

**Національна академія наук України
Інститут теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова**

Штанов Юрій Володимирович

УДК 524.83, 530.122, 539.120.52

МОДЕЛЬ СВІТУ НА БРАНІ ТА ЕВОЛЮЦІЯ ВСЕСВІТУ

Спеціальність 01.04.02 – теоретична фізика

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора фізико-математичних наук

Київ – 2012

Дисертацією є рукопис

Робота виконана в Інституті теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова НАН України.

Офіційні опоненти:

доктор фізико-математичних наук, професор

Парновський Сергій Людомирович,

Астрономічна обсерваторія Київського національного університету імені Тараса Шевченка, провідний науковий співробітник

доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник

Жук Олександр Іванович,

НДІ “Астрономічна обсерваторія” Одеського національного університету імені І. І. Мечникова, головний науковий співробітник

доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник

Ситенко Юрій Олексійович,

Інститут теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова НАН України, завідувач відділу теорії ядра і квантової теорії поля

Захист відбудеться «14» червня 2012 р. о 11⁰⁰ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.191.01 Інституту теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова Національної Академії Наук України за адресою: вул. Метрологічна, 14-б, м. Київ, 03680, Україна.

З дисертацією можна ознайомитись у науковій бібліотеці Інституту теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова Національної Академії Наук України за адресою: м. Київ, вул. Метрологічна, 14-б.

Автореферат розісланий «8» травня 2012 р.

Учений секретар

спеціалізованої вченої ради Д 26.191.01,

доктор фіз.-мат. наук

В. Є. Кузьмичев

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Космологія на протязі останніх десятиліть переживає період бурхливого розвитку. Надзвичайно точні спостереження за мікрохвильовим фоновим випромінюванням, віддаленими надновими типу Ia та великомасштабною структурою Всесвіту підтвердили важливі теоретичні ідеї про його ранню і пізню еволюцію і великою мірою прояснили його склад. Інтерпретація останніх сукупних даних спостережень в рамках загальної теорії відносності приводить до висновку, що близько 5% матеріального складу Всесвіту знаходиться у формі відомих нам частинок – баріонів, електронів, фотонів та нейтрино. Для пояснення решти 95% її середньої густини було висунуто ідеї про “темну матерію” (близько 22%) і “темну енергію” (близько 73%). Необхідність залучення до теорії будови і еволюції Всесвіту відразу двох компонент, що проявляють себе лише у гравітаційній взаємодії, може привести до фундаментального перегляду наших уявлень про закони гравітації. Це особливо стосується темної енергії, густина якої на багато порядків нижча від величини, яку передбачає локальна квантова теорія поля.

Однією з найбільш розвинутих теорій фундаментальних взаємодій, що об'єднує теорію гравітації і калібрувальну теорію, є теорія суперструн, яка формулюється без внутрішніх труднощів лише у просторі-часі виділеної розмірності $D = 10$ та приводить до супергравітації у розмірності $D = 11$. При цьому чотиривимірність спостережного світу забезпечується шляхом компактифікації додаткових вимірів на малих відстанях, що відповідають енергетичному масштабу, недосяжному в сучасних експериментах. В процесі розвитку теорії суперструн в середині 1990-х років було виявлено існування протяжних об'єктів — так званих p -бран (число p позначає їх просторову розмірність) — в багатовимірному просторі теорії. Деякі типи p -бран можуть виступати місцем локалізації збуджень відкритих суперструн і, отже, матеріальних частинок. Наприклад, калібрувальні поля можуть існувати на так званих бранах Діріхле, або D-бранах. В той же час гравітаційні взаємодії, які переносяться збудженнями замкнутих струн, не обмежені у багатовимірному просторі. Це приводить до можливості альтернативної компактифікації додаткових вимірів простору і до нової цікавої картини багатовимірної динаміки, в якій матеріальні поля і гравітація відіграють досить різну роль. Ідея “світу на брані” (braneworld) закономірно виникла в даному контексті і привернула увагу дослідників як в області фізики елементарних частинок, так і в області теорії гравітації і космології. Дослідження особливостей гравітації і космології в феноменологічних моделях світу на брані є важливими для перевірки таких теорій за даними спостережень і сприяють встановленню природи і властивостей темної матерії і темної енергії.

Результати останніх астрофізичних досліджень підтвердили загальні висновки сценарію космологічної інфляції. Всесвіт виявився з великою точністю просторово плоским, були спостережені наслідки акустичних осциляцій в спектрі мікрохвильового космічного випромінювання та у розподілі речовини у Всесвіті.

Теорія космологічної інфляції і дотепер залишається єдиною теорією, що не лише вирішує проблеми космології гарячого Всесвіту, але й пропонує квантовий механізм генерації його первинних збурень. Важливою частиною інфляційного сценарію є теорія первинного розігріву Всесвіту після інфляції. Цей процес формує “початкові умови” для подальшої еволюції Всесвіту і тому заслуговує на всебічне вивчення. Зазначимо, що в теорії світу на брані з індукованою кривиною, що вивчається в даній дисертації, однорідна інфляційна динаміка не зазнає суттєвих змін, оскільки за високої густини енергії еволюція Всесвіту є близькою до фрідманівської.

Квантовий опис гравітаційної взаємодії, необхідний для самоузгодженого опису природи, до цих пір далекий від завершення. Квантова теорія гравітації необхідна для вирішення таких важливих проблем як проблема космологічної сингулярності і проблема мікроструктури простору-часу. Піонерські ідеї про гравітаційну нестійкість простору-часу на планківських масштабах та про квантове народження Всесвіту з фізичного вакууму були сформульовані П.І. Фомінін в Інституті теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України. З того часу як питання про квантове походження Всесвіту, так і більш широке питання про інтерпретацію квантової теорії при її застосуванні до Всесвіту в цілому, відносяться до фундаментальних світоглядних питань, які знаходяться в центрі уваги фізиків-теоретиків.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконувалась в Інституті теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України. До роботи також увійшли результати, одержані під час стажування в Університеті Брауна (м. Провіденс, США). Частина результатів отримана при виконанні наступних наукових проєктів: НАН України “Дослідження структури і динаміки фізичного вакуума та частинкових і колективних збуджень в фізиці високих енергій, квантових макросистемах, космології і астрофізиці”, номер державної реєстрації в УкрІНТЕІ 0105U008402 (шифр 1.4.7); тема “Темна енергія і темна матерія в стандартній і багатовимірній квантовій космології і релятивістській астрофізиці: теоретичні моделі і дані спостережень”, номер державної реєстрації в УкрІНТЕІ 0109U004217, в рамках Цільової комплексної програми наукових досліджень НАН України “Дослідження структури і складу Всесвіту, прихованої маси і темної енергії («Космомікрофізика»); теми Українсько-Індійського наукового співробітництва “Проблеми сучасної космології”, номер державної реєстрації в УкрІНТЕІ 0103U005864, і “Темна енергія, темна матерія і їх зв'язок з фізикою раннього Всесвіту”, номер державної реєстрації в УкрІНТЕІ 0104U008775; тема ДФФД Ф28.2/083 “Застосування методів теорії струн та теорії поля у вивченні нелінійних явищ в низьковимірних системах”, номер державної реєстрації в УкрІНТЕІ 0109U006861.

Мета і задачі дослідження. Метою проведених у дисертації досліджень було вивчення гравітаційних і космологічних властивостей моделі світу на брані з додатковим виміром простору і зі скаляром кривини індукованої метрики в дії на

брані, ефектів параметричного резонансу в теорії розігріву Всесвіту після інфляції, і питання про квантове народження та квантову еволюцію Всесвіту. При цьому ставились наступні задачі:

- Отримання статичних розв'язків в теорії світу на брані з додатковим виміром простору і зі скаляром кривини індукованої метрики в дії на брані та дослідження їх збурень.
- Дослідження динаміки Всесвіту, що розширюється, в теорії світу на брані, зокрема, властивостей ефективної темної енергії як за дзеркально симетричного вкладення брани у п'ятивимірний простір-час, так і за відсутності такої симетрії.
- Дослідження гравітаційної нестійкості у Всесвіті, що розширюється, в теорії світу на брані відносно лінійних збурень скалярного типу.
- Вивчення можливості експериментальної перевірки модифікованої гравітації в теорії світу на брані та інших теоріях.
- Розробка теорії поля і хвильових процесів та властивостей функцій Гріна на многовидах з топологією розгалуженого простору.
- Побудова теорії розігріву Всесвіту після інфляції з урахуванням ефекту параметричного резонансу для бозонів в присутності швидкоосцилюючого нелінійного поля інфлятона.
- Розвиток теорії народження дочірнього світу із фізичного вакууму та аналіз гравітаційно-польової динаміки в теорії хвилі-пілота, зокрема, дослідження питання про наявність у неї властивості квантової нелокальності.

Об'єктом дослідження є теорія світу на брані, а також інфляційна та квантова космологія.

Предметом дослідження є космологічні і гравітаційні прояви моделі світу на брані з додатковим виміром простору-часу, процес розігріву Всесвіту після інфляції і квантова динаміка замкнутого мікросвіту та Всесвіту в цілому.

В роботі застосовувались наступні **методи дослідження**: методи диференційної геометрії на многовидах з границями, метод калібровочно-інваріантних космологічних збурень, метод функцій Гріна і віддзеркалень, метод перетворень Боголюбова, метод Крилова–Боголюбова побудови асимптотичних розв'язків в теорії нелінійних коливань, метод теорії мінісуперпростору в квантовій космології.

