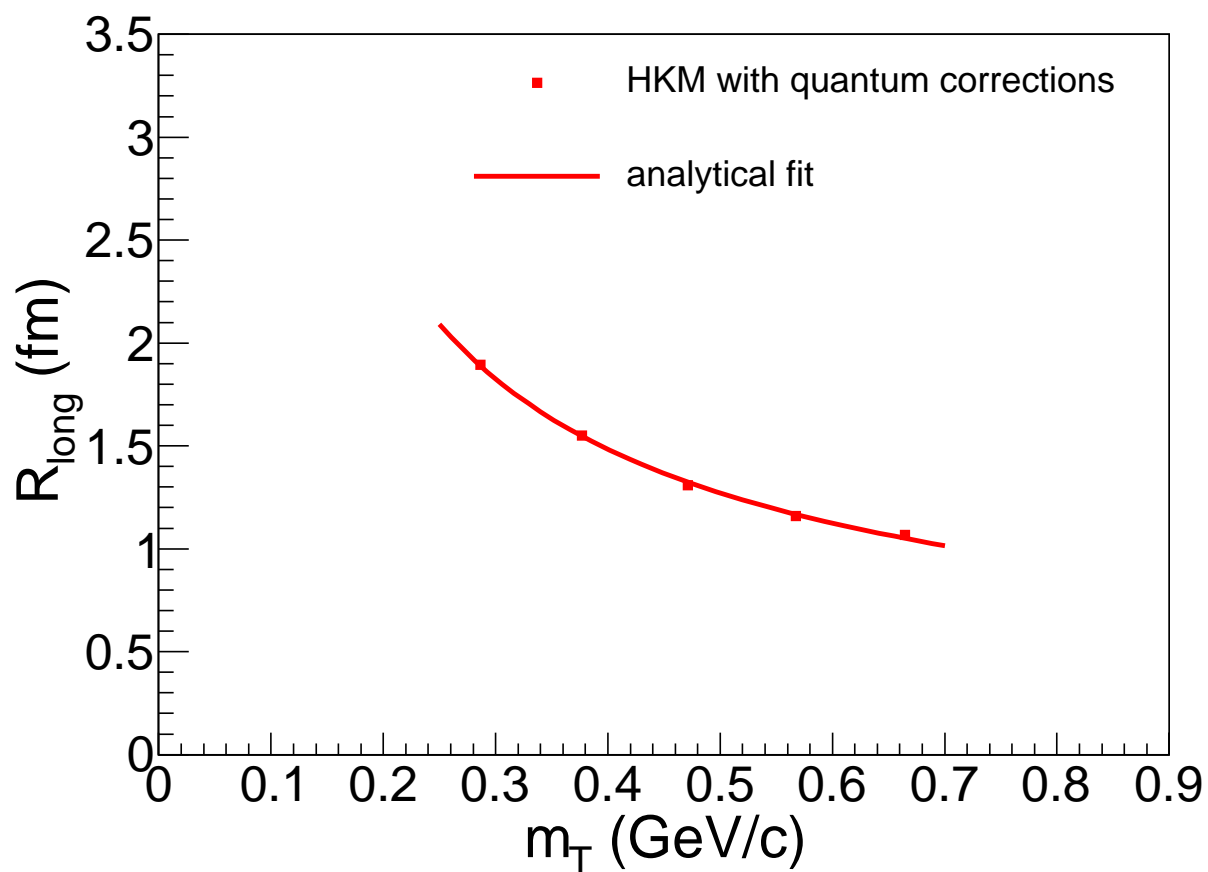


Рис. 1.12 Те ж саме, що й на рис. 1.11 для зіткнень з $\langle dN_{ch}/d\eta \rangle = 17.9$. Значення параметрів апроксимації дорівнюють $\tau_{\text{HKM}} = 1.83 \pm 0.02$ fm/c, $\alpha = 13.9 \pm 0.22$.

РОЗДІЛ 2

КОРЕЛЯЦІЙНІ ФУНКЦІЇ ПРОТОН-ЛЯМБДА ДЛЯ ЛНС З УРАХУВАННЯМ ЗАЛИШКОВИХ КОРЕЛЯЦІЙ

2.1 Вступ

Дослідження кореляційних функцій $p\Lambda$ (разом з дослідженням інших двочастинкових кореляцій, таких як $\pi\pi$, KK) дозволяє отримувати інформацію про характер еволюції матерії, утвореної в релятивістських ядро-ядерних зіткненнях, зокрема про характер колективного потоку.

Інша можливість, що відкрита для дослідника баріон-(анти)баріонного кореляційного аналізу — дослідження сильної взаємодії між частинками різних сортів за допомогою кореляційної техніки взаємодії в кінцевому стані (FSI) [101, 103, 104, 74]. Оскільки ЛНС утворює велику кількість адронів різних сортів, включаючи дивні, чарівні та красиві, перевага цього підходу полягає в можливості аналізувати взаємодії між парами екзотичних частинок, що навряд чи можливо за допомогою інших методів.

Апроксимуючи експериментальну кореляційну функцію за допомогою аналітичної формули, так званої моделі Ледницького-Любошица [101], можна отримати величини, що описують як взаємодію відповідних пар, так і розмір області випромінювання частинок. Звичайно, якщо відома функція джерела $S(\mathbf{r}^*)$, що описує просторову структуру випромінювання пари, то отримання невідомих параметрів взаємодії стає більш надійним. Відповідна просторова структура може бути отримана за допомогою реалістичної моделі зіткнення, що симулює еволюцію системи, утвореної при високоенергетичних ядро-ядерних зіткненнях. В цьому розділі використовується гібридний варіант гідрокінетичної моделі (НКМ) [105, 12, 65]. Вибір НКМ пов'язаний з її здатністю описувати широке коло спостережуваних в експериментах по ядерним зіткненням на RHIC та LHC [58]. Модель також до-

бре описує [76] функції джерела для піонних та каонних пар в зіткненнях золота на вищій енергії RHIC [106], включаючи негаусові хвости, що спостерігаються в деяких проекціях експериментальних функцій джерела.

В [80] для отримання невідомої довжини перерозсіяння $\bar{p}\Lambda$, відповідна експериментальна кореляційна функція для 10% найбільш центральних зіткнень золота на вищій енергії RHIC, виміряній колаборацією STAR [79], була апроксимована формулою Ледницького-Любошица, використовуючи ефективний радіус джерела r_0 , отриманий з функції джерела НКМ. Також було знайдено, що значення r_0 , отримані в НКМ з баріон-баріонних та баріон-антибаріонних кореляцій близькі, як і очікувалось, тоді як в експериментальному аналізі STAR [79], в якому радіуси джерела розглядались як вільні параметри апроксимації, отриманий радіус для $\bar{p}\Lambda$ був в приблизно в 2 рази менше, ніж для $p\Lambda$. Можна припустити, що ця різниця спричинена нехтуванням залишковими кореляціями в [79]. Такі кореляції можуть існувати між вторинними протонами та лямбдами, якщо їх материнські частинки були зкорельовані (або якщо батьківська частинка однієї із частинок була зкорельована з іншою частинкою пари). Для того, щоб врахувати вклад залишкових кореляцій в баріон-антибаріонну кореляційну функцію, в [80] була введена модифікована аналітична формула. В результаті отриманий гарний опис експериментальної кореляційної функції $\bar{p}\Lambda$ та довжина розсіяння $\bar{p}\Lambda$, усереднена по спінам, отримана з відповідної апроксимації.

В цьому розділі ми застосуємо метод, застосований в [80] для опису експериментальних даних RHIC, для передбачення кореляційних функцій $p\Lambda$ та $\bar{p}\Lambda$ для 5% найбільш центральних зіткнень свинцю з енергією LHC $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV, базуючись на результатах [80].

2.2 Отримання баріон-баріонних довжин розсіяння

Метод взаємодії в кінцевому стані дає можливість вивчати фундаментальну взаємодію між баріонами, використовуючи кореляційні дані з експериментів по зіткненнях важких йонів. Цей метод дозволяє вивчати взаємодії навіть для пар

екзотичних частинок, що навряд чи можливо іншими методами.

Аналітична модель Ледницького-Любошица [77], [78] використовується для опису експериментальних даних по кореляційній функції $p\bar{\Lambda} \oplus \bar{p}\Lambda$, та отримання відповідної довжини розсіяння сильної взаємодії f_0 для зіткнень золота при найбільш високих енергіях RHIC в рамках експерименту STAR [79]. Гідрокінетична модель використовується для отримання функцій джерела для пар $p\bar{\Lambda}$. Експериментальні дані можуть бути описані тільки якщо враховувати залишкові кореляції в апроксимуючій формулі [80]. Такий підхід може бути записаний в феноменологічному вигляді як

$$C(k^*) = \lambda(k^*)C_0(k^*) + (1 - \lambda(k^*))(1 - \beta e^{-4k^{*2}R^2}). \quad (2.1)$$

Тут

$$C_0(k^*) = 1 + \sum_S \rho_S \left[\frac{1}{2} \left| \frac{f^S(k^*)}{r_0} \right|^2 \left(1 - \frac{d_0^S}{2\sqrt{\pi}r_0} \right) + \frac{2 \operatorname{Re} f^S(k^*)}{\sqrt{\pi}r_0} F_1(2k^*r_0) - \frac{\operatorname{Im} f^S(k^*)}{r_0} F_2(2k^*r_0) \right], \quad (2.2)$$

де $F_1(z) = \int_0^z dx e^{x^2 - z^2} / z$ та $F_2(z) = (1 - e^{-z^2}) / z$, f^S — амплітуда розсіяння s -хвиль, що в ефективній області апроксимації може бути записана у вигляді $f^S(k^*) = \left(\frac{1}{f_0^S} + \frac{1}{2} d_0^S k^{*2} - i k^* \right)^{-1}$, $\lambda(k^*)$ — чистота пари. В наших обчисленнях $\lambda(k^*)$ має вигляд $\lambda(k^*) = a \lambda_{exp}(k^*)$, де $\lambda_{exp}(k^*)$ отримується із графіків в [81] як відношення $\lambda_{exp}(k^*) = (C(k^*) - 1) / (C_0(k^*) - 1)$. Додатковий параметр фітування, нормовочна константа a , вводиться з урахуванням можливої недосконалості визначення чистоти в експерименті. Вираз $f^S(k^*)$ включає в себе f_0^S , що являє собою довжину розсіяння та d_0^S — ефективний радіус для даного повного спіну $S = 1$ або $S = 0$. Радіус джерела r_0 можна отримати з гаусової апроксимації функції джерела гідрокінетичної моделі. Множник $(1 - \beta e^{-4k^{*2}R^2})$ описує ефект залишкових кореляцій. Він включає два додаткових параметри апроксимації, амплітуда ямки анігіляції в материнських кореляціях $\beta > 0$ та обернена ширина ямки $R \ll r_0$. Для баріон-антибаріонного випадку ми покладаємо $f^0 = f^1 = f$, $d_0^0 = d_0^1 = 0$, $\operatorname{Im} f_0 > 0$.

На рис. 1.3 можна побачити, що результати апроксимації експериментальних

$\bar{p}\Lambda \oplus p\bar{\Lambda}$ кореляційних функцій не зкориговані з урахуванням неточностей чистоти (дані взяті з [81]), використовуючи аналітичні вирази (2.1) та (2.2). Радіуси джерел були фіксовані на значеннях, отриманих з гідрокінетичних обчислень, $r_0^{\text{HKM}} = 3.62 \text{ fm}$, та п'ять параметрів, a , $\text{Re } f_0$, $\text{Im } f_0$, β , та R можуть змінюватися вільним чином. Отримані значення параметрів наступні: $a = 1.28 \pm 0.84$, $\text{Re } f_0 = -0.05 \pm 0.68 \text{ fm}$, $\text{Im } f_0 = 1.41 \pm 1.07 \text{ fm}$, $\beta = 0.029 \pm 0.005$, та $R = 0.45 \pm 0.06 \text{ fm}$. Отримані апроксимуючі криві описують експериментальні дані досить добре.

2.3 Формалізм

Експериментальні кореляційні функції, описані в [79], зкоректовані за чистотою. Вони відрізняються від вимірених наступним чином:

$$C_{\text{corr}}(k^*) = \frac{C_{\text{meas}}(k^*) - 1}{\lambda(k^*)} + 1, \quad (2.3)$$

де $C_{\text{meas}}(k^*)$ та $C_{\text{corr}}(k^*)$ — вимірні та зкоректовані кореляційні функції відповідно, та $\lambda(k^*)$ — чистота пари. Остання визначається як доля пар, що складаються з основних, коректно ідентифікованих частинок.

Так же як в [80], ми моделюємо зкоректовану за чистотою баріон-баріонну кореляційну функцію ЛНС за допомогою аналітичної формули Ледницького-Любошица [101]:

$$C(k^*) = 1 + \sum_S \rho_S \left[\frac{1}{2} \left| \frac{f^S(k^*)}{r_0} \right|^2 \left(1 - \frac{d_0^S}{2\sqrt{\pi}r_0} \right) + \frac{2 \text{Re } f^S(k^*)}{\sqrt{\pi}r_0} F_1(2k^*r_0) - \frac{\text{Im } f^S(k^*)}{r_0} F_2(2k^*r_0) \right], \quad (2.4)$$

де $F_1(z) = \int_0^z dx e^{x^2 - z^2} / z$ та $F_2(z) = (1 - e^{-z^2}) / z$. Ця формула отримана з базового рівняння $C(k^*) = \langle |\Psi_{-\mathbf{k}^*}^S(\mathbf{r}^*)|^2 \rangle$, де хвильова функція $\Psi_{-\mathbf{k}^*}^S$ представляє собою стаціонарний розв'язок задачі розсіяння з протилежним знаком вектора \mathbf{k}^* . Кутіві дужки означають усереднення по повному спіну та по розподілу відносних відстаней $S(\mathbf{r}^*)$. Оскільки в основному радіус джерела набагато більший за діа-

пазон дії потенціалу сильної взаємодії, $\Psi_{-\mathbf{k}^*}^S$ може бути апроксимована при малих k^* s -хвильовим розв'язком у зовнішній області:

$$\Psi_{-\mathbf{k}^*}^S(\mathbf{r}^*) = e^{-i\mathbf{k}^* \cdot \mathbf{r}^*} + \frac{f^S(k^*)}{r^*} e^{ik^* \cdot r^*}. \quad (2.5)$$

Амплітуда розсіяння $f^S(k^*)$ тут взята в наближенні ефективної відстані

$$f^S(k^*) = \left(\frac{1}{f_0^S} + \frac{1}{2} d_0^S k^{*2} - ik^* \right)^{-1}, \quad (2.6)$$

де f_0^S — довжина розсіяння та d_0^S — ефективний радіус для визначеного повного спіну $S = 1$ or $S = 0$. Синглетні або триплетні ваги ρ_i для неполяризованих частинок (припускаючи поляризацію $P = 0$) дорівнюють $\rho_0 = 1/4(1 - P^2) = 1/4$ та $\rho_1 = 1/4(3 + P^2) = 3/4$ відповідно.

Щодо випадку баріон-антибаріонних пар, слідуючи [80], ми апроксимуємо експериментально виміряну кореляційну функцію $C_{uncorr}(k^*)$ наступним аналітичним виразом

$$C_{uncorr}(k^*) = 1 + \lambda(k^*)(C(k^*) - 1) + \alpha(k^*)(C_{res}(k^*) - 1), \quad (2.7)$$

де $\lambda(k^*)$ — чистота або доля коректно ідентифікованих пар, що складаються з основних частинок, $C(k^*)$ — “справжня” кореляційна функція, апроксимована рівн. (2.4), $\alpha(k^*)$ — доля вторинних частинок, з урахуванням залишкових кореляцій, $\alpha(k^*) = \tilde{\alpha}(1 - \lambda(k^*))$ та $C_{res}(k^*)$ — вклад залишкових кореляцій. Останній взятий у гаусовій формі [80, 107]

$$C_{res}(k^*) = 1 - \tilde{\beta} e^{-4k^{*2}R^2}, \quad (2.8)$$

де $\tilde{\beta} = A > 0$ — анігіляційна амплітуда заглиблення, та $R \ll r_0$ — інвертована ширина ямки. Оскільки $\tilde{\alpha}$ та $\tilde{\beta}$ входять в (2.7) тільки як добуток $\tilde{\alpha}\tilde{\beta}$, останній трактується як єдиний параметр апроксимації β .

Радіус джерела r_0 в обох випадках $p\Lambda$ та $\bar{p}\Lambda$ отримується з гаусової апрокси-

мації $S_{\text{fit}}(r^*) = (2\sqrt{\pi}r_0)^{-3} e^{-\frac{r^{*2}}{4r_0^2}}$ усередненої по кутам функції джерела

$$S(r^*) = 1/(4\pi) \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} S(r^*, \theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi, \quad (2.9)$$

обчисленої з гідрокінетичної моделі [105, 12, 65]. Остання симулює еволюцію матерії в релятивістських ядро-ядерних зіткненнях як таку, що складається з двох стадій — гідродинамічного розширення матерії в стані локальної термічної та хімічної рівноваги, та поступового розльоту системи, який починається коли рівновага втрачається. Перша стадія описується ідеальною гідродинамікою, для другої застосовується гідрокінетичний підхід, що базується на рівняннях Больцмана в інтегральній формі, з переключенням на каскад UrQMD на простороподібній гіперповерхні. В нашому дослідженні гідрокінетична модель взята у спрощеній гібридній формі [58] з раптовим переходом від гідродинамічної еволюції до каскаду на гіперповерхні адронізації, що визначена ізотермою $T = 165$ MeV.

Вихідні дані моделі складаються з координат та імпульсів згенерованих частинок, що потім використовуються для отримання різних спостережуваних. Гістограми усередненої по кутам функції джерела, що розглядається, заповнюються наступним чином (тут r^* — відстань між частинками в системі спокою пари):

$$S(r^{*(k)}) = \frac{\sum_{n=1}^{N_{\text{ev}}} \sum_{i_1^n, i_2^n} [\delta_{\Delta}(r^{*(k)} - r_{i_1^n}^* + r_{i_2^n}^*) / (4\pi(r_{i_1^n}^* - r_{i_2^n}^*)^2 \Delta)]}{\sum_{n=1}^{N_{\text{ev}}} \sum_{i_1^n, i_2^n} 1} \quad (2.10)$$

Тут $r_{i_1^n}^*$ та $r_{i_2^n}^*$ — r -координати частинок 1 та 2 (в системі спокою пари), що утворені в n -ій події, $r^{*(k)}$ — r -координата центру елементу k -ої гістограми, функція $\delta_{\Delta}(x) = 1$ якщо $|x| < \Delta/2$ та 0 в іншому випадку, Δ — розмір елементу гістограми.

2.4 Результати та обговорення

Початкові умови (IC) для обчислень гідрокінетичної моделі, що симулюють випадок 5% найбільш центральних зіткнень свинцю при енергії LHC $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV, описані детально в [58, 75]. Ми припускаємо поздовжню буст-інваріант-

ність, так що початкові умови визначені тільки в площині, поперечній до осі пучка. Поперечний профіль густини енергії $\epsilon_i(\mathbf{r}_T)$ в початковий час $\tau_i = 0.1 \text{ fm}/c$ відповідає моделі Монте-Карло Глаубера, та обчислюється за допомогою генератора подій GLISSANDO [55], при фіксованому загальному нормовочному коефіцієнті енергії ϵ_0 , що являє собою максимальну початкову густину енергії. Значення цього нормовочного коефіцієнта обирається таким чином, щоб отримані середні множинності всіх заряджених частинок відповідали експерименту. Початковий поперечний потік в наступних обчисленнях відсутній.

На рис. 2.1 можна побачити усереднену по кутам функцію джерела $p\Lambda$, $S(r^*)$, отриману з гідрокінетичної моделі для зіткнень ЛНС, разом з гаусовою апроксимацією для неї. Значення радіусів джерела, отриманих з цієї апроксимації, дорівнюють $r_0 = 3.76 \text{ fm}$, що приблизно в 1.15 разів більше ніж у випадку РНІС. Апроксимація функції джерела для $\bar{p}\Lambda$ дає такі ж самі значення радіусів джерела.

Отримавши r_0 з гідрокінетичної моделі та фіксуючи f_0^s та d_0^s відповідно до [108] для баріон-баріонного випадку, ми можемо моделювати відповідну кореляційну функцію (див. рис. 2.2). Порівняно з РНІС, кореляційна функція $p\Lambda$ для ЛНС дещо вужча (відповідні гаусові ширини відрізняються на множник ~ 1.13) та має менший інтерсепт, що приблизно дорівнює 1.7.

Для побудови відповідної баріон-антибаріонної кореляційної функції необхідно визначити значення параметрів, що входять в (2.7) та (2.8) у випадку ЛНС. Так же як для РНІС ми припускаємо $f^s = f^t = f$ та $d_0^s = d_0^t = 0$. Радіуси джерела знову фіксовані з розрахунків гідрокінетичної моделі, $r_0 = 3.76 \text{ fm}$. Щодо дійсної та уявної частин довжини розсіяння, $\text{Re } f_0$ and $\text{Im } f_0$, вони характеризують сильну взаємодію антипротон-лямбда і тому не змінюються при переході від РНІС до ЛНС. Тому ми можемо використовувати значення, отримані з апроксимації кореляційної функції $\bar{p}\Lambda$ для РНІС, показані на рис. 6 статті [80], в якому застосовується гаусова параметризація (2.8) для вкладу залишкових кореляцій, $\text{Re } f_0 = 0.14 \pm 0.66 \text{ fm}$ та $\text{Im } f_0 = 1.53 \pm 1.31 \text{ fm}$. Параметр $\beta = \tilde{\alpha}\tilde{\beta}$ описує силу залишкових кореляцій та долю залишково-зкорельованих неосновних частинок. Тому, цей параметр залежить від кінематики взаємодії частинок. Тому він мо-

же бути взятим таким же як для RHIC, $\beta = 0.034 \pm 0.005$. Щодо параметру R , який являє собою деякий ефективний розмір, пов'язаний із залишковими кореляціями ($R_{\text{RHIC}} = 0.48 \pm 0.05$ fm), можна припустити що у випадку LHC він більший, ніж у випадку RHIC, приблизно пропорційно до відношення радіусів джерела $r_0^{\text{LHC}}/r_0^{\text{RHIC}} \approx 1.15$, тобто $R_{\text{LHC}} = R_{\text{RHIC}}(r_0^{\text{LHC}}/r_0^{\text{RHIC}})$. Таке припущення дає $R_{\text{LHC}} = 0.55 \pm 0.06$ fm. Помітимо, що оскільки згадані значення параметрів мають похибки, кореляційна функція LHC не може бути точно передбачена, тільки з точністю до похибок, пов'язаних з похибками цих параметрів апроксимації. Похибки в передбаченій кореляційній функції обчислюються наступним чином:
$$\Delta C_{\text{uncorr}}(k^*) = \sqrt{\sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial C_{\text{uncorr}}(k^*)}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{1 \leq i < j \leq 4} \frac{\partial C_{\text{uncorr}}(k^*)}{\partial x_i} \frac{\partial C_{\text{uncorr}}(k^*)}{\partial x_j} \sigma_{ij}}$$
, де x_i — параметри апроксимації, $\text{Re } f_0$, $\text{Im } f_0$, β та R , $\sigma_i = \Delta x_i$ — відповідно похибки цих параметрів, та σ_{ij} — коваріація параметрів x_i та x_j .

Визначення чистоти $\lambda(k^*)$ для LHC неявне, оскільки воно залежить не тільки від долі вторинних пар, що виникають під час розпаду резонансів, але також від експериментальної установки, а точніше, від долі невірно ідентифікованих пар. Для прояснення цієї проблеми ми обчислили долю пар, що складаються з частинок, які мають різну природу (основні або з деяких розпадів) в гідрокінетичній моделі для зіткнень RHIC та LHC. Результати, отримані в обох випадках, досить близькі та показані на табл. I. Порівнюючи ці долі з аналогічними в табл. III для RHIC [79], можна побачити, що експериментальна доля пар $p_{\text{prim}} - \Lambda_{\text{prim}}$, $\lambda = 0.15$, приблизно в 2.5 рази менша ніж в гідрокінетичній моделі, ймовірно із-за проблеми невірної ідентифікації, що має місце в експерименті. З іншого боку, в симуляціях гідрокінетичної моделі всі утворені частинки коректно ідентифіковані, що приводить до такої різниці між відповідними значеннями долей. Однак, оскільки гідрокінетична модель — це реалістична модель, що добре описує спостережувані RHIC та LHC, то базуючись на її результатах можна зробити висновок, що справжні чистоти для LHC та RHIC, що являють собою долі основних частинок, мають бути дуже близькі.

В такій ситуації ми демонструємо три різні графіки для кореляційної функції $\bar{p} - \Lambda \oplus p - \bar{\Lambda}$ на LHC (див. рис. 2.3–2.5). Перший демонструє модель кореляційної

функції з $\lambda_{\text{LHC}}(k^*)$ таким же, як для RHIC [79], $\lambda_{\text{LHC}}(k^*) = \lambda_{\text{RHIC}}(k^*)$. На рис. 2.4 можна побачити наші передбачення для кореляційної функції LHC з $\lambda_{\text{LHC}}(k^*) = 2.5\lambda_{\text{RHIC}}(k^*)$, де множник 2.5 відповідає відношенню відповідних долей основних пар в гідрокінетичній моделі та в експерименті STAR. Щодо рис. 2.5, на ньому показані зкоректовані за чистотою та залишковими кореляціями кореляційні функції для LHC та RHIC. Вони виражені (як слідує з рівн. (2.7)) через незкоректовані наступним чином: $C(k^*) = 1 + (C_{\text{uncorr}}(k^*) - 1)/\lambda(k^*) - \alpha(k^*)(C_{\text{res}}(k^*) - 1)/\lambda(k^*)$. Остання “істинна” функція може бути легко порівняна з експериментальними результатами (зкоректованими таким же чином за чистотою та залишковими кореляціями), оскільки вона не залежить від долі неідентифікованих частинок в конкретному експерименті. Якщо порівняти з RHIC, крива LHC очевидно має меншу амплітуду та ширину.

| Pairs | Fractions (%) |
|---|---------------|
| $p_{\text{prim}} - \Lambda_{\text{prim}}$ | 38 |
| $p_{\Lambda} - \Lambda_{\text{prim}}$ | 16 |
| $p_{\Sigma^+} - \Lambda_{\text{prim}}$ | 3 |
| $p_{\text{prim}} - \Lambda_{\Sigma^0}$ | 12 |
| $p_{\Lambda} - \Lambda_{\Sigma^0}$ | 5 |
| $p_{\Sigma^+} - \Lambda_{\Sigma^0}$ | 1 |
| $p_{\text{prim}} - \Lambda_{\Xi}$ | 17 |
| $p_{\Lambda} - \Lambda_{\Xi}$ | 7 |
| $p_{\Sigma^+} - \Lambda_{\Xi}$ | 1 |

Таблиця 2.1

Долі пар p_{Λ} , основних та таких що породжуються в різних розпадах, обчислені в НКМ. Ці долі майже однакові для випадків RHIC та LHC.

2.5 Висновки

Були показані перші передбачення для кореляційних функцій p_{Λ} та \bar{p}_{Λ} , обчислені за допомогою моделі Ледницького-Любошица та гідрокінетичної моделі з урахуванням ефекту залишкових кореляцій, для 5% найбільш центральних зіткнень свинцю на LHC з енергією $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV. Поведінки функцій передбачені на основі раніше отриманих результатів для зіткнень золота на вищій енергії

RHIC.

