

**Національна академія наук України
Інститут теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова**

Ісаєва Карина Олександрівна

УДК 530.182, 533.951, 538.94

**СТІЙКІ КОГЕРЕНТНІ СТРУКТУРИ В АТОМАРНИХ
БОЗЕ-КОНДЕНСАТАХ**

01.04.02 – теоретична фізика

Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ – 2017

Дисертацією є рукопис

Робота виконана на кафедрі квантової теорії поля фізичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка.

Науковий керівник доктор фізико-математичних наук, доцент
Якименко Олександр Ілліч,
Київський національний університет
імені Тараса Шевченка,
доцент кафедри квантової теорії поля,
фізичний факультет.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор
Гайдідей Юрій Борисович,
завідувач відділу квантової електроніки
Інституту теоретичної фізики
ім. М. М. Боголюбова НАН України;

доктор фізико-математичних наук,
Держко Олег Володимирович,
завідувач відділу квантової статистики
Інституту фізики конденсованих
систем НАН України.

Захист відбудеться «11» січня 2018 р. об 11⁰⁰ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.191.01 Інституту теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова Національної академії наук України за адресою: вул. Метрологічна 14-б, м. Київ, 03143, Україна.

З дисертацією можна ознайомитись у науковій бібліотеці Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова Національної академії наук України за адресою: вул. Метрологічна 14-б, м. Київ, 03143, Україна.

Автореферат розісланий «4» грудня 2017 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради Д 26.191.01,
доктор фіз.-мат. наук

В. Є. Кузьмичев

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Бозе-конденсація є унікальним явищем, здатним демонструвати квантові ефекти на макроскопічному рівні. Серед таких проявів можна виділити атомну інтерференцію, надплинність, тунелювання речовини Бозе-Ейнштейнівського конденсату (БЕК) крізь потенціальний бар'єр. Окрім безперечного фундаментального інтересу до макроскопічних квантових систем, всі ці властивості дозволяють створювати надчутливі вимірювальні прилади на основі Бозе-конденсатів, включаючи атомарний аналог надпровідних інтерферометрів (SQUID) та атомні «рівні», що дозволяють вимірювати прискорення з надзвичайною точністю.

В останні часи все більш доступними стають експерименти з Бозе-Ейнштейнівськими конденсатами, таким чином виникає все більша потреба в їхньому теоретичному описі. Зокрема, корисним є теоретичне дослідження стійкості таких нелінійних структур, як просторові солітони та вихори. Прості теоретичні моделі дають добре узгодження з експериментальними даними і відкривають можливості для дослідження явищ, просторово-часові масштаби яких лежать далеко за межами роздільної здатності сучасних експериментальних приладів. Зокрема, в дисертаційній роботі проведений аналіз стійкості солітон-солітонних пар, досліджені умови існування квантових вихорів, в тому числі багатокomпонентних конденсатах.

Завдяки тому, що в наближенні середнього поля Бозе-конденсат можна описати за допомогою рівняння Гроса-Пітаєвського, що є узагальненням відомого нелінійного рівняння Шрьодінгера, результати дисертаційної роботи можуть бути використані в інших областях нелінійної науки, при дослідженні таких середовищ, як нелінійні оптичні середовища або плазма.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконувалася згідно з науково-дослідними темами фізичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка: тема № 16БФ051-05 «Дослідження фундаментальних проблем фізики ядра, елементарних частинок та космофізики»; тема ДФФД Ф39.2 «Стійкі локалізовані структури в мультикомпонентних нелінійних системах» (№ держ. реєстрації 0111U008990).

Мета і задачі дослідження.

Метою дисертаційної роботи є встановлення фізичних закономірностей формування стійких нелінійних структур у Бозе-Ейнштейнівських конденсатах атомарних газів, встановлення впливу параметрів конденсату та конфігурації зовнішніх електромагнітних полів на їхню стійкість.

Для досягнення поставленої мети необхідно було вирішити такі задачі:

- Дослідити солітонні розв'язки двовимірної системи рівнянь Гроса-Пітаєвського з аксіально-симетричною гармонійною пасткою в якості утримуючого потенціалу у випадку притягальної взаємодії між частинками одного сорту та різними варіантами міжкомпонентної взаємодії.

- Проаналізувати умови існування надплинного потоку, утвореного двокомпонентним спінорним Бозе-конденсатом у тороїдальній оптичній пастці для різних значень співвідношення населеностей для випадку різних наборів спінових проекцій компонент.
- Знайти умови, за яких відбувається утворення надплинних потоків у тороїдальних Бозе-конденсатах атомарних газів.
- Провести кількісний аналіз величини енергетичного бар'єру, необхідної для переходів між метастабільними станами в системі тороїдального конденсату.

Об'єктом дослідження є нелінійні хвильові структури в Бозе-Ейнштейнівських конденсатах атомарних газів.

Предметом дослідження є динамічні властивості когерентних структур в Бозе-конденсатах та їхня стійкість.

Методи дослідження: варіаційний метод наближеного знаходження стаціонарних розв'язків, лінійний аналіз Боголюбова-де Жена, чисельні методи розв'язків стаціонарних крайових задач (метод Петвіашвілі та метод Ньютона-Рафсона), чисельний метод інтегрування нелінійних диференціальних рівнянь в частинних похідних з розщепленням кроком (так званий split-step Fourier transform).

Наукова новизна одержаних результатів

- Вперше було встановлено, що гармонійний утримуючий потенціал стабілізує солітон-солітонні пари в Бозе-конденсаті з притягальною міжкомпонентною взаємодією та знайдено область існування таких пар в просторі хімічних потенціалів.
- Знайдено критичне значення співвідношення населеностей компонент у спінорних Бозе-конденсатах, за якої відбувається руйнування надплинного потоку речовини.
- Показано, що характер та тривалість еволюції двокомпонентних спінорних Бозе-конденсатів залежать від значення спінових проекцій компонент.
- Встановлено, що швидкість руху перемішуючого пучка визначає механізм утворення надплинного потоку речовини у тороїдальних Бозе-Ейнштейнівських конденсатах.
- Вперше визначено залежність висоти потенціального бар'єру між нерухомим та обертальним станами тороїдального Бозе-конденсату від частоти обертання широкого оптичного перемішуючого пучка.
- Розраховано час стохастичного переходу між нерухомим та обертальним станом тороїдального Бозе-конденсату при різних температурах.

Практичне значення одержаних результатів. Отримані в роботі результати сприяють більш широкому розумінню процесів формування та еволюції стійких нелінійних структур в Бозе-конденсатах атомарних газів. Використана теоретична модель дозволила пояснити результати експериментів з надплинними потоками в тороїдальних Бозе-конденсатах. Теоретичні передбачення областей стійкості

солітон-солітонних пар можуть бути використані для створення надчутливих вимірювальних приладів, таких як «атомний рівень».