Наукова новизна одержаних результатів полягає у наступному:

1. В динаміці Всесвіту, що розширюється, в теорії світу на брані як за наявності, так і за відсутності симетрії віддзеркалення відносно брани, в залежності від значень фундаментальних констант теорії відкрито низку цікавих властивостей і явищ:
 - фантомна властивість темної енергії, що виявляється у надприскореному розширенні Всесвіту;
 - темна енергія як перехідне явище;

- космологічне розширення, що імітує стандартну модель з космологічною сталою і холодною темною матерією, з перенормованим параметром густини матерії;
- космологічне розширення з затримкою;
- можливість космологічних сингулярностей нового типу під час космологічного розширення, за яких густина енергії і тиск речовини на брані залишаються скінченими;
- відсутність космологічної сингулярності в минулому при часоподібному характері додаткового виміру.

Запропоновано модель генерації малої космологічної сталої у світі на брані за порушеної симетрії віддзеркалення об'єму відносно брани.

2. Запропоновано однопараметричне сімейство крайових умов для скалярних збурень темного випромінювання в теорії з кривиною індукованої метрики в дії для брани і визначено швидкості зростання збурень густини темного випромінювання і пиловидної матерії в залежності від параметру, що задає ці крайові умови. Показано, що специфічна нестійкість в динаміці темного випромінювання може викликати швидке зростання космологічних збурень пиловидної матерії.
3. Побудовано статичні розв'язки теорії світу на брані, в яких брана являє собою вакуумний простір Мінковського, без тонкої підгонки констант теорії. Ці розв'язки порушують симетрію віддзеркалення відносно брани і, як наслідок, симетрію п'ятивимірного простору-часу відносно чотиривимірної групи Лоренца.
Отримано спектр лінеаризованих гравітаційних збурень статичного вакуумного розв'язку в моделі з двома бранами і зі скаляром кривини індукованої метрики в дії для бран, що узагальнює модель Рендел–Сундрама. Досліджено ефект нестійкості вакууму, зумовлений духовим характером масивних гравітонів в деяких варіантах цієї моделі.
4. Побудовано теорію лінійних полів різних спінів в просторі з браною, що являє собою спільну границю для декількох об'ємів. Визначено закони проходження і відбиття хвиль і функції Гріна на многовидах з топологією даного типу.
5. Побудовано теорію народження бозонних частинок після космологічної інфляції з урахуванням явища параметричного резонансу в присутності швидкоосцилюючого нелінійного поля інфлятона і обчислено ефективні температури розігріву Всесвіту за різних типів взаємодії інфлятона з іншими полями. Показано високу ефективність параметричного резонансу для процесу попереднього розігріву Всесвіту.
6. Розвинута теорія квантового народження дочірнього всесвіту з фізичного вакууму. Новим елементом теорії є виникнення нестационарного рівняння типу рівняння Шрьодінгера і зведення задачі про народження Всесвіту до задачі тунелювання із квазидискретного рівня енергії.

Квантова теорія хвилі-пілота узагальнена на гравітаційно-польову систему, якою є Всесвіт, і показано, що її динаміка має властивість нелокальності, тобто, на відміну від класичної динаміки, не є інваріантною відносно зміни просторового розшарування простору-часу.

7. Рівняння космічної енергії (Лайзера–Ірвіна) узагальнено на випадок довільного потенціалу гравітаційної взаємодії між частинками (темної) матерії. Це узагальнення принципово дозволяє проводити перевірку відхилення законів гравітації від ньютонівської на космологічних просторових масштабах.

Для перевірки відхилення закону тяжіння від ньютонівського на малих просторових масштабах, що має місце в деяких варіантах теорії світу на брані, а також в теоріях модифікованої гравітації, запропоновано космічний експеримент “Штучна планетарна система в космосі” (Artificial Planetary System In Space — APSIS).

Практичне значення одержаних результатів. Отримані в дисертації результати мають теоретичний характер і являють собою застосування передових ідей пошукового характеру в області мікросвіту до космології.

В дисертації показано, що загальна теорія світу на брані, дія якої містить як скаляр кривини, так і космологічні сталі для брани і для п'ятивимірного простору-часу, в залежності від значень фізичних сталих, може мати якісно нові властивості, що відрізняють її від моделей “квінтесенції”, основаних на скалярних полях. Перша робота автора на цю тему [1] отримала на сьогодні 81 посилання в літературі згідно з базою даних INSPIRE (<http://inspirehep.net>). Однією з важливих властивостей моделі, що вивчається, є надвід'ємний характер ефективного рівняння стану темної енергії, тобто $w \equiv p/\rho < -1$, на одній з гілок теорії. Цей результат відкриває шлях до практичної перевірки передбачень багатовимірної космології за даними спостережень. Інша якісно нова властивість темної енергії в даній моделі полягає в тому, що сучасне прискорення Всесвіту може бути перехідним явищем. Нами виявлено клас моделей, що розширюються з прискоренням в нинішню епоху, в яких в майбутньому починає домінувати пиловидна речовина, і прискорення змінюється на уповільнення, тобто темна енергія в майбутньому асимптотично зникає. Це може мати важливе практичне значення для розвитку теорій суперструн, які віддають перевагу плоскому простору-часу в асимптотичному майбутньому. Роботи [3] і [7], в яких було вперше відкрито ці властивості, на даний час отримали, відповідно, 445 і 63 посилання.

Робота, в якій вивчаються моделі з тимчасовою затримкою розширення [10], отримала 37 посилань. В цій роботі показано, що затримка за досить великих червоних зміщень ($z > 6$) може виникати в просторово плоских моделях світу на брані, які також демонструють прискорене розширення Всесвіту в асимптотичному майбутньому. Епоха затримки розширення Всесвіту могла би прискорити формування гравітаційно зв'язаних систем за великих червоних

зміщень, приводячи до утворення масивних чорних дір при $z \sim 6$ і зірок третього населення при $z > 10$.

В роботі [11] (має 95 посилань) відкрито якісно новий тип космологічної сингулярності світу на брані, що виникає в процесі космологічного розширення. В цій сингулярності чотири-скаляр кривини прямує до нескінченності, тоді як густина матерії і тиск на брані залишаються скінченними. Сингулярність даного виду виникає як сингулярність вкладення брани в п'ятивимірний простір. Фізична модель Всесвіту, в якому сингулярності даного типу відіграють важливу роль, побудована далі в роботі [13], яка на сьогодні отримала 49 посилань в літературі.

В роботі [16] (має 130 посилань) показано, що часоподібний характер додаткового виміру в теорії світу на брані приводить до відсутності космологічної сингулярності і заміни її відскоком. Цей результат може стати основою для нового підходу до проблеми космологічної сингулярності.

Оригінальний експеримент “Штучна планетарна система в космосі” (Artificial Planetary System In Space — APSIS) [23] запропоновано як метод практичної перевірки поправок до закону Ньютона, зокрема тих, що виникають в теоріях з додатковими вимірами, за допомогою двох (або більше) гравітуючих тіл, що вільно падають в космічному просторі в спеціальному космічному кораблі. Перевага нашого експерименту перед наземними експериментами є його концептуальна простота, а також відносна вільність від зовнішніх силових джерел (таких як сили Казимира). Дана робота була висвітлена в популярній науковій літературі.

В роботі [26] побудовано самоузгоджену теорію розігріву Всесвіту швидкоосцилюючим нелінійним полем інфлятона з урахуванням важливого ефекту параметричного резонансу для бозонів. Показано, що явище параметричного резонансу посилює ефективність процесу розігріву на багато порядків. Робота [26] на сьогодні має 400 посилань, а її основні положення та результати використовуються при дослідженні фізичних умов у Всесвіті після інфляції.

Особистий внесок здобувача. В основу дисертації лягли результати публікацій [1–30], з яких 7 виконано самостійно. Результати, які увійшли до дисертації на основі публікацій із співавторами, одержані автором самостійно, включаючи постановку і математичне формулювання задач та аналітичні розрахунки. Автор самостійно сформулював теорію світу на брані із скаляром кривини в дії для брани, отримав основні космологічні рівняння цієї теорії і здійснив їх аналітичне дослідження в [3–5, 7–11, 13–16, 19, 20]. В роботах [3, 4, 7] автору належить аналітичне обґрунтування фантомної поведінки темної енергії і режиму перехідної темної енергії в теорії світу на брані. В роботі [5] автор отримав статичні розв'язки в теорії світу на брані. В роботах [8, 9] автор розробив сценарій “космічної мімікрії”, а також встановив якісні закономірності гравітації на брані із застосуванням геометричних тотожностей Гауса–Кодацці. В роботі [10] автор встановив критерії космологічного розширення із затримкою, а також

дослідив інфляційну стадію в цьому сценарії і отримав обмеження на показник інфляційної експоненти. В роботі [11] автор з'ясував причини виникнення космологічної сингулярності нового типу з точки зору теорії вкладення брани в п'ятивимірний простір-час. В роботі [12] автор провів класифікацію космологічних сценаріїв на різних гілках теорії світу на брані і, зокрема, явища “тихих” сингулярностей і Всесвіту без космологічної сингулярності. В роботі [13] автор побудував якісну теорію, що враховує ефект народження частинок поблизу “тихої” сингулярності, і на її основі запропонував сценарій квазістаціонарного Всесвіту. В роботах [14, 15] автору належить ідея розгляду світу на брані з асиметричним вкладенням в об'єм, а також класифікація і аналітичні розрахунки космологічних сценаріїв на різних гілках цієї моделі. В роботі [16] автор запропонував ідею часоподібного додаткового виміру з метою уникнення космологічних сингулярностей. В роботах [17, 18] автор отримав рівняння для лінеаризованих збурень і застосував оригінальний метод отримання спектру гравітонів; крім того, в роботі [18] автор дослідив ефект нестійкості вакууму, зумовлений духовим характером масивних гравітонів. В роботі [19] автор висунув ідею про крайові умови для темного випромінювання на брані, що замикають систему рівнянь для космологічних збурень скалярного типу, і розробив методи аналітичних і числових розрахунків динаміки зростання цих збурень. В роботі [20] автор з'ясував фізичні умови для фантомної поведінки темної енергії, сценарію космічної мімікрії, розширення з затримкою, і космологічної моделі без сингулярності. В роботі [21] автор отримав модифіковане рівняння космічної енергії і застосував його до гравітаційних потенціалів різних типів. В роботі [23] автор провів числові оцінки, які обґрунтовують ідею експерименту зі штучною планетарною системою. В роботі [24] автор математично сформулював і розв'язав задачу про поведінку полів різних спінів в просторі зі спільною границею між декількома об'ємами. В роботі [26] автор побудував теорію збурень для бозонів, що народжуються у зовнішньому полі швидкоосцилюючого інфлятона, застосував теорію Крилова–Боголюбова для розв'язку задачі про параметричний резонанс і обчислив динаміку зростання середніх чисел заповнення частинок, що народжуються, та ефективну температуру розігріву у Всесвіті, що розширюється. В роботах [27, 28] автор побудував математичну модель квантового мікросвіту, що рухається у материнському Всесвіті, і отримав хвильове рівняння, що описує його квантову еволюцію.