Як для $p\Lambda$, так і для $\bar{p}\Lambda$, криві кореляційних функцій у випадку LHC дещо вужчі ніж у випадку RHIC.

Радіуси джерела r_0 для LHC, обчислені в гідрокінетичній моделі для баріон-баріонного та баріон-антибаріонного випадків досить схожі, $r_0 = 3.76$ fm. Вони приблизно в 1.15 разів більші ніж відповідні радіуси для RHIC.

Чистоти пар (долі пар, що складаються з основних частинок), обчислені в гідрокінетичній моделі для RHIC та LHC дуже близькі та приблизно в 2.5 рази більші ніж експериментальні долі основних пар в експерименті колаборації STAR для RHIC. Така різниця скоріш за все пов'язана з проблемою невірної ідентифікації частинок, що існує для експериментальних даних. Саме тому ми показуємо результати для незкоректованих за чистотою кореляційних функцій $\bar{p}\Lambda$ в двох варіантах: з чистотою $\lambda(k^*)$, рівною аналогічній для експериментальних даних RHIC та з чистотою RHIC, помноженою на 2.5, що відповідає чистоті гідрокінетичної моделі. Виміряна кореляційна функція для LHC має знаходитись посередині між цими двома граничними випадками. В залежності від конкретної експериментальної установки та відповідною долею невірно ідентифікованих частинок, справжня крива може бути ближчою до одного або іншого варіанту.

Ми також показуємо зкоректовану за чистотою та залишковими кореляціями баріон-антибаріонну кореляційну функцію, що не має залежати від деталей експерименту і тому може бути легко порівняна з експериментальними результатами. Ця функція для LHC має меншу амплітуду, ніж для RHIC.

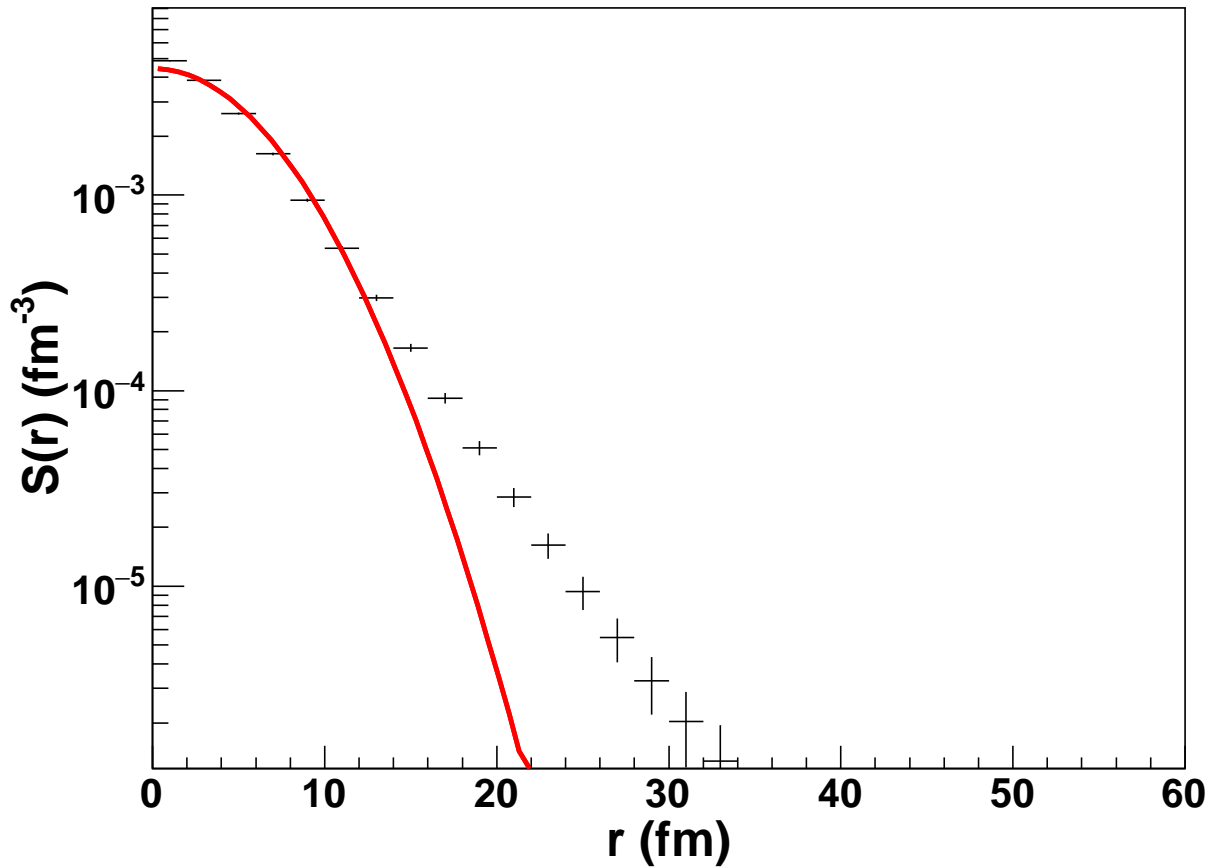


Рис. 2.1 Усереднена за кутами функція джерела для $p\Lambda$, обчислена в гідрокінетичній моделі (точки) та її апроксимація за гаусом (лінія). Обчислення відповідають 5% найбільш центральним зіткненням свинцю при енергії ЛНС $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV, в проміжку псевдобистроти $|\eta| < 0.8$. Проміжок імпульсу протонів $0.7 < p_T < 4$ GeV/c, лямбд $0.7 < p_T < 5$ GeV/c. Отримане значення $r_0 = 3.76$ fm.

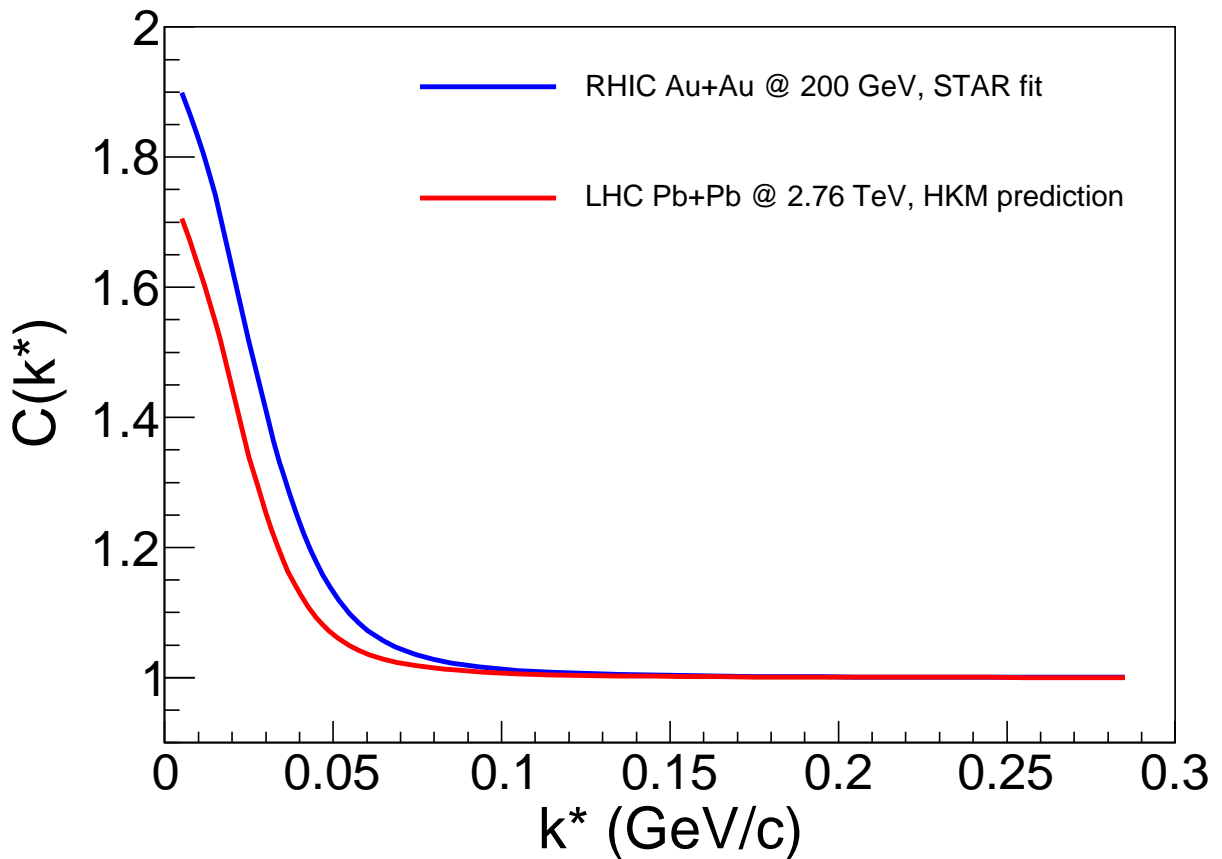


Рис. 2.2 Гідрокінетичні передбачення для зкоректованих за чистотою кореляційних функцій $p-\Lambda\oplus\bar{p}-\bar{\Lambda}$ для зіткнень свинцю на LHC з енергією $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV, $c = 0-5\%$, $|\eta| < 0.8$, з $0.7 < p_T < 4$ GeV/c для протонів та $0.7 < p_T < 5$ GeV/c для лямбд (червона крива). Для LHC радіус джерела, обчислений в гідрокінетичній моделі, дорівнює $r_0 = 3.76$ fm. Апроксимація Ледницького-Любошица кореляційної функції для вищої енергії RHIC, що відповідає експерименту STAR [79], з $r_0 = 3.23$ fm, отриманим з функції джерела гідрокінетичної моделі, представлена для порівняння (синя крива).

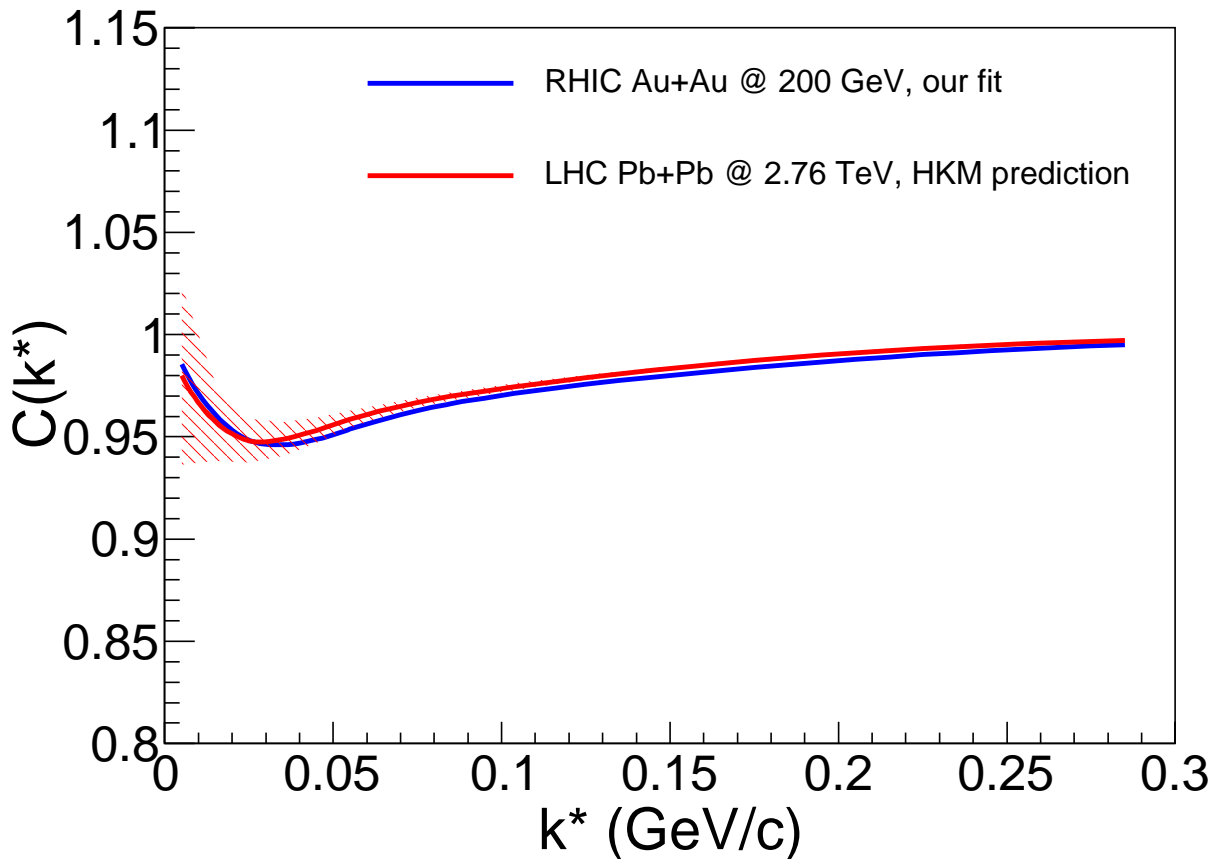


Рис. 2.3 Те ж саме, що й на рис. 2.2 для не зкоректованої за чистотою кореляційної функції $\bar{p} - \Lambda \oplus p - \bar{\Lambda}$. Радіус джерела гідрокінетичної моделі для ЛНС дорівнює $r_0 = 3.76$ fm. Чистота $\lambda(k^*)$ така ж сама, як для випадку РНІС [79]. Дійсна та уявна частини довжини розсіювання, $\text{Re } f_0$ та $\text{Im } f_0$, взяті з апроксимації кореляційної функції РНІС, що відповідає рис. 6 з [80], де радіус джерела гідрокінетичної моделі $r_0 = 3.28$ fm та використовується гаусова апроксимація (2.8) для вкладу залишкових кореляцій $C_{\text{res}}(k^*)$. Для апроксимації результатів ЛНС значення параметру β співпадає з його значенням для РНІС, коли параметр R помножений на $r_0^{\text{LHC}}/r_0^{\text{RHIC}}$. Апроксимація результатів ЛНС визначена з точністю до похибок в параметрах $\text{Re } f_0$, $\text{Im } f_0$, β та R , що показано областю навколо кривої ЛНС.

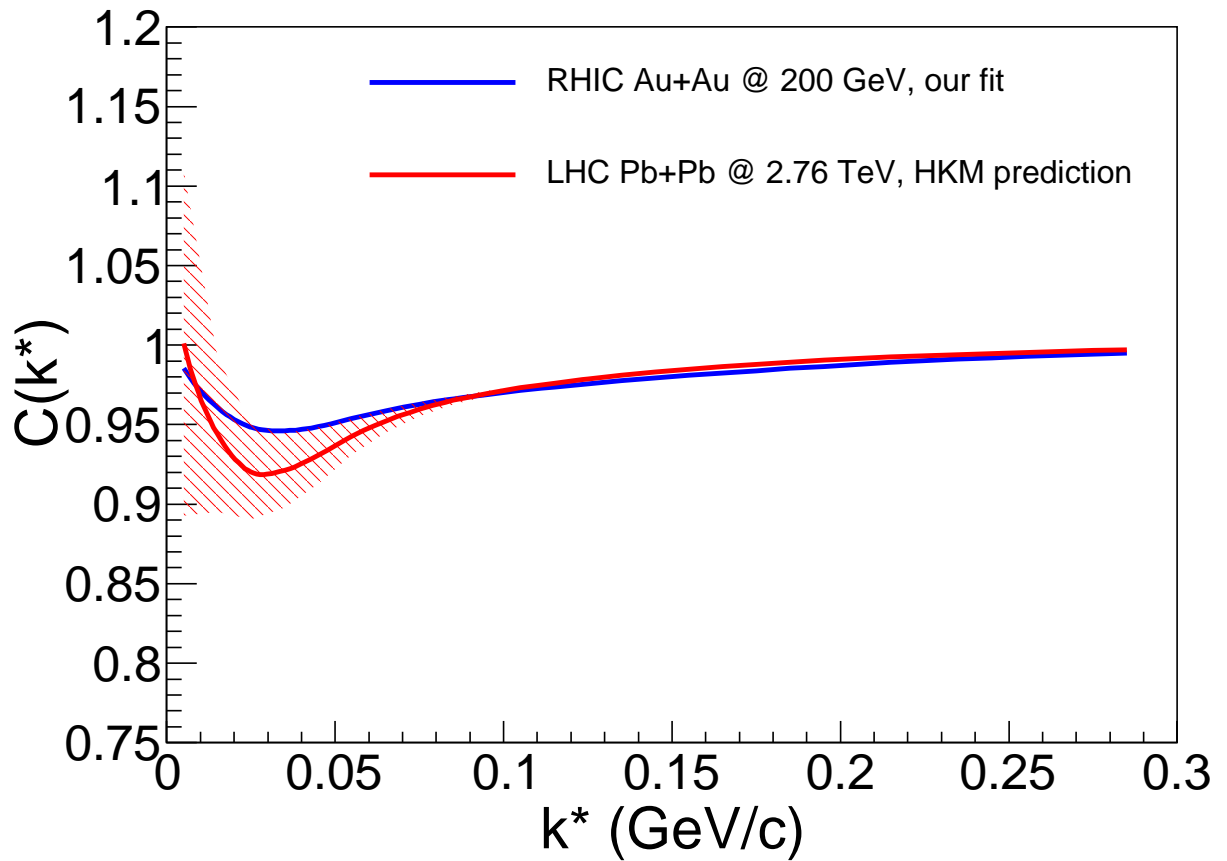


Рис. 2.4 Те ж саме, що й на рис. 2.3, але чистота ЛНС $\lambda(k^*)$ збільшена відносно чистоти РНІС відповідно до долі основних пар $p\Lambda$ в гідрокінетичних симуляціях, в яких немає проблеми невірної ідентифікації частинок.

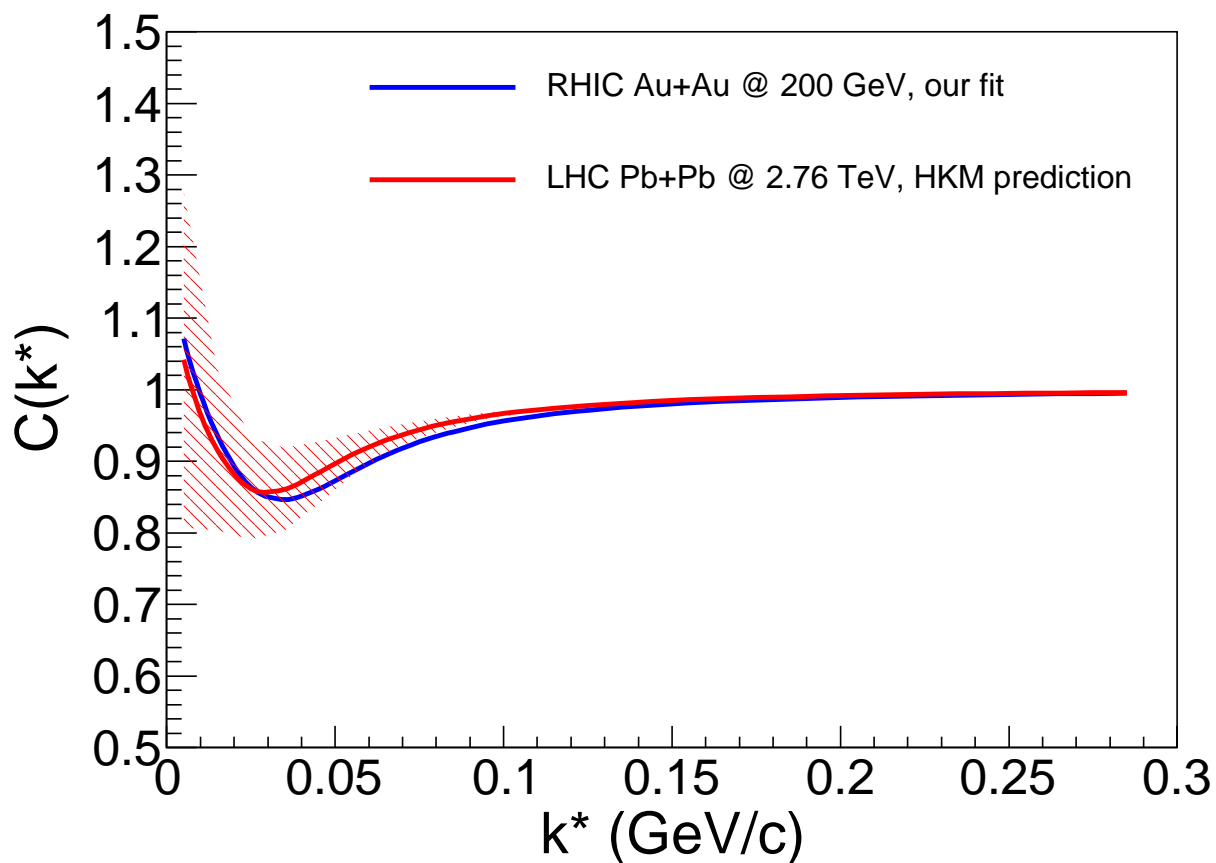


Рис. 2.5 Те ж саме, що й на попередніх двох рисунках, але кореляційні функції зкориговані за чистотою та залишковими кореляціями, тобто $C(k^*) = 1 + (C_{\text{uncorr}}(k^*) - 1)/\lambda(k^*) - \alpha(k^*)(C_{\text{res}}(k^*) - 1)/\lambda(k^*)$.

РОЗДІЛ 3

ОПИС ПРЕТЕРМІЧНОЇ СТАДІЇ ЯДРО-ЯДЕРНИХ ЗІТКНЕНЬ ТА ФОРМУВАННЯ ПОЧАТКОВИХ УМОВ ДЛЯ ГІДРОДИНАМІЧНОЇ ЕВОЛЮЦІЇ

3.1 Вступ

Гідродинамічна модель зараз вважається частиною майбутньої “Стандартної моделі” еволюції фаєрболу, утвореного в релятивістських зіткненнях важких йонів на Релятивістському Колайдері Важких Іонів (RHIC) та Великому Адронному Колайдері (LHC) (сучасні огляди див. ([6]-[10])). Для закінчення побудови “Стандартної моделі”, до гідродинамічного підходу необхідно додати початкові та кінцеві умови: перші мають описувати перехід від нерівноважного стану в локально-рівноважний, останні описують утворення частинок під час розпаду суцільного середовища на фінальній стадії гідродинамічної еволюції.

До останнього часу основні дослідження були виконані в напрямку моделювання переходу від гідродинамічного опису до утворення частинок на останній стадії гідродинамічної еволюції, на якій гідродинамічне наближення більш не застосовне. Загальноприйнята думка, що за кварк-глюонною рідиною слідує дисипативний та нерівноважний адронний газ. Перехід від кварк-глюонної рідини до адронного газу описується так званими гібридними моделями, в яких перетворення рідини на частинки реалізується на гіперповерхні адронізації або хімічного фрїзауту генераторами подій на основі принципу Монте-Карло [15, 16, 17, 18], та подальша адронна стадія еволюції моделюється адронною каскадною моделлю, такою як UrQMD (Ultrarelativistic Quantum Molecular Dynamics)[19, 20].

Що стосується початкових умов для гідродинамічної моделі, необхідно відмітити, що не існує загальноприйнятої моделі нерівноважної динаміки та термалізації (обсудження можливих механізмів термалізації див. ([21]-[29])). Проте

існують теоретичні докази [30] того, що стан, що утворюється в ядро-ядерному зіткненні, є значно анізотропним в імпульсному просторі в системах спокою речовини. Такий стан є нерівноважним і не може бути використаний як початкові умови для гідродинамічної моделі. Оскільки початкові умови флюктуують від події до події, генератори подій на основі принципу Монте-Карло широко застосовуються для генерації початкового стану в релятивістських ядро-ядерних зіткненнях. Найбільш розповсюджені такі моделі початкового стану як MC-Glauber (Monte-Carlo Glauber)[31]-[33], MC-KLN (Monte-Karlo Kharzeev-Levin-Nardi)[34]-[37], та IP-Glasma (impact-parameter-dependent Glasma)[38]. Остання модель також включає в себе нерівноважну динаміку глюонних полів, яка, однак, не приводить до необхідного рівноважного стану. Для того щоб застосувати ці моделі до опису експериментальних даних, необхідний деякий процес термалізації. Для зменшення похибки в результатах, породженої гідродинамічними моделями, необхідно включити в модель еволюцію від нерівноважного початкового стану в ядро-ядерних зіткненнях до стану, близького до рівноваги, за допомогою нерівноважної динаміки.

Відомо, що для нерівноважних систем неможливо застосувати термодинамічні рівняння Гіббса для отримання рівнянь, що описують закони збереження в системі у замкненій формі, як це можливо для гідродинаміки. Остання по суті представляє собою ефективну теорію, що описує довгохвильову динаміку систем, близьких до (локальної) рівноваги (див. [39] та посилання). Щодо нерівноважних систем, їх кінетика має довершити рівняння збереження енергії-імпульсу. В більшості випадків, навіть якщо такі кінетичні рівняння відомі, (наближений) розв'язок таких рівнянь відомий тільки в стані, близькому до (локальної) рівноваги системи. Наприклад, кінетичні рівняння в'язкої гідродинаміки для розріджених газів базуються на наближеному розв'язку рівнянь Больцмана, близькому до локальної рівноваги ([40]-[42]). Іноді, якщо кінетичні рівняння невідомі або дуже складні, використовується релаксаційне наближення (див. [43] для релятивістського випадку). В залежності від значення часового релаксаційного параметру, розв'язок таких кінетичних рівнянь інтерполює між двома тривіальним граничними випад-

ками: вільним розльотом та локально рівноважною еволюцією. Хоча наближення релаксаційного часу відоме достатньо давно, воно рідко використовується для практичних обчислень нерівноважної динаміки, оскільки до відповідного кінетичного рівняння необхідно додати закони збереження для інтеграла зіткнень (так звані узгоджуючі умови Ландау), що приводить до нелінійних рівнянь. Це є причиною того, що розв'язання кінетичних рівнянь у наближенні релаксаційного часу в більшості випадків потребує дуже довгих комп'ютерних розрахунків (особливо для тривимірного випадку).

Недавно, наближення, що називається “анізотропна гідродинаміка”, було розроблене для ранніх станів ядро-ядерного зіткнення, далеких від локальної рівноваги. Це наближення має гідродинамічний характер (див. [44] та посилання). Нульовий та перший моменти $0+1$ кінетичного рівняння наближення релаксаційного часу були використані для знаходження рівнянь еволюції для буст-інваріантної Ромашке-Стрікланда [45] форми одночастинкової функції розподілу за допомогою узгоджуючих умов Ландау та експоненційного анзацу Ромашке-Стрікланда [46], [47]. Тоді, використання функції розподілу Ромашке-Стрікланда дозволяє обчислити нерівноважний тензор енергії-імпульсу та виразити величини термодинамічного типу (які не мають стандартної термодинамічної інтерпретації) як функції деяких параметрів, утворюючи рівняння, схоже на рівняння стану речовини, замикаючи таким чином систему рівнянь збереження енергії-імпульсу. Незважаючи на те, що функція розподілу Ромашке-Стрікланда не задовольняє кінетичні рівняння, а лише деякі їх моменти, було показано, що тензор енергії-імпульсу анізотропної гідродинаміки достатньо добре апроксимує нерівноважний тензор енергії-імпульсу, обчислений за допомогою точного чисельного розв'язку $0+1$ кінетичного рівняння в наближенні релаксаційного часу для поперечно-однорідної системи, в якій поздовжня еволюція є буст-інваріантною [59],[60].