Особистий внесок здобувача. Усі викладені в дисертації оригінальні результати отримані автором дисертації особисто. Дисертантка проводила аналітичні та чисельні розрахунки, давала інтерпретацію результатів. Автор аналітично та чисельно досліджувала стійкість солітон-солітонних пар та розраховувала область стійкості в просторі хімічних потенціалів у роботі [1], приймала участь у виборі моделі та робила чисельні розрахунки для знаходження критичного значення співвідношення населеностей компонент у спінорних Бозе-конденсатах, давала якісну інтерпретацію механізмів руйнування надплинного потоку для різних наборів спінових компонент у роботах [2, 3], чисельно досліджувала умови генерації вихорів за допомогою вузького лазерного пучка в роботах [4, 5]. У роботі [6] здобувач приймала участь у розробці алгоритмів для аналізу енергетичної поверхні та здійснювала відповідні розрахунки, обчислювала час переходу між станами.

Апробація результатів дисертації. Основні результати роботи були представлені на конференціях та семінарах Conference of Young Scientists Modern Problems of Theoretical Physics, 21–23 грудня 2011 р., Київ, Conference on Problems of Theoretical Physics, 8–11 жовтня 2012 р., Київ, IV Conference of Young Scientists Modern Problems of Theoretical Physics, 23–26 жовтня 2012 р., Київ, VI Young Scientists Conference Problems of Theoretical Physics, 24–27 грудня 2013 р., Київ та на міжнародній школі Summer School on Quantum Many-Body Physics of Ultra-Cold Atoms and Molecules, 2–13 липня 2012 р., Trieste, Italy. Результати також були представлені на семінарі відділу теорії нелінійних процесів у конденсованих середовищах Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України 19 червня 2017 року.

Публікації Основні результати дисертації було опубліковано в 6 статтях у провідних фахових журналах [1–6]. Отримані результати також висвітлено в опублікованих матеріалах наукових конференцій [7–11].

Структура та обсяг дисертації Дисертаційна робота складається зі вступу, п'яти розділів, списку використаних джерел, що містить 79 найменування. Робота написана на 147 сторінках тексту, включає 39 рисунків.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ

У вступі обґрунтована актуальність обраної теми, сформульовані мета та задачі дослідження, показана наукова та практична цінність отриманих результатів і коротко викладено зміст розділів дисертації. Представлена інформація про зв'язок роботи із науковими програмами та темами, а також про апробацію результатів роботи. Описано особистий внесок дисертанта в публікаціях із співавторами.

У першому розділі наведені загальні відомості про Бозе-конденсати атомарних газів, методи їхнього отримання, практична цінність. Представлений вивід рівнянь, що використовуються для опису даних систем та розглянуті випадки

різних типів симетрій зовнішнього потенціалу. Наведені відомості про спінорні Бозе-конденсати. Описана модель дисипації, що була використана для врахування скінченної температури досліджуваних систем. Описані наближені та чисельні методи, що використовувалися для розрахунків, проведених в рамках даної дисертаційної роботи.

У *другому розділі* досліджується стійкість векторних солітонів в Бозе-конденсаті, що утримується в гармонічній пастці. Широко відомо, що світлі двовимірні та тривимірні солітони, що описуються рівнянням Гросса-Пітаєвського з притягальною нелінійністю, є нестабільними та можуть колапсувати протягом скінченного часу. Цей колапс настає, якщо число атомів в конденсаті перевищує певне критичне значення. Як це було показано в попередніх роботах (Yakimenko, 2010), іншим прикладом нестійких систем є солітон-солітонні пари за відсутності лінійного потенціалу. З іншої точки зору, можна очікувати того, що при додаванні зовнішнього утримуючого потенціалу фундаментальні векторні солітони зможуть бути стабільними.

Система з двох Бозе-конденсатів в гармонічному потенціалі може бути описана наступними рівняннями:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_1(\vec{r}, t)}{\partial t} = [\hat{H}_1 + g_{11}|\Psi_1(\vec{r}, t)|^2 + g_{12}|\Psi_2(\vec{r}, t)|^2] \Psi_1(\vec{r}, t), \quad (1)$$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_2(\vec{r}, t)}{\partial t} = [\hat{H}_2 + g_{21}|\Psi_1(\vec{r}, t)|^2 + g_{22}|\Psi_2(\vec{r}, t)|^2] \Psi_2(\vec{r}, t), \quad (2)$$

де $\hat{H}_j = -\hbar^2/(2m_j) \cdot \nabla^2 + V_j(\vec{r})$, m_j маса атомів у j -ій компоненті, $V_j(\vec{r}) = m_j \omega_1^2(x^2 + y^2)/2 + m_j \omega_2^2 z^2/2$ аксіально-симетричний гармонічний зовнішній утримуючий потенціал. Взаємодія між атомами одного сорту характеризується коефіцієнтом зв'язку $g_{jj} = 4\pi\hbar^2 a_{jj}/m_j$, де a_{jj} – довжина розсіяння s -хвилі для двочастинкових міжатомних зіткнень. Коефіцієнт зв'язку міжкомпонентної взаємодії $g_{12} = g_{21} = 2\pi\hbar^2 a_{12}/m_*$, де $m_* = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ зведена маса. В подальшому розглядався симетричний випадок: $M = M_1 = M_2$ та $\sigma = g_{12} = g_{21}$, що відповідає частинкам одного сорту в різних спінових станах. Вважатимемо також, що $\omega_2 \gg \omega_1$ та нелінійна взаємодія є слабкою порівняно з обмеженням в повздовжному напрямку, тому вздовж вісі Z конденсат перебуває в основному стані осциляторного потенціалу. Тоді Бозе-конденсат є дископодібним (квазідвовимірним) та рівняння можуть бути зведені до двовимірної форми.

Загальні властивості таких систем були досліджені в дисертаційній роботі за допомогою варіаційного аналізу та чисельного моделювання. Були знайдені умови існування та стабільності хвильових солітонів, які є найнижчими за енергією стаціонарними розв'язками рівняння Гросса-Пітаєвського. Розглядалися випадки притягальної та відштовхувальної взаємодії між атомами різних типів.