Апробація результатів дисертації. Основні результати дисертації доповідались на семінарах відділу Астрофізики і елементарних частинок і на наукових сесіях Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України, Головної астрономічної обсерваторії НАН України, Астрономічної обсерваторії і Фізичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка, а також на семінарах і колоквиумах закордонних наукових інститутів: Brown University (Провіденс, Род Айленд, США), Fermi National Accelerator Laboratory (Батавія, Іллінойс, США), Institute for Theoretical Physics, ETH (Цюрих,

Швейцарія), Inter-University Centre for Astronomy and Astrophysics (Пуна, Індія), Raman Research Institute (Бангалор, Індія), Institute of Physics, University of Szczecin (Щецин, Польща), Canadian Institute for Theoretical Astrophysics (Торонто, Канада), School of Physics and Astronomy, Nottingham University (Ноттінгем, Великобританія).

Отримані в дисертації результати також доповідались на наступних міжнародних конференціях: *New Trends in High-Energy Physics*, Ялта, Україна (22–29 вересня 2001 р.); *XVIII IAP Colloquium On the Nature of Dark Energy*, Paris, France (1–5 липня 2002 р.); *Walter Thirring Symposium on Fundamental Problems in Modern Quantum Theories and Experiments*, Одеса, Україна (2–7 вересня 2002 р.); *III International Conference on Relativistic Astrophysics, Gravitation and Cosmology*, Київ, Україна (21–23 травня 2003 р.); *XI Regional Conference on Mathematical Physics*, Tehran, Iran (3–6 травня 2004 р.); *IV International Conference on Relativistic Astrophysics, Gravitation and Cosmology*, Київ, Україна (26–28 травня 2004 р.); *Frontiers of Particle Astrophysics*, Київ, Україна (21–24 червня 2004 р.); *Workshop on Strings and Cosmology*, Pune, India (27 жовтня – 1 листопада 2004 р.); *Pomeranian Workshop in Fundamental Cosmology*, Pobierowo, Poland (1–6 вересня 2005 р.); *Dark Energy Meeting at Ringberg*, Schloss Ringberg, Germany (26–27 лютого 2006 р.); *VII International Conference on Relativistic Astrophysics, Gravitation and Cosmology*, Київ, Україна (23–25 травня 2007 р.); *Cosmology with CMB and LSS*, Pune, India (21 червня – 31 серпня 2008 р.); *Astroparticle Physics, Gravitation and Cosmology*, Київ, Україна (7–10 червня 2011 р.).

Публікації. За матеріалами дисертації опубліковано 30 робіт, з яких 7 є самостійними. Публікації включають 3 статті у провідних наукових фахових виданнях України [25, 27, 28], 22 статті в провідних міжнародних дослідницьких журналах [2, 3, 5–8, 9–19, 21, 23, 24, 26, 29], 1 статтю в збірнику наукових праць [20], 2 препринти в архіві arXiv.org [1, 30], 1 статтю в збірнику праць міжнародної наукової конференції [4] і одну роботу в тезах міжнародної конференції [22].

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається із вступу, п'яти розділів, висновку з оглядом основних результатів та двох додатків; викладена на 283 сторінках, у тому числі в додатках на 10 сторінках, та 26 рисунках. Список використаних літературних джерел складається з 298 найменувань.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЇ

У **ВСТУПІ** обґрунтовано актуальність обраного напрямку досліджень, показано зв'язок роботи з науковими програмами та темами, сформульовано мету та задачі дослідження, описано наукову новизну та практичне значення отриманих результатів, наведено відомості про особистий внесок автора в роботи, виконані зі співавторами, апробацію результатів дисертації та публікації її автора, а також описана структура дисертації.

ПЕРШИЙ РОЗДІЛ дисертації присвячено моделі світу на брані (braneworld model) та її космологічним проявам.

У вступному підрозділі 1.1 проводиться короткий огляд проблематики, пов'язаної з теорією з додатковими вимірами, і формулюється основна модель, яка далі вивчається на протязі двох розділів. Зокрема, відзначено, що теорія світу на брані, що виникла наприкінці 1990-х років, дозволила по-новому поглянути на проблему планківської ієрархії енергетичних масштабів, завдяки чому привернула увагу багатьох дослідників. Закономірно виникло питання про космологічні та гравітаційні прояви теорій даного типу, що і складає предмет перших двох розділів дисертації. Теорія гравітації в моделі світу на брані з одним протяжним додатковим виміром, що вивчається в дисертації, описується ефективною дією Гільберта–Ейнштейна з космологічним членом для п'ятивимірного простору-часу та аналогічні два члени в дії для брани:

$$S = \sum_1^N M_S^3 \left[\int_{M_S} (R_S - 2\Lambda_S) - \int_{\text{brane}} K_S \right] + \int_{\text{brane}} (m^2 R - 2\sigma) + \int_{\text{brane}} L(h_{ab}, \phi), \quad (1)$$

де R_S – це скаляри кривини метрик в п'ятивимірних об'ємах $M_S, s=1, \dots, N$, а R позначає скаляр кривини індукованої метрики h_{ab} на брані. Величина $K_S = K_{ab}^{(s)} h^{ab}$ є слідом зовнішньої кривини брани в просторі M_S . Символ $L(h_{ab}, \phi)$ позначає лагранжіан матеріальних полів ϕ на брані, що взаємодіють лише з індукованою метрикою. Символи M_S та Λ_S позначають планківські маси та космологічні константи в п'ятивимірних просторах M_S , величина m є планківська маса на брані, а σ є натяг брани. Всі інтегрування в (1) відбуваються згідно з натуральними елементами об'єму, узгодженими з відповідними метриками. Використовується система одиниць $\hbar = c = 1$.

Випадок $m=0$ в (1) відповідає моделі Рендел–Сундрама (RS), а випадок $\Lambda_S=0, \sigma=0$ – моделі Двали–Габададзе–Порраті (DGP). За умови $M \rightarrow 0$, або $\ell \equiv 2m^2/M^3 \rightarrow \infty$, модель має формальну границю загальної теорії відносності.

У підрозділі 1.2 описується загальний космологічний розв'язок теорії з дією (1). Брана в цьому випадку вкладається в простір Шварцшільда–анти-де Сіттера і, у найпростішому випадку $N=1$ в (1) (або за наявності так званої симетрії віддзеркалення просторів об'єму відносно брани у випадку довільного N) космологічне рівняння теорії набуває наступного вигляду:

$$H^2 + \frac{\kappa}{a^2} = \frac{\rho + \sigma}{3m^2} \pm \frac{M^3}{m^2} \sqrt{H^2 + \frac{\kappa}{a^2} - \frac{\Lambda_b}{6} - \frac{C}{a^4}}, \quad (2)$$

де $\kappa = 0, \pm 1$ відповідає кривині простору, величина C – масі чорної діри в п'ятивимірному просторі-часі, $\Lambda_b \equiv \Lambda_1$ – це космологічна стала в об'ємі, ρ є густина матерії на брані, a є масштабний фактор метрики на брані, а $H \equiv \dot{a}/a$ є параметр Хаббла. Знаки \pm в (2) відповідають двом гілкам розв'язків, що відрізняються способом

вкладення брани у п'ятивимірний простір-час; гілка з нижнім знаком називається BRANE1, а з верхнім знаком – BRANE2. В підрозділі також описано методи інтегрування рівнянь в об'ємі із заданими граничними умовами на брані.

У підрозділі 1.3 досліджуються вакуумні та статичні розв'язки на брані. Відомо, що для реалізації плоского вакуумного розв'язку для брани у випадку $N=1$ (або за наявності симетрії віддзеркалення) необхідно виконання умови Рендел–Сундрама

$$\Lambda_{RS} \equiv \frac{\Lambda_b}{2} + \frac{\sigma^2}{3M^6} = 0, \quad (3)$$

що являє собою тонке налаштування значень констант теорії. У підрозділі 1.3.1 ми описуємо розв'язок Рендел–Сундрама, а також статичні невакуумні розв'язки, що, на відміну від загальної теорії відносності, виникають в моделі світу на брані навіть у просторово плоскому випадку. У підрозділі 1.3.2 отримано один з цікавих оригінальних результатів. А саме, показано, що розв'язок з плоскою вакуумною браною можна побудувати за умови $N=2$ без тонкого налаштування (3), якщо відмовитись від умови симетрії віддзеркалення п'ятивимірного простору-часу відносно брани. Проте даний розв'язок порушує чотиривимірну лоренц-симетрію для гравітаційних ступенів вільності.