Зовсім недавно були різні спроби узагальнити підхід анізотропної гідродинаміки для опису нерівноважної динаміки для більшої розмірності, ніж $0+1$ (див. [61]-[63]). На відміну від випадку з розмірністю $0+1$, такі узагальнення не порівняні з точним розв'язком та їх релевантність для опису нерівноважної динаміки залиша-

ється сумнівною. Для уможливлення використання узагальнених “рівнянь стану”, що базуються на анзаці Ромашке-Стрікланда з розмірністю більшою за $0+1$, вводиться поняття “анізотропної рівноваги”. Проблема в тому, що функція розподілу нерівноважного анзацу Ромашке-Стрікланда не задовольняє, навіть приблизно, відповідне кінетичне рівняння, і використання такого наближення як “основний порядок” наближення недоцільне. Інша ситуація в стандартній в’язкій гідродинаміці другого порядку (рівняння Ізраеля-Стюарта), де розклад функції розподілу навколо локально рівноважного стану з високою ентропією є доцільним. Як було помічено вище, такий анзац та відповідні “рівняння стану” базуються на буст-інваріантній поперечно-однорідній кінетиці і тому навряд чи зможе призвести до нетривіальної поперечної динаміки. Це особливо стосується обчислень типу “подія за подією”, для яких типічні початкові умови характеризуються дуже високою неоднорідністю в поперечній площині та призводять до великих поперечних швидкостей. З іншого боку, використання поперечно-однорідних початкових умов з початковою анізотропією специфічного типу дуже звужує коло застосування анізотропної гідродинаміки.

В цьому розділі використовується інший феноменологічний підхід, що був запропонований в [49]. Цей підхід дозволяє узгодити нерівноважну динаміку з гідродинамічним описом. Метод базується на законах збереження енергії-імпульсу, що пов’язані з релаксаційною транспортною динамікою, виражених для тензора енергії-імпульсу, що еволюціонує до гідродинамічної форми. Це дозволяє, використовуючи параметр часу релаксації, оцінити гідродинамічний тензор енергії-імпульсу в передбачуваний час термалізації, стартуючи з будь-якого початкового часу. Основна особливість цього методу полягає в тому, що не потребується ніяких додаткових припущень (таких як узгоджуючі умови Ландау або принцип “анізотропної рівноваги”) для опису переходу від нерівноважного стану до майже рівноважного. Тоді така модель може забезпечити неперервний перехід від нерівноважного стану, з довільним типом анізотропії, до гідродинамічного режиму. Більше того, метод дозволяє враховувати великі неоднорідності початкового стану, що приводить до нетривіальної поперечної динаміки. Тому метод може

використаний для моделювання ранньої стадії ядро-ядерного зіткнення подія за подією. В цьому розділі пропонується чисельна реалізація цього методу, націлена на те щоб дослідити зв'язок між локально ізотропним та анізотропним в імпульсному просторі початковими станами, та рівноважними початковими умовами для подальшої гідродинамічної еволюції в релятивістських ядерних зіткненнях. В цьому розділі ми обмежуємося центральною областю бистрот, в якій поздовжня буст-інваріантність є досить розумним наближенням для повздовжньої динаміки.

3.2 Імпульсно-енергетича релаксаційна динаміка для нерівноважного початкового стану

В [49] було запропоновано симулювати еволюцію матерії, утвореної в ультра-релятивістських зіткненнях важких йонів, до локальної рівноваги за допомогою релаксаційної динаміки тензору енергії-імпульсу, що мотивується кінетикою Больмана в наближенні релаксаційного часу,

$$\frac{p^\mu \partial f(x, p)}{p^0 \partial x^\mu} = - \frac{f(x, p) - f_{\text{leq}}(x, p)}{\tau_{\text{rel}}}, \quad (3.1)$$

де τ_{rel} — параметр релаксаційного часу в системі центра мас (в загальному випадку він представляє собою деяку функцію від (x, p)), $f(x, p)$ та $f_{\text{leq}}(x, p)$ являють собою функцію розподілу систему в даному стані та локально рівноважну. Тензор енергії-імпульсу має вигляд

$$T^{\mu\nu}(x) = \int d^3p \frac{p^\mu p^\nu}{p_0} f(x, p). \quad (3.2)$$

Як можна побачити з рівн. (3.1), локально-рівноважний стан досягається в кінцевий момент часу $t = t_{\text{th}}$ тільки якщо параметр релаксаційного часу в рівн. (3.1) зникає при $t \rightarrow t_{\text{th}}$: $\tau_{\text{rel}}(t \rightarrow t_{\text{th}}, \mathbf{r}, p) \rightarrow 0$. В кінетиці наближення релаксаційного часу, функція розподілу, $f(x, p)$, являє собою функціонал від локально-рівноважної функції розподілу, $f_{\text{leq}}(x, p)$. Тоді формальний розв'язок рівн. (3.1)

має вигляд

$$f(t, \mathbf{r}, p) = f(t_0, \mathbf{r} - \frac{\mathbf{p}}{p_0}(t - t_0), p)P(t_0, t, \mathbf{r}, p) + \int_{t_0}^t f_{1 \text{ eq}}(t', \mathbf{r} - \frac{\mathbf{p}}{p_0}(t - t'), p) \frac{d}{dt'} P(t', t, \mathbf{r}, p) dt', \quad (3.3)$$

де

$$P(t', t, \mathbf{r}, p) = \exp \left\{ - \int_{t'}^t \tau_{\text{rel}}^{-1}(s, \mathbf{r} - \frac{\mathbf{p}}{p_0}(t - s), p) ds \right\} \quad (3.4)$$

являє собою вірогідність частинки з імпульсом \mathbf{p} пропагувати вільно з точки $(t', \mathbf{r} - \frac{\mathbf{p}}{p_0}(t - t'))$ до точки (t, \mathbf{r}) , та $f(t_0, \mathbf{r} - \frac{\mathbf{p}}{p_0}(t - t_0), p) \equiv f_{\text{free}}(t, \mathbf{r}, p)$ — початкова функція розподілу вільного розльоту: $p^\mu \partial_\mu f(t_0, \mathbf{r} - \frac{\mathbf{p}}{p_0}(t - t_0), p) = 0$.

Обчислювальна складність знаходження параметрів локально-рівноважного стану робить використання рівн. (3.1) або його формального розв'язку (3.3) складним для узгодження нерівноважного початкового стану з ідеальною або в'язкою гідродинамікою в релятивістських зіткненнях важких йонів. Щоб зробити цю проблему розв'язною, в [49] було запропоновано використовувати релаксаційну динаміку для тензора енергії-імпульсу, що апроксимує найбільш важливі властивості формального розв'язку (3.3) та кінетики наближення релаксаційного часу (3.1), і при цьому уникнути обчислювальних проблем пов'язаних з нелінійними рівняннями для параметрів локально-рівноважного розподілу.

Для зручності читача в цьому підрозділі ми коротко підсумуємо основні властивості релаксаційної динаміки тензора енергії-імпульса, відсилаючи читача до [49] за більш детальним поясненням. По-перше, в цій моделі розглядається буст-інваріанта еволюція в центральній області бистрот, використовується повздовжній власний час Бйоркена $\tau = \sqrt{t^2 - z^2}$, вірогідність для частинки вільно пропагувати від початкового часу τ_0 до часу τ взята у вигляді: $P(\tau_0, \tau, \mathbf{r}, p) \approx P(\tau_0, \tau) \equiv P(\tau)$. Тоді функція розподілу у фазовому просторі $f_{\text{free}}P + f_{1 \text{ eq}}(1 - P)$ є формальним розв'язком рівн. (3.1) якщо знехтувати множником $(1 - P(\tau))p^\mu \partial_\mu f_{1 \text{ eq}}(x, p)$. Від-

повідно, нерівноважний тензор енергії-імпульсу має вигляд

$$T^{\mu\nu}(x) = T_{\text{free}}^{\mu\nu}(x)\mathcal{P}(\tau) + T_{\text{hyd}}^{\mu\nu}(x)(1 - \mathcal{P}(\tau)), \quad (3.5)$$

де $T_{\text{free}}^{\mu\nu}(x)$ та $T_{\text{hyd}}^{\mu\nu}(x)$ — вільного розльоту та гідродинамічна (локально-рівноважна) компоненти тензору енергії-імпульсу, відповідно. Ми використовуємо в (4.2) підстановку $P(\tau) \rightarrow \mathcal{P}(\tau)$ оскільки пізніше ми розглядаємо $0 \leq \mathcal{P}(\tau) \leq 1$ просто як інтерполюючу функцію, та наближення (4.2) буде застосоване для системи будь-якого типу, не тільки для Больцманівського газу, з кінцевим тензором енергії-імпульсу, що відповідає релятивістській ідеальній або в'язкій рідині. З (4.2) можна побачити, що мають місце наступні рівняння:

$$\mathcal{P}(\tau_0) = 1, \quad \mathcal{P}(\tau_{\text{th}}) = 0, \quad \partial_\mu \mathcal{P}(\tau)|_{\tau=\tau_{\text{th}}} = 0. \quad (3.6)$$

Для інтерполяційної функції, $\mathcal{P}(\tau)$, ми використовуємо наступний анзац, запропонований в [49]:

$$\mathcal{P}(\tau) = \left(\frac{\tau_{\text{th}} - \tau}{\tau_{\text{th}} - \tau_0} \right)^{\frac{\tau_{\text{th}} - \tau_0}{\tau_{\text{rel}}}}. \quad (3.7)$$

Тут τ_0 — початковий час релаксаційної динаміки, він може бути обраний як завгодно близьким до часу, в який перекриття ядер закінчене та початковий нерівноважний стан вже утворений. Параметр τ_{rel} визначає швидкість переходу до гідродинамічного режиму, і несуперечність моделі, рівн. (4.8), потребує виконання умови $\frac{\tau_{\text{th}} - \tau_0}{\tau_{\text{rel}}} > 1$ [49], яка являє собою обмеження на параметри моделі. Ми обираємо $\tau_0 = 0.1$ fm/c і залишаємо цей параметр фіксованим для всіх обчислень цього розділу, так же як час $\tau_{\text{th}} = 1$ fm/c, в який, як ми припускаємо, завершується перехід до гідродинаміки.

Для визначення компоненти вільного розльоту тензора енергії-імпульсу в рівн. (4.2), помітимо, що в початковий момент часу $T_{\text{free}}^{\mu\nu}(x)$ співпадає з $T^{\mu\nu}(x)$, див. рівн. (4.2) та (4.8). Тоді початкові умови для одного такі ж самі як і для іншого, і тому визначаються початковим станом речовини в ядро-ядерному зіткненні. Подальша

еволюція $T_{\text{free}}^{\mu\nu}(x)$ залежить від типу системи та її еволюції майже без зіткнень. В подальших обчисленнях ми припускаємо, що така динаміка регулюється одночастинковою функцією розподілу для скалярних безмасових частинок (партонів), $f(x, p)$, що задовольняє рівняння вільного розльоту

$$p_\mu \partial^\mu f(x, p) = 0. \quad (3.8)$$

відповідний тензор енергії-імпульсу $T_{\text{free}}^{\mu\nu}(x)$ тоді обчислюється з рівн. (3.2).

Тензор енергії-імпульсу гідродинамічної компоненти $T_{\text{hyd}}^{\mu\nu}(x)$ береться у відомій формі

$$T_{\text{hyd}}^{\mu\nu}(x) = (\epsilon_{\text{hyd}}(x) + p_{\text{hyd}}(x) + \Pi) u_{\text{hyd}}^\mu(x) u_{\text{hyd}}^\nu(x) - (p_{\text{hyd}}(x) + \Pi) g^{\mu\nu} + \pi^{\mu\nu}. \quad (3.9)$$

Тут u^μ — 4-вектор потоку енергії, ϵ_{hyd} — густина енергії в системі спокою рідини, p_{hyd} — рівноважний тиск, $\pi^{\mu\nu}$ — тензор поздовжнього натягу, Π — об'ємний тиск. В цьому розділі ми нехтуємо об'ємним тиском та для тензору поздовжнього натягу використовуємо таке ж рівняння руху, як і в [52],

$$\langle u^\gamma \partial_{;\gamma} \pi^{\mu\nu} \rangle = -\frac{\pi^{\mu\nu} - \pi_{\text{NS}}^{\mu\nu}}{\tau_\pi} - \frac{4}{3} \pi^{\mu\nu} \partial_{;\gamma} u^\gamma, \quad (3.10)$$

де $\partial_{;\mu}$ — коваріантна похідна (див., наприклад, [52]), дужки в (4.6) визначені таким чином: $\langle A^{\mu\nu} \rangle = (\frac{1}{2} \Delta_\alpha^\mu \Delta_\beta^\nu + \frac{1}{2} \Delta_\alpha^\nu \Delta_\beta^\mu - \frac{1}{3} \Delta^{\mu\nu} \Delta_{\alpha\beta}) A^{\alpha\beta}$, $\Delta^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} - u^\mu u^\nu$, та $\pi_{\text{NS}}^{\mu\nu}$ — значення тензора поздовжнього натягу в граничному випадку Нав'є-Стокса,

$$\pi_{\text{NS}}^{\mu\nu} = \eta(\Delta^{\mu\lambda} \partial_{;\lambda} u^\nu + \Delta^{\nu\lambda} \partial_{;\lambda} u^\mu) - \frac{2}{3} \eta \Delta^{\mu\nu} \partial_{;\lambda} u^\lambda. \quad (3.11)$$

Рівняння еволюції для $T_{\text{hyd}}^{\mu\nu}(x)$ отримуються із законів збереження енергії-імпульсу, $\partial_{;\mu} T^{\mu\nu}(x) = 0$. Вони мають вигляд

$$\partial_{;\mu} [(1 - \mathcal{P}(\tau)) T_{\text{hyd}}^{\mu\nu}(x)] = -\partial_{;\mu} [T_{\text{free}}^{\mu\nu}(x) \mathcal{P}(\tau)]. \quad (3.12)$$

Тепер врахуємо, що $T_{\text{free}}^{\mu\nu}(x)$ підлягає динаміці вільного розльоту та $\partial_{;\mu} T_{\text{free}}^{\mu\nu}(x) =$

0. Також введемо тензор $\tilde{T}_{\text{hyd}}^{\mu\nu}(x)$, що являє собою гідродинамічний тензор в іншій шкалі, $\tilde{T}_{\text{hyd}}^{\mu\nu}(x) = (1 - \mathcal{P}(\tau))T_{\text{hyd}}^{\mu\nu}(x)$, з початковими умовами $\tilde{T}_{\text{hyd}}^{\mu\nu}(x) = 0$ при $\tau = \tau_0$ в будь-якій точці простору. Тоді рівн. (4.9) приймає свою кінцеву форму, яка представляє собою гідродинамічне рівняння з джерелами:

$$\partial_{;\mu}\tilde{T}_{\text{hyd}}^{\mu\nu}(x) = -T_{\text{free}}^{\mu\nu}(x)\partial_{;\mu}\mathcal{P}(\tau). \quad (3.13)$$

Помножуючи рівн. (4.6) на $(1 - \mathcal{P})$ та підставляючи $\pi^{\mu\nu} = \tilde{\pi}^{\mu\nu}/(1 - \mathcal{P})$, отримаємо рівняння для тензора поздовжнього натягу в іншій шкалі $\tilde{\pi}^{\mu\nu}$:

$$(1 - \mathcal{P}(\tau)) \left\langle u^\gamma \partial_{;\gamma} \frac{\tilde{\pi}^{\mu\nu}}{(1 - \mathcal{P}(\tau))} \right\rangle = -\frac{\tilde{\pi}^{\mu\nu} - (1 - \mathcal{P}(\tau))\pi_{\text{NS}}^{\mu\nu}}{\tau_\pi} - \frac{4}{3}\tilde{\pi}^{\mu\nu}\partial_{;\gamma}u^\gamma. \quad (3.14)$$

Ми враховуємо, що баріонна густина достатньо мала для найбільш високих енергій RHIC та енергій LHC, і тому нехтуємо її внеском у рівняння стану.

Щоб замкнути систему рівнянь еволюції (4.10), необхідно задати рівняння стану $p_{\text{hyd}} = p_{\text{hyd}}(\epsilon_{\text{hyd}})$ для гідродинамічної компоненти. Якщо це зроблено, то рівняння (4.10) дозволяє обчислити початкові умови для послідууючої гідродинамічної еволюції через обчислення $\tilde{T}_{\text{hyd}}^{\mu\nu}(x)$. Причина цього в тому, що джерело в рівн. (4.10) в кінцевий момент часу (при $\tau = \tau_{\text{th}}$) зникає і $\tilde{T}_{\text{hyd}}^{\mu\nu}(x) \rightarrow T_{\text{hyd}}^{\mu\nu}(x) \rightarrow T^{\mu\nu}(x)$ коли $\tau \rightarrow \tau_{\text{th}}$, див. рівн. (4.8). В наступному підрозділі ми показуємо результати чисельного обрахунку релаксаційної моделі претермальній стадії.

3.3 Результати та обговорення

Для моделювання претермальній динаміки, описаної в попередньому підрозділі, ми модифікуємо програмний код, описаний в [52] для розв'язання гідродинамічних рівнянь з додатковими джерелами. Щоб зробити обчислення менш часозатратними, ми редукуємо 3+1 розмірний в'язкий гідродинамічний код до 2+1 розмірного, припускаючи поздовжню буст-інваріантність. Також, оскільки відомо, що відношення в'язкості до ентропії кварк-глюонної рідини близьке до свого мінімального значення для енергій RHIC та LHC, ми виконуємо деякі обчислення

в граничному випадку нульової в'язкості з ціллю визначити основні властивості релаксаційної динаміки. Ми виконуємо обчислення для рівняння стану в його найпростішій формі, $p_{\text{hyd}} = \text{const} \cdot \epsilon_{\text{hyd}}$. Ми кладемо $\tau_{\text{rel}} = 0.5 \text{ fm}/c$ як значення за умовчанням.

Для того, щоб почати розрахунки, необхідно визначити початкові умови. Оскільки $\tilde{T}_{\text{hyd}}^{\mu\nu}(x)$ дорівнює нулю в початковий момент часу, відповідні початкові умови визначаються явним виглядом джерела в правій частині рівн. (4.10). Оскільки $\mathcal{P}(\tau)$ задано явно, див. рівн. (4.4), залишається визначити початкове значення тензора енергії-імпульсу компоненти вільного розльоту. Ми визначаємо її за допомогою рівн. (3.2) через початкове значення густини в фазовому просторі $f(x, p)$. Оскільки нашою ціллю є порівняння результатів наших обчислень, ми нормалізуємо всі початкові розподіли таким чином, що густина енергії в початковий момент часу в центрі системи (що співпадає з центром координат), дорівнює 1000 GeV fm^{-3} . Це — типічне значення для симуляцій $Pb + Pb$ зіткнень в гідрокінетичній моделі з початковим часом $0.1 \text{ fm}/c$ ([12]-[14]).

Ми застосовуємо аналітичну параметризацію початкового розподілу в фазовому просторі, взяту з [53]. Така буст-інваріанта параметризація дозволяє враховувати анізотропію в імпульсному просторі. Ми припускаємо відсутність поперечного потоку в початковий момент часу $\tau_0 = 0.1 \text{ fm}/c$, тому початковий розподіл в фазовому просторі не має $x - p$ кореляцій в поперечній площині. Також, ми додаємо імпульсний розподіл з [53] до гаусового просторового розподілу, $\rho(\mathbf{r}_T)$:

$$\rho(\mathbf{r}_T) = \exp(-r_x^2/R_x^2 - r_y^2/R_y^2). \quad (3.15)$$

Тоді в початковий момент часу $\tau_0 = 0.1 \text{ fm}/c$

$$f(x, p) = g \exp\left(-\sqrt{\frac{(p \cdot U)^2 - (p \cdot V)^2}{\lambda_{\perp}^2} + \frac{(p \cdot V)^2}{\lambda_{\parallel}^2}}\right) \rho(\mathbf{r}_T). \quad (3.16)$$

Тут $\eta = \tanh^{-1} z/t$ — геометрична бистрота, g залежить від центральності зіткнення і визначає множинність утворених адронів, $U^{\mu} = (\cosh \eta, 0, 0, \sinh \eta)$,

$V^\mu = (\sinh \eta, 0, 0, \cosh \eta)$. Можна побачити, що $p \cdot U$ та $p \cdot V$ залежать від $\theta = \eta - y$, де $y = \tanh^{-1} p_L/p_0$, і тому $f(x, p)$ — поздовжньо буст-інваріантний розподіл. Анізотропія розподілу $f(x, p)$ в імпульсному просторі явно видна, якщо рівн. (3.16) переписати у власній системі спокою, $\eta = 0$, в якій воно має вигляд

$$f(x, p) = g \exp \left(-\sqrt{\frac{p_T^2}{\lambda_\perp^2} + \frac{p_L^2}{\lambda_\parallel^2}} \right) \rho(\mathbf{r}_T). \quad (3.17)$$

По-перше, ми використовуємо гідродинамічний код [52] в його формі для ідеальної рідини (тобто з нульовими коефіцієнтами в'язкості), та виконуємо обчислення з початковими умовами, визначеними рівн. (3.16). Для виконання порівняння ізотропних та анізотропних в імпульсному просторі початкових умов, ми беремо різні значення $\lambda \equiv \lambda_\perp/\lambda_\parallel$: 1, 0.01, 100 відповідно. Що стосується λ_\perp , ми використовуємо фіксоване значення 1.4 GeV для усіх обчислень. Тому $\lambda \equiv 0.01$ відповідає великому поздовжньому тиску, порівняно з поперечним. $\lambda \equiv 100$ відповідає дуже малому поздовжньому тиску, аналогічно до оригінальних початкових умов конденсату кольорового скла (CGC) [53]. Значення $\lambda \approx 1$ використовується, фактично, в [64], [65]. Таке значення λ відповідає CGC-подібним початковим умовам з розмазаною $\delta(\eta - y)$ в глюонній CGC функції Вігнера; таке розмазування вводиться, щоб запобігти протиріччю з квантовим принципом невизначеності. Також, ми використовуємо $R_x = R_y = R = 5.33$ fm в рівн. (3.15), що відповідає Гаусовій апроксимації початкової густини енергії поперечного профілю в центральних ядро-ядерних зіткненнях [64], [65]. Результуючі профілі густини енергії та швидкості показані для часу термалізації $\tau = \tau_{\text{th}} = 1$ fm/c, для якого, як ми припускаємо, перехід до гідродинаміки завершений.

Порівняємо результуючі профілі густини енергії та швидкості при $\tau = \tau_{\text{th}}$ для релаксаційної моделі (RM), гідродинамічної моделі (НМ), та вільного розльоту (FS). Густина енергії та 4-вектор потоку енергії обчислені з тензору енергії-імпульсу:

$$u^\mu = \frac{T^{\mu\nu} u_\nu}{T^{\mu\nu} u_\mu u_\nu} = \frac{T^{\mu\nu} u_\nu}{\epsilon} \quad (3.18)$$

Ми застосовуємо НМ та FS моделі наступним чином. Для НМ ми використовуємо рівн. (3.18) при $\tau = \tau_0$ з $T^{\mu\nu} = T_{free}^{\mu\nu}$ для обчислення початкової густини енергії та 4-швидкостей, потім включаємо їх в тензор енергії-імпульсу в гідродинамічній формі та виконуємо чисто гідродинамічну еволюцію до $\tau = \tau_{th}$, тоді як для моделі вільного розльоту початковий тензор енергії-імпульсу при $\tau = \tau_0$ повністю співпадає з тензором енергії-імпульсу релаксаційної моделі, і ми використовуємо (3.18) для обчислення густини енергії та 4-швидкостей в моделі вільного розльоту при $\tau = \tau_{th}$.

Перед обговоренням результатів чисельних розрахунків, проведемо аналітичну оцінку та порівняння еволюцій густини енергії при гідродинаміці та вільному розльоті. Оскільки початковий поперечний потік відсутній, можна обчислити густину енергії, $\epsilon(r_T, \tau)$, хоча б в центральній частині, $r/R \ll 1$, використовуючи наближення поперечно однорідної системи в момент часу τ такий що $\tau/R \ll 1$. Тоді для гідродинамічної моделі з рівнянням стану безмасового ідеального газу, $p = \frac{1}{3}\epsilon$, можна отримати відомий результат:

$$\epsilon_{\text{НМ}}(\tau) \propto \left(\frac{\tau_0}{\tau}\right)^{4/3}. \quad (3.19)$$

Пряме обчислення за допомогою рівн. (3.2) для вільного розльоту з буст-інваріантним початковим розподілом $f(\mathbf{r}_T, \mathbf{p}_T, \theta)$ (3.16), в якому еволюція описується підстановкою $\theta \rightarrow \theta(\tau) = \text{arcsinh}(\frac{\tau}{\tau_0} \sinh(\theta))$, $\mathbf{r}_T \rightarrow \mathbf{r}_T(\tau) = \mathbf{r}_T - \frac{\mathbf{p}_T}{m_T}(\tau \cosh(\theta) - \sqrt{\tau_0^2 + \tau^2 \sinh^2(\theta)})$ [50], [51], дає

$$\epsilon_{\text{FS}}(\tau) \propto \frac{\tau_0}{\lambda\tau} \frac{\arccos(\frac{\tau_0}{\lambda\tau})}{\sqrt{1 - \frac{\tau_0^2}{\lambda^2\tau^2}}} + \frac{\tau_0^2}{\lambda^2\tau^2}. \quad (3.20)$$

Помітимо, що в рівн. (3.20) ми використовуємо рівність $\arccos(x) = i \text{arccosh}(x)$. Неважко знайти, що в нерелятивістському аналозі буст-інваріантного вільного розльоту перший доданок в рівн. (3.20) $\propto \frac{\tau_0}{\lambda\tau}$ асоціюється зі зменшенням з часом поперечної енергії із-за зменшення густини кількості частинок за рахунок колективної повздовжньої експансії (тоді зростання числа частинок в деякій по-

здовжньою малій області менше ніж їх втрата). Другий доданок відноситься до зменшення поздовжнього внеску в густину енергії по тим же причинам. В релятивістському випадку, в якому неможливо розділити енергію частинок на суму поздовжньої та поперечної частин, така інтерпретація рівн. (3.20) неточна.

Неважко побачити що в обмеженому інтервалі по τ , (τ_0, τ_{th}) , різні доданки в рівн. (3.20) можуть домінувати залежно від параметру анізотропії λ . При великих λ перший доданок домінує, і тоді для таких же початкових густин енергії, $\epsilon_{HM}(\tau_0) = \epsilon_{FS}(\tau_0)$, і кінцева густина енергії буде більшою у випадку вільного розльоту (див. рівн. (3.19) and (3.20)), в той час як при достатньо малих λ результат буде оборотнім: $\epsilon_{HM}(\tau_0) > \epsilon_{FS}(\tau_0)$. Просте обчислення з нашими параметрами $\tau_0 = 0.1 \text{ fm}/c$, $\tau_{th} = 1 \text{ fm}/c$ показує, що $\epsilon_{HM}(\tau_{th}) \approx \epsilon_{FS}(\tau_{th})$ при $\lambda \approx 1/3$.