Стационарні солітонні розв'язки мають наступний вигляд:

$$\tilde{\Psi}_j(x, y, t) = \psi_j(r) e^{-i\mu_j t}, \quad (3)$$

де $j = 1, 2$, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, μ_j хімічні потенціали, а дійсні функції $\psi_j(r)$ задовольняють системі безрозмірних рівнянь:

$$\mu_j \psi_j + \psi_j'' + \frac{1}{r} \psi_j' - r^2 \psi_j + [\psi_j^2 + \sigma \psi_{3-j}^2] \psi_j = 0, \quad (4)$$

Безрозмірні рівняння були отримані шляхом переходу до одиниць осциляторних довжин: $(x, y) \rightarrow (x, y)/l_\perp$, де $l_\perp = \sqrt{\hbar/(M\omega_\perp)}$ та масштабування часу $t \rightarrow t/\tau$, де $\tau = 2/\omega_\perp$. Для фіксованої сили крос-взаємодії σ ми отримуємо двопараметричну сім'ю (з параметрами μ_1 та μ_2) векторних солітонних розв'язків. Було показано, що у випадку притягальної міжкомпонентної взаємодії векторні солітони завжди є стійкими.

Для відштовхувальної міжкомпонентної взаємодії було виявлено декілька механізмів втрати стабільності солітон-солітонних пар: радіально-симетричний колапс, просторовий розділ компонент та філаментация кільцеподібної компоненти. Було визначено, що наявність колапсу компоненти визначається числом атомів у ній: якщо число частинок більше за критичне, відбувається колапс. Розділення фаз в двокомпонентному Бозе-конденсаті та розпад кільцеподібного солітону зв'язані з азимутальною нестабільністю та були досліджені за допомогою лінійного аналізу Боголюбова.

Були визначені області стабільності солітон-солітонних пар (рис. 1). Таким чином, було доведено, що додавання утримуючого гармонічного потенціалу стабілізує векторні солітони в Бозе-Ейнштейнівських конденсатах.

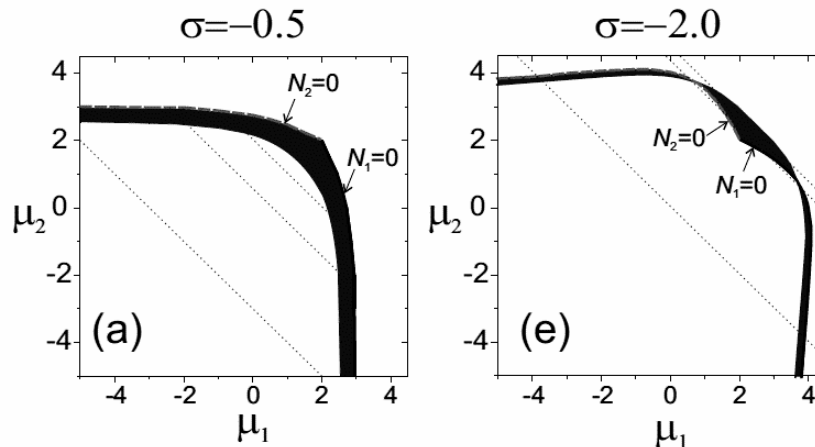


Рис. 1. Области стабільності на (μ_1, μ_2) -площині (зафарбовані), що були отримані за допомогою чисельного моделювання: (а) $\sigma = -0.5$, (б) $\sigma = -2.0$

Були визначені області стабільності солітон-солітонних пар (рис. 1). Таким чином, було доведено, що додавання утримуючого гармонічного потенціалу стабілізує векторні солітони в Бозе-Ейнштейнівських конденсатах.

У *третьому розділі* досліджується стійкість надплинного потоку в спінорному Бозе-конденсаті в тороїдальній пастці. Надплинні потоки, або «потоки без тертя» є проявом надплинності та вивчалися в рідкому гелії протягом кількох десятиліть. Такі потоки можуть також виникати в Бозе-Ейнштейнівських конденсатах. Наприклад, задача про багатозарядні надплинні потоки була реалізована експериментально для газів, утворених з ^{87}Rb в різних спінових станах, у тороїдальних пастках (Beattie, 2013). Було знайдено, що існує критичне співвідношення між числом частинок у компонентах, вище якого багатозарядний надплинний потік може залишатися стійким протягом кількох хвилин. Нижче цього відношення надплинний потік руйнується протягом кількох секунд. Для того, щоб описати цей експеримент, надплинний потік атомарного спінорного Бозе-конденсату, що був поміщений в оптичну пастку кільцеподібної геометрії, був досліджений з використанням підходу середнього поля із додаванням дисипації.

Двокомпонентний конденсат був змодельований в умовах, наближених до експериментальних. Зокрема, була врахована експоненційна залежність числа частинок від часу, яка забезпечувалася шляхом зміни хімічного потенціалу на кожному кроці.

Для порівняння з експериментом була побудована залежність моменту імпульсу на частинку в залежності від часу та співвідношенням $P_z = (N_+ - N_0)/(N_+ + N_0)$ між числом атомів у компонентах (рис. 2). В рамках цього підходу була досягнена якісна відповідність результатам експерименту. Зокрема, у випадку значення дисбалансу між числом атомів, вищого за критичне, спостерігався стабільний надплинний потік. Нижче цієї границі мультитарядні надплинні потоки руйнуються дискретними кроками, коли ядра вихорів виходять з центру кільця крізь динамічно утворені «слабкі ланки» у кільці конденсату. Ці регіони зниженої густини однієї спінової компоненти наповнюються атомами іншої компоненти. Таким чином, вихори можуть покидати кільцеподібний регіон високої густини, та, врешті, розпадатися на елементарні збурення.

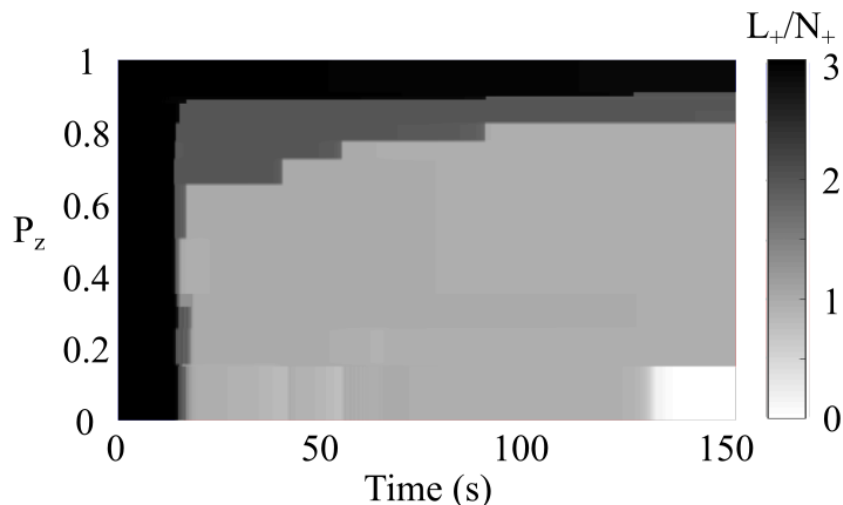


Рис. 2. Розподіл нормованого моменту імпульсу компоненти із спіноюю проекцією +1 в залежності від часу (по осі абсцис) та значення спін-поляризації (по осі ординат). Нормований момент імпульсу позначений відтінками сірого кольору

Ілюстрація процесу руйнування надплинного потоку показана на рис. 3.