У підрозділі 1.4 з'ясовується одна з ключових властивостей темної енергії в теорії світу на брані. А саме, показано, що гілка BRANE1 реалізує так званий фантомний характер прискореного розширення Всесвіту: його динаміка подібна до космологічного розширення з фантомною темною енергією з рівнянням стану $w \equiv p_{DE}/\rho_{DE} < -1$. В той же час модель BRANE2 імітує поведінку квінтесенції з параметром рівняння стану $w > -1$. Фотометрична відстань $d_L(z)$ в моделях, що розглядаються, при заданих значеннях параметру густини $\Omega_m \equiv \rho_0/3m^2H_0^2$ задовольняє нерівності $d_L^{BRANE2}(z) \leq d_L^{LCDM}(z) \leq d_L^{BRANE1}(z)$, де LCDM позначає модель з холодною темною матерією і космологічною сталою. Ці властивості ілюструє Рис. 1.

Моделі з фантомною поведінкою темної енергії розглядалися на початку минулого десятиліття Колдуеллом в зв'язку з їх більш точним узгодженням за сукупністю тогочасних космологічних даних. Феноменологічні моделі такого типу зазвичай мають нефізичні властивості: ефективна швидкість звуку в них перевищує швидкість світла, а густина темної енергії необмежено зростає, що завершується сингулярністю так званого “Великого розриву” (Big Rip). Модель світу на брані є вільною від обох недоліків. У підрозділі 1.5 описано космологічний сценарій із темною енергією перехідного типу, яка зникає у майбутньому. Даний сценарій реалізується за умови тонкого налаштування параметрів (3) на гілці BRANE2.

У підрозділі 1.6 описано сценарій “космічної мімікрії”, що виникає за умови великих значень космологічних параметрів $\Omega_{\Lambda_b} \equiv -\Lambda_b/6H_0^2$ та $\Omega_\ell \equiv 1/\ell^2 H_0^2$ порівняно з одиницею. При цьому за малих червоних зміщень, що визначаються з

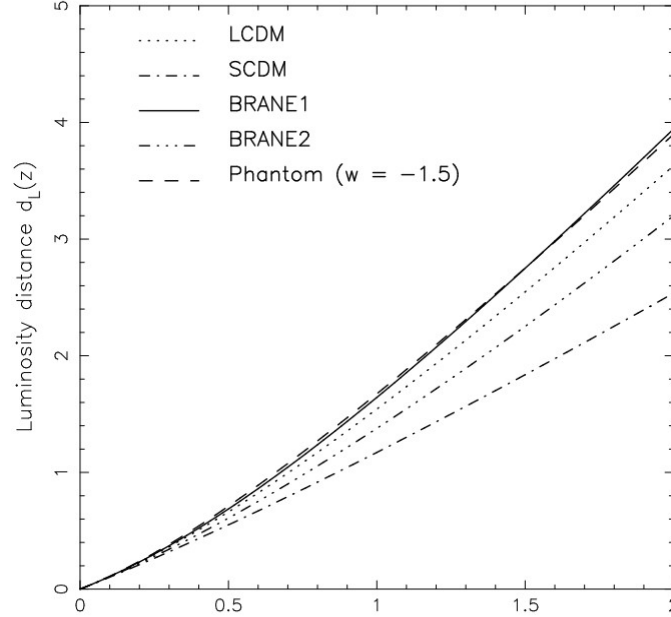


Рис. 1 Фотометрична відстань як функція червоного зміщення для моделей світу на брані у порівнянні зі стандартними космологічними моделями.

умови $\Omega_m(1+z)^3 \ll \left(\sqrt{1+\Omega_{\Lambda_b}} \mp \sqrt{\Omega_\ell}\right)^2$, космологічна еволюція імітує модель LCDM, $H^2(z) = H_0^2 \left[\Omega_m^{\text{LCDM}}(1+z)^3 + 1 - \Omega_m^{\text{LCDM}} \right]$, з перенормованим значенням $\Omega_m^{\text{LCDM}} = \Omega_m \sqrt{1+\Omega_{\Lambda_b}} / \left(\sqrt{1+\Omega_{\Lambda_b}} \mp \sqrt{\Omega_\ell}\right)$. Цю поведінку ілюструє Рис. 2, на якому особливо цікаву еволюцію має гілка BRANE2, яка імітує Всесвіт з космологічним параметром $\Omega_m^{\text{LCDM}} = 0.2$, і при цьому має малий параметр густини $\Omega_m = 0.04$.

У підрозділі 1.7 розглядається модель еволюції світу на брані із затримкою розширення. Вступний підрозділ 1.7.1 описує такі моделі в історичному контексті загальної теорії відносності. Зазначається, що модель із затримкою розширення, що була запропонована Леметром в 1931 році і використовувалась в 1960-ті роки, може бути реалізована лише за досить великого значення додатної кривини простору, і затримка розширення в ній відбувається лише на відносно малих червоних зміщеннях $z \leq 2$.

У підрозділі 1.7.2 пропонується сценарій розширення із затримкою в моделі світу на брані. Він виникає навіть у просторово плоскому Всесвіті за умови великого від'ємного значення параметру C в основному космологічному рівнянні (2), а саме, $\ell^2|C|/a^4 \gg 1$. Якщо відповідний доданок переважає над іншими членами під коренем в (2), то рівняння для еволюції параметру Хаббла на гілці BRANE1 приймає наближеного вигляду

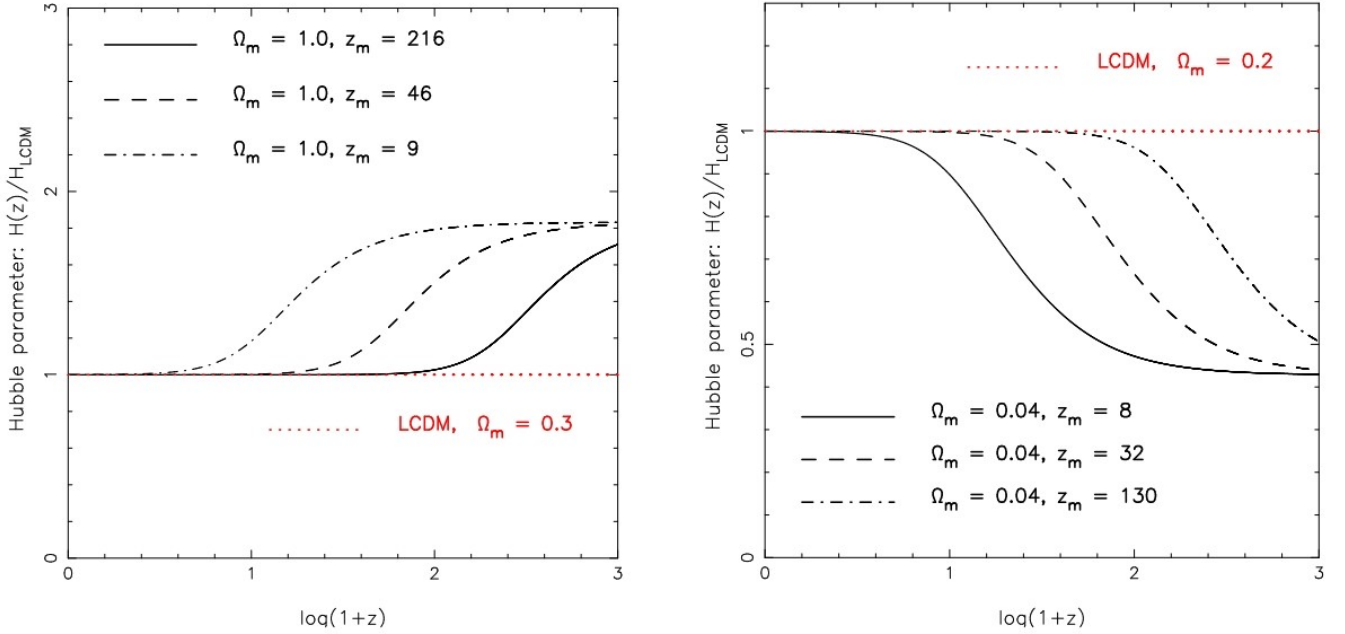


Рис. 2 Параметр Хаббла в трьох моделях BRANE1 (зліва) із однаковим значенням параметру густини матерії $\Omega_m=0.1$ та BRANE2 (справа) із однаковим значенням $\Omega_m=0.04$, по відношенню до параметру Хаббла в моделі LCDM. Величина z_m позначає характерне значення червоного зміщення, на якому відбувається перехід до режиму космічної мімікрії.

$$H^2(a) \approx \frac{A}{a^3} + B - \frac{2\sqrt{-C}}{\ell a^2}, \quad (4)$$

де $A = \rho_0 a_0^3 / 3m^2$, $B = \sigma / 3m^2$. Останній член в цьому рівнянні і відповідає за затримку розширення. Приклад еволюції із затримкою розширення при $z \simeq 18$ наведено на Рис. 3 за різних значень параметра Ω_{Λ_b} .

Модель із затримкою розширення має такі цікаві наслідки: (і) підвищений вік Всесвіту, та (ii) сприяння утворенню великомасштабної структури Всесвіту. Остання властивість зумовлюється малістю параметру Хаббла під час затримки, і, отже, малістю другого члена в лівій частині рівняння для розвитку космологічних збурень $\ddot{\delta} + 2H\dot{\delta} = 4\pi G\rho\delta$, де $\delta \equiv \delta\rho/\rho$.