На рисунку 3.1 показані профілі густини енергії для релаксаційної моделі в порівнянні з гідродинамічною моделлю та вільним розльотом для ізотропного початкового стану, $\lambda = 1$, з рівнянням стану $p = \epsilon/3$. Як можна побачити з рис. 3.1, кінцева (в момент часу термалізації $\tau = 1 \text{ fm}/c$) густина енергії для релаксаційної моделі знаходиться між відповідними результатами для гідродинаміки (найменші значення) та вільним розльотом (найбільші значення). Такі результати були очікуваними, оскільки релаксаційна еволюція включає в себе як гідродинамічний режим, так і режим вільного розльоту, і параметр анізотропії вибраний рівним $\lambda = 1 > 1/3$. Помітимо, що для будь-якого анізотропного випадку, тобто $\lambda \neq 1$, які ми будемо обговорювати, початкові умови для гідродинаміки при $\tau = \tau = 0.1 \text{ fm}/c$ взяті з такою ж початковою густиною енергії, як і для анізотропного розподілу, $\epsilon_{hyd} = \epsilon$, але з симетричним тиском, $p_{hyd} = c_0^2 \epsilon$, де $c_0^2 = 1/3$ всюди крім спеціально оговорених випадків. Рис. 3.2 відповідає анізотропному випадку $\lambda = 0.01$, коли поздовжня “ефективна температура” λ_{\parallel} значно більша за поперечну, $\lambda_{\parallel} > \lambda_{\perp}$. Знову, кінцеві густини енергії релаксаційного режиму знаходяться посередині між відповідними результатами гідродинамічного випадку та випадку вільного розльоту. Але, оскільки тепер $\lambda < 1/3$, найменші густини енергії досягаються у випадку вільного розльоту, а найбільші — у випадку гідродинамічного розширення. Детальний аналіз випадків релаксаційного, гідродинамічного

та вільного розльоту біля точки $\lambda = 1/3$: $\lambda = (0.25, 0.45)$ показує зміну послідовності для різних режимів при τ_{th} , в той час як густина енергії релаксаційної моделі ніколи не співпадає з іншими моделями. Також, співпадіння кінцевої густини енергії для релаксаційної моделі з гідродинамічною моделлю або моделлю вільного розльоту відбувається з різними претермальними потоками у відповідній парі. На рис. 3.3 ми порівнюємо результати для релаксаційної моделі з різними початковими розподілами, які являють собою ізотропне $\lambda = 1$, і дуже анізотропні імпульсні розподіли: $\lambda = 0.01$ та $\lambda = 100$. Останній випадок типічно асоціюється з початковими умовами конденсату кольорового скла (CGC) [53]. Можна побачити, що при однакових початкових густинах енергії при $\tau = 0.1 \text{ fm}/c$, максимальна густина енергії в момент часу термалізації $\tau = 1 \text{ fm}/c$ досягається у випадку з найменшим повздовжнім тиском.

Ситуація з поперечними колективними швидкостями (рис. 3.4) нетривіальна навіть в ізотропному випадку, в якому густина енергії в релаксаційній моделі знаходиться посередині між густинами енергії гідродинаміки ті вільного розльоту. Причиною цього є те, що існують два протилежно діючих фактори, що впливають одночасно на поперечний градієнт гідродинамічного тиску, який в свою чергу впливає на утворення поля швидкостей в релаксаційній моделі. З одного боку, жорсткіше рівняння стану збільшує градієнт, з іншого боку, жорсткіше рівняння стану може зменшити його оскільки більше енергії втрачається внаслідок виконання роботи системою в поздовжньому напрямку. Ми показуємо це на рис. 3.4, 3.5, 3.6; максимальні кінцеві швидкості досягаються при $p_{hyd} = \epsilon/3$ в релаксаційній моделі, при $p_{hyd} = 0.15\epsilon$ у випадку вільного розльоту, та при $p_{hyd} = 0.7\epsilon$ в гідродинамічному випадку.

На рис. 3.7 показані поперечні швидкості для анізотропних початкових станів, $\lambda = 0.01$. Протилежно до випадку $\lambda = 1$, для малих $\lambda < 1/3$ найменший претермальний потік утворюється у випадку вільного розльоту, а найбільший — в гідродинамічному випадку. Релаксаційна модель показує проміжний результат. Можна побачити вплив анізотропії на результати релаксаційної моделі на рис. 3.3, 3.8, на яких видно, що густина енергії та претермальний потік збільшуються зі

збільшенням параметру анізотропії λ . Причина цього полягає в тому, що збільшення λ призводить до зменшення швидкості втрат густини енергії для вільного розльоту під час буст-інваріантного розширення (див. рівн. (3.20) та обговорення). Як результат, максимальна густина енергії та поперечний градієнт компоненти вільного розльоту більші для релаксаційних процесів у випадку більшого λ . В свою чергу поперечний градієнт та/або густини енергій визначають поперечний потік в процесах вільного розльоту [50], [51], [54]: вони зростають зі зростанням градієнту.

Для вивчення залежності швидкості переходу до гідродинамічного режиму від густин енергії та поперечних швидкостей в початковий момент часу гідродинамічної фази, ми виконуємо розрахунки з різними значеннями τ_{rel} . Результати показані на рис. 3.9, 3.10 для $\lambda = 1$, для яких можна побачити, що кінцеві поперечні швидкості майже однакові, незважаючи на різну швидкість переходу, тоді як густини енергії більші якщо швидкість переходу до гідродинаміки менша (τ_{rel} більше). Це також означає, що при $\lambda = 1 > 1/3$ густина енергії буде більшою, див. рівн. (3.19) та (3.20). В той же час, порівнюючи густини енергії та поперечні швидкості, обчислені в релаксаційній моделі з $\tau_{rel} = 0.8 \text{ fm}/c$, що відповідає досить різкому переходу до гідродинаміки біля кінця претермальній стадії, з аналогічними величинами, обчисленими для вільного розльоту (див. рис. 3.1, 3.4), можна знайти помітну різницю в результуючих густинах енергії, що в релаксаційній моделі менші, ніж для вільного розльоту при $\lambda = 1$.

Важливо відзначити, що режими вільного розльоту та гідродинаміки не являють собою граничні випадки еволюції системи з початкового нерівноважного стану до кінцевого рівноважного. При однаковому профілі початкової густини енергії, для будь-яких дозволених значень параметрів: τ_0 , τ_{th} та τ_{rel} , такі “граничні” тензори енергії-імпульсу не досягаються. Формально, основні граничні умови (4.8) заперечують таку можливість. Фізична причина для цього полягає в тому, що тензори енергії-імпульсу мають різну структуру для рівноважного та нерівноважного станів. Як було обговорено вище, кінцеві профілі густини енергії та швидкостей в релаксаційній моделі не співпадають одночасно з аналогічними величинами для

режимів гідродинаміки та вільного розльоту, для будь-якого значення параметру анізотропії λ . В частковому випадку ізотропного початкового стану ($\lambda = 1$), тензор енергії-імпульсу вільного розльоту набуває специфічної (нев'язкої) структури з густиною енергії вищою, ніж у випадку будь-якого неперервного переходу до гідродинаміки, показаного на рис. 3.9. Причиною цього є те, що не можна просто ігнорувати недіагональні члени в тензорі енергії-імпульсу, які розвиваються під час еволюції вільного розльоту [54], та діагоналізувати тензор “раптом” при, наприклад, $\tau = \tau_{\text{th}} = 1 \text{ fm}/c$ використовуючи узгоджуючі умови Ландау, оскільки тоді порушується закон збереження енергії-імпульсу. Тому, неперервна інтерполяція між довільним анізотропним початковим станом та гідродинамікою, що впроваджується релаксаційною моделлю, не є просто “неперервною інтерполяцією” між двома “граничними” типами еволюції речовини: вільний розльот та гідродинамічний.

Інша важлива річ, яку ми обговорюємо в цьому розділі, — ініціалізація в'язкої гідродинаміки за допомогою релаксаційної моделі. Рівняння релаксаційної моделі (4.10) включають в себе в'язкий гідродинамічний формалізм Ізраеля-Стюарта, та відповідний гідродинамічний код був [52] модифікований для розв'язання рівнянь релаксаційної моделі. Ми вважаємо коефіцієнт об'ємної в'язкості $\Pi = 0$ на всіх етапах еволюції, за умовчанням використовуємо нульові початкові умови для тензора поздовжнього натягу, $\pi^{\mu\nu}(\tau_0) = 0$, та використовуємо наступний анзац для релаксаційного часу тензора повздовжньої в'язкості: $\tau_\pi = 5\eta/(sT)$. У в'язкому випадку також необхідно визначити температуру та густину ентропії за допомогою рівняння стану. Тому у в'язкому випадку ми завжди використовуємо рівняння стану релятивістського безмасового газу кварків та глюонів, $p = \epsilon/3$, що приводить до наступного виразу для густини енергії:

$$\epsilon = \left(\frac{7}{4} \cdot g_l \cdot n_f + g_g \right) \frac{\pi^2}{30} T^4, \quad (3.21)$$

де $g_l = 6$ та $g_g = 16$ — кваркові та глюонні фактори виродження відповідно, і ми визначаємо ефективну кількість кваркових ступенів вільності $n_f = 2.5$. Рівняння

(3.21) також припускає рівність нулю хімічних потенціалів. Густина ентропії тоді отримується, використовуючи термодинамічне рівняння $\epsilon + p = Ts$. У граничному випадку Нав'є-Стокса використовується фіксоване відношення поздовжньої в'язкості до ентропії $\eta/s = 0.1$. Також в цьому випадку ми виконуємо обчислення для ізотропних в імпульсному просторі початкових умов, $\lambda = 1$. Результати релаксаційної моделі порівнюються з результатами гідродинаміки з початковим тензором поздовжньої в'язкості $\pi_{\tau_0}^{\mu\nu} = 0$, та з результатами гідродинамічної моделі з початковим тензором поздовжнього натягу в граничному випадку Нав'є-Стокса (NS) у формі $\pi^{\mu\nu}(\tau_0) = \pi_{NS}^{\mu\nu}$. Результати показані на рис. 3.11 та 3.12, в яких результати вільного розльоту також показані для порівняння. Результати релаксаційної моделі з нульовими в'язкими початковими умовами якісно однакові з результатами, отриманими в релаксаційній моделі з ідеальною рідиною, наприклад, можна побачити з цього рисунку, що релаксаційна модель приводить до меншої густини енергії в центрі системи та більших поперечних швидкостей порівняно з моделлю вільного розльоту. У випадку ненульової початкової в'язкості при $\tau = \tau_0$ (NS), кінцева густина енергії в такій моделі більша ніж густина енергії в релаксаційній моделі.

Також демонструється, що результати в'язкої релаксаційної моделі, на відміну від “анізотропної гідродинаміки”, можуть бути застосовані не лише для гладких початкових профілей густини енергії, а також для негладких анізотропних початкових умов при $\tau = \tau_0$. Сукупність таких нерівних початкових умов використовується в гідродинамічних розрахунках типу “подія-за-подією”. Щоб уникнути непорозуміння, помітимо, що наша ціль не полягає в аналізі того, яка модель: MC-Glauber, MC-KLN або IP-Glasma найбільш реалістична для опису даних, а тільки демонстрація можливостей релаксаційної моделі. Тому, ми випадково беремо одну часткову (флуктуюючу) подію, що відповідає зіткненню Pb+Pb на LHC з центральністю 20-30%, що була згенерована за допомогою GLISSANDO [55]. Генератор обраховує просторовий розподіл джерел, що флуктує відповідно до статистичної природи розподілів нуклонів в ядрах, що зтикаються, відповідно до моделі Монте-Карло Глаубера. Поперечні координати джерел відповідають цен-

трам взаємодіючих нуклонів або центрам бінарних зіткнень нуклонів в ядрах, що зтикаються. Відповідна RDS (relative deposited strength) кожного джерела дорівнює $(1 - \alpha)/2$ якщо джерелом є нуклон, або α , якщо джерело — бінарне зіткнення. Ми використовуємо значення за умовчанням $\alpha = 0.14$.

Для гідродинамічної або релаксаційної моделі необхідні початкові умови. Для їх отримання можна використати одні із стандартних вихідних даних GLISSANDO, що являють собою двовимірну гістограму, заповнену RDS усіх джерел в поперечній площині. Ширина одного елемента гістограми становить $s_{GL} = 0.4$. Формально це подібно до “крупнозернистої” процедури, яка є базисом будь-якого макроскопічного (напр., гідродинамічного) опису мікроскопічної системи. Фактично, кожний гідродинамічний початковий стан відповідає великій кількості мікроскопічних початкових станів з майже такими ж або такими ж самими густинами у вибраній шкалі. Тому, якщо асоціювати окрему подію GLISSANDO з подальшою гідродинамічною еволюцією, відповідний розподіл густини енергії не може бути дуже неоднорідним. Також відомо, що параметри в’язкості прямо відносяться до крупнозернистої шкали [56]. Для дуже малих шкал, неоднорідність середовища може бути настільки великою (прямує до точкового розподілу в граничному випадку), що в’язка гідродинаміка втрачає свою застосовність. Для розгляду цієї проблеми ми порівнюємо результати, отримані з (незгладженого) початкового розподілу з результатами, отриманими зі згладженого початкового розподілу. Для другого випадку, ми збільшуємо розмір елемента гістограми з розміру за умовчанням, $s_{GL} = 0.4$ fm, до $s_{GL} = 0.7$ fm. Щоб отримати згладжений розподіл, ми також розподіляємо енергію з кожного конкретного елемента ґратки в поперечному напрямку з центром в цьому елементі, відповідно до Гаусового профілю з радіусом $\sigma = 0.5$ fm. Незгладжений профіль густини енергії, згенерований генератором GLISSANDO в рамках однієї довільно обраної події, показаний на рис. 3.13, в порівнянні зі згладженим. Помітимо, що як незгладжені так і згладжені початкові умови нормалізовані на одне й те ж значення $\bar{\epsilon}_0 = 1000$ GeV/fm³ густини енергії, усереднене в поперечній площині в центральному квадраті зі стороною 4 fm. Ми використовуємо обидва, незгладжений та згладжений профілі, замість

Гаусового (3.15) в рівн. (3.16). Після цього, використовуючи оригінальний та згладжений r_T - профілі, відповідні густини у фазовому просторі $f(x, p)$, так же як початкові тензори енергії-імпульсу, можуть бути визначені на основі поподійного аналізу. Результати релаксаційного моделювання довільно вибраної однієї події з відповідними початковими розподілами густини енергії на рис. 3.13 показані на рис. 3.14 та 3.15 для випадку відносно великого параметра в'язкості $\eta/s = 0.25$, та $\lambda = 1$. Можна побачити різний рівень неоднорідності початкових умов для гідродинаміки при $\tau_{th} = 1$ fm/c для згладжених та незгладжених початкових станів при $\tau = \tau_0$.

Моделювання ядро-ядерних зіткнень потребують початкових умов для релаксаційної транспортної моделі для багатьох таких флуктуючих початкових станів. Для генератора подій GLISSANDO статистично релевантною кількістю подій є $N \approx 1000$. Обчислення однієї події за допомогою релаксаційної моделі, що також включає в себе обчислення джерела $T_{free}^{\mu\nu}(x)\partial_{;\mu}\mathcal{P}(\tau)$ в рівн. (4.10), займає 4 години на одному процесорному ядрі. Тому при паралельних обчисленнях (100 процесорів) загальний час поподійного аналізу релятивістських зіткнень важких йонів буде займати біля однієї або двох діб.

Залежність адронного спектру або v_n від крупнозернистої шкали, так же як і зв'язок між шкалами та в'язкими параметрами — інший важливий момент, який є поза рамками дослідження даного розділу.

3.4 Висновки

Аналіз властивостей кварк-глюонної плазми та початкового стану речовини, утвореного в релятивістських ядро-ядерних зіткненнях потребує знання претермальної динаміки зіткнення, що приводить до термалізації системи ті її подальшої гідродинамічної еволюції. Однак, не було розроблено задовільної моделі динамічних аспектів ізотропізації та термалізації в ядро-ядерних зіткненнях. Тому опис нерівноважного початкового стану речовини за допомогою гідродинамічного підходу в таких зіткненнях залишається відкритим питанням.

Було показано результати для гідродинамічних початкових умов, отриманих за допомогою нерівноважної релаксаційної динаміки в імпульсно-енергетичній транспортній феноменологічній моделі, що була запропонована в [49]. Навідміну від підходу анізотропної гідродинаміки [44], де штучний підхід “анізотропної рівноваги”, що базується на $0+1$ розмірній кінетиці для специфічного класу анізотропії, використовується замість співвідношень Гібса для замкнення системи рівнянь еволюції, така модель не має ніяких додаткових припущень і тому може бути застосована для систем, які мають довільну анізотропію в імпульсному просторі, і також неоднорідні в поперечній площині. Останнє особливо важливо для поподійного гідродинамічного моделювання релятивістських зіткнень важких йонів. Було отримано початкові умови для гідродинамічної еволюції використовуючи початкові умови, що можуть бути як ізотропними, так і анізотропними в імпульсному просторі. Залежність цільового термального стану від швидкості переходу до гідродинамічного режиму та різних рівнянь стану також була показана. Це дозволяє нам вивчати вплив особливостей раннього початкового стану, так же як і дорівноважної динаміки на густину енергії та колективні поперечні швидкості в початковий час гідродинамічної еволюції.

Було показано, що, з однією й тою ж початковою густиною енергії, як кінцева густина енергії, так і претермальні колективні потоки збільшуються зі збільшенням параметру анізотропії — відношенням поперечного тиску до поздовжнього. Тому найбільші гідродинамічні густини енергії та поперечні швидкості в час термалізації досягаються при нульовому початковому поздовжньому тиску, що відповідає CGC-подібним початковим умовам. Також, було показано, що для будь-якого релаксаційного часу та початкової анізотропії в імпульсному просторі, як кінцева густина енергії, так і профіль швидкості, ніколи не співпадають одночасно з аналогічними величинами, отриманими в гідродинамічній моделі або моделі вільного розльоту. Тому, неперервна релаксаційна динаміка від початкового нерівноважного стану до (майже) рівноважного не може бути коректно апроксимована гідродинамічним режимом або режимом вільного розльоту. Широко розповсюджений рецепт миттєвої термалізації претермальної еволюції вільного розльоту

призводить до розривного тензора енергії-імпульсу, що для вільного розльоту має специфічну (нев'язку) нерівноважну структуру. Це приводить до порушення законів збереження енергії-імпульсу.

Особливості претермальної еволюції також залежать від рівняння стану гідродинамічної компоненти системи. Два протилежно напрямлені фактори діють одночасно на поперечний градієнт гідродинамічного тиску, що впливає на формування поперечного поля швидкостей та релаксаційну еволюцію. З одного боку, жорсткіше рівняння стану збільшує градієнт, але з іншого боку, жорстке рівняння стану може зменшити його, оскільки більше енергії втрачається на виконання роботи в поздовжньому напрямку системою, заключеною в деякому інтервалі швидкості. Як результат, максимальні поперечні швидкості досягаються для ізотропних початкових станів в наступних випадках: для м'якого рівняння стану при вільному розльоті, для жорсткого рівняння стану та чисто гідродинамічної еволюції та для проміжного рівняння стану для релаксаційної еволюції.

Розроблена релаксаційна модель також застосовується для ситуацій, при яких претермальна система релаксує до стану, близького до рівноважного, що описується в'язкою гідродинамікою. Показано, що в'язка релаксаційна модель може бути застосована для досить нерівних початкових умов, що дозволяє використовувати модель як компоненту для гідродинамічного поподійного аналізу.

Незважаючи на модельну залежність показаних результатів, можна припустити що вони відтворюють основні властивості нерівноважної динаміки анізотропних в імпульсному стані початкових розподілів.

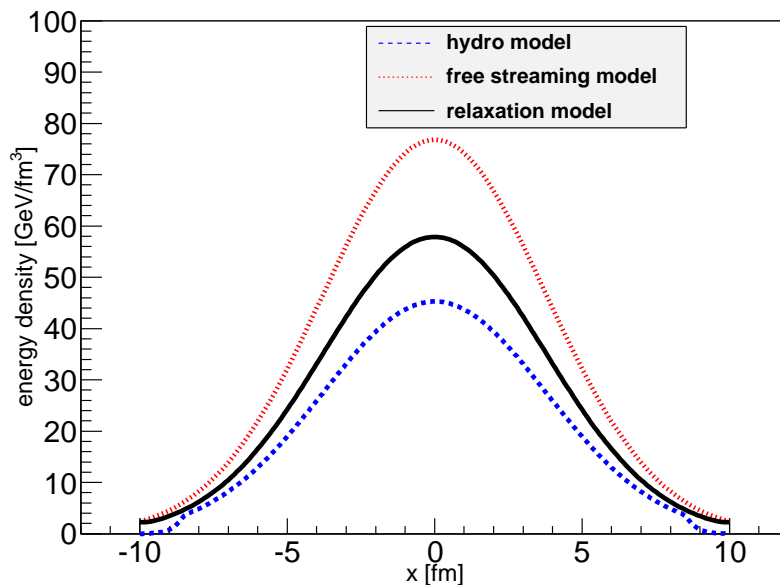


Рис. 3.1 Залежність густини енергії від x -координати (при $y = 0$), в поперечній площині для центральних бистрот при $\tau_{th} = 1.0$ fm/c для наступних умов релаксаційної еволюції: $\tau_0 = 0.1$ fm/c, Гаусовий початковий профіль густини енергії, $\lambda = 1$, рівняння стану: $p = \epsilon/3$, $\tau_{rel} = 0.5$ fm/c, цільовий тензор енергії-імпульсу відповідає ідеальній гідродинаміці.

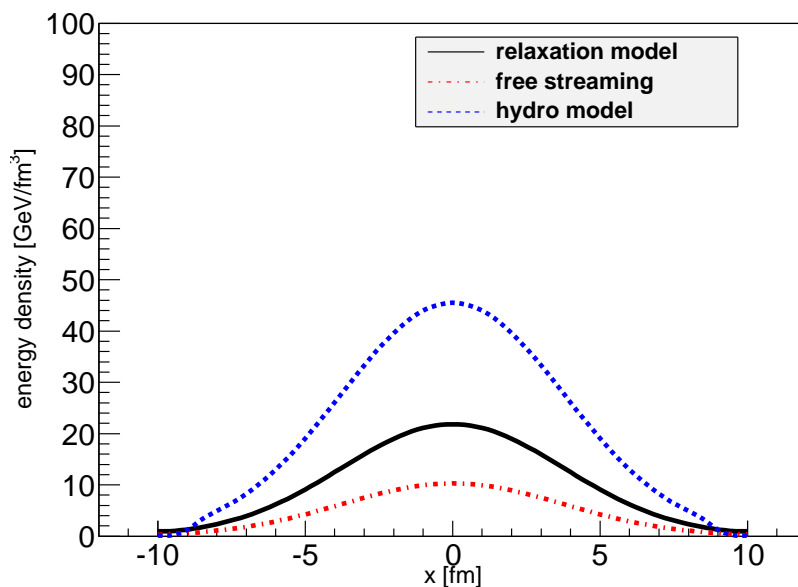


Рис. 3.2 Розподіл густини енергії при $\tau_{th} = 1.0$ fm/c при таких же самих умовах, як і на рис. 3.1, але з великою анізотропією $\lambda = 0.01$.

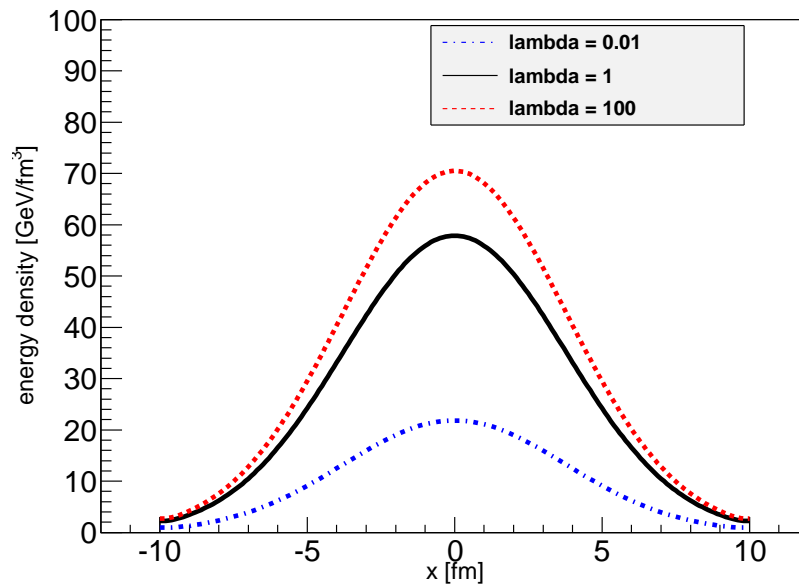


Рис. 3.3 Порівняння результатів релаксаційної моделі для розподілів густини енергії при $\tau_{th} = 1.0$ fm/c для імпульсно-ізотропного, $\lambda = 1$, та дуже анізотропних, $\lambda = 0.01$, $\lambda = 100$ початкових станів при таких самих інших умовах, як на рис. 3.1.

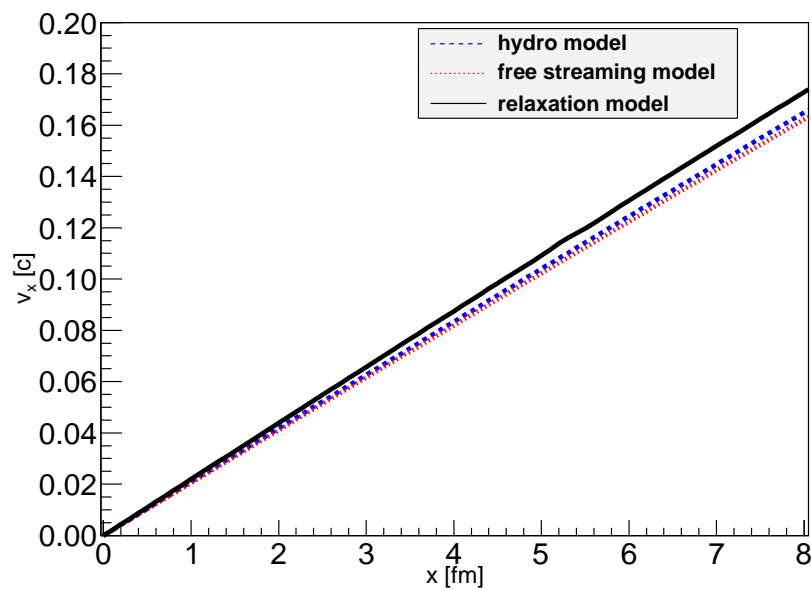


Рис. 3.4 Розподіл поперечної швидкості при $\tau_{th} = 1.0$ fm/c та $\lambda = 1$ при таких самих умовах, що на рис. 3.1.