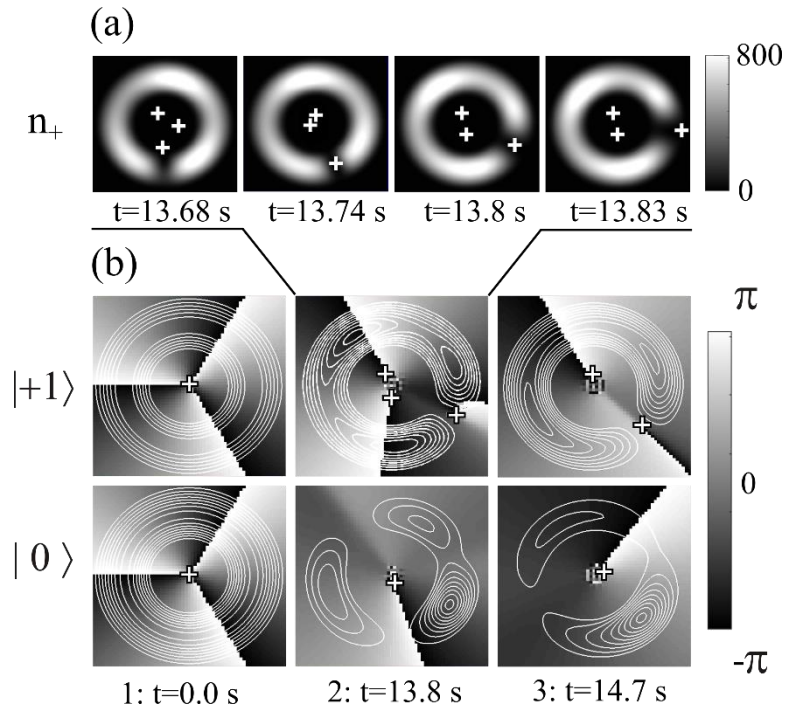


Рис. 3. (a) – розподіли густини компоненти із спіною проекцією +1 у околі переходу від трьохзарядного до двохзарядного вихору. Білі хрестики позначають положення вихрових ядер. (b) Розподіл фази та густини в різні моменти часу: на початку еволюції та в околі першого та другого проковзування фази для компоненти із спіною проекцією +1. Білі лінії відповідають ізолініям густини, білі хрестики – положення ядер вихорів

Для порівняння отриманого результату з іншим набором спінових проекцій було представлено дослідження двокомпонентної системи зі спіновими проекціями $m_f = \pm 1$. Відповідні рівняння Гроса-Пітаєвського мають вигляд:

$$i \frac{\partial \psi_{\pm}}{\partial t} = \{ \hat{L} + (v_s + v_a) |\psi_{\pm}|^2 + (v_s - v_a) |\psi_{\mp}|^2 \} \psi_{\pm} \quad (5)$$

де $\hat{L} = -(\hbar^2/2m) \Delta + V(\vec{r})$.

В дисертаційній роботі було показано, що на відміну від результатів для спінових проекцій $m_f = 0, 1$, такі системи є дуже нестабільними по відношенню до малих азимутальних збурень навіть за відсутності дисипації, що призводить до швидкого утворення слабких ланок в кільці конденсату. Ця особливість призводить до надзвичайної нестійкості надплинних потоків в даних системах.

У четвертому розділі досліджені умови виникнення квантових вихорів в Бозе-конденсаті, що перемішується вузьким оптичним пучком. Утворення квантових вихорів та їхня динаміка тісно пов'язана з руйнуванням надплинних потоків та турбулентністю в квантових рідинах та атомарних Бозе-Ейнштейнівських конденсатах. Надплинний потік в тороїдальній пастці може бути утворений шляхом передачі дискретної порції моменту імпульсу від оптичного поля або шляхом

перемішування відштовхуючим лазерним пучком. Друга можливість була реалізована в експерименті з вихорами в тороїдальній пастці, що збуджувалися за допомогою малого (з діаметром, меншим за ширину кільця) потенціального бар'єром зі змінною висотою з швидкістю обертання, що лежала в межах між нулем та швидкістю звуку в конденсаті (Wright, 2013). Умови генерації надплинного потоку були визначені експериментально, мікроскопічний механізм процесу залишався відкритим.

Для того, щоб зробити це, був досліджений мікроскопічний механізм збудження вихорів та формування надплинного потоку в кільцеподібному Бозе-Ейнштейнівському конденсаті, що перемішувався відштовхуючим оптичним пучком. Дисипативна динаміка конденсату з параметрами, що відображають реалістичні експериментальні умови, була досліджена в рамках двовимірної моделі середнього поля:

$$(i - \gamma)\hbar \frac{\partial \tilde{\Psi}(r, t)}{\partial t} = [\hat{H} + \tilde{g}|\tilde{\Psi}(r, t)|^2 - \mu]\tilde{\Psi}(r, t), \quad (6)$$

де $\gamma \ll 1$ феноменологічний параметр дисипації, $\hat{H} = -\hbar^2/2M\Delta + V(r)$, Δ – оператор Лапласа, $\tilde{g} = 4\pi\hbar^2 a_s/M$ сила взаємодії, M маса атомів, a_s – довжина розсіяння s -хвилі. Утримуючий потенціал

$$V(r) = V_{tr}(r, z) + V_b(x, y, t),$$

складається з аксіально-симетричної незалежної від часу тороїдальної пастки та відштовхуючого потенціалу оптичного пучка.

Радіально-симетричні стаціонарні стани тороїдального БЕК, що відповідають вихорам з топологічним зарядом m , були знайдені чисельно за допомогою інтегрування консервативного стаціонарного рівняння Гросса-Пітаєвського. Для визначення стійкості відносно азимутальних збурень був проведений лінійний аналіз Боголюбова-де Жена. Для цього хвильові функції були представлені у вигляді $\psi(x, y, t) = [\psi_m(r) + \delta\psi(r, \varphi, t)]e^{-im\varphi}$, де $\delta\psi = u(r)e^{i\omega t + iL\varphi} + v^*(r)e^{-i\omega^* t - iL\varphi}$ та L цілі номери азимутальних мод. Ліанеризуючи динамічне рівняння (6) без дисипації ($\gamma = 0$ and $\mu = \text{const}$) ми отримуємо задачу на власні значення для ω . В результаті лінійного аналізу було визначено, що лінійні власні моди, що відповідають критичній кутовій частоті $\Omega_c = \min\{\omega(L)/L\}$, отриманій по аналогії з критерієм Ландау, локалізовані на зовнішній поверхні кільця.