У підрозділі 1.7.3 досліджується простір параметрів моделі та вводиться кількісний критерій затримки розширення на основі функції $f(z) = 1 - H^2(z)/H_{\text{LCDM}}^2(z)$. Малі значення $0 \leq f(z) \leq 1/2$ відповідають слабо вираженій затримці розширення, тоді як великі значення $1/2 < f(z) < 1$ означають сильну затримку. Червоне зміщення затримки z_{loit} визначається як точка екстремуму функції $f(z)$. У підрозділі 1.7.4 досліджується інфляційний сценарій у світі на брані із затримкою розширення. Оскільки останній член в рівнянні (4) швидко змінюється під час інфляції, легко бачити, що інфляційна стадія в такій моделі повинна мати початок. Для оцінки повного числа так званих

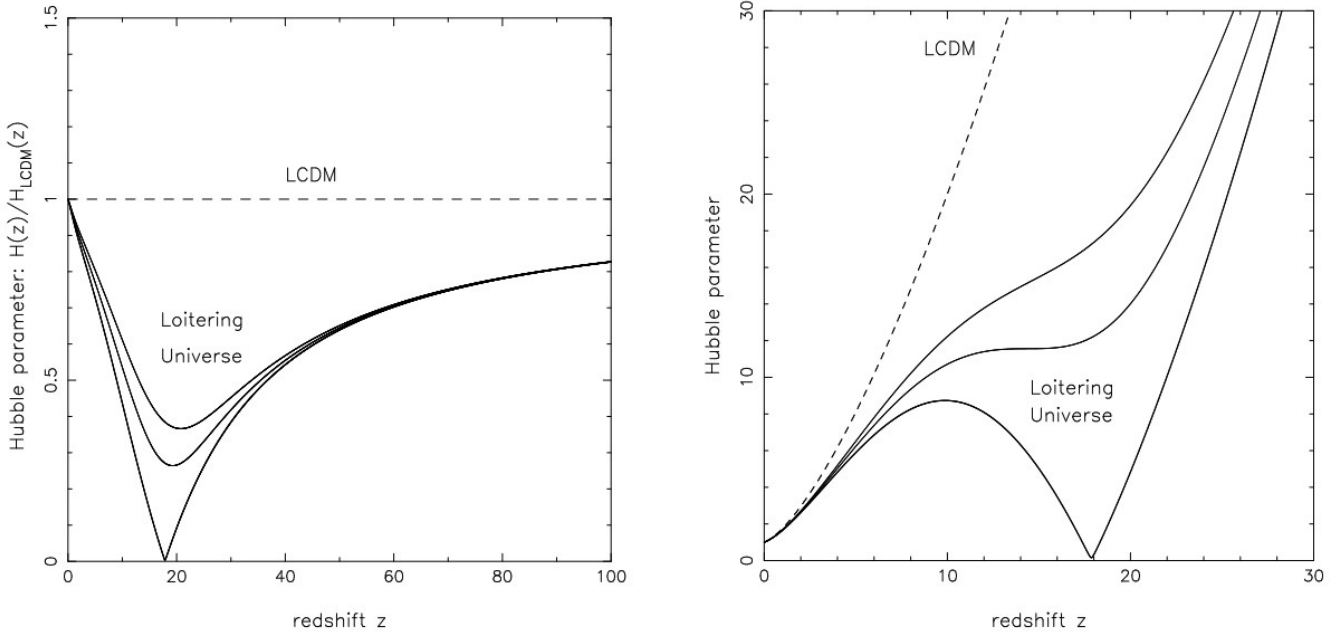


Рис. 3 Параметр Хаббла для трьох моделей BRANE1 із затримкою розширення при $z \approx 18$. Значення космологічних параметрів: $\Omega_m = 0.3$, $\Omega_C \equiv -C/a_0^4 H_0^2 = 0.3$, $\Omega_\ell = 3.0$ і $\Omega_{\Lambda_b}/10^5 = 6, 4.5, 3.4$ (зверху вниз).

інфляційних експонент розглядається модель інфляції, основана на скалярному полі φ з потенціалом $V(\varphi) = \frac{1}{2} m_\varphi^2 \varphi^2$. В цьому випадку, як добре відомо, інфляція відбувається за значень скалярного поля $\varphi_i \sim M_P \equiv \sqrt{8\pi} m$ і завершується приблизно при $\varphi_f \simeq M_P / \sqrt{12\pi}$, де M_P є планківська маса. Звідси, припускаючи, що розігрів Всесвіту після інфляції відбувається швидко, можна отримати вираз для повного інфляційного показника експоненти N_{inf} через параметри густини на брані. Для значення $z_{\text{loit}} \simeq 18$ і для затримки розширення з $f(z_{\text{loit}}) \sim 1$ отримуємо оцінку $N_{\text{inf}} \simeq 60$.

У підрозділі 1.8 описані сингулярності нового типу, що виникають в моделі світу на брані у випадку, коли вираз під квадратним коренем у (2) може досягати нульових значень. Ці сингулярності були названі нами “тихими” оскільки вони характеризуються скінченими значеннями масштабного фактору, густини матерії і її тиску, та параметру Хаббла. Розбіжною в цих точках є лише третя похідна \ddot{a} . У підрозділі 1.8.1 з'ясовується геометрична причина появи тихої сингулярності, яка може бути зумовлена або домінуванням члену темного випромінювання C/a^4 у виразі (2), або виконанням нерівності $\ell^2(\sigma/3m^2 - \Lambda_b/6) < -1$. Вона полягає в тому, що при еволюції брани в п'ятивимірному просторі в даній точці розбігається її зовнішня кривина K_{ab} . Це нагадує розбіжність зовнішньої кривини евольвенти плоскої кривої в її початковій точці. У підрозділі 1.8.2 розглядається питання про можливу роль тихих сингулярностей в неоднорідному

Всесвіті. В областях простору з низькою густиною матерії можуть виникати умови для появи тихої сингулярності. Дані області можна наближено описувати як локальний всесвіт, що розширюється. Поблизу тихої сингулярності розбігається величина \dot{H} , що може приводити до інтенсивного народження частинок і зростання локальної густини матерії. В результаті можна мислити виникнення асимптотичного квазістаціонарного режиму розширення Всесвіту, в якому матерія народжуватиметься в пустотах. Середня асимптотична величина параметру Хаббла в такому Всесвіті дається виразом $H = 1/\ell \left(1 - \sqrt{\Omega_m}\right)$.

У підрозділі 1.9 розглядається модель світу на брані з $N=2$, але без додаткової симетрії віддзеркалення п'ятивимірного простору відносно брани. При цьому, зокрема, допускається відмінність в фундаментальних сталих теорії M_s та Λ_s , $s=1, 2$, по обидві сторони брани. У випадку, що розглядається, теорія світу на брані має чотири гілки розв'язків, дві з яких нагадують гілки в рівнянні (2) і переходять в них при відновленні симетрії віддзеркалення, а інші дві є новими. У підрозділі 1.9.1 обчислюється величина ефективної космологічної сталої в такому світі на брані. В моделі без космологічних сталих, що узагальнює модель DGP на випадок відсутності симетрії віддзеркалення, на двох нових гілках розв'язків можна забезпечити мале значення ефективної космологічної сталої за рахунок невеликої відносної різниці між гравітаційними сталими по різні сторони від брани. Конкретно, для асимптотичного значення параметру Хаббла в цьому випадку маємо вираз $H_{DS} = (M_1^3 - M_2^3)/m^2 \approx 3 M_1^2 \Delta M / m^2$. Аналогічне явище виникає і у більш загальному випадку за припущення малої різниці між космологічними сталими Λ_1 і Λ_2 . У підрозділі 1.9.2 аналізується явище космічної мімікрії, а у підрозділі 1.9.3 – явище фантомоподібної темної енергії на нових гілках розв'язку, які мають багато спільного з аналогічними явищами в моделі з $N=1$. Темна енергія перехідного типу, що вивчається у підрозділі 1.9.3, має більш яскраво виражений характер на одній з нових гілок розв'язків. Нарешті, у підрозділі 1.9.5 розглядаються умови існування тихих сингулярностей в даному класі моделей.

У підрозділі 1.10 розглядається теорія світу на брані з часоподібним додатковим виміром. Такі моделі є мислимими а ргіогі і раніше розглядалися в літературі в контексті як теорії суперструн, так і моделі світу на брані. В дисертації показано, що у випадку границі Рендел–Сундрама $m=0$ космологічне рівняння теорії набуває вигляду

$$H^2 + \frac{\kappa}{a^2} = \frac{\Lambda_{\text{eff}}}{3} + \frac{8\pi G_N}{3} \rho - \frac{\rho^2}{9M^6} + \frac{C}{a^4}$$

і, зокрема, містить член, пропорційний до квадрату густини енергії з від'ємним знаком. Тут $G_N = -\sigma/12\pi M^6$ і $\Lambda_{\text{eff}} = \Lambda_b/2 - \sigma^2/3M^6$. Це призводить до того, що, за великих густин енергії Всесвіт уникає космологічної сингулярності; замість неї параметр Хаббла обертається в нуль і режим стискання змінюється на режим

розширення. Дана властивість зберігається за неперервністю також за малих ненульових значень параметру m . Така ж властивість існує і у випадку однорідної, але анізотропної метрики типу Біанкі I, хоча при цьому можна стверджувати лише те, що відскок відбувається стосовно середнього масштабного фактору $a = (a_1 a_2 a_3)^{1/3}$. Слід відзначити, що моделі з часоподібним додатковим виміром стикаються з проблемою тахіонної природи гравітаційних збурень Калуци–Клейна.

У підрозділі 1.11 формулюються висновки Розділу 1.