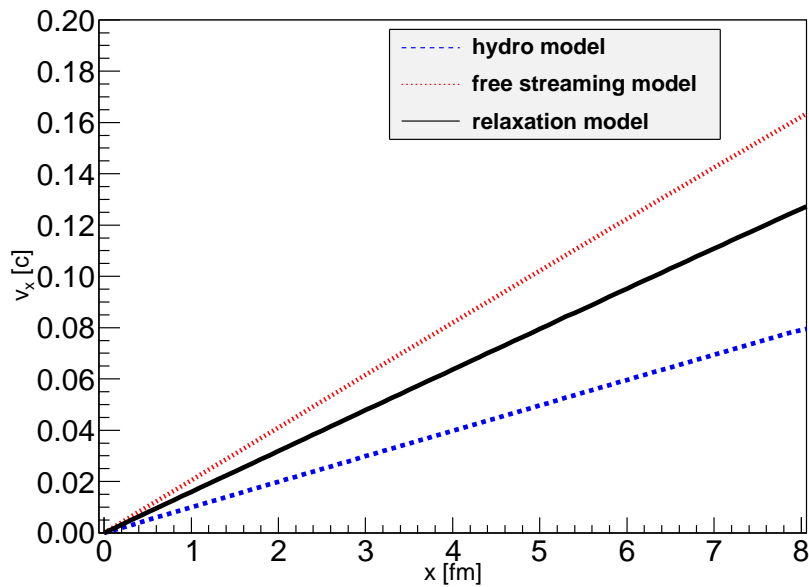


Рис. 3.5 Розподіл поперечної швидкості при $\tau_{th} = 1.0$ fm/c та $\lambda = 1$ при таких самих умовах, що на рис. 3.1, 3.4 але більш м'якому рівнянні стану: $p = 0.15\epsilon$.

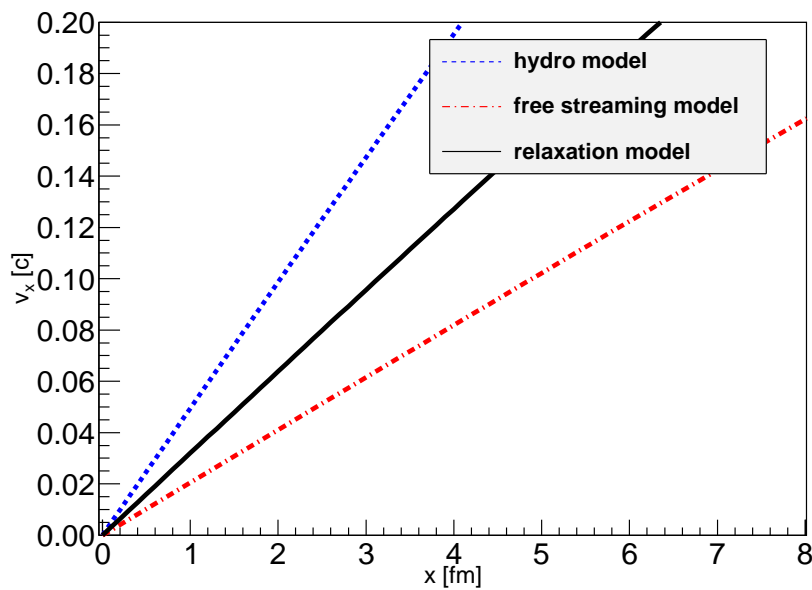


Рис. 3.6 Розподіл поперечної швидкості при $\tau_{th} = 1.0$ fm/c та $\lambda = 1$ при таких самих умовах, що на рис. 3.1, 3.4 але більш жорсткому рівнянні стану: $p = 0.7\epsilon$.

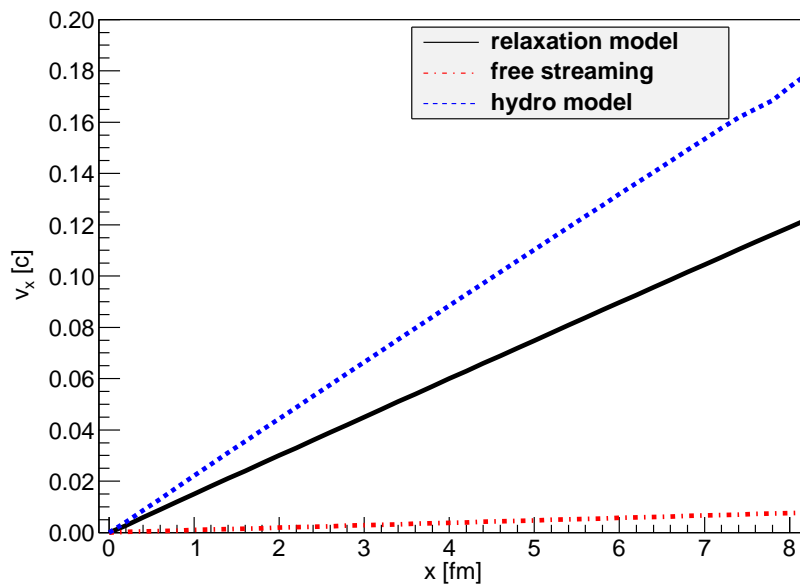


Рис. 3.7 Розподіл поперечної швидкості при $\tau_{th} = 1.0$ при таких самих умовах, що на рис. 3.1, 3.4, але з великою анізотропією $\lambda = 0.01$.

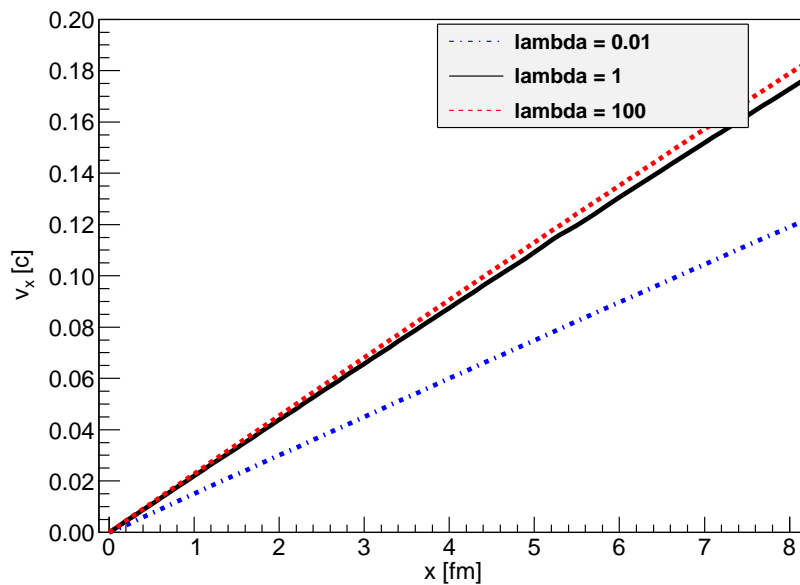


Рис. 3.8 Порівняння результатів релаксаційної моделі для поперечного розподілу швидкостей при $\tau_{th} = 1.0$ fm/c для ізотропного, $\lambda = 1$ та дуже анізотропних, $\lambda = 0.01$, $\lambda = 100$ початкових станів при таких же умовах як і на рис. 3.1.

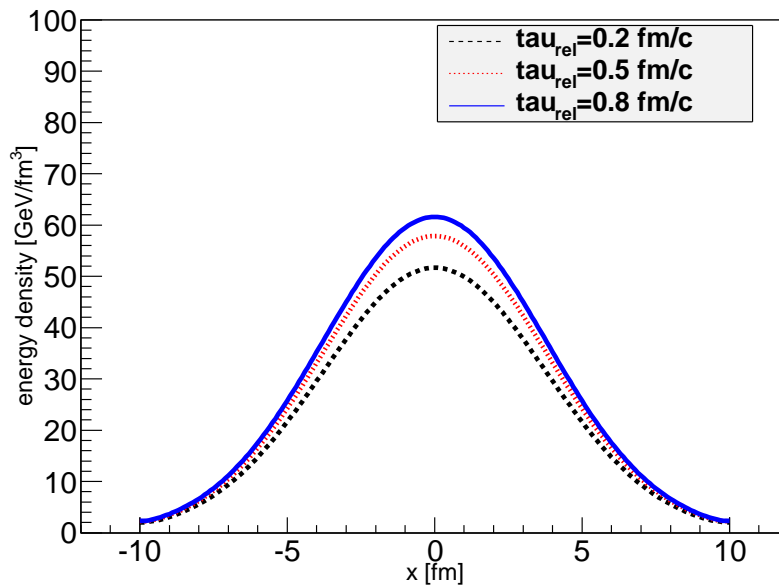


Рис. 3.9 Порівняння розподілів густин енергії при різних $\tau_{\text{rel}} = 0.2, 0.5, 0.8 \text{ fm}/\text{c}$ при таких же умовах як і на рис. 3.1.

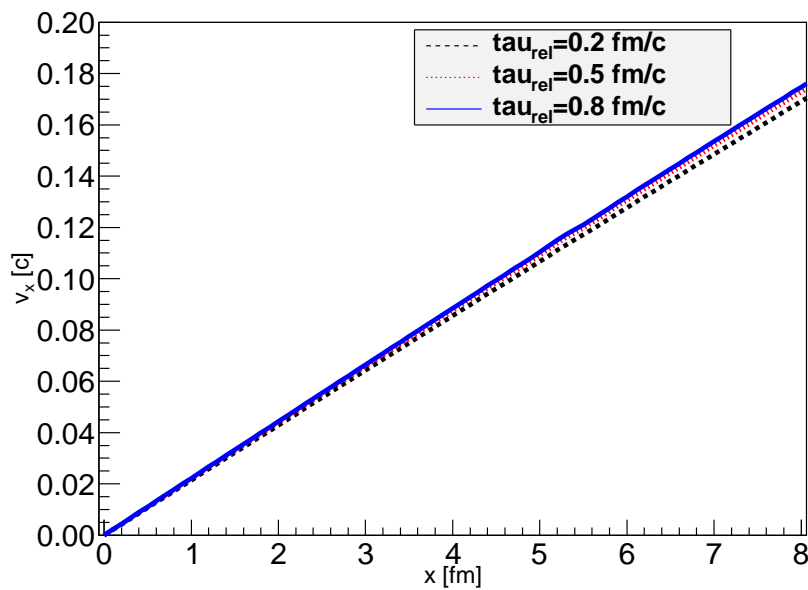


Рис. 3.10 Порівняння розподілів швидкості при різних $\tau_{\text{rel}} = 0.2, 0.5, 0.8 \text{ fm}/\text{c}$ при таких же умовах як і на рис. 3.1, 3.4.

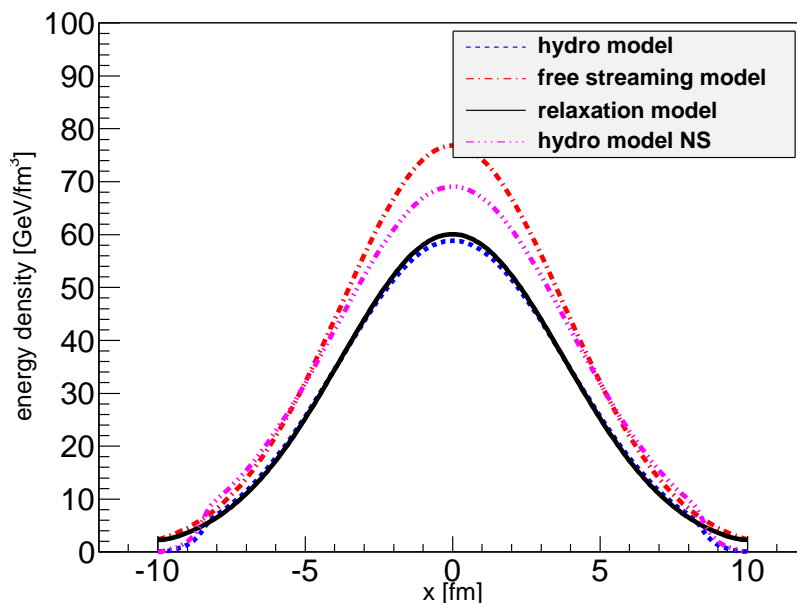


Рис. 3.11 Розподіл густини енергії вздовж осі x , ($y = 0$) в поперечній площині в центральному інтервалі бистрот при $\tau_{th} = 1.0$ fm/c при наступних умовах релаксаційної еволюції: $\tau_0 = 0.1$ fm/c, Гаусовий початковий поперечний профіль густини енергії, $\lambda = 1$, рівняння стану $p = \epsilon/3$, $\tau_{rel} = 0.5$ fm/c, цільовий тензор енергії-імпульсу відповідає в'язкій гідродинаміці з коефіцієнтом в'язкості $\eta/s=0.1$.

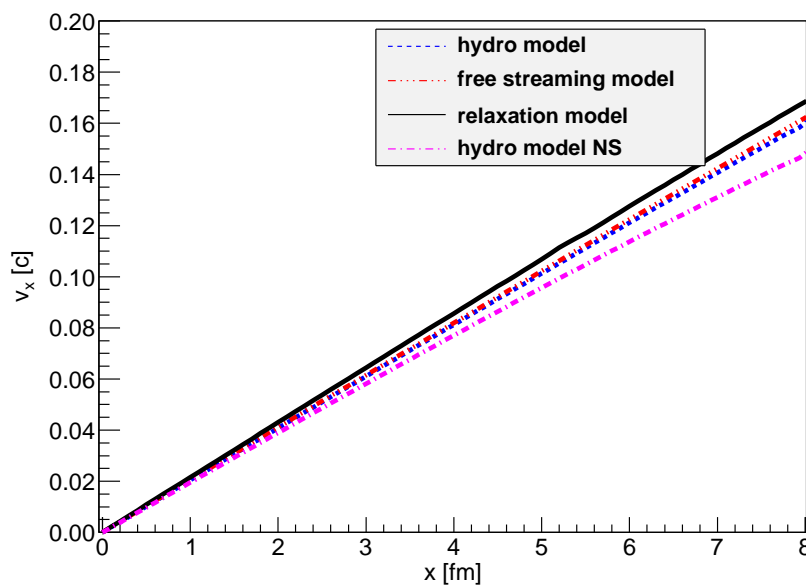


Рис. 3.12 Поперечний розподіл швидкостей при $\tau_{th} = 1.0$ fm/c при таких же самих умовах, як на рис. 3.11.

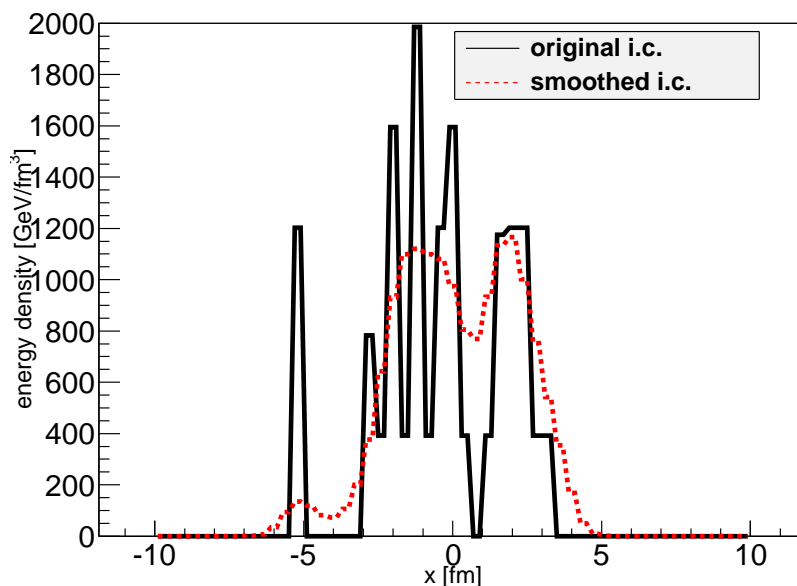


Рис. 3.13 Початковий поперечний розподіл густини енергії при $\tau = 0.1$ fm/c вздовж осі x ($y = 0$) для довільної одиничної події, згенерованої генератором подій GLISSANDO. Згладжений розподіл показаний пунктиром.

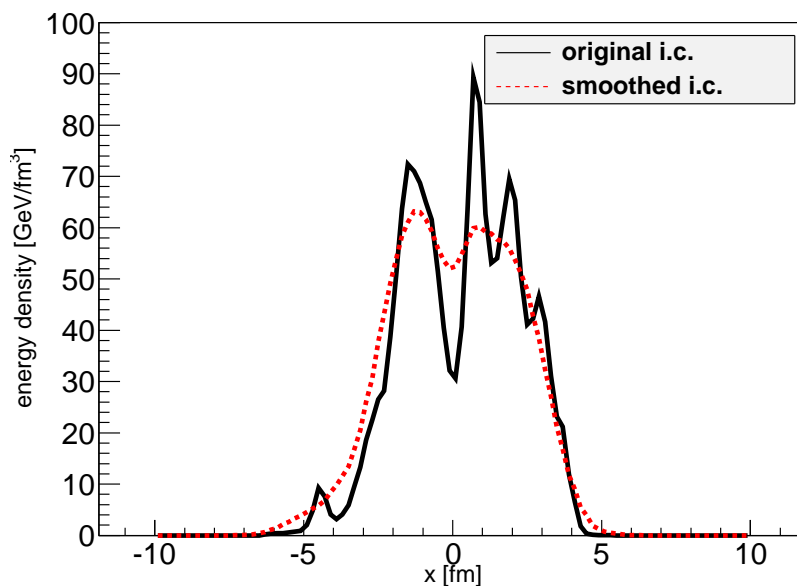


Рис. 3.14 Кінцевий розподіл густини енергії вздовж осі x ($y = 0$) в поперечній площині в центральному інтервалі бистрот при $\tau_{th} = 1.0$ fm/c для оригінальних та згладжених початкових профілей енергії GLISSANDO, показаних на рис. 3.13. Застосовані наступні умови для релаксаційної моделі: $\tau_0 = 0.1$ fm/c, $\lambda = 1$, рівняння стану: $p = \epsilon/3$, $\tau_{rel} = 0.5$ fm/c, цільовий тензор енергії-імпульсу відповідає в'язкій гідродинаміці з $\eta/s=0.25$.

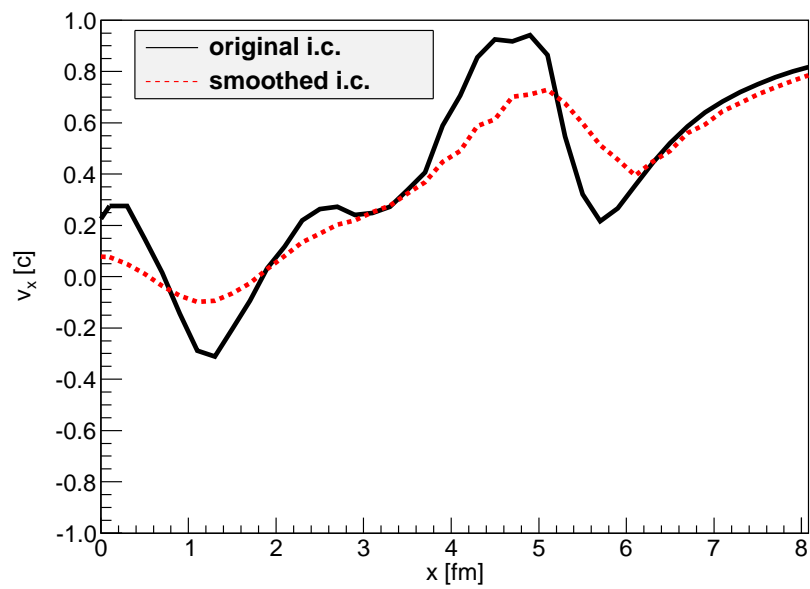


Рис. 3.15 Поперечний розподіл швидкостей для оригінальних та згладжених початкових профілей енергії GLISSANDO при $\tau_{th} = 1.0$ fm/c при таких же самих умовах, як на рис. 3.14.

РОЗДІЛ 4

ТЕРМАЛІЗАЦІЯ, ЕВОЛЮЦІЯ ТА LHC СПОСТЕРЕЖУВАНІ В ІНТЕГРОВАНІЙ ГІДРОКІНЕТИЧНІЙ МОДЕЛІ ЯДРО-ЯДЕРНИХ ЗІТКНЕНЬ

4.1 Вступ

Гідродинаміка вважається базовою частиною просторочасової картини еволюції матерії під час ультрарелятивістських зіткнень важких йонів (див. напр. ([57, 6]-[10])). Для завершення опису ядро-ядерних зіткнень, до гідродинаміки слід додати генератор початкового нерівноважного стану, претермальну динаміку, що формує майже рівноважні початкові умови для гідродинамічної еволюції, та рецепт для утворення частинок під час розпаду суцільного середовища на останній стадії еволюції речовини. Для більш низьких енергій (SPS, AGS) можна використовувати підхід, розвинений в нашій роботі [109].

Щодо початкового стану, оскільки він флюктує на поподійній основі, генератори подій Монте-Карло широко розповсюджені для генерації подібних початкових умов. Різні варіанти генераторів подій, так же як і претермальна динаміка, були обговорені в попередньому розділі.

Що стосується постгідродинамічної стадії, було виконано багато досліджень відносно моделювання та розпаду адронної матерії на адронний газ на пізній стадії експансії. В основному, партиклізація — перехід від адронної (або кварк-глюонної) рідини до адронного газу, показаний за допомогою так званого рецепту Купера-Фрая в гібридних моделях. В такому наближенні, раптове перетворення рідини на частинки відбувається на гіперповерхні адронізації або хімічного фрізауту. Добре відомо, що такий рецепт має проблеми з законами збереження енергії-імпульсу, коли рідина перетворюється на частинки на гіперповерхні, що містить непростороподібні частини (див. [57] та посилання). Ці проблеми можна обійти, використовуючи гідрокінетичну модель (НКМ), що була запропонована в

[11] та подальше розвинута в [12, 13, 14, 58] (див. також [15]). В базовій гідрокінетичній моделі партіклізація розглядається не як миттєвий, як в гібридних моделях, а як реалістичний поступовий процес. В такому підході опис неперервного випромінювання частинок із рідини базується не на функції розподілу, а на так званій функції вильоту [11, 15].

В посиланнях [49, 4] метод вірогідності вильоту, аналогічний до методу, застосованому в гідрокінетичному формалізмі для посттермальної динаміки, застосовується для претермальної. Це дає можливість описати претермальну еволюцію тензору енергії-імпульсу використовуючи три вільних параметра: час утворення початкового (нерівноважного) стану, середній час релаксації та час термалізації, наприклад, 1 fm/c. Ця феноменологічна модель дозволяє утворити початкові умови для гідродинамічної еволюції, і є більш загальною та простою, ніж “анізотропна гідродинаміка”, як було обговорено в попередньому розділі.

Цільовий тензор енергії-імпульсу претермальної динаміки ядро-ядерних зіткнень, якого система досягає впродовж еволюції, — це тензор в’язкої релятивістської гідродинаміки. Подальша еволюція задається рівняннями Ізраеля-Стюарта для релятивістської в’язкої гідродинаміки до найнижчої можливої температури, при якій система ще близька до локальної термальної та хімічної рівноваги. Це визначає гіперповерхню, що зазвичай називається хімічною ізотермою фрїзауту. Процедура партіклізації стартує саме на цій гіперповерхні. Гіперповерхня утримує непростороподібні частини, що формально змушує використовувати гідрокінетичну процедуру поступової партіклізації, для запобігання проблем з порушенням законів збереження. Проте, з майже гладкими (усередненими) початковими умовами, вплив цих частин досить малий і не впливає суттєво на спостережувані [58]. Більш того, у в’язкій гідродинаміці вплив порушення локальної рівноваги, що утворюється в гідрокінетичній моделі для ідеальної рідини, частково береться до уваги. Тому, зважаючи на все це і на часозатратність обчислень в гідрокінетичній моделі, ми використовуємо в даному розділі миттєвий перехід від адронної рідини до адронного газу. Зважаючи на те, що важливою частиною повної моделі є претермальна еволюція, в якій опис базується на тому ж підході, що в

формалізмі гідрокінетичної моделі, ми назвемо повну модель, що включає в себе генерацію початкового стану, його термалізацію, гідродинамічну еволюцію, раптову партіклізацію, подальший адронний каскад в UrQMD та утворення одного та багаточастинкових спектрів, інтегрованою гідрокінетичною моделлю (iHKM).

4.2 Опис моделі

Як було обговорено у вступі, інтегрована гідрокінетична модель складається з п'яти частин, що описані нижче.

4.2.1 Початковий стан

Незважаючи на те, що претермальна динаміка застосовується для утворення початкових умов для гідродинаміки, вона також потребує початкових умов для стану матерії в початковий час τ_0 , наприклад $\tau_0 = 0.1$ або 0.5 fm/c, при якому можна говорити про розподіл густини енергії нерівноважної речовини. Ми використовуємо пакет GLISSANDO 2 [54, 67] для генерації такого початкового стану. Цей пакет працює в рамках квазікласичної моделі Глаубера. В цьому підході на самій ранній стадії зіткнення, індивідуальні взаємодії між нуклонами приводять до утворення поперечної енергії. Кожне утворення поперечної енергії в конкретній точці простору-часу або області називається джерелом і кожне джерело має свою вагу, що називається relative deposited strength (RDS). Нормалізацію RDS можна трактувати як додатковий параметр. Ми обираємо його значення таким чином, що множинність всіх заряджених частинок в 5% найбільш центральних зіткнень, отримана в кінці обчислень, співпадає з експериментальним значенням. RDS може бути різним для взаємодіючих нуклонів та бінарних зіткнень, і також може флуктувати від джерела до джерела. Ми використовуємо змішану модель, що об'єднує моделі взаємодіючих нуклонів та бінарних зіткнень. В цій моделі, взаємодіючому нуклону присвоюється RDS, рівна $(1 - \alpha)/2$, а бінарному зіткненню — α . Загальна RDS, усереднена по подіям, тоді дорівнює $(1 - \alpha)N_W/2 + \alpha N_{bin}$. Звичайно, результат симуляцій флуктує від події до події. Генерація однієї події

приходить в три етапи:

1. Генерація позицій нуклонів в ядрах, що зтикаються, відповідно до флюктуюючого розподілу густини матерії в ядрі. Вигляд усередненого розподілу залежить від маси ядра A . Для достатньо великих ядер цей розподіл має форму Вудса-Саксона з урахуванням деформацій ядер, останні є малими в нашому випадку зіткнень свинцю.
2. Генерація поперечних позицій джерел та їх RDS.
3. Обрахунок фізичних величин та спостережуваних, вивід результатів в файл.

Для отримання початкових умов з RDS, можна покласти RDS пропорційним енергії або ентропії. Ми обираємо його пропорційним енергії, тому що ентропія ще не утворюється в нерівноважному початковому стані. Тоді, для усередненого по багатьом подіям початкового стану (з обраним інтервалом бистроти), можна написати (b — прицільний параметр, що залежить від центральності)

$$\epsilon(b; \tau_0, \mathbf{r}_T) = \epsilon_0 \frac{(1 - \alpha)N_W(b, \mathbf{r}_T)/2 + \alpha N_{bin}(b, \mathbf{r}_T)}{(1 - \alpha)N_W(b = 0, \mathbf{r}_T = 0)/2 + \alpha N_{bin}(b = 0, \mathbf{r}_T = 0)} \quad (4.1)$$

де ϵ_0 — параметр апроксимації, що визначає максимальну густину енергії початкового стану при мінімальній центральності, напр. 0-5 % ($b \approx 0$), при $\mathbf{r}_T = 0$. Значення ϵ_0 та α однакові для усіх класів центральності. Вони визначають відтворення множинності всіх заряджених частинок при різних центральностях.