Безпосереднє моделювання динаміки пояснило механізм виникнення надплинного потоку. Пари вихор-антивихор виникають біля центру перемішувача в речовині конденсату для повільної швидкості обертання перемішуючого пучка. Коли кутова швидкість бар'єру перевищує певне критичне значення, розвивається зовнішня поверхнева мода, яка згодом розпадається на вихори, що входять до кільця конденсату. Критична частота, отримана за допомогою лінійного аналізу, співпала з граничною частотою, що розділяє два режими формування надплинного потоку.

За допомогою серій чисельних експериментів були визначені умови створення вихрових збуджень в тороїдальному конденсаті, що перемішується. Залежність моменту імпульсу на частинку в залежності від параметрів перемішуючого пучка показано на рис. 4. Результати якісно узгоджуються з експериментальними спостереженнями.

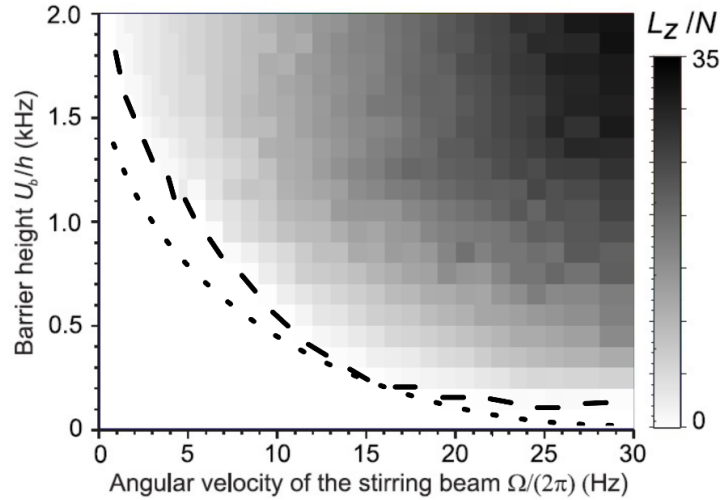


Рис. 4. Момент імпульсу, число вихорів та антивихорів, розташованих в кільці, для фінального етапу процесу перемішування ($t = 1$ с) позначені за допомогою відтінків сірого кольору як функція кутової частоти Ω та інтенсивності перемішуючого потенціалу U_b : (а) Момент імпульсу на атом L_z/N . Чорні ізолінії відповідають $L_z/N = 1$ (пунктирна лінія) та $L_z/N = 0.02$ (точкові криві)

У *п'ятому розділі* представлено метод визначення величини енергетичного бар'єру, що відокремлює різні надплинні стани в Бозе-конденсаті з тороїдальною геометрією, та пораховано час переходу між цими станами. Наявність надплинної потоку в надплинній рідині пов'язана з існуванням стійкого квантового вихору, що є локалізованою сингулярністю фази з цілим числом намотки. Оскільки наявність вихору всередині речовини Бозе-конденсату коштує енергії, в тороїдальній геометрії кільце конденсату перешкоджає вихори від виходу з центрального регіону системи, що стабілізує навіть мультзарядні надплинні потоки. Таким чином, стани з ненульовим надплинним потоком є метастабільними станами. Локальні енергетичні мінімуми можуть бути досить легко знайдені – це метастабільні стани з різними топологічними зарядами. Однак, значення енергетичного бар'єру, що розділяє ці метастабільні стани, в загальному невідоме. В даному розділі був представлений метод для знаходження енергетичного бар'єру між метастабільними станами та обрахований час переходу між ними.

Для подальшого врахування температурних флуктуацій БЕК має бути описано за допомогою стохастичного рівняння Гроса-Пітаєвського, що може бути записане в безрозмірній формі наступним чином:

$$(i - \gamma) \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \left[-\frac{1}{2} \Delta + V(\mathbf{r}, t) + g |\psi(\mathbf{r}, t)|^2 - \mu + \gamma \Omega_\gamma \partial_\varphi \right] \psi(\mathbf{r}, t) + \eta(\mathbf{r}, t), \quad (7)$$

де $\eta(\mathbf{r}, t)$ випадковий комплексний шум, що підкоряється закону Гауса, з

$$\langle \eta(\mathbf{r}, t) \rangle = 0, \quad (8)$$

$$\langle \eta(\mathbf{r}, t) \eta(\mathbf{r}', t') \rangle = 0, \quad (9)$$

$$\langle \eta^*(\mathbf{r}, t) \eta(\mathbf{r}', t') \rangle = 2\eta_0 \delta(t - t') \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (10)$$

та $\eta_0 \geq 0$ сила шуму (при $\eta_0 = 0$ шум відсутній, а рівняння повністю детерміністичне), Δ – оператор Лапласа, $V(\mathbf{r}, t)$ зовнішній потенціал, g стала взаємодії, μ хімічний потенціал БЕК, $\partial_\varphi = x \partial_y - y \partial_x = [\mathbf{r} \times \nabla]_z$, дисипація, представлена параметром γ , створюється тепловою хмарою неконденсованих атомів, та доданок, пропорційний Ω_γ виникає внаслідок припущення, що тепла хмара обертається з кутовою частотою Ω_γ .

Зовнішній потенціал має форму:

$$V(\mathbf{r}, t) = V_0(r, z) + U(t)W(r, \varphi - \Omega t, z), \quad (11)$$

де r, φ , та z – циліндричні координати. Зовнішній потенціал складається з двох частин: незалежного від часу, інваріантного по відношенню до поворотів потенціалу та потенціалу з залежною від часу амплітудою, що обертається (перемішує).

Головна ідея методу для оцінки енергетичного бар'єру між різними надплинними станами полягає в параметризації хвильової функції конденсату лише двома параметрами, в якості яких були обрані координати вихору та антивихору. Рух цих топологічних дефектів був наближено представлений прямою лінією, що йде через центр ями, утвореної слабкою ланкою. Пробні хвильові функції були утворені за допомогою вдрукування вихорів у різні позиції в фонову хвильову функцію:

$$\psi(x, y, z) = A \Psi_{GS}(r) \prod_i \left\{ \tanh \left\{ \frac{\rho_i}{\xi} \right\} \right\}^{|m_i|} e^{im_i \theta_i},$$

де A – нормуюча стала, щ обула введена для збереження числа атомів, m_i топологічний заряд i -ої вдругованої вихорової нитки ($m_i = +1$ для вихорів та $m_i = -1$ для антивихорів), та ξ довжина загоювання в точці найбільшої густини на центральній лінії слабкої ланки ($\varphi = 0, r > 0$). В якості фонової хвильової функції використовувався стаціонарний стан, отриманий чисельно. В той час як анзац із вдрукованими вихорами відображає далекодіючу поведінку Бозе-Ейнштейнівського конденсату, він не може достатньо добре описати короткодійчі варіації фази та густини. Тому після цього пробні хвильові функції піддавалися еволюції в уявному часі.