У **ДРУГОМУ РОЗДІЛІ** розглядається теорія гравітації та проблема гравітаційної нестійкості в теорії світу на брані. У підрозділі 2.1 запропоновано узагальнення моделі Рендел–Сундрама з двома бранами (модель RS1) на випадок наявності членів з індукованою гравітацією на брані, яке також пояснює протилежні за знаком, але однакові за величиною натяги бран:

$$S = \int_M L_M(g_{ab}, \Phi) + \int_{\text{brane1}} L(h_{ab}, \Phi_1) - \int_{\text{brane2}} L(h_{ab}, \Phi_2) , \quad (5)$$

де Φ позначає можливі поля в об'ємі. Особливістю дії (5) є тотожність форми дій для обох бран та їх входження лише з протилежними знаками. Це приводить до тотожності їх вакуумних частин $\langle L(\eta_{ab}, \Phi) \rangle_{\text{vac}} = -2\sigma$, що необхідно для вакуумного розв'язку RS1. В дисертації ми детально розглядаємо теорію з індукованою кривиною на бранах, тобто $L(h_{ab}, \Phi) = m^2 R - 2\sigma + L(h_{ab}, \Phi)$, і з дією (2) в об'ємі. Метрика збуреної задачі в гаусових нормальних координатах має вигляд $h_{\alpha\beta}(x, y) = a^2(y) [\eta_{\alpha\beta} + \gamma_{\alpha\beta}(x, y)]$, де $a(y) = \exp(-k_\sigma y)$ і $k_\sigma = \sigma/3M^3$. Тут y є координатою додаткового виміру, а брани розташовані при $y=0$ і $y=y_*$. Фур'є-образ $\psi(q, y)$ величини $\bar{\gamma}_{\alpha\beta}(x, y) = \gamma_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} \eta_{\alpha\beta} \gamma$ (ми опускаємо тензорні індекси у ψ) при $q^2 = -p^\alpha p_\alpha$ задовольняє рівняння $\psi'' - 4k_\sigma \psi' + q^2 e^{2k_\sigma y} \psi = 0$, що дозволяє отримувати спектр теорії. У випадку $p^\alpha p_\alpha \leq 0$ отримуємо звичайний спектр Калуци–Клейна, що при великих значеннях інваріантної маси асимптотично поводить себе як $q \sim \pi n |k_\sigma| / (e^{k_\sigma y_*} - 1)$. У випадку наявності матерії лише на “видимій” брані при $y=0$ наближення нульової моди ($q \rightarrow 0$) приводить до ефективного гравітаційного рівняння на видимій брані

$$G_{\alpha\beta} = 8\pi G_N \left[\tau_{\alpha\beta} - \frac{1}{3} e^{-2k_\sigma y_*} \left(\eta_{\alpha\beta} - \frac{p_\alpha p_\beta}{p^2} \right) \tau \right] + O(p^2) , \quad (6)$$

де $\tau_{\alpha\beta}$ є тензор енергії-імпульсу матерії, а величина $8\pi G_N = 2k_\sigma / (M^3 + 2k_\sigma m^2) (1 - e^{-2k_\sigma y_*})$ визначає ефективну гравітаційну сталу на видимій брані. Модель (5) може містити тахіонну моду, тобто розв'язок при $p^\alpha p_\alpha > 0$. Показано, що умовою її відсутності є співвідношення $M^3 + 2k_\sigma m^2 > 0$. Але при цьому норма безмасової моди гравітона і масивних мод мають різні знаки, і тому, якщо безмасова мода має додатну норму (це відбувається при $M < 0$), то масивні гравітони є духовими, і навпаки. Духова природа масивних гравітонів може означати нестійкість вакууму відносно спонтанного народження частинок. Цю проблему можна частково ослабити за рахунок штучного введення ультрафіолетового обрізання спектру теорії. Модель (5) приводить до поправок до гравітаційного потенціалу на проміжних відстанях $1 \ll k_\sigma r \ll e^{k_\sigma y_*}$:

$$V(r) = -\frac{G}{r} \left[1 + \frac{2M^3}{3(2k_\sigma m^2 + M^3)(k_\sigma r)^2} \right], \quad G = G_N (1 - e^{-2k_\sigma y_*}), \quad (7)$$

що узагальнює відповідний вираз в моделі Рендел–Сундрама. В кінці підрозділу ми відмічаємо, що теорія з додатними знаками в дії для бран (5) є вільною від тахіонів і духів.

У підрозділі 2.2 розглядаються загальні властивості гравітаційної взаємодії в моделі світу на брані. З використанням тотожності Гауса отримано нелінійне за кривиною рівняння на брані

$$G_{ab} + \Lambda_{\text{eff}} h_{ab} = 8\pi G_{\text{eff}} T_{ab} + \frac{1}{b+1} \left(\frac{1}{M^6} Q_{ab} - C_{ab} \right), \quad (8)$$

де $b = k_\sigma \ell$, $\Lambda_{\text{eff}} = \Lambda_{\text{RS}} / (b+1)$, $8\pi G_{\text{eff}} = b / (b+1) m^2$. Показано, що в теорії виникає додатковий просторовий масштаб r_* поблизу джерела маси M , що дається виразом $r_*^3 = M \ell^2 / (b+1)^2 m^2$, де $b = k_\sigma \ell$. На відстанях, набагато менших цього радіусу, діє ейнштейнівський закон гравітації з гравітаційною сталою $G = 1/8\pi m^2$, а на відстанях, набагато більших від r_* , гравітаційна стала перенормується на множник $b/(b+1)$, а також стає важливою проекція тензора Вейля на брану C_{ab} . Типові значення для масштабу r_* є досить великими; так, для Сонця він складає величину порядку кілопарсека.

У підрозділі 2.3 вивчаються космологічні збурення скалярного типу на брані. В поздовжній калібровці збурення метрики описуються релятивістськими потенціалами Φ та Ψ , збурення матерії описуються збуреннями густини $\delta\rho$ і тиску δp , потенціалом імпульсу v і потенціалом анізотропного тиску ζ , а збурення темного випромінювання – аналогічними величинами $\delta\rho_c$, v_c і π_c . Лінеаризуючи рівняння (8), отримуємо досить складну систему

рівнянь для збурень скалярного типу на брані. Система дещо спрощується для пилоподібної речовини на брані, і у просторово-плоскому випадку з $C=0$ для еволюції густин енергії та потенціалів імпульсу маємо

$$\ddot{\Delta} + 2H \dot{\Delta} = \left(1 + \frac{6\gamma}{\beta}\right) \frac{\rho \Delta}{2m^2} + (1+3\gamma) \frac{\delta\rho_C}{m^2\beta}, \quad (9)$$

$$\dot{v}_C + 4H v_C = \gamma \Delta_C + \left(\gamma - \frac{1}{3}\right) \Delta_m + \frac{4 \nabla^2 \delta\pi_C}{3(1+3\gamma)a^2}, \quad (10)$$

$$\delta\dot{\rho}_C + 4H \delta\rho_C = \frac{1}{a^2} \nabla^2 v_C, \quad (11)$$

де $\Delta_m = \delta\rho + 3H v$, $\Delta = \Delta_m/\rho$ і $\Delta_C = \delta\rho_C + 3H v_C$. Тут космологічні функції часу $\beta(t)$ і $\gamma(t)$ даються виразами

$$\beta = \ell^2 \left(H^2 - \frac{\rho + \sigma}{3m^2} \right) = \pm 2 \sqrt{1 + \ell^2 \left(\frac{\rho + \sigma}{3m^2} - \frac{\Lambda_b}{6} \right)}, \quad \gamma = \frac{1}{3} \left[1 + \frac{\dot{\beta}}{H\beta} \right]. \quad (12)$$

Система рівнянь (9)–(11) не є замкнутою на брані, оскільки для величини $\delta\pi_C$ бракує рівняння еволюції. Для повного визначення динаміки збурень на брані потрібно накладати граничні умови на збурення у п'ятивимірному об'ємі. Цього можна уникнути у спрощеному підході, який полягає в накладанні певних умов безпосередньо на брані. У підрозділі 2.4 розглядаються умови на темне випромінювання виду

$$\frac{1}{a^2} \nabla^2 \delta\pi_C = A \delta\rho_C, \quad (13)$$

де A є деяка безрозмірна величина, що здебільшого є в дисертації константою. Умови такого типу виникають як наближення в п'ятивимірній задачі. Так, в роботі Коями і Маартенса 2006 року наближені співвідношення (13) отримано із значенням $A = -1/2$. В даному підрозділі розглядається більш загальний випадок з довільним значенням A . Умова (13) дозволяє пов'язати релятивістські

потенціали між собою: $\frac{1}{a^2} \nabla^2 (\Psi - \Phi) = \frac{4A}{m^2\beta(1+3\gamma)} \delta\rho_C$, звідки видно, що

рівність $\Psi = \Phi$, яка має місце в загальній теорії відносності, виконуватиметься лише у випадку “мінімального” зв'язку $A=0$. Рівняння (9)–(11) і умова (13) приводять до рівняння другого порядку

$$\begin{aligned} \delta\ddot{\rho}_C + (10 - \gamma)H \delta\dot{\rho}_C + 4[\dot{H} + 3(2 - \gamma)H^2] \delta\rho_C = \\ = \frac{1}{a^2} \nabla^2 \left[\gamma \delta\rho_C + \frac{4A}{3(1+3\gamma)} \delta\rho_C + \left(\gamma - \frac{1}{3}\right) \Delta_m \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

Рівняння (9) і (14) складають замкнуту систему рівнянь для збурень густини пилоподібної матерії і темного випромінювання. Із характеру диференційного оператора другого порядку, що діє на функцію $\delta\rho_c$ в (14), випливає, що ця система має відносно стійку поведінку лише за умови $A \geq -3\gamma(1+3\gamma)/4$. З рівняння (13) випливає, що при домінуванні матерії у ранньому Всесвіті $\gamma \approx -1/6$, і умова стійкості спрощується до $A \geq 1/16$. За цієї умови збурення демонструють помірний степеневий характер зростання з масштабним фактором, в той час як в параметричній області нестійкості вони зростають майже експоненційно швидко. Останню поведінку ілюструє Рис. 4 для моделі Двалі–Габададзе–Порраті (DGP) ($\sigma=0$ і $\Lambda_b=0$) з граничними умовами Коями–Маартенса $A=-1/2$. Збурення в цій моделі досліджуються у підрозділі 2.5.