4.2.2 Претермальна стадія еволюції матерії

Для моделювання претермальної стадії використовується релаксаційна модель, що була описана в попередньому розділі. Єдина суттєва відмінність — використовується реалістичне рівняння стану Лейна-Шрьодера [66]. Нагадаємо основні риси релаксаційної моделі. Припускається буст-інваріантність системи, розглядається еволюція від $\tau = \tau_0$ до $\tau = \tau_{th}$, де $\tau = \sqrt{t^2 - z^2}$. Ми використовуємо $\tau_0 = 0.1$ fm/c як базове значення і також $\tau_0 = 0.5$ fm/c для порівняння, час термалізації дорівнює $\tau_{th} = 1.0$ fm/c. Загальний тензор енергії-імпульсу береться

у вигляді [49, 4]

$$T^{\mu\nu}(x) = T_{\text{free}}^{\mu\nu}(x)\mathcal{P}(\tau) + T_{\text{hyd}}^{\mu\nu}(x)(1 - \mathcal{P}(\tau)), \quad (4.2)$$

де $T_{\text{hydro}}^{\mu\nu}(x)$ та $T_{\text{free}}^{\mu\nu}(x)$ — гідродинамічна (локально рівноважна) та вільна (повністю або майже вільний розльот) компоненти тензору енергії-імпульсу, $\mathcal{P}(\tau)$ — вагова функція, що задовольняє наступні умови: $0 \leq \mathcal{P}(\tau) \leq 1$, $\mathcal{P}(\tau_0) = 1$, $\mathcal{P}(\tau_{th}) = 0$, $\partial_\mu \mathcal{P}(\tau)_{\tau_{th}} = 0$. Для аналізу різних видів анізотропії початкового стану ми вводимо буст-інваріантну функцію розподілу на початковій гіперповерхні σ_0 : $\tau = \tau_0$ у факторизованій формі:

$$f(t_{\sigma_0}, \mathbf{r}_{\sigma_0}, \mathbf{p}) = \epsilon(b; \tau_0, \mathbf{r}_T) f_0(p) \quad (4.3)$$

де $\epsilon(b; \tau_0, \mathbf{r}_T)$ визначається рівн. (4.1). В інші моменти часу $f(x, p)$ визначається умовою вільного розльоту $f(t, \mathbf{r}, \mathbf{p}) = f(t_{\sigma_0}, \mathbf{r} - \frac{\mathbf{p}}{p_0}(t - t_{\sigma_0}), \mathbf{p})$, так що тензор енергії-імпульсу вільного розльоту визначається формулою

$$T_{\text{free}}^{\mu\nu}(x) = \int d^3p \frac{p^\mu p^\nu}{p_0} f(x, p). \quad (4.4)$$

Гідродинамічна компонента тензору енергії-імпульсу має вигляд

$$T_{\text{hyd}}^{\mu\nu}(x) = (\epsilon_{\text{hyd}}(x) + p_{\text{hyd}}(x) + \Pi) u_{\text{hyd}}^\mu(x) u_{\text{hyd}}^\nu(x) - (p_{\text{hyd}}(x) + \Pi) g^{\mu\nu} + \pi^{\mu\nu}, \quad (4.5)$$

де ϵ_{hyd} — густина енергії у власній системі відліку, p_{hyd} — тиск, $\pi^{\mu\nu}$ — тензор поздовжнього натягу, Π — об'ємний тиск, $u_{\text{hyd}}^\mu(x)$ — 4-вектор потоку енергії. Ми нехтуємо об'ємним тиском, $\Pi = 0$. В криволінійних (гіперболічних) координатах рівняння руху для тензору поздовжнього натягу має вигляд

$$\langle u^\gamma \partial_{;\gamma} \pi^{\mu\nu} \rangle = -\frac{\pi^{\mu\nu} - \pi_{\text{NS}}^{\mu\nu}}{\tau_\pi} - \frac{4}{3} \pi^{\mu\nu} \partial_{;\gamma} u^\gamma, \quad (4.6)$$

де крапка з комою означає коваріантну похідну, дужки визначені як $\langle A^{\mu\nu} \rangle = (\frac{1}{2} \Delta_\alpha^\mu \Delta_\beta^\nu + \frac{1}{2} \Delta_\alpha^\nu \Delta_\beta^\mu - \frac{1}{3} \Delta^{\mu\nu} \Delta_{\alpha\beta}) A^{\alpha\beta}$, $\Delta^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} - u^\mu u^\nu$, π_{NS} — тензор поздовжнього

натягу Нав'є-Стокса:

$$\pi_{\text{NS}}^{\mu\nu} = \eta(\Delta^{\mu\lambda}\partial_{;\lambda}u^\nu + \Delta^{\nu\lambda}\partial_{;\lambda}u^\mu) - \frac{2}{3}\eta\Delta^{\mu\nu}\partial_{;\lambda}u^\lambda. \quad (4.7)$$

Для $\mathcal{P}(\tau)$ використовується наступний анзац:

$$\mathcal{P}(\tau) = \left(\frac{\tau_{\text{th}} - \tau}{\tau_{\text{th}} - \tau_0} \right)^{\frac{\tau_{\text{th}} - \tau_0}{\tau_{\text{rel}}}}, \quad (4.8)$$

де, як обговорено вище, $\tau_0 = 0.1 \text{ fm}/c$, $\tau_{\text{th}} = 1.0 \text{ fm}/c$ та $\tau_{\text{rel}} \leq \tau_{\text{th}} - \tau_0$. Величина τ_{rel} — модельний параметр, що має значення середньої швидкості термалізації — швидкості перетворення нерівноважного стану на рівноважний. Записуючи закони збереження для загального тензору енергії-імпульсу у вигляді $\partial_{;\mu}T_{\text{total}}^{\mu\nu} = 0$ і враховуючи, що для вільного розльоту $\partial_{;\mu}T_{\text{free}}^{\mu\nu} = 0$, маємо

$$\partial_{;\mu}[(1 - \mathcal{P}(\tau))T_{\text{hyd}}^{\mu\nu}(x)] = -T_{\text{free}}^{\mu\nu}(x)\partial_{;\mu}\mathcal{P}(\tau). \quad (4.9)$$

Введемо гідродинамічний тензор в іншій шкалі $\tilde{T}_{\text{hyd}}^{\mu\nu}(x)$ з початковими умовами $\tilde{T}_{\text{hyd}}^{\mu\nu}(x) = 0$ при $\tau = \tau_0$ для усіх x . Тоді

$$\partial_{;\mu}\tilde{T}_{\text{hyd}}^{\mu\nu}(x) = -T_{\text{free}}^{\mu\nu}(x)\partial_{;\mu}\mathcal{P}(\tau). \quad (4.10)$$

Це — рівняння гідродинамічного типу з джерелом. $T_{\text{free}}^{\mu\nu}$ визначається початковим станом у власний час τ_0 , та $\mathcal{P}(\tau)$ визначена явно, джерело в рівн. (4.10) може бути обчислене для всіх τ та x . Введення гідродинамічного тензора в іншій шкалі приводить до тензора поздовжнього натягу в іншій шкалі $\tilde{\pi}^{\mu\nu} = \pi^{\mu\nu}(1 - \mathcal{P})$. Тоді, помножуючи рівн. (4.6) на $(1 - \mathcal{P})$, отримуємо рівняння руху для тензору поздовжнього натягу в іншій шкалі

$$(1 - \mathcal{P}(\tau)) \left\langle u^\gamma \partial_{;\gamma} \frac{\tilde{\pi}^{\mu\nu}}{(1 - \mathcal{P}(\tau))} \right\rangle = -\frac{\tilde{\pi}^{\mu\nu} - (1 - \mathcal{P}(\tau))\pi_{\text{NS}}^{\mu\nu}}{\tau_\pi} - \frac{4}{3}\tilde{\pi}^{\mu\nu}\partial_{;\gamma}u^\gamma, \quad (4.11)$$

Як було сказано вище, для всіх розрахунків цього розділу використовується рівняння Лейна-Шрьодера [66]. При $\tau = \tau_{th}$ відбувається перехід до підходу в'язкої гідродинаміки. Рівняння руху такі ж самі як рівн. (4.10), але з нульовою правою частиною.

4.2.3 Еволюція матерії в термально та хімічно майже рівноважній області

При $\tau = \tau_{th} = 1 \text{ fm}/c$ маємо $\mathcal{P}(\tau_{th}) = 0$ та цільова функція досягнута: $T^{\mu\nu}(x) = T_{hydro}^{\mu\nu}(x)$. Подальша еволюція описується релятивістською в'язкою гідродинамікою відповідно до рівнянь (4.5) - (4.7) та (4.10), (4.11) з $\mathcal{P}(\tau) \equiv 0$. Чисельний розв'язок в'язкої гідродинаміки побудований в коді vHLLE [52]. Така еволюція описує розширення надщільної кварк-глюонної плазми та адронної матерії, близької до локальної хімічної та термічної рівноваги з баріонним хімічним потенціалом $\mu_B = 0$ (що є досить добрим наближенням для енергій LHC) до температури, при якій такий підхід більше не працює. Тоді система втрачає властивості локальної рівноваги, термічної та хімічної, і має бути застосоване інше наближення.

4.2.4 Стадія партиклізації

Як було обговорено у вступі цього розділу, базова гідрокінетична модель описує партиклізацію як поступовий процес (див. огляд [15]): частинки поступово “вилітають” з рідини, що розширюється, утворюючи нерівноважну функцію Вігнера, що може бути застосована на деякій простороподібній гіперповерхні як початкові умови для адронного каскаду UrQMD [58]. Як було вже обговорено, при гладких початкових умовах результати близькі до результатів раптової партиклізації, і ми будемо застосовувати останню в цьому розділі. Ми припускаємо, що термічно та хімічно рівноважна еволюція проходить до того, як досягається температура $T = 165 \text{ MeV}$ (що відповідає густині енергії $\epsilon = 0.5 \text{ GeV}/\text{fm}^3$ для рівняння стану Лейна-Шрьодера), і відбувається перехід до каскаду частинок на гіперповерхні, що описується таким критерієм. Така поверхня переключення будується під час

гідродинамічної еволюції за допомогою процедури Cornelius [68]. Ми застосовуємо формулу Купера-Фрая для перетворення рідини на каскад частинок:

$$p^0 \frac{d^3 N_i(x)}{d^3 p} = d\sigma_\mu p^\mu f(p \cdot u(x), T(x), \mu_i(x)) \quad (4.12)$$

Для врахування в'язких корекцій до функції розподілу, використовується анзац Града з 14 моментами. Ми припускаємо, що корекції однакові для всіх типів адронів. Тоді формула (4.12) перетворюється на

$$\frac{d^3 \Delta N_i}{dp^* d(\cos\theta) d\phi} = \frac{\Delta\sigma_\mu^* p^{*\mu}}{p^{*0}} p^{*2} f_{eq}(p^{*0}; T, \mu_i) \left[1 + (1 \mp f_{eq}) \frac{p_\mu^* p_\nu^* \pi^{*\mu\nu}}{2T^2(\epsilon + p)} \right] \quad (4.13)$$

Ця функція розподілу використовується для утворення ансамблю частинок на гіперповерхні. По-перше, обчислюється середня кількість адронів кожного сорту:

$$\Delta N_i = \Delta\sigma_\mu u^\mu n_{i,th} = \Delta\sigma_0^* n_{i,th} \quad (4.14)$$

Середня кількість частинок тоді дорівнює $N_{tot} = \sum_i N_i$. Точна загальна кількість частинок, що утворюються, вибирається відповідно до розподілу Пуасона з середнім значенням $\langle N_{tot} \rangle$. Тип кожної згенерованої частинки обирається випадковим чином відповідно до ймовірностей N_i/N_{tot} . Потім, кожній частинці назначається імпульс в локальній системі спокою рідини. Напрямок імпульсу обирається випадково в повному тілесному куті 4π , модуль імпульсу генерується відповідно до ізотропної частини рівн. 4.13. Після цього, застосовуються корекції $W_{residual} \cdot W_{visc}$. Позиція частинки обирається рівною центроїду відповідного елемента поверхні, і геометрична бистрота обирається випадково всередині поздовжнього розміру елемента об'єму. Наприкінці, виконується Лоренцевий буст імпульсу частинки до системи центра мас фаєрболу.

4.2.5 Адронний каскад

Згенеровані адрони потім подаються до каскаду UrQMD. Оскільки каскад сприймає як вхідні дані лише список частинок в однаковий момент декартово-

го часу, утворені частинки пропагують назад в часі до часу, коли була утворена перша частинка. Частинкам не дозволено взаємодіяти поки їх траєкторія не перетне гіперповерхню партиклізації. Рівняння стану Лейна-Шрьодера, що застосовується в нашому аналізі, відповідає рівноважному адронно-резонансному газу, що включає в себе біля 360 типів адронів на границі низької температури. Багато з цих типів не включені в список адронів UrQMD. Для запобігання порушення законів збереження енергії-імпульсу навіть на простороподібних частинах ізотерми $T = 165 \text{ MeV}$, ми виконуємо розпад важких резонансів, що не входять у список UrQMD, на гіперповерхні переключення. Пропагація частинок зупиняється в декартовий час 400 fm/c, в який записуються їх координати та імпульси. Ми генеруємо 50000 подій GLISSANDO для кожного класу центральності для утворення усередненого початкового профілю густини енергії для претермальної/гідродинамічної еволюції. Для кожної гідродинамічної еволюції генеруються 20000 подій UrQMD. Згенеровані події зберігаються в ROOT-файлах, які подальше опрацьовуються скриптами для побудови імпульсних розподілів, обчислення коефіцієнтів потоку або кореляційних функцій для фізичного аналізу.

4.3 Результати та обговорення

Для виконання обчислень спектрів, коефіцієнтів анізотропного потоку та інтерферометричних радіусів ми маємо визначити початкові умови та параметри моделі. Як було обговорено вище, ми генеруємо ці початкові умови за допомогою GLISSANDO 2, генератору Монте-Карло. Вихідними даними цього генератору є RDS, що визначає початкову густину енергії 4.1 через кількість взаємодіючих нуклонів N_W та кількість бінарних зіткнень N_{bin} . Відносна вага цих величин α є критичною для опису множинностей всіх заряджених частинок при різних центральностях. Було знайдено, що значення $\alpha = 0.24$ при розумних значеннях інших параметрів дає найкращий опис множинностей для енергії ЛНС $\sqrt{s} = 2.76$. Рис. 4.1 показує типічну залежність множинності від центральності при цьому значенні α .

Для аналізу наслідків імпульсної анізотропії початкового стану, аналогічно до попереднього розділу, ми обираємо імпульсну залежність функції розподілу $f_0(p)$ в (4.3) у вигляді [53]:

$$f_0(p) = g \exp \left(-\sqrt{\frac{(p \cdot U)^2 - (p \cdot V)^2}{\lambda_{\perp}^2} + \frac{(p \cdot V)^2}{\lambda_{\parallel}^2}} \right) \quad (4.15)$$

де $U^{\mu} = (\cosh \eta, 0, 0, \sinh \eta)$, $V^{\mu} = (\sinh \eta, 0, 0, \cosh \eta)$. Помітимо, що в системі спокою елемента рідини, $\eta = 0$, $(p \cdot U)^2 - (p \cdot V)^2 = p_{\perp}^2$ та $(p \cdot V)^2 = p_{\parallel}^2$. Тоді можна побачити, що параметри λ_{\parallel}^2 та λ_{\perp}^2 можуть бути пов'язані з різними температурами вздовж осі зіткнення та ортогонально до неї відповідно. Параметр $\Lambda = \lambda_{\perp}/\lambda_{\parallel}$ є основним параметром, що визначає анізотропію початкового стану. Ми використовуємо для нього два різних значення: $\Lambda = 1$ (випадок імпульсної ізо-тропії) та $\Lambda = 100$ (анізотропний випадок, майже відсутній тиск в поздовжньому напрямку). Ми кладемо $\lambda_{\perp} = 1.4 \text{ GeV}$ [4]. Множник $g = g(\lambda_{\perp}, \lambda_{\parallel})$ — нормовочна константа, що відповідно до рівн. (4.1), (4.3) визначає вимогу того, що нульова компонента початкового тензору енергії-імпульсу, визначеного тільки функцією $f_0(p)$ та обчислена за допомогою рівн. (4.4) з підстановкою $f(x, p) \rightarrow f_0(p)$ дорівнює одиниці: $T^{00}[f_0(p)] = 1$. Тому фактор анізотропії Λ не впливає на початковий розподіл густини енергії (4.1), і показує себе тільки як результат еволюції матерії на претермальній стадії.

Згенеровані функції розподілу відносяться до двох початкових часів $\tau_0 = 0.1 \text{ fm}/c$ та $\tau_0 = 0.5 \text{ fm}/c$ для порівняння. При фіксованих інших параметрах, ми виконуємо обчислення для центральностей 0-5%, 5-10%, 10-20%, 20-30%, 30-40%, 40-50%, 50-60% з одним і тим же коефіцієнтом нормування ϵ_0 в (4.1) та фіксованим відносним вкладом бінарних зіткнень $\alpha = 0.24$. Останній, як було обговорено вище, не залежить від інших параметрів, на відміну від нормовочного множника ϵ_0 . значення ϵ_0 для різних сценаріїв, що пов'язані з різними параметрами іНКМ, показані на табл. 1.

| model | Λ | τ_{rel} | η/S | τ_0 | $\langle \frac{\chi^2}{ndf} \rangle$ | ϵ_0 [GeV/fm ³] |
|-------|-----------|--------------|----------|----------|--------------------------------------|-------------------------------------|
| hydro | - | - | 0 | 0.1 | 5.16 | 1076.5 |
| hydro | - | - | 0.08 | 0.1 | 6.93 | 738.8 |
| iHKM | 1 | 0.25 | 0.08 | 0.1 | 3.35 | 799.5 |
| iHKM | 100 | 0.25 | 0.08 | 0.1 | 3.68 | 678.8 |
| iHKM | 100 | 0.75 | 0.08 | 0.1 | 3.52 | 616.5 |
| iHKM | 100 | 0.25 | 0.2 | 0.1 | 6.61 | 596.9 |
| iHKM | 100 | 0.25 | 0.08 | 0.5 | 5.36 | 126.7 |

Таблиця 1. Максимальні густини енергії ϵ_0 та середні χ^2/ndf для різних сценаріїв. Значення τ_0 , τ_{rel} вимірюються в fm/c. Середні значення χ^2/ndf отримуються шляхом усереднення значень χ^2/ndf для спектру м'яких піонів, спектру усіх спостережуваних піонів, каонів та антипротонів, залежності множинності від центральності, залежності v_2 від поперечного імпульсу для всіх заряджених частинок, і також залежності інтерферометричних радіусів від поперечного імпульсу.

Для кожного набору параметрів з відповідним ϵ_0 , експериментальна залежність множинності від центральності відтворюється добре, аналогічно до рис. 4.1, з таким же $\alpha = 0.24$. Існує відповідність між відношеннями ϵ_0 при різних параметрах та оберненими відношеннями густин енергії в час термалізації $\tau_{th} = 1$ fm/c, отриманими при тих же параметрах в [4], де початкові густини енергії в момент часу τ_0 однакові.

Після встановлення початкових умов ми запускаємо релаксаційну модель, що описує претермальну стадію з різними середніми часами релаксації $\tau_{rel} = 0.25$ та 0.75 fm/c для порівняння. Довжина елементу обчислювальної ґратки та довжина кроку по часу для релаксаційної та гідродинамічної моделей становлять $\delta x = \delta y = 0.2$ fm/c, $\delta \tau = 0.05$. Тут ми виконуємо 2+1 розмірні поздовжньо буст-інваріантні обчислення в iHKM, що є достатньо добрим наближенням для центрального інтервалу бистрот при енергіях ЛНС. Ми використовуємо значення $\tau_{th} = 1.0$ fm/c для часу термалізації, при якому рівняння еволюції плавно переключаються до релятивістських в'язких гідродинамічних рівнянь в рамках

підходу Ізраеля-Стюарта.

Ми використовуємо два значення коефіцієнта в'язкості в гідродинамічній фазі: мінімальне $\eta/s = 0.08 \approx \frac{1}{4\pi}$ та $\eta/s = 0.2$ для порівняння. Також ми порівнюємо базові результати з $\tau_0 = 0.1$, $\tau_{rel} = 0.25$ fm/c, $\eta/s = 0.08$, параметр анізотропії $\Lambda = 100$, що обрані як такі, що дають оптимальний опис експериментальних даних, з результатами обчислень при інших різних значеннях параметрів, включаючи в'язкий та ідеальний чисто гідродинамічний сценарій (без претермальної стадії, але з послідувачим адронним каскадом).

На рис. 4.2,4.3,4.4 ми порівнюємо спектри піонів, каонів та антипротонів при імпульсах $0.1 < p_T < 3$ GeV/c. Можна побачити, що при достатньо великих $p_T > 1.5$ GeV/c результуючі спектри піонів з початковим часом $\tau_0 = 0.5$ fm/c погано описують експеримент. В той же час такий сценарій приводить до кращого опису спектру піонів при малих p_T , див. рис. 4.5. Рис. 4.5 також показує, що серед сценаріїв з $\tau_0 = 0.1$ fm/c кращий — це повна модель іНКМ з малим середнім часом релаксації $\tau_{rel} = 0.25$ fm/c та сильно анізотропним (дуже мала “повздожня температура”) початковим станом, $\Lambda = 100$, аналогічно до моделі конденсату кольорового скла. Сценарій іНКМ з ізотропним початковим станом, $\Lambda = 1$ або з більшим часом релаксації, $\tau_{rel} = 0.75$, показують дуже малий імпульсний спектр в м'якій області; чисто гідродинамічний (в'язкий) сценарій з $\tau_{th} = \tau_0 = 0.1$ fm/c також є менш ефективним при малих p_T для піонів. Що стосується спектру антипротонів (рис. 4.4), якщо порівняти результати при всіх центральностях, то можна побачити, що “базовий сценарій” з наступними значеннями параметрів: $\tau_0 = 0.1$ fm/c, $\tau_{rel} = 0.25$ fm/c, $\eta/s = 0.08$, $\Lambda = 100$ оптимальний, те ж саме стосується каонів (Fig. 4.3).

Рис. 4.6 показує коефіцієнти v_2 усіх заряджених частинок для базового сценарія в порівнянні з результатами іНКМ з $\eta/s = 0.2$ замість $\eta/s = 0.08$ і також з ідеальною гідродинамікою, що стартує з $\tau_{th} = \tau_0 = 0.1$ fm/c. Можна побачити, що останні два сценарії ведуть до поганого опису коефіцієнтів v_2 . В той же час базовий сценарій, так же як і іНКМ з $\tau_0 = 0.5$ замість $\tau_0 = 0.1$ і також в'язкий чисто гідродинамічний сценарій з $\tau_{th} = \tau_0 = 0.1$ fm/c задовільно описують ці дані, див

рис. 4.7. Однак, останні два сценарії описують спектри гірше, той що з $\tau_0 = 0.5$ — при достатньо великих p_T , другий, з чистою в'язкою гідродинамікою — як при малих, так і при великих імпульсах.

Важливою спостережуваною для еволюційних моделей є інтерферометричні радіуси, що описують просторочасову структуру випромінювання частинок з фаєрболу, що розширюється. Детальне дослідження в іНКМ показує, що вибір деякого набору параметрів, таких як τ_0 , τ_{rel} , Λ , η/s , супроводжується ренормалізацією максимальної густини енергії ϵ_0 , аналогічно до табл. 1, щоб утримувати множинність всіх заряджених частинок рівною експериментальній, інтерферометричні радіуси при цьому змінюються лише на декілька процентів, що значно менше ніж зміни, до яких призводить зміна класу центральності зіткнення. Це відноситься до відомих результатів (див, напр., огляд [15]), що інтерферометричні радіуси залежать від сорту частинок, множинності та початкового розміру системи. Інші деталі менш важливі.

На рис. 4.8, 4.9, 4.10 показані піонні інтерферометричні радіуси для базового сценарія іНКМ для різних центральностей. Загалом радіуси описуються добре, окрім невеликих відхилень для R_{side} та R_{out} від центральних експериментальних точок; ці відхилення протилежно напрямлені для цих поперечних радіусів, що приводить до невеликого перебільшення відношення R_{out} до R_{side} , як можна побачити на рис. 4.11.

4.3.1 Висновки

Розроблена інтегрована гідрокінетична модель (іНКМ) ядро-ядерних зіткнень. Вона включає узагальнення генерації початкових, зазвичай анізотропних в імпульсному просторі, станів, еволюцію матерії на претермальній стадії, що приводить до термалізації, послідує в'язке гідродинамічне розширення, партиклізацію та адронний каскад UrQMD. Ця модель використовується для опису спостережуваних в зіткненнях свинцю на LHC з енергією $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV. Достатньо задовільні результати при різних центральностях досягаються для множинностей всіх заряджених частинок, піонного, каонного та антипротонного спектрів, кое-

фіцієнтів v_2 усіх заряджених частинок та залежності інтерферометричних радіусів від поперечного імпульсу. Найбільш якісний опис цих спостережуваних досягається в іНКМ з малим початковим часом ($\tau_0 = 0.1$ fm/c) для максимально анізотропного початкового стану, з малим часом релаксації, $\tau_{rel} = 0.25$ fm/c, та мінімальним відношенням повздовжньої в'язкості до густини ентропії $\eta/s = 1/4\pi$ в гідродинамічній фазі. Ми називаємо це базовим сценарієм іНКМ.

Поскільки ми досягли оптимального одночасного опису спостережуваних, існує, проте, деяка недооцінка адронного спектру при малих поперечних імпульсах, $p_T < 0.15$ GeV. Опис цієї області м'яких імпульсів стає кращим, коли початковий стан приписується до пізнішого часу, $\tau_0 = 0.5$ fm/c. З іншого боку, такий сценарій значно гірше описує спектри при $p_T > 1.5$ GeV/c, хоча він не має проблем з описом коефіцієнтів v_2 та інтерферометричних радіусів. Це може означати необхідність включення мініджетів в гідрокінетичну картину для опису областей великих імпульсів в спектрах одночасно з областями малих імпульсів. Незважаючи на це, ми розглядаємо зараз базовий сценарій як найбільш реалістичний, такий, що дозволяє описати спостережувані у широкій області імпульсів. Тоді проблема зі спектрами при малих поперечних імпульсах залишається відкритою.

Друга важлива річ, яку необхідно відзначити, це приблизна схожість результатів різних розумних значень основних параметрів моделі, навіть включаючи чисто гідродинамічний сценарій, що стартує з $\tau_{th} \rightarrow \tau_0 = 0.1$ fm/c. Причина цієї схожості вірогідно полягає в тому, що кожна зміна базових параметрів супроводжується ренормалізацією максимальної густини енергії початкового стану, щоб зберегти співпадіння обчисленої множинності всіх заряджених частинок з експериментом. Тому, для однієї й тієї ж температури партуклізації для всіх сценаріїв, основні властивості спостережуваних зберігаються. Звичайно, деякі деталі відрізняються, як показує іНКМ, але відмінності невеликі. Це пояснює задовільну відповідність різних варіантів гідродинаміки та гібридних моделей з експериментальними даними для ядро-ядерних зіткнень, особливо коли не всі спостережувані беруться до уваги.