Було показано, що остання маніпуляція зменшує енергію станів, що можна побачити, порівнявши рис. 5 (а) та (с). Було знайдено, що значення, яке описаний метод дає для критичної частоти обертання, добре узгоджується зі значеннями, отриманими іншими методами. Для перевірки критичної частоти обертання перемішуючого пучка була змодельована динаміка системи для різних значень частоти обертання за допомогою розв'язку рівняння (7) із нульовою силою шуму в дійсному та в уявному часі.

Представлений аналіз також дозволяє знайти оптимальну траєкторію між стаціонарними станами (рис. 5). Ці траєкторії, разом із узагальненим виразом типу Арреніуса для швидкості стохастичних проковзувань фази, що був виведений з рівняння Фокера-Планка та деяких наближень, були використані для знаходження часу переходу.

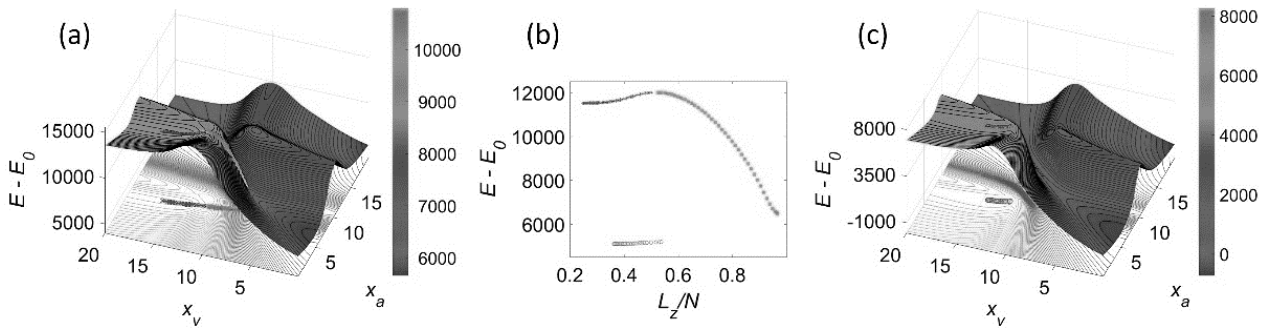


Рис. 5. Залежність енергії конденсату від положень вдрукованих вихорів та антивихорів для $\Omega/(2\pi) = 2$ Гц: (а) для моделі з вдрукованими вихорами, (с) для моделі з вдрукованими вихорами з еволюцією в уявному часі. (b) Енергія в залежності від $\ell = L_z/N$ для траєкторій найшвидшого спуску, що починаються з енергетичного бар'єру (тобто сідлової точки) та закінчуються в локальному мінімумі. Зірочки відповідають траєкторіям, що спускаються до локального мінімуму з $\ell = 0$ в моделі з вдрукованими вихорами, квадрати відповідають траєкторіям, що опускаються до локального мінімуму з $\ell = 1$ в моделі з вдрукованими вихорами, та кружки відповідають траєкторії, що спускається до локального мінімуму з $\ell = 0$ в моделі з вдрукованими вихорами, покращеній еволюцією в уявному часі. Траєкторії позначені тими самими маркерами та відповідних енергетичних поверхнях (а) та (с).

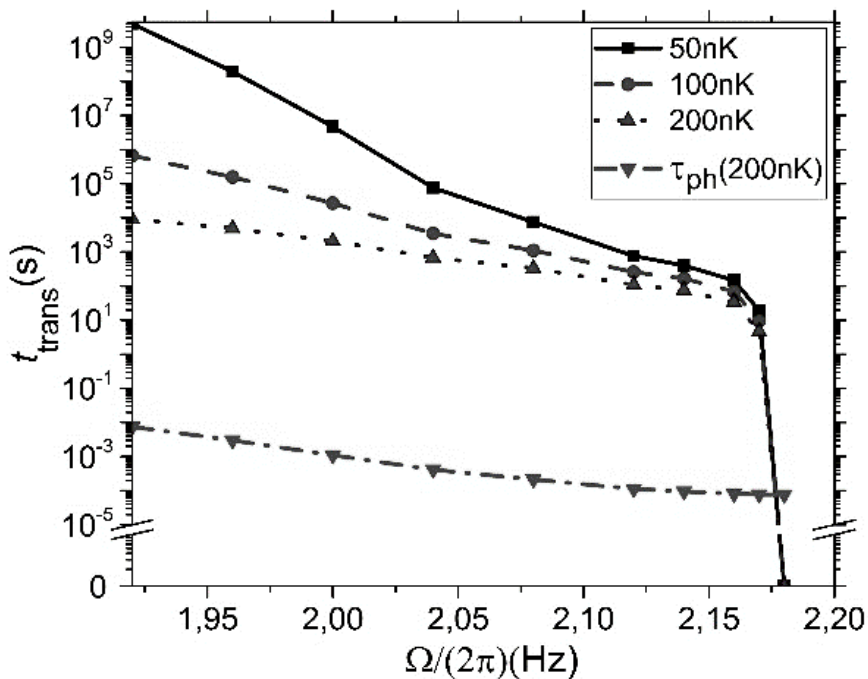


Рис. 6. Час переходу як функція частоти перемішуючого бар'єру для різних температур. Суцільна лінія та квадрати відповідають температурі $T = 50$ нК, пунктирна лінія та кружки відповідають $T = 100$ нК, точкова лінія та повернуті вверх трикутники відповідають $T = 200$ нК. Точково-пунктирна лінія та повернуті вниз трикутники відповідають феноменологічній оцінці

Залежність часу переходу від частоти обертання перемішуючого бар'єру показано на рис. 6. Для порівняння представлена крива, отримана за допомогою феноменологічної моделі $\tau_{ph} = A_{ph} \exp(\Delta E/T)$, де ΔE взято тим самим, що для інших трьох кривих, а $A_{ph} = 7.7 \cdot 10^{-5} \text{ s}$. Було показано, що додавання теплового шуму знижує границю між переходами. Однак, кількісний внесок стохастичних проковзувань фази виявився надто малим, щоб пояснити суттєву різницю між теоретичними та експериментальними результатами.

У *висновках* підсумовуються основні результати роботи.