У підрозділі 2.6 досліджуються збурення в моделі космічної мімікрії. Динаміку зростання збурень густини матерії із значенням параметру $A=0$ і з нульовими початковими значеннями для збурень темного випромінювання демонструє Рис. 5. Як вже зазначалось, моделі космічної мімікрії на ранніх стадіях домінування матерії та на пізніх стадіях розширюються як і модель LCDM, але відрізняються від цієї моделі за динамікою зростання збурень скалярного типу. В епоху до космічної мімікрії, тобто при $z \gg z_m$, маємо $|\beta| \gg 1$, і члени, що містять величину β в рівнянні (9), є лише малими поправками; в цьому режимі збурення розвиваються як в стандартній моделі, що ми і бачимо на Рис. 5. При $z \leq z_m$ величина β є порядку одиниці; і збурення ρ_c , які вже виростили до цього часу, починають впливати на зростання збурень матерії. Оскільки величина β має різні знаки для моделей Mimicry 1 і Mimicry 2 (які відповідають гілкам BRANE1 і BRANE2), ми спостерігаємо, відповідно, зменшення і підсилення темпу зростання збурень густини матерії в цих двох моделях.

У підрозділі 2.7 розглядаються космологічний і експериментальний тест для модифікованої гравітації. У підрозділі 2.7.1 рівняння космічної енергії (Ірвін, 1961; Лейзер, 1963; Дмитрієв, Зельдович, 1963) узагальнюється на випадок довільного потенціалу $\phi(a, r)$ гравітаційної взаємодії між частинками (темної) матерії, що може залежати від часу через масштабний фактор a . Зокрема, для системи, яка вже вийшла з загального хаббловського розширення, отримано наближені співвідношення

$$\langle \dot{E} \rangle \approx 2\pi H \rho \int \xi(r) \frac{\partial \phi(a, r)}{\partial a} a r^2 dr, \quad \langle K \rangle \approx \pi \rho \int \xi(r) \frac{\partial \phi(a, r)}{\partial r} r^3 dr,$$

де E і K – це, відповідно, повна і кінетична енергія в системі на одиницю маси, усереднення розуміється як статистичне за багатьма системами, і $\xi(r)$ – це кореляційна функція розподілу маси при такому усередненні. Узагальнене рівняння космічної енергії можна використовувати для тестування теорій з модифікованою гравітацією на великих (космологічних) масштабах. У підрозділі 2.7.2 запропоновано експеримент для тестування відхилень від ньютонівського закону гравітації на мікроскопічних відстанях, що має місце в деяких варіантах

теорії світу на брані (див., наприклад, формулу (7)). Основою експерименту є дві невеликі маси, що обертаються одна навколо одної у вільному падінні. При наявності поправок степеневого вигляду до гравітаційного потенціалу, відбуватиметься систематичне зміщення периапсису в такій штучній планетарній системі, яке в принципі можна спостерігати. Наприклад, для маси центрального тіла в 5 кг (яке можна виготовити у вигляді вольфрамової кульки радіусу 4 см) і радіусу орбіти 10 см, для відносної гравітаційної поправки виду $(r_0/r)^2$, що має місце в моделі Рендел–Сундрама, з $r_0 \sim 10^{-4}$ см отримаємо зміщення периапсису в 1" за рік. Зауважимо, що відхилення від ньютонівської гравітації з такими параметрами дуже важко перевіряти шляхом прямого вимірювання гравітаційної сили, оскільки на малих відстанях починають втручатися сили негравітаційної природи. Ми назвали наш експеримент “Штучна планетарна система в космосі” (“Artificial Planetary System In Space – APSIS).

У підрозділі 2.8 формулюються висновки Розділу 2.

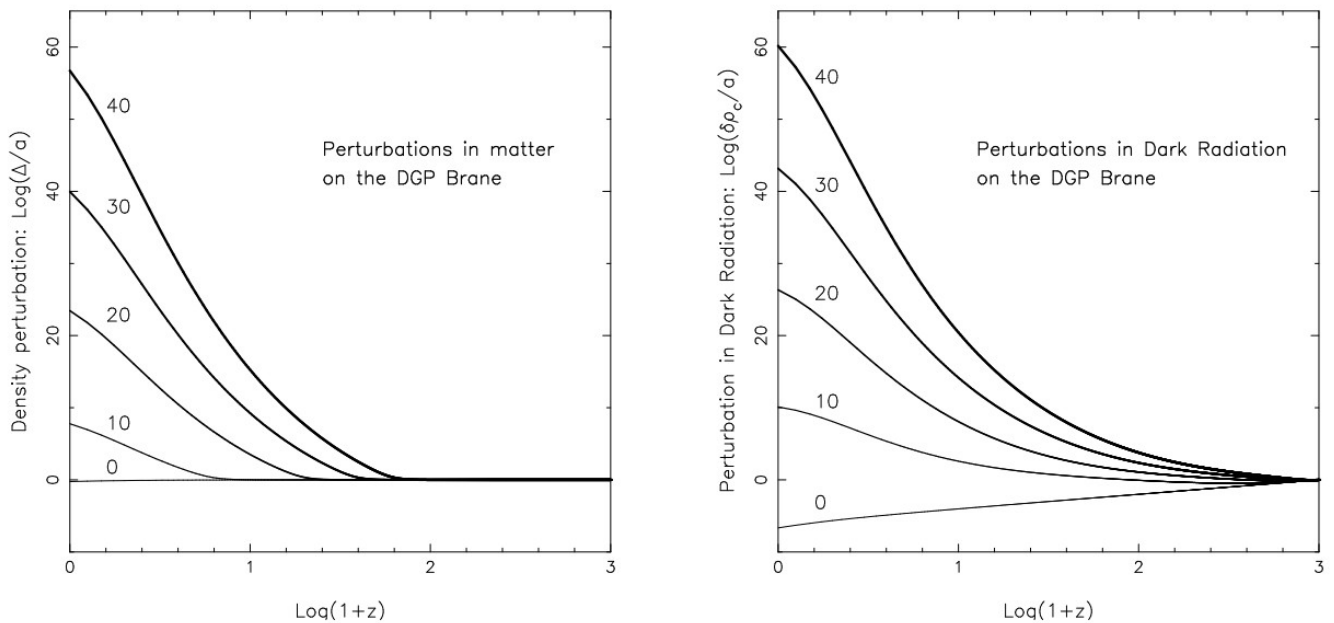


Рис. 4 Зростання збурень густини матерії (зліва) і темного випромінювання (справа) в моделі DGP з параметром густини $\Omega_m = 0.22$ і параметром граничних умов $A = -1/2$ для різних значень супутнього хвильового числа $k/a_0 H_0$, позначеного числами поряд з кривими зростання. Для порівняння, величина $\Delta/a = 1$ для стандартної космологічної моделі, в якій домінує матерія.

У **ТРЕТЬОМУ РОЗДІЛІ** розвивається теорія брани як загальної границі між декількома ($N \geq 3$) об'ємами простору-часу. Такі конфігурації можуть виникати як в теорії світу на брані, так і в теорії суперструн та квантового народження дочірнього всесвіту. Метою даного розділу є дослідження теорії поля на просторі з даною топологією. У підрозділі 3.1 встановлюються граничні умови для метрики, які природно визначити як умови неперервності: індукована метрика

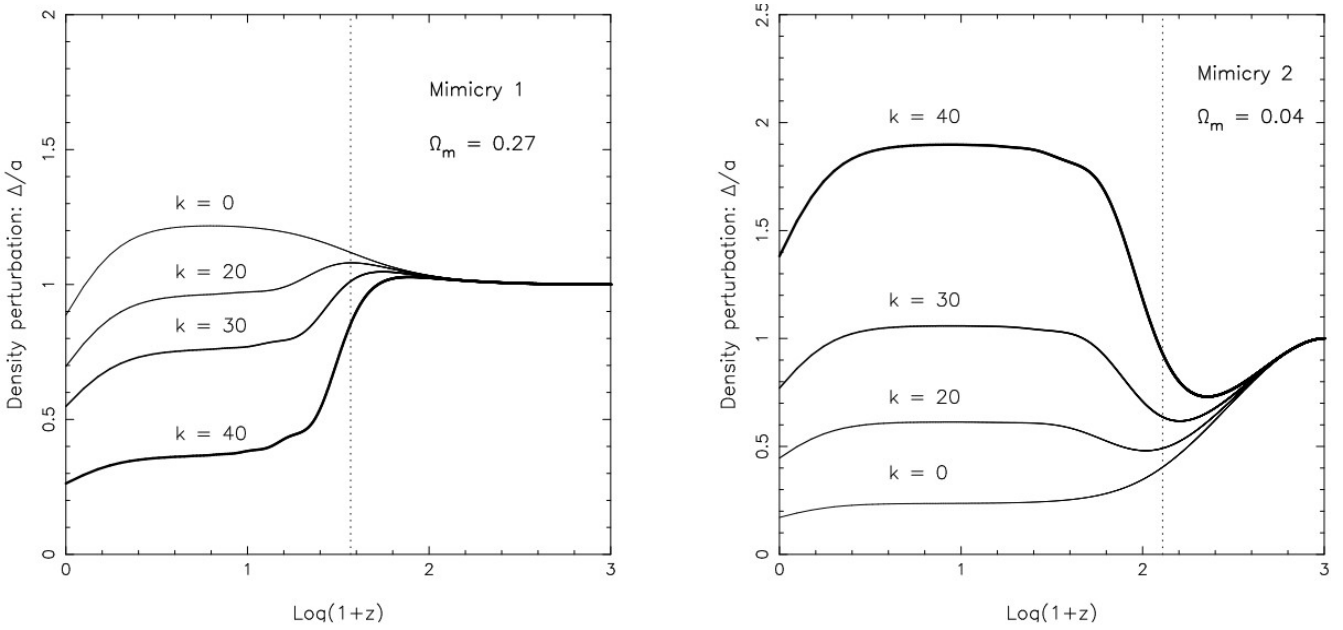


Рис. 5 Зростання збурень густини матерії в моделі Mimicry 1 (зліва) і Mimicry 2 (справа) з ефективним параметром густини $\Omega_m^{\text{LCDM}} = 0.22$ і параметром граничних умов $A=0$ для різних значень супутнього хвильового числа $k/a_0 H_0$, позначеного числами поряд з кривими зростання. Червоне зміщення мімікрії позначене вертикальною пунктирною лінією.