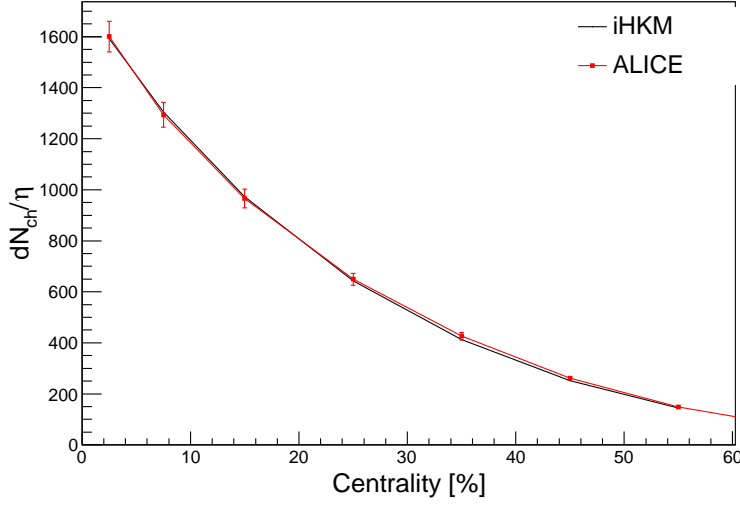


Рис. 4.1 Залежність множинності від центральності для базового сценарію iHKM з наступними значеннями параметрів: $\tau_0 = 0.1$ fm/c, $\tau_{rel} = 0.25$ fm/c, $\eta/s = 0.08$, $\Lambda = 100$ для енергії ЛНС $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV. Експериментальні дані взяті з [69].

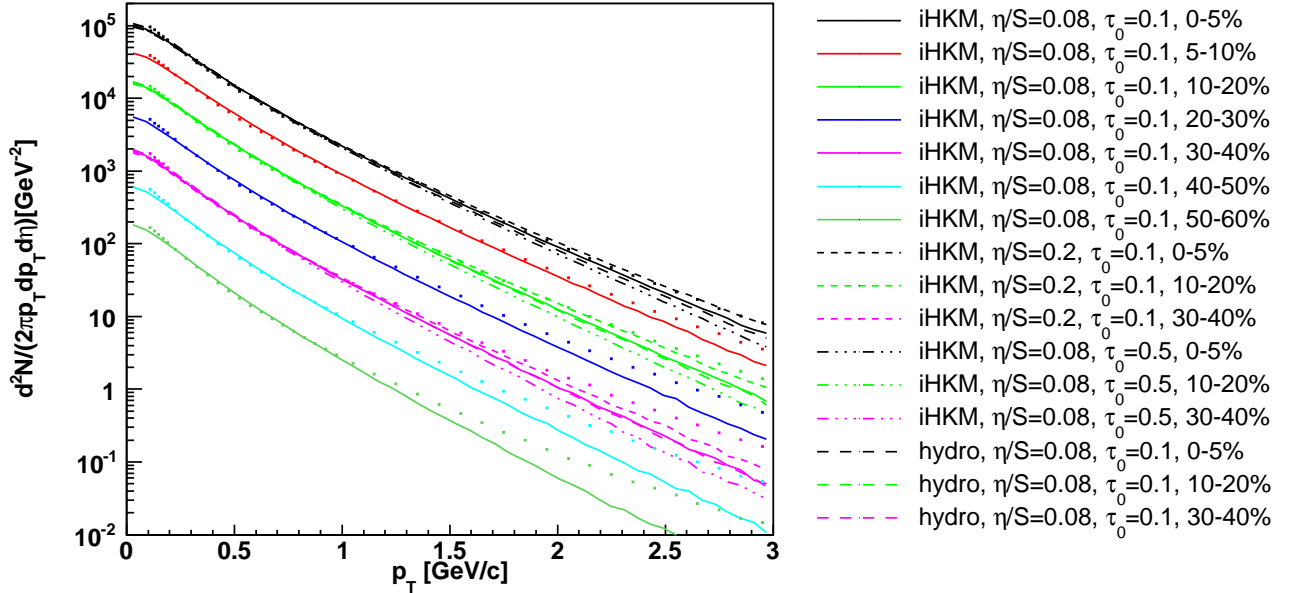


Рис. 4.2 Результуючі спектри піонів в області $0.1 < p_T < 3$ GeV/c для класів центральності 0-5%, 5-10%, 10-20%, 20-30%, 30-40%, 40-50% та 50-60%, отримані в базовому сценарії iHKM (як на рис. 4.1). Результати порівнюються з аналогічними результатами в iHKM з $\tau_0 = 0.5$ fm/c та з чистою в'язкою гідродинамікою з початковим часом $\tau_{th} \rightarrow \tau_0 = 0.1$ fm/c для класів центральності 0-5%, 10-20%, 30-40%. Експериментальні дані з [70]. Спектри для різних центральностей помножені на степені 2 ($2^6 = 64$ для центральності 0-5%).

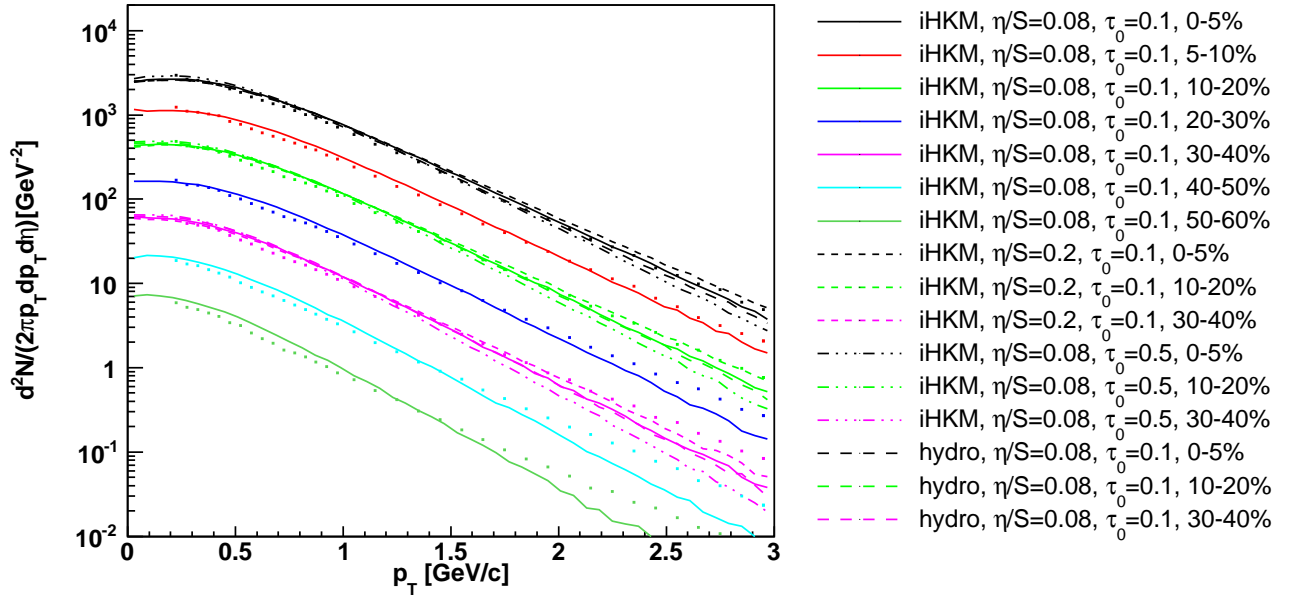


Рис. 4.3 Результуючі спектри каонів при тих же умовах, як на рис. 4.2.

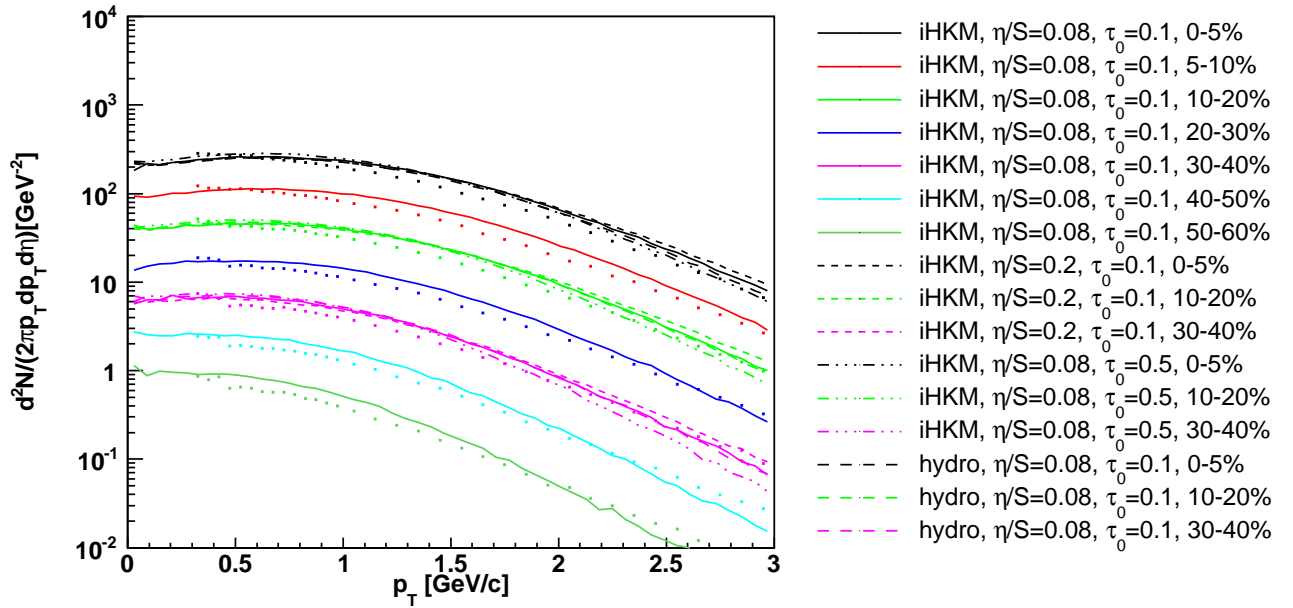


Рис. 4.4 Результуючі спектри антипротонів при тих же умовах, як на рис. 4.2.

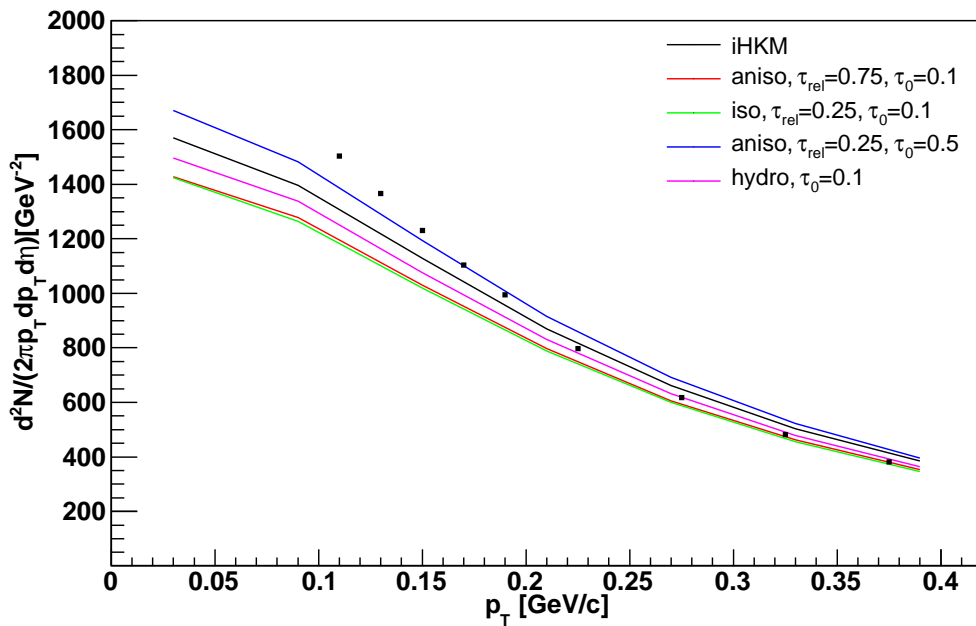


Рис. 4.5 Детальна картина спектрів піонів в області малих p_T для центральності 0-5% в базовому сценарії iHKM (як на рис. 4.1) в порівнянні з результатами, отриманими з (1) іншим релаксаційним часом $\tau_{rel} = 0.75$ fm/c замість 0.25 fm/c, або з (2) ізотропним параметром $\Lambda = 1$ замість анізотропного $\Lambda = 100$, або з (3) іншим початковим часом $\tau_0 = 0.5$ fm/c замість 0.1 fm/c. Також показані результати чистої в'язкої гідродинаміки, що стартує з $\tau_{th} \rightarrow \tau_0 = 0.1$. Експериментальні дані взяті з [70]. Спектри для різних центральностей помножені на степені 2 ($2^6 = 64$ для центральності 0-5%).

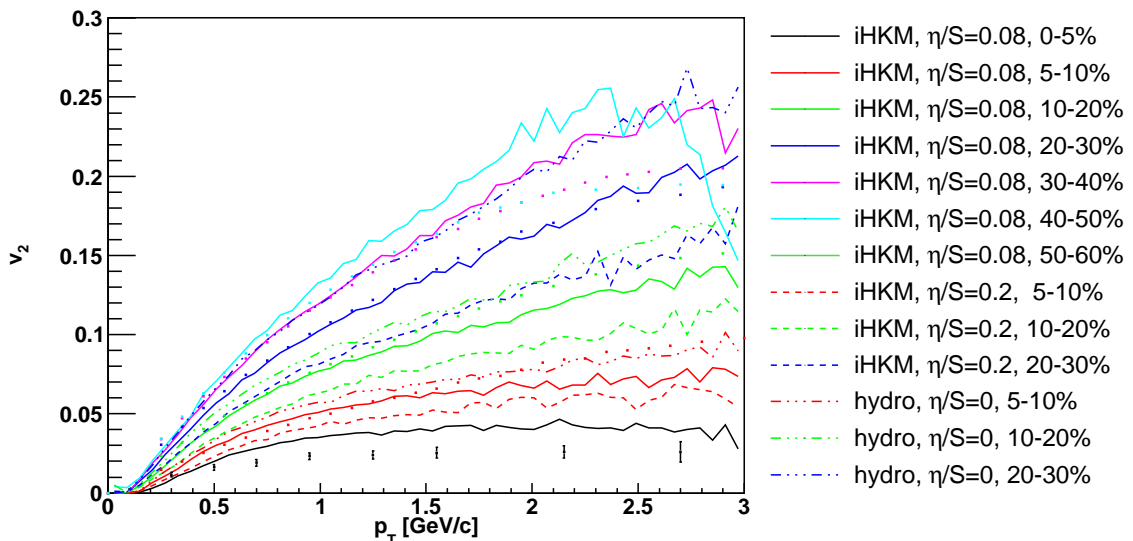


Рис. 4.6 Коефіцієнти v_2 для класів центральності 0-5%, 5-10%, 10-20%, 20-30%, 30-40%, 40-50% та 50-60%, отримані з базового сценарію iHKM (як на рис. 4.1). Результати порівняні з аналогічними результатами для iHKM при іншому коефіцієнті в'язкості, $\eta/s = 0.2$ замість 0.08, та з ідеальною гідродинамікою з початковим часом $\tau_{th} = \tau_0 = 0.1$ fm/c для класів центральності 5-10%, 10-20%, 20-30%. Експериментальні дані отримані з [71].

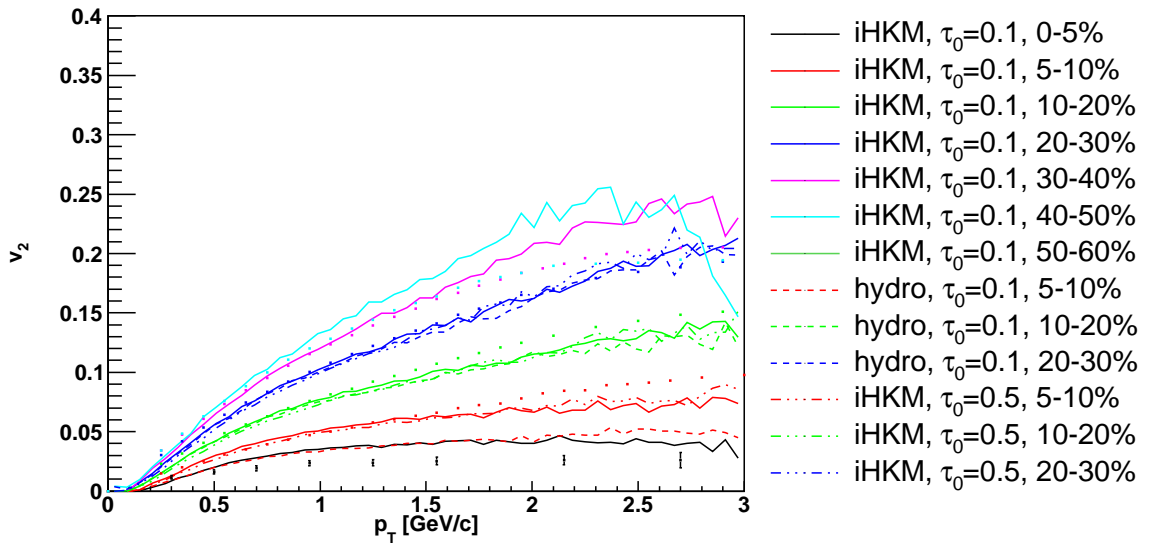


Рис. 4.7 Коефіцієнти v_2 для класів центральності 0-5%, 5-10%, 10-20%, 20-30%, 30-40%, 40-50% та 50-60%, отримані з базового сценарію іНКМ (як на рис. 4.1). Результати порівняні з аналогічними результатами для іНКМ з іншим початковим часом, $\tau_0 = 0.5$ fm/c замість 0.1 fm/c та з в'язкою гідродинамікою в початковий час $\tau_{th} = \tau_0 = 0.1$ fm/c для класів центральності 5-10%, 10-20%, 20-30%. Експериментальні дані отримані з [71].

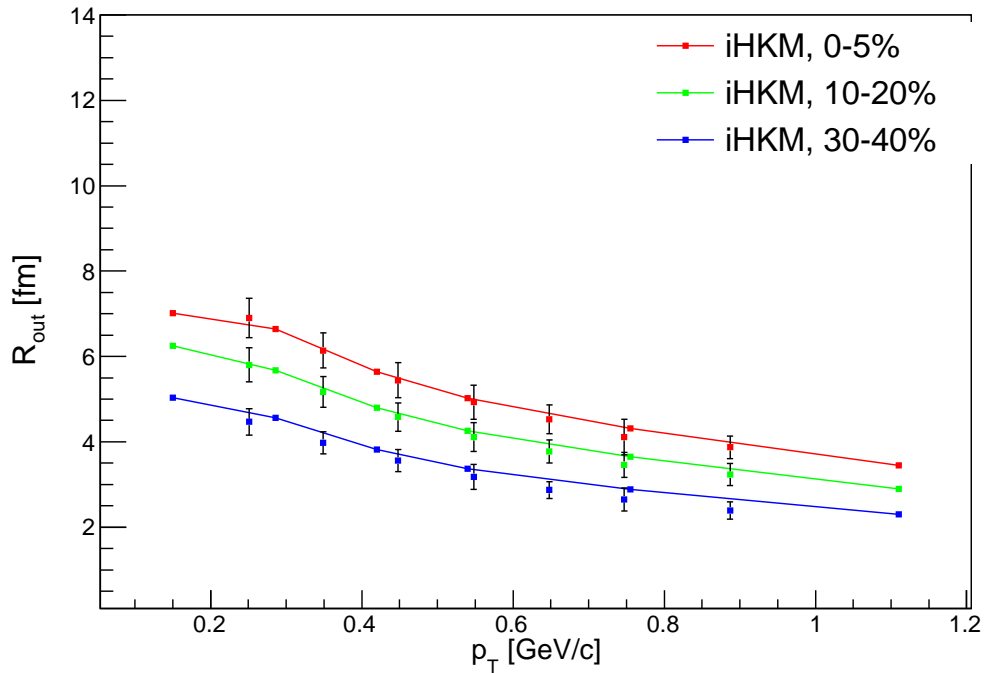


Рис. 4.8 Залежність R_{out} від поперечного імпульсу для різних центральностей в базовому сценарії іНКМ при тих самих умовах, що й на рис. 4.1. Експериментальні дані взяті з [72].

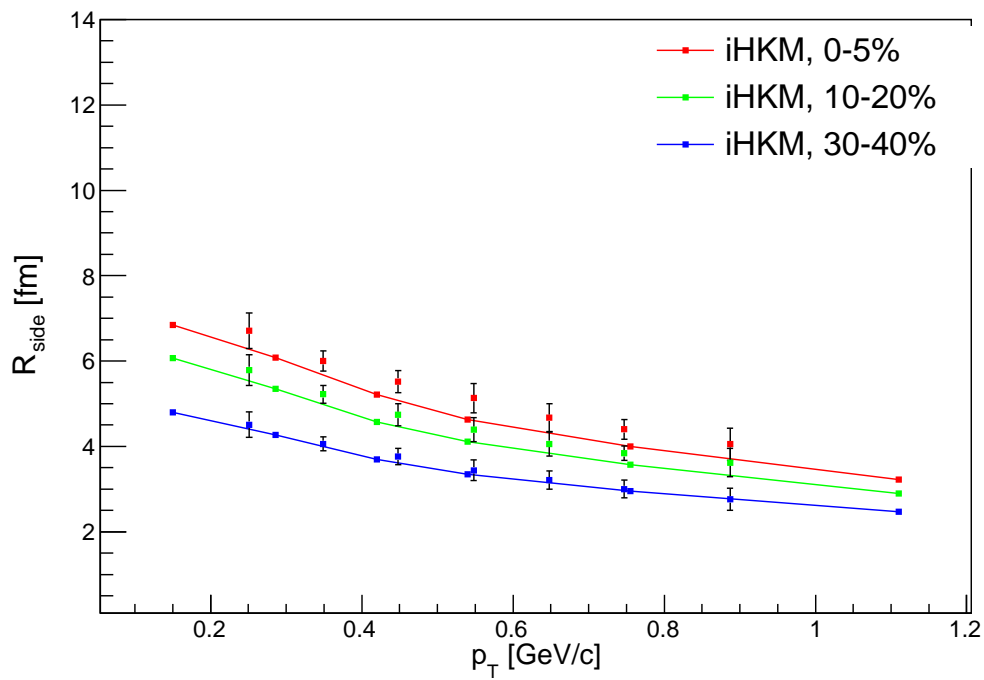


Рис. 4.9 Залежність R_{side} від поперечного імпульсу для різних центральностей в базовому сценарії iHKM при тих самих умовах, що й на рис. 4.1. Експериментальні дані взяті з [72].

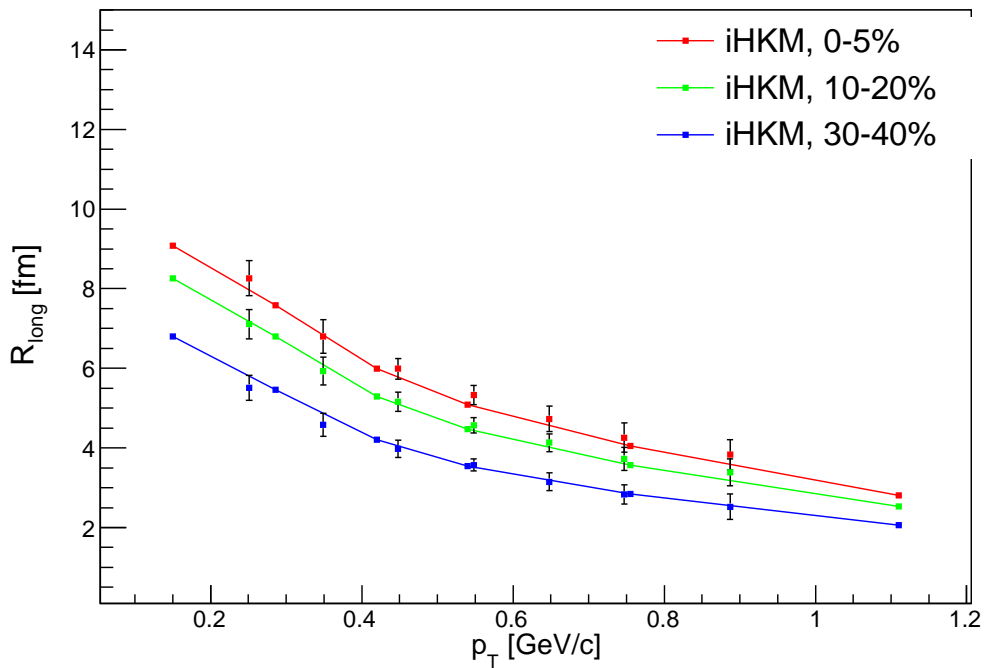


Рис. 4.10 Залежність R_{long} від поперечного імпульсу для різних центральностей в базовому сценарії iHKM при тих самих умовах, що й на рис. 4.1. Експериментальні дані взяті з [72].

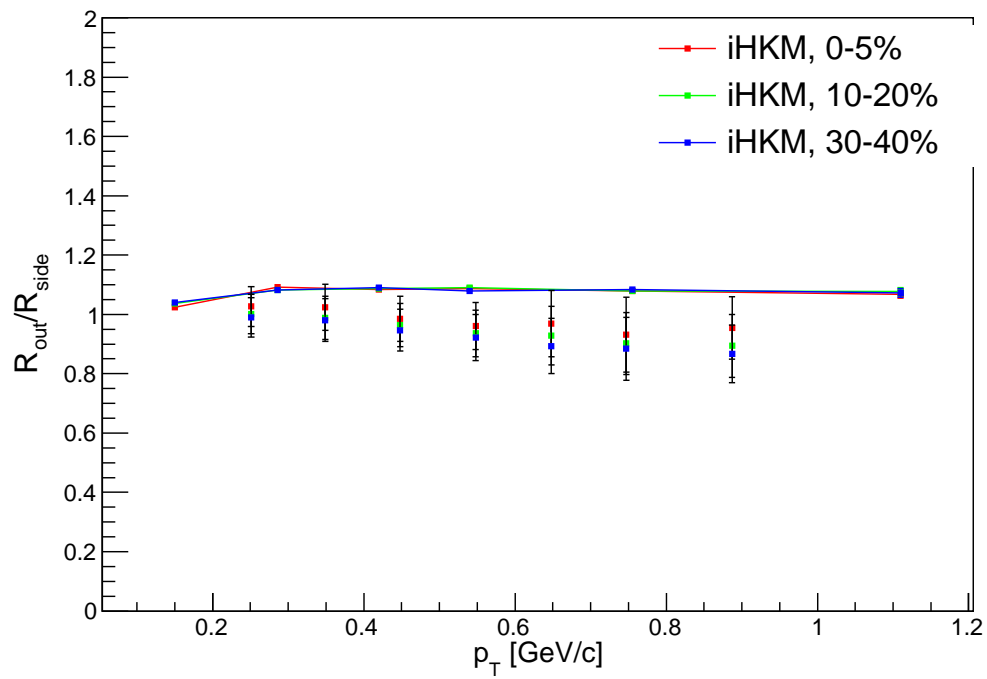


Рис. 4.11 Відношення R_{out}/R_{side} для різних центральностей в базовому сценарії iHKM — такі ж умови, як на рис. 4.1. Експериментальні дані взяті з [72].