ВИСНОВКИ

В дисертації вивчалися нелінійні структури в розріджених атомарних БЕК. Основні результати дисертаційної роботи полягають у наступному:

1. На основі теоретичного аналізу стійкості солітон-солітонних пар в двокомпонентному Бозе-конденсаті з притягальною міжкомпонентною взаємодією встановлено, що гармонійний утримуючий потенціал стабілізує солітон-солітонні пари та знайдено область існування таких пар в просторі хімічних потенціалів.
2. При дослідженні умов руйнування надплинного потоку в спірних Бозе-конденсатах, утворених з двох компонент зі спіновими проекціями $m_f = 0,1$, знайдено критичне значення співвідношення населеностей компонент, за якої потік починає руйнуватися.
3. Порівняно часову еволюцію двокомпонентних конденсатів, що складаються з компонент зі спіновими проекціями $m_f = 0,1$ та $m_f = \pm 1$. Показано, що вибір спінових проекцій при створенні двокомпонентного спірного конденсату визначає характер еволюції: довготривала стійкість відносно аксіально-несиметричних збурень у першому випадку та швидке їхнє наростання в другому.
4. Знайдено граничні значення параметрів вузького перемішуючого оптичного пучка, за яких відбувається генерація вихорів у тороїдальних Бозе-конденсатах. Продемонстровано, що, в залежності від швидкості руху пучка, в такій системі існує два принципово різних механізми утворення надплинного потоку.
5. Шляхом аналізу енергетичних поверхонь у просторі хвильових функцій знайдено залежність висоти потенціального бар'єру між нерухомим та обертальним станом тороїдального Бозе-конденсату від частоти обертання широкого оптичного перемішуючого пучка. За допомогою моделі на основі рівняння Фокера-Планка визначено час переходу між цими двома станами.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Stable bright solitons in two-component bose-einstein condensates / A. I. Yakimenko, K. O. Shchebetovska, S. I. Vilchinskii, M. Weyrauch // *Physical Review A*. — 2012. — Vol. 85, No. 5. — P. 1–8.
2. Stability of persistent currents in spinor bose-einstein condensates / A. I. Yakimenko, K. O. Isaieva, S. I. Vilchinskii, M. Weyrauch // *Physical Review A*. — 2013. — Vol. 88, No. 5. — P. 1–5.
3. The nature of superfluidity and Bose-Einstein condensation: From liquid ^4He to dilute ultracold atomic gases (Review Article) / S. I. Vilchynskyy, A. I. Yakimenko, K. O. Isaieva, A. V. Chumachenko // *Фізика низких температур*. — 2013. — Т. 39, № 9. — С. 724–740.
4. Vortex excitation in a stirred toroidal bose-einstein condensate / A. I. Yakimenko, K. O. Isaieva, S. I. Vilchinskii, E. A. Ostrovskaya // *Physical Review A*. — 2015. — Vol. 91, No. 2. — P. 1–7.
5. Generation and decay of persistent currents in a toroidal bose-einstein condensate / A. I. Yakimenko, S. I. Vilchinskii, Y. M. Bidasyuk [et al.] // *Romanian Reports in Physics*. — 2015. — Vol. 67, No. 1. — P. 249–272.
6. Stochastic phase slips in toroidal bose-einstein condensates / K. Snizhko, K. Isaieva, Y. Kuriatnikov [et al.] // *Physical Review A*. — 2016. — Vol. 94, No. 6. — P. 63642.
7. Bright solitons in two-component bose-einstein condensates / K. O. Shchebetovska, A. I. Yakimenko, S. I. Vilchynskii, M. Weyrauch // *Book of abstracts III Conference of Young Scientists Modern Problems of Theoretical Physics, 21–23 December 2011*. — Kyiv, 2011. — P. 106.
8. Стійкі нелінійні структури в двокомпонентних бозе-конденсатах / К. О. Щебетовська, О. І. Якименко, С. Й. Вільчинський, М. Weyrauch // *12-та Всеукраїнська школа-семінар та конкурс молодих вчених, 30 трав. — 1 черв. 2012 р. : зб. тез.* — Львів, 2012. — P. 43.
9. Isaieva K. O. Two-dimensional solitons in binary mixtures of bose-condensates / K. O. Isaieva, A. I. Yakimenko, S. I. Vilchynskii, M. Weyrauch // *Book of abstracts International Conference on Problems of Theoretical Physics, 8–11 October 2012*. — Kyiv, 2012. — P. 86.
10. Nonlinear structures in two-dimensional multicomponent trapped bose-einstein condensates / K. O. Isaieva, A. I. Yakimenko, S. I. Vilchynskii, M. Weyrauch // *Book of abstracts IV Conference of Young Scientists Modern Problems of Theoretical Physics, 23–26 October 2012*. — Kyiv, 2012. — P. 99.
11. Persistent currents in toroidal spinor bose-einstein condensates / K. O. Isaieva, A. I. Yakimenko, S. I. Vilchinskii, M. Weyrauch // *Book of abstracts V Conference of Young Scientists Problems of Theoretical Physics, 24–27 December 2013*. — Kyiv, 2013. — P. 38

АНОТАЦІЯ

Ісаєва К. О. Стійкі когерентні структури в Бозе-конденсатах атомарних газів. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 – теоретична фізика. – Інститут теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова НАН України, Київ, 2017.

Дисертація присвячена теоретичному дослідженню нелінійних структур в Бозе-конденсатах атомарних газів. Показано, що гармонічний потенціал може стабілізувати векторні солітони в Бозе-конденсаті. Порівняно часову еволюцію конденсатів, утворених з компонент зі спіновими проекціями $m_f = 0,1$ та $m_f = \pm 1$: в другому випадку надплинний потік швидко руйнується. Для першого набору спінових проекцій визначено співвідношення спінових населеностей, вище якого надплинний потік є стійким. Визначені умови генерації вихорів у конденсаті, що переміщується вузьким оптичним пучком. Визначена висота потенціального бар'єру між надплинними станами в Бозе-конденсаті для різних частот обертання широкого оптичного пучка та обраховано час переходу між цими станами.

Ключові слова: Бозе-конденсат, спіновий Бозе-конденсат, солітон, векторні солітони, надплинні системи, квантовий вихор, надплинний потік, проковзування фази.

АННОТАЦИЯ

Исаева К. А. Устойчивые когерентные структуры в Бозе-конденсатах атомарных газов. – На правах рукописи.

Диссертация на соискание научной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика. – Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова НАН Украины, Киев, 2017.