РОЗДІЛ 5

ВИСНОВКИ

Дисертаційна робота присвячена теоретичному дослідженню просторочасової структури ядро-ядерних зіткнень з енергіями, характерними для експериментів на прискорювачах LHC та RHIC, в рамках гідрокінетичної моделі. В роботі отримано ряд наступних результатів:

- Використовуючи рівняння Больцмана в наближенні релаксаційного часу, розроблена релаксаційна модель претермальної стадії, що описує поступовий перехід від початкового нерівноважного стану до локально (майже) рівноважного стану. На базі розробленої комп'ютерної програми в рамках цієї моделі проведено дослідження залежності результатів від параметрів претермальної стадії (коефіцієнту анізотропії та рівняння стану).
- На основі побудованої релаксаційної моделі, в'язкої гідродинамічної моделі та ультрарелятивістської квантової молекулярної динаміки побудована інтегрована гідрокінетична модель ядро-ядерних зіткнень, що описує еволюцію матерії в процесі ядро-ядерного зіткнення від початкової стадії формування матерії до кінцевої стадії розльоту адронів. За допомогою інтегрованої гідрокінетичної моделі отримані значення фізичних спостережуваних, таких як спектри, коефіцієнти анізотропії всіх заряджених частинок та піонні інтерферометричні радіуси для експерименту по зіткненням ядер свинцю на LHC з енергією $\sqrt{s} = 2.76\text{TeV}$ при різних центральностях. Отримані спостережувані узгоджуються з експериментальними даними. Проведено аналіз залежності спостережуваних від параметрів моделі; показано, що мінімальна в'язкість гідродинамічної стадії, швидкий перехід від нетермального стану до локально рівноважного та висока імпульсна анізотропія початкового стану приводять до найкращого опису експериментальних даних.

- В рамках гідрокінетичної моделі проведено дослідження причин порушення скейлінгу інтерферометричних радіусів по поперечній масі. Встановлено, що основними такими причинами є перерозсіяння частинок та інтенсивні поперечні потоки. Передбачено наявність скейлінгу інтерферометричних радіусів по поперечному імпульсу, що пізніше було підтверджено в експерименті.
- Була отримана аналітична формула для повздовжніх інтерферометричних радіусів для систем, що розширюються в поперечному напрямку та неперервно випромінюють частинки. За допомогою цієї формули можна отримати власний час максимального випромінювання для різних сортів адронів з фаєрболу.
- Для 5% найбільш центральних зіткнень свинцю з енергією $\sqrt{s} = 2.76 \text{TeV}$ були зроблені перші передбачення для кореляційних функцій пар $p\Lambda$ та $\bar{p}\Lambda$, враховуючи ефект залишкових кореляцій. Також показані зкоректовані за чистотою та залишковими кореляціями баріон-антибаріонні кореляційні функції, що не залежать від деталей експерименту.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Naboka V. Yu. Initialization of hydrodynamics in relativistic heavy ion collisions with an energy-momentum transport model / V. Yu. Naboka, S. V. Akkelin, Iu. A. Karpenko and Yu. M. Sinyukov // Phys. Rev. C. – 2015. – Vol. 91. – 014906.
2. Naboka V. Yu. Thermalization, evolution, and observables at energies available at the CERN Large Hadron Collider in an integrated hydrokinetic model of A+A collisions / V. Yu. Naboka, Iu. A. Karpenko, Yu. M. Sinyukov // Phys. Rev. C. – 2016. – Vol. 93. – 024902.
3. Sinyukov Yu. M. Femtoscopic pair correlations of mesons and baryons at RHIC and LHC from hydrokinetic model / Yu. M. Sinyukov, V. M. Shapoval, V. Yu. Naboka // Nuclear Physics A. – 2014. – Vol. 931. – P. 1072–1076.
4. Sinyukov Yu. M. On mT dependence of femtoscopy scales for meson and baryon pairs / Yu. M. Sinyukov, V. M. Shapoval, V. Yu. Naboka // Nuclear Physics A. – 2016. – Vol. 946. – P. 227-239.
5. Shapoval V. M. Proton- Λ correlation functions at energies available at the CERN Large Hadron Collider taking into account residual correlations / V. M. Shapoval, Yu. M. Sinyukov, V. Yu. Naboka // Phys. Rev. C. – 2015. – Vol. 92. – 044190.
6. Heinz U. Towards the Little Bang Standard Model / U. Heinz // J. Phys. Conf. Ser. – 2013. – Vol. 455. – 012044.
7. Heinz U. Collective flow and viscosity in relativistic heavy-ion collisions / U. Heinz, R. Snellings // Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. – 2013. – Vol. 63. – P. 123.
8. Gale C. Hydrodynamic Modeling of Heavy-Ion Collisions / C. Gale, S. Jeon, B. Schenke // Int. J. Mod. Phys. A. – 2013. – Vol. 28. – 1340011.
9. Huovinen P. Hydrodynamics at RHIC and LHC: What have we learned? / P. Huovinen // Int. J. of Mod. Phys. E. – 2013. – Vol. 22. – 1330029.
10. Song H. Hydrodynamic modelling for relativistic heavy-ion collisions at RHIC and LHC / H. Pramana Song // J Phys. – 2015. – Vol. 84. – P. 703.

11. Sinyukov Yu. M. On freeze-out problem in hydro-kinetic approach to A+A collisions / Yu. M. Sinyukov, S. V. Akkelin, Y. Hama // Phys. Rev. Lett. – 2002. – Vol. 89. – 052301.
12. Akkelin S. V. Hydro-kinetic approach to relativistic heavy ion collisions / S. V. Akkelin, Y. Hama, Iu. A. Karpenko, Yu. M. Sinyukov // Phys. Rev. C. – 2008. – Vol. 78. – 034906.
13. Sinyukov Yu. M. Kinetics vs hydrodynamics: generalization of Landau/Cooper-Frye prescription for freeze-out / Yu. M. Sinyukov, S. V. Akkelin, Iu. A. Karpenko, Y. Hama // Acta Phys. Polon. B. – 2009. – Vol. 40. – 1025.
14. Karpenko Yu. A. Femtosopic scales in central A+A collisions at RHIC and LHC energies in hydrokinetic model / Yu. A. Karpenko, Yu. M. Sinyukov // J. Phys. G. – 2011. – Vol. 38. – 124059.
15. Sinyukov Yu. M. Femtosopic and Nonfemtosopic Two-Particle Correlations in A+A and p+p Collisions at RHIC and LHC Energies / Yu. M. Sinyukov, S. V. Akkelin, Iu. A. Karpenko, V. M. Shapoval // Advances in High Energy Physics. – 2013. – 198928.
16. Huovinen P. Particlization in hybrid models / P. Huovinen, H. Petersen // Eur. Phys. J. A. – 2012. – Vol. 48. – P. 171.
17. Pratt Scott Accounting for backflow in hydrodynamic-Boltzmann interfaces / Scott Pratt // Phys. Rev. C. – 2014. – Vol. 89. – 024910.
18. Molnar D. Self-consistent conversion of a viscous fluid to particles / Denes Molnar, Zack Wolff // arXiv:1404.7850 [nucl-th]
19. Bass S. A. Microscopic models for ultrarelativistic heavy ion collisions / S. A. Bass *et al* // Prog. Part. Nucl. Phys. – 1998. – Vol. 41 – P. 255.
20. Bleicher M. Relativistic hadron hadron collisions in the ultrarelativistic quantum molecular dynamics model / M. Bleicher *et al.* // J. Phys. G – 1999. – Vol. 25. – P. 1859.
21. Müller B. Entropy Creation in Relativistic Heavy Ion Collisions / B. Müller, A. Schäfer // Int. J. Mod. Phys. E. – 2011. – Vol. 20. – P. 2235.
22. Berges J. Universal attractor in a highly occupied non-Abelian plasma / J. Berges,

- K. Boguslavski, S. Schlichting, R. Venugopalan // Phys. Rev. D. – 2014. – Vol. 89. – 114007.
23. DeWolfe O. Heavy ions and string theory / O. DeWolfe, S. S. Gubser, C. Rosen, D. Teaney // Progr. Part. Nucl. Phys. – 2014. – Vol. 75. – P. 86.
24. Blaizot J.-P. Quark production, Bose-Einstein condensates and thermalization of the quark-gluon plasma / Jean-Paul Blaizot, Bin Wu, Li Yan // Nucl.Phys. A. – 2014. – Vol. 930. – P. 139-162.
25. Akkelin S. V. Entanglement of scales as a possible mechanism for decoherence and thermalization in relativistic heavy ion collisions / S. V. Akkelin, Yu. M. Sinyukov // Phys. Rev. C 2014. – Vol. 89. – 034910.
26. Huang X.-G. Kinetic evolution of the glasma and thermalization in heavy ion collisions / X.-G. Huang, J. Liao // Int. J. Mod. Phys. E. – 2014. – Vol. 23. – 1430003.
27. Venugopalan R. Thermalization of the world's smallest fluids: recent developments / R. Venugopalan // Nucl. Phys. A. – 2014. – Vol. 928. – P. 209.
28. Kurkela A. Approach to equilibrium in weakly coupled nonabelian plasmas / A. Kurkela, E. Lu // Phys. Rev. Lett. – 2014. – Vol. 113. – 182301.
29. Berges J. Turbulent thermalization process in high-energy heavy-ion collisions / J. Berges, B. Schenke, S. Schlichting, R. Venugopalan // Proceedings for Quark Matter 2014, Darmstadt (Germany), May 19-24. – 2014.
30. Gelis F. The Color Glass Condensate / F. Gelis, E. Iancu, J. Jalilian-Marian, R. Venugopalan // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. – 2010. – Vol. 60. – P. 463.
31. Alvioli M. A Monte Carlo generator of nucleon configurations in complex nuclei including nucleon–nucleon correlations / M. Alvioli, H.-J. Drescher, M. Strikman // Phys. Lett. B. 2009. – Vol. 680. – P. 225.
32. Holopainen H. Event-by-event hydrodynamics and elliptic flow from fluctuating initial states / H. Holopainen, H. Niemi, K. J. Eskola // Phys. Rev. C. – 2011. – Vol. 83. – 034901.
33. Alvioli M. Initial-state anisotropies and their uncertainties in ultrarelativistic heavy-ion collisions from the Monte Carlo Glauber model / M. Alvioli, H. Holopai-

- nen, K. J. Eskola, M. Strikman // *Phys. Rev. C.* – 2012. – Vol. 85. – 034902.
34. Kharzeev D. A Quantitative Analysis of Charmonium Suppression in Nuclear Collisions / D. Kharzeev, C. Lourenco, M. Nardi, H. Satz // *Z. Phys. C.* – 1997. – Vol. 74. – P. 307.
 35. Kharzeev D. Hadron production in nuclear collisions at RHIC and high density QCD / D. Kharzeev, M. Nardi // *Phys. Lett. B.* – 2001. – Vol. 507. – p. 121-128.
 36. Kharzeev D. Manifestations of high density QCD in the first RHIC data / D. Kharzeev, E. Levin // *Phys. Lett. B.* – 2001. – Vol. 523. – P. 79-87.
 37. Kharzeev D. The onset of classical QCD dynamics in relativistic heavy ion collisions / D. Kharzeev, E. Levin, M. Nardi // *Phys. Rev. C.* – 2005. – Vol. 71. – 054903.
 38. Schenke B. Fluctuating Glasma Initial Conditions and Flow in Heavy Ion Collisions / B. Schenke, P. Tribedy, R. Venugopalan // *Phys. Rev. Lett.* – 2012. – Vol. 108. – 252301.
 39. Schäfer T. Fluid Dynamics and Viscosity in Strongly Correlated Fluids / T. Schäfer // *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* – 2014. – Vol. 64. – P. 125.
 40. Huang K. *Statistical Mechanics* / K. Huang // *Statistical Mechanics* (John Wiley & Sons, Inc., New York - London). – 1963.
 41. Balescu R. *Equilibrium and Nonequilibrium Statistical Mechanics* / R. Balescu // *Equilibrium and Nonequilibrium Statistical Mechanics* (John Wiley & Sons, Inc., New York - London - Sydney - Toronto). – 1975.
 42. Zubarev D. *Statistical Mechanics of Nonequilibrium Processes* / D. Zubarev, V. Morozov, and G. Röpke // *Statistical Mechanics of Nonequilibrium Processes* (Akademie Verlag, Berlin). – 1997.
 43. Cercignani C. *The Relativistic Boltzmann Equation: Theory and Applications* / C. Cercignani and G. M. Kremer // *The Relativistic Boltzmann Equation: Theory and Applications* (Birkhäuser Verlag, Basel - Boston - Berlin). – 2002.
 44. Strickland M. Anisotropic Hydrodynamics: Motivation and Methodology / M. Strickland // *Nucl. Phys. A.* – 2014. – Vol. 926. – P. 92.

45. Romatschke P. Collective modes of an anisotropic quark-gluon plasma / P. Romatschke and M. Strickland // Phys. Rev. D. – 2003. – Vol. 68. – 036004.
46. Martinez M. Matching pre-equilibrium dynamics and viscous hydrodynamics / M. Martinez and M. Strickland // Phys. Rev. C. – 2010. – Vol. 81. – 024906.
47. Martinez M. Dissipative Dynamics of Highly Anisotropic Systems / Mauricio Martinez, Michael Strickland // Nucl. Phys. A. – 2010. – Vol. 848. – P. 183.
48. Bazow D. Second-order (2+1)-dimensional anisotropic hydrodynamics / D. Bazow, U. W. Heinz, and M. Strickland // Phys. Rev. C. – 2014. – Vol. 90. – 054910.
49. Akkelin S. V. Matching of nonthermal initial conditions and hydrodynamic stage in ultrarelativistic heavy-ion collisions / S. V. Akkelin, Yu. M. Sinyukov // Phys. Rev. C. – 2010. – Vol. 81. – 064901.
50. Sinyukov Yu. M. Matter evolution and soft physics in A + A collisions / Yu. M. Sinyukov // Acta Phys. Polon. B. – 2006. – Vol. 37. – P. 3343.
51. Sinyukov Yu. M. Is early thermalization really needed in A+A collisions? / Yu. M. Sinyukov, A. N. Nazarenko, Iu. A. Karpenko // Acta Phys. Polon. B. – 2009. – Vol. 40. – P. 1109.
52. Karpenko Iu. A 3+1 dimensional viscous hydrodynamic code for relativistic heavy ion collisions / Iu. Karpenko, P. Huovinen, M. Bleicher // Comput. Phys. Commun. – 2014. – Vol. 185. – P. 3016.
53. Ryblewski R. Highly anisotropic hydrodynamics – discussion of the model assumptions and forms of the initial conditions / R. Ryblewski, W. Florkowski // Acta Phys. Polon. B. – 2011. – Vol. 42. – P. 115.
54. Gyulassy M. HBT and initial conditions for hydrodynamic expansion in A+A collisions / M. Gyulassy, Iu. Karpenko, A. V. Nazarenko, Yu. M. Sinyukov // Braz. Journ. of Phys. – 2007. – Vol. 37. – P. 1031-1038.
55. Broniowski W. GLISSANDO: GLauber Initial-State Simulation AND mOre / W. Broniowski, M. Rybczyński, P. Bożek // Comput. Phys. Commun. – 2009. – Vol. 180. – P. 69.
56. Mota Ph. Coarse graining scale and effectiveness of hydrodynamic modeling / Ph. Mota, T. Kodama, J. Takahashi, R. Derradi de Souza // Eur. Phys. J. A. – 2012.

– Vol. 48. – P. 165.

57. Derradi de Souza R. Hydrodynamic Approaches in Relativistic Heavy Ion Reactions / R. Derradi de Souza, T. Koide, T. Kodama // *Progr. Part. Nucl. Phys.* – 2016. – Vol. 86. – P. 35.
58. Karpenko Iu. A. Uniform description of bulk observables in the hydrokinetic model of A+A collisions at the BNL Relativistic Heavy Ion Collider and the CERN Large Hadron Collider / Iu. A. Karpenko, Yu. M. Sinyukov, K. Werner // *Phys. Rev. C.* – 2013. – Vol. 87. – 024914.
59. Florkowski W. Testing viscous and anisotropic hydrodynamics in an exactly solvable case / W. Florkowski, R. Ryblewski, and M. Strickland // *Nucl. Phys. A.* – 2013. – Vol. 916. – P. 249.
60. Florkowski W. Testing viscous and anisotropic hydrodynamics in an exactly solvable case / W. Florkowski, R. Ryblewski, and M. Strickland // *Phys. Rev. C.* – 2013. – Vol. 88. – 024903 (2013)
61. Tinti L. Projection method and new formulation of leading-order anisotropic hydrodynamics / L. Tinti, W. Florkowski // *Phys. Rev. C.* – 2014. – Vol. 89. – 034907.
62. Bazow D. Second-order (2+1)-dimensional anisotropic hydrodynamics / D. Bazow, U.W. Heinz, and M. Strickland // *Phys. Rev. C.* – 2014. – Vol. 90. – 054910.
63. Tinti L. (3+1)-dimensional framework for leading-order non conformal anisotropic hydrodynamics / L. Tinti // *Phys. Rev. C.* – 2015. – Vol. 92. – 014908.
64. Sinyukov Yu. M. Spacetime scales and initial conditions in relativistic A+A collisions / Yu. M. Sinyukov, Iu. A. Karpenko and A. V. Nazarenko // *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* – 2008. – Vol. 35. – 104071.
65. Karpenko Iu. A. Kaon and pion femtoscopy at the highest energies available at the BNL Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC) in a hydrokinetic model / Iu. A. Karpenko, Yu. M. Sinyukov // *Phys. Rev. C.* – 2010. – Vol. 81. – 054903.
66. Laine M. Quark mass thresholds in QCD thermodynamics / M. Laine and Y. Schroder // *Phys. Rev. D.* – 2006. – Vol. 73. – 085009.
67. Rybczynski M. GLISSANDO 2: GLauber Initial-State Simulation AND

- mOre..., ver. 2 / M. Rybczynski, G. Stefanek, W. Broniowski, P. Bozek // Comput.Phys.Commun. – 2014. – Vol. 185. – pp. 1759-1772.
68. Huovinen P. Particlization in hybrid models / P. Huovinen and H. Petersen // Eur. Phys. J. A. – 2012. – Vol. 48. – P. 171.
69. Aamodt K. Centrality Dependence of the Charged-Particle Multiplicity Density at Midrapidity in Pb-Pb Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV / K. Aamodt et al. (ALICE Collaboration) // Phys. Rev. Lett. – 2011. – Vol. 106. – 032301.
70. The ALICE Collaboration Centrality dependence of π , K, and p production in Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV / The ALICE Collaboration // Phys. Rev. C. – 2013. – Vol. 88. – 044910.
71. The ALICE Collaboration Anisotropic flow of charged hadrons, pions and (anti-protons) measured at high transverse momentum in Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV / The ALICE Collaboration // Phys. Lett. B. – 2013. – Vol. 719. – P. 18.
72. The Alice Collaboration Centrality dependence of pion freeze-out radii in Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV / The Alice Collaboration // Phys. Rev. C. – 2016. – Vol. 93. – 024905.
73. Nambu Y. Force Potentials in Quantum Field Theory / Y. Nambu // Progress of Theoretical Physics. – 1950. – Vol. 5, no. 4. – DOI:10.1143/PTP.5.614
74. Sinyukov Yu. M. Coulomb corrections for interferometry analysis of expanding hadron systems / Yu. M. Sinyukov, R. Lednicky, S.V. Akkelin, B. Erasmus, J. Pluta // Phys.Lett. B. – 1998. – Vol. 432. – P. 248.
75. Shapoval V. M. Femtoscopy correlations of kaons in Pb+Pb collisions at LHC within hydrokinetic model / V. M. Shapoval, P. Braun-Munzinger, Iu. A. Karpenko, Yu. M. Sinyukov // Nucl. Phys. A. – 2014. – Vol. 929. – 1.
76. Shapoval V. M. Emission source functions in heavy ion collisions / V. M. Shapoval, Yu. M. Sinyukov, Iu. A. Karpenko // Phys. Rev. C. – 2013. – Vol. 88. – 064904.
77. Lednicky R. Final State Interaction Effect on Pairing Correlations Between Particles with Small Relative Momenta / R. Lednicky // Sov. J. Nucl. Phys. – 1982. – Vol. 35. – P. 770.

78. Lednicky R. Finite-size effect on two-particle production / R. Lednicky // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. – 2008. – Vol. 35. – 125109.
79. Adams J. Proton- Λ correlations in central Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV / J. Adams *et al.* (STAR) // Phys. Rev. C. – 2006. – Vol. 74. – 064906.
80. Shapoval V. M. Extracting $p\Lambda$ scattering lengths from heavy ion collisions / V. M. Shapoval, B. Erazmus, R. Lednicky, Yu. M. Sinyukov // Phys. Rev. C. – 2015. – Vol. 92. – 034910.
81. Renault G. Proton - Lambda correlations in Au-Au Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV from the STAR experiment / G. Renault for the STAR Collaboration // Acta Phys. Hung. A. – 2005. – Vol. 24. – P. 131.
82. Pratt S. Pion interferometry of quark-gluon plasma / S. Pratt // Phys. Rev. D. – 1986. – Vol. 33. – P. 1314.
83. Makhlin A. N. The Pion Interferometry Theory for the Hydrodynamic Stage of Multiple Processes / A. N. Makhlin, Yu. M. Sinyukov // Sov. J. Nucl. Phys. – 1987. – Vol. 46. – P. 345;
84. Makhlin A. N. Hydrodynamics of Hadron Matter Under Pion Interferometric Microscope / A. N. Makhlin, Yu. M. Sinyukov // Z. Phys. C. – 1988. – Vol. 39. – P. 69.
85. Sinyukov Yu. M. Interferometry radii for expanding hadron resonance gas / Yu. M. Sinyukov, S. V. Akkelin, A. Yu. Tolstykh // Nucl. Phys. A. – 1996. – Vol. 610. – P. 278-285.
86. Sinyukov Yu. M. Hanbury Brown/twiss Correlations for Expanding Hadron and Quark - Gluon Matter / Yu. M. Sinyukov // Nucl. Phys. A. – 1989. – Vol. 498. – P. 151-160.
87. Kopylov G. I. Correlations of identical particles emitted by highly excited nuclei / G. I. Kopylov, M. I. Podgoretsky // Sov. J. Nucl. Phys. – 1972. – Vol. 15. – P. 219-223.
88. Kopylov G. I. Multiple production and interference of particles emitted by moving sources / G. I. Kopylov // Sov. J. Nucl. Phys. – 1973. – Vol. 18. – P. 336-341.

89. Koonin S. E. Proton pictures of high-energy nuclear collisions / S. E. Koonin // Phys. Lett. B. – 1977. – Vol. 70. – P. 43-47.
90. Akkelin S. V. Hydro-kinetic approach to relativistic heavy ion collisions / S. V. Akkelin, Y. Hama, Iu. A. Karpenko, Yu. M. Sinyukov // Phys. Rev. C. – 2008. – Vol. 78. – 034906.
91. Karpenko Iu. A. Energy dependence of pion interferometry scales in ultra-relativistic heavy ion collisions / Iu. A. Karpenko, Yu. M. Sinyukov // Phys. Lett. B. – 2010. – Vol. 688. – P. 50-54.
92. Shapoval V. M. Femtoscopic scales in p+p and p+Pb collisions in view of the uncertainty principle / V. M. Shapoval, P. Braun-Munzinger, Iu. A. Karpenko, Yu. M. Sinyukov // Phys. Lett. B. – 2013. – Vol. 725. – P. 139.
93. Sinyukov Yu. M. Kinetics vs hydrodynamics: generalization of Landau/Cooper-Frye prescription for freeze-out / Yu. M. Sinyukov, S. V. Akkelin, Y. Hama, Iu. A. Karpenko // Act. Phys. Pol. B. – 2009. – Vol. 40. – P. 1025-1036.
94. Cooper F. Single-particle distribution in the hydrodynamic and statistical thermodynamic models of multiparticle production / F. Cooper and G. Frye // Phys. Rev. D. – 1974. – Vol. 10. – P. 186.
95. Akkelin S. V. The HBT-interferometry of expanding sources / S. V. Akkelin, Yu. M. Sinyukov // Phys. Lett. B. – 1995. – Vol. 356. – P. 525-530.
96. Akkelin S. V. The HBT-interferometry of expanding inhomogeneous sources / S.V. Akkelin, Yu.M. Sinyukov // Z. Phys. C. – 1996. – Vol. 72. – P. 501-507.
97. Herrmann M. Source dimensions in ultrarelativistic heavy-ion collisions / M. Herrmann, G.F. Bertsch // Phys. Rev. C. – 1995. – Vol. 51. – P. 328.
98. Brown D. A. Imaging of Sources in Heavy-Ion Reactions / D. A. Brown and P. Danielewicz // Phys. Lett. B. – 1997. – Vol. 398. – P. 252-258.
99. Brown D. A. Optimized Discretization of Sources Imaged in Heavy-Ion Reactions / D. A. Brown and P. Danielewicz // Phys. Rev. C. – 1998. – Vol. 57. – P. 2474-2483.
100. Brown D. A. Observing non-Gaussian sources in heavy-ion reactions / D. A. Brown and P. Danielewicz // Phys. Rev. C. – 2001. – Vol. 64. – 014902.

101. Lednický R. Final State Interaction Effect on Pairing Correlations Between Particles with Small Relative Momenta R. Lednický, V. L. Lyuboshitz, *Yad. Fiz.* – 1981. – Vol. 35. – P. 1316.
102. Aamodt K. Femtoscopy of pp collisions at $\sqrt{s} = 0.9$ and 7 TeV at the LHC with two-pion Bose-Einstein correlations / K. Aamodt, *et al.* (ALICE Collaboration) // *Phys. Rev. D* 84 (2011) 112004.
103. Nemenov L. Elementary Relativistic Atoms / L. Nemenov // *Yad. Fiz.* – 1985. – Vol. 41. – P. 980-990.
104. Lyuboshitz V. L. Narrow Pair Correlations and Bound State Generation in the Model of One Particle Sources / V. L. Lyuboshitz // *Yad. Fiz.* – 1988. – Vol. 48. – P. 1501-1512.
105. Sinyukov Yu. M. Freeze-Out Problem in Hydrokinetic Approach to A+A Collisions / Yu. M. Sinyukov, S. V. Akkelin, and Y. Hama // *Phys. Rev. Lett.* – 2002. – Vol. 89. – 052301.
106. Afanasiev S. Source Breakup Dynamics in Au+Au Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV via Three-Dimensional Two-Pion Source / S. Afanasiev *et al.* (PHENIX Collaboration) // *Phys. Rev. Lett.* – 2008. – Vol. 100. – 232301.
107. Adamczyk L. $\Lambda\Lambda$ Correlation Function in Au+Au Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV / L. Adamczyk *et al.* (STAR) // *Phys. Rev. Lett.* – 2015. – Vol. 114. – 022301.
108. Wang F. Lambda-Proton Correlations in Relativistic Heavy Ion Collisions / F. Wang and S. Pratt // *Phys. Rev. Lett.* – 1999. – Vol. 83. – P. 3138 (1999).
109. Anchishkin D. Nonequilibrium distribution functions of nucleons in relativistic nucleus-nucleus collisions / D. Anchishkin, V. Naboka, J. Cleymans // *Condens. Matter Phys.* – 2013. – Vol. 16, No. 1. – 13201. – P. 1-9.
110. Naboka V. Yu. Initialization of hydrodynamics in relativistic heavy ion collisions with energy-momentum transport model / Naboka V. Yu. // VI Young Scientists Conference “Modern problems of theoretical physics”, November 25–27, 2014, Kyiv, Ukraine, Program and Abstracts. – Kyiv. – 2014. – O.2.