Диссертация посвящена теоретическому исследованию нелинейных структур в Бозе-конденсатах атомарных газов. Показано, что гармонический потенциал может стабилизировать векторные солитоны в Бозе-конденсате. Сравнена временная эволюция конденсатов, образованных компонентами со спиновыми проекциями $m_f = 0,1$ и $m_f = \pm 1$: во втором случае сверхтекучий поток быстро разрушается. Для первого набора спиновых проекций определено соотношение спиновых населенностей, выше которого сверхтекучий поток является устойчивым. Определены условия генерации вихрей в конденсате, перемешиваемого узким оптическим пучком. Определена высота потенциального барьера между сверхтекучими состояниями в Бозе-конденсате для различных частот вращения широкого оптического пучка и посчитано время перехода между этими состояниями.

Ключевые слова: Бозе-конденсат, спинорный Бозе-конденсат, солитон, векторные солитоны, сверхтекучие системы, квантовый вихрь, сверхтекучий поток, проскальзывание фазы.

ABSTRACT

Isaieva K. O. Stable coherent structures in Bose-condensates of atomic gases. – Manuscript.

Thesis for the Doctor of Philosophy degree (Candidate of science in Physics and Mathematics) in speciality 01.04.02 – theoretical physics. – Bogolyubov Institute for Theoretical Physics of National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, 2017.

This thesis is devoted to the theoretical study of nonlinear structures in Bose-Einstein condensates of atomic gases. Stability of such structures as spatial solitons and quantum vortices was investigated.

As it is well known, bright two-dimensional and three-dimensional solitons, described by a Gross-Pitaevskii equation with attractive nonlinearity, are unstable and may collapse in a finite amount of time. This collapse appears in the case when number of atoms in the condensate exceeds some critical value. As it was found in previous works, another example of unstable system is soliton-soliton pairs without linear potential. From another hand, it is reasonable to expect that a stabilization of fundamental vector solitons could occur in an additional external trapping potential. General properties of the steady states of such systems were investigated by means of a variational analysis and numerical simulations. The conditions for the existence and stability of matter wave vector solitons are revealed. It was shown that in case of attractive intercomponent interaction vector solitons are always stable. For repulsive cross-interaction, it was found that there are several mechanisms of losing stability of the vector solitons: radially-symmetric collapse, space separation of the components and filamentation of the ring-shaped component. The stability regions of the soliton-soliton pairs are determined. Thus, it was proved that the addition of harmonic external trap stabilizes vector solitons in Bose-Einstein condensates.

Experimentally, problem of multicharged persistent currents has been addressed for a toroidally trapped gas of ^{87}Rb atoms in two different spin states. It was found that there is a critical ratio between atoms number in the components, above which multicharged supercurrent can persist for several minutes. Persistent current breaks in few seconds below this ratio. In order to describe this experiment, the superflow of atomic spinor Bose-Einstein condensates optically trapped in a ring-shaped geometry was investigated with the use of a dissipative mean-field approach. Two-component condensate was simulated in conditions adapted to the experimental ones. In the framework of this approach, a good agreement with the experiment was obtained. In particular, stable superflow if the spin-population imbalance is above some well-defined threshold value was observed. Below the stability threshold the persistent currents with higher-order circulation decay in quantized steps, and the vortex lines escape from the center of the ring through dynamically created «weak links» in the condensate annulus. These regions with reduced density of one spin component are filled by atoms of the other component. The vortices then leave the ring-shaped high-density region of the condensate and finally decay into elementary excitations. For comparison of obtained results with another set of spin projections, investigations of two-component system with spin-projections $m_f = \pm 1$ were presented. It was shown that in contrast with results for spin projections $m_f = 0, 1$, such

systems are strongly unstable with respect to small azimuthal perturbations even without dissipation, that leads to rapid creation of weak links in condensate ring. This feature makes existence of persistent current extremely fragile in this system.

A persistent flow in a toroidal trap can be created by stirring with rotating blue-detuned laser beam. This possibility was implemented in experiment with vortices in a toroidal trap which were excited using a small (diameter less than the width of the annulus) variable-height potential barrier with an angular velocity ranging from zero up to the speed of sound in the condensate. Conditions of the supercurrent generation were determined experimentally, however an experiment fails to describe the microscopic mechanism of the process. In order to do this, the microscopic mechanism for excitation of vortices and formation of a persistent current in an annular Bose-Einstein condensate stirred by a narrow blue-detuned optical beam was investigated. The dissipative dynamics of the condensate with parameters that reflect the realistic experimental conditions were studied in the framework of a two-dimensional mean field model. Vortex-antivortex pairs appear near the center of the stirrer in the bulk of the condensate for slow motion of the stirring beam. When the barrier angular velocity is above some critical value, an outer edge surface mode develops and breaks into the vortices entering the condensate annulus. Conditions for creation of the vortex excitations in the stirred toroidal condensate were determined. Results are in qualitative agreement with the experimental observations.

The existence of a persistent current in a superfluid is related to a stable quantized vortex. The states with nonzero persistent current are metastable states. It is easy to find the local energy minima – the metastable states with different topological vortex charges. However, the value of the energy barrier that separates these metastable states is not generally known. A method to estimate this energy barrier is presented. The main idea of the method is to parameterize the condensate wave-function by only two parameters, which are chosen to be coordinates of the vortex and anti-vortex cores. Motion of these topological defects is approximated by the straight line, going through the center of the well, formed by a weak-link. Trial wave functions were created by imprinting vortices and antivortices at different positions into a background wave function and then were evolved in imaginary time. It was found that the value that method gives for the critical frequency of barrier rotation that is in good agreement with ones given by direct dynamical simulations and imaginary time propagation method. Presented energy analysis also allows finding the optimal trajectory of transition between stationary states. Together with generalized Arrhenius-like expression for the rate of stochastic phase slips, that was developed using the Fokker-Planck equation and some approximations, the optimal trajectories were used for calculation of transition time. It was shown that adding thermal noise lowers the phase-slip threshold. However, the quantitative impact of the stochastic phase slips turns out to be too small to explain the significant discrepancy between theoretical and the experimental results.

Key words: Bose-condensate, spinor Bose-condensate, soliton, vector solitons, superfluid systems, quantum vortex, persistent current, phase-slip.

Ісаєва Карина Олександрівна

Стійкі когерентні структури в Бозе-конденсатах атомарних газів.
(Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук)

Підписано до друку 20.11.2017 р. Формат 60x90/16.

Ум. друк. арк. 0,9. Обл.-вид. арк. 0,9.

Тираж 100. Зам. 97.

«Видавництво “Науковий світ”»[®]

Свідоцтво ДК № 249 від 16.11.2000 р.

м. Київ, вул. Казимира Малевича (Боженка), 23, оф. 414.

200-87-15, 050-525-88-77

E-mail: nsvit23@ukr.net

Сайт: nsvit.cc.ua