мусить бути однаковою зусіх сторін від брани. З варіаційного принципу тоді виникають звичайні для теорії брани додаткові умови на суму зовнішніх кривин. У [підрозділі 3.2](#) вивчаються граничні умови для скалярного та векторного полів. Принцип лінійності граничних умов разом з принципом тотожності просторів, для яких брана є границею, приводить до граничних умов двох типів: (А) узагальнення граничної умови Неймана, що означає неперервність скалярного поля та компоненти векторного поля, паралельної до брани і (В) узагальнення граничної умови Діріхле, що означає обернення в нуль суми граничних значень поля на брані зі сторони всіх просторів, обмежених браною. Конкретніше, для скалярного поля ϕ граничні умови виглядають як $\phi_{(s)} = \phi_{(r)}$ для всіх $r, s = 1, \dots, N$ (А) і $\sum_s \phi_{(s)} = 0$ (В). У [підрозділі 3.3](#) досліджуються можливі граничні умови для поля Дірака і показано, що вони також можуть бути зведені до двох типів А і В, причому перший тип є вираженням неперервності спірного поля на брані. У [підрозділі 3.4](#) аналізується задача про проходження лінійної хвилі через брану і отримуються вирази для амплітуд проходження і віддзеркалення для граничних умов двох типів. Вони виявляються однаковими для полів всіх спінів, в тому числі і для гравітаційних хвиль. А саме, амплітуда проходження хвилі в кожний з просторів, обмежених браною, становить $\tau = \pm 2/N$, а коефіцієнт відбиття $\rho = \pm(2-N)/N$, де верхній і нижній знаки відносяться до граничних умов, відповідно, (А) і (В). У [підрозділі 3.5](#)

визначаються функції Гріна $G_M(x, x')$ для плоских напів-просторів, що обмежуються спільною плоскою браною. Їх можна отримати методом зображень, з наступним результатом:

$$G_M(x, x') = \begin{cases} G(x, x') \pm \frac{2-N}{N} \tilde{G}(x, x') , & \text{при } (x \sim x') , \\ \pm \frac{2}{N} \tilde{G}(x, x') , & \text{при } \neg(x \sim x') , \end{cases} \quad (15)$$

де $G(x, x')$ – функція Гріна у просторі Мінковського, $\tilde{G}(x, x')$ – функція Гріна у просторі Мінковського від (зображення) джерела, що знаходиться поза браною, вираз $(x \sim x')$ означає, що точки простору-часу x і x' знаходяться по одну сторону від брани, а $\neg(x \sim x')$ є заперечення цієї умови. Цікавим наслідком цих формул є ситуація, що виникає у мінімальному випадку $N=3$. Заряд q , розташований перед браною, породжує своє зображення величини $\mp q/3$, а поле такого самого заряду, розташованого в одному з просторів поза браною, виглядає як поле заряду $\pm 2q/3$, де знаки, знову-таки, відповідають типу граничних умов. В підрозділі 3.6 розглядаються космологічні розв'язки з топологією простору даного виду, показані на Рис. 6. Знаходження таких розв'язків є нетривіальною задачею, яка спрощується у двох окремих випадках: коли простори розширюються з одним темпом, тобто зберігаючи подібність, і коли один з просторів є напівсферою, прикріпленою до материнського світу з неперервною метрикою.

У підрозділі 3.7 формулюються висновки Розділу 3.

У **ЧЕТВЕРТОМУ РОЗДІЛІ** будується самоузгоджена теорія первинного розігріву Всесвіту після інфляції з урахуванням ефекту параметричного резонансу для бозонів.

У вступному підрозділі 4.1 проводиться огляд стану проблеми до робіт автора дисертації, а також коротко описується ідея про важливість ефекту параметричного резонансу для народження бозонів в присутності однорідного інфлятного поля, що швидко осцилює у часі, яка в контексті нового

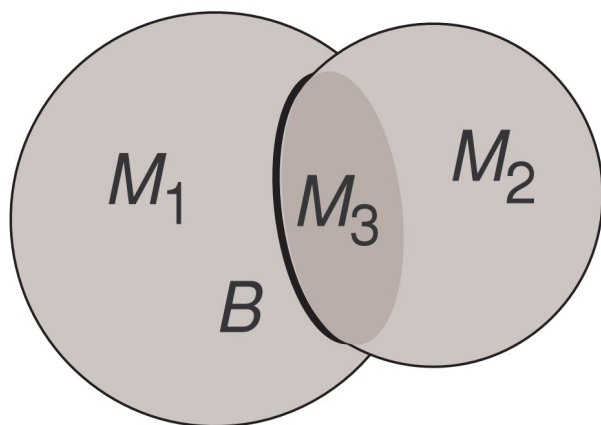


Рис. 6 Замкнутий Всесвіт із з'єднанням між декількома об'ємами простору. Області M_1 , M_2 і M_3 мають спільну границю – брану B .

інфляційного сценарію була вперше висунута Трешен та Бранденбергером, а також відмічена Долговим і Кириловою в 1990 році.

У підрозділі 4.2 описується динаміка однорідного скалярного поля (інфлятона) $\varphi(t)$ у Всесвіті, що розширюється. Розглядається сценарій хаотичної інфляції, оснований на потенціалах інфлятона степеневого виду, і наводяться основні динамічні режими такого поля, включно з його осциляціями після завершення інфляційної стадії.

У підрозділі 4.3 розглядається процес народження частинок на фоні швидких осциляцій інфлятонного поля. Як приклад, вводиться модельний лагранжیان взаємодії $L_{\text{int}} = -f \varphi \bar{\psi} \psi - (\eta \varphi + \xi \varphi^2) \chi^2$ зі спіновим полем ψ та скалярним полем χ , з константами взаємодії f , η і ξ . Після інфляції інфлятонне поле осцилює з ведучою частотою $\omega \simeq \sqrt{\rho}/\varphi_0$, де φ_0 є амплітуда осциляцій, а ρ – густина енергії скалярного поля. Обчислення у першому наближенні за константами зв'язку приводять до виразів для швидкостей народження пар частинок ψ і χ у вигляді

$$\Gamma_{\psi} = \mathcal{O}(1) \frac{f^2}{4\pi} \omega, \quad \Gamma_{\chi} = \frac{\mathcal{O}(1)\eta^2 + \mathcal{O}(1)(\xi\varphi_0)^2}{4\pi\omega}. \quad (16)$$

У підрозділі 4.4 ми відмічаємо, що результати (16), основані на теорії збурень, не враховують явища параметричного резонансу, і будуємо теорію народження бозонних частинок з урахуванням цього ефекту. Перетворюючи амплітуду Фур'є-моди скалярного поля $\chi_k = Y_k/a^{3/2}$, можна отримати рівняння

$$\ddot{Y}_k + [\omega_k^2(t) + g(\omega t)] Y_k = 0 \quad (17)$$

де $\omega_k^2(t) = k^2/a^2 + m_{\chi}^2 - 9H^2/4 - 3\dot{H}/2 + 2\xi\overline{\varphi^2}$ є ефективна частота моди, і $g(\omega t) = 2\eta\varphi + 2\xi(\varphi^2 - \overline{\varphi^2})$ є наближена 2π -періодична функція свого аргументу, яку ми розглядаємо як мале збурення, для чого передбачаємо виконаними умови $2\eta\varphi_0 + \xi\varphi_0^2 \ll \omega_k^2$. (Тут лінія над функцією означає усереднення за період осциляцій поля інфлятона.) Рівняння (17) є подібним до рівняння Матьє і демонструє параметричну нестійкість в певних резонансних зонах. Конкретніше, резонанс в першій зоні має місце для кожної з гармонік функції $g(\omega t)$ для тих частот ω_k , які задовольняють умову

$$\omega_k^2 - \left(\frac{n}{2}\omega\right)^2 \equiv \Delta_n < |g_n|, \quad (18)$$

де g_n – це амплітуда n -ї Фур'є-гармоніки функції $g(\omega t)$. Розв'язуючи рівняння (17) з певними початковими умовами, можна отримати еволюцію чисел заповнення N_k для частинок χ у вигляді

$$N_k \simeq \sinh^2 \int \mu dt, \quad \mu = \frac{1}{n\omega} \sqrt{|g_n|^2 - \Delta_n^2}. \quad (19)$$

Можна показати, що для даного процесу виконуються умови адіабатичності відносно розширення Всесвіту: $\omega_k, \mu \gg H$. Отриманий вираз (19) можна застосовувати для обчислення швидкості народження бозонних частинок χ з урахуванням розширення Всесвіту, яке приводить до тимчасового перебування моди з даним хвильовим вектором k у резонансній зоні. Динаміка даного процесу залежить від форми потенціалу інфлятонного поля.

У підрозділі 4.5 розглядається випадок потенціалу $V(\varphi) = \lambda \varphi^4 / 4$. Він характеризується тим, що частота осциляцій поля інфлятона $\omega \simeq \sqrt{\lambda} \varphi_0 \propto a^{-1}$ еволюціонує з часом приблизно як і частота моди ω_k , і тому параметричний резонанс є дуже ефективним. Але при цьому необхідно врахувати зворотню реакцію на поле інфлятона від народження частинок. Розв'язок даної самоузгодженої задачі приводить до виразу для ефективної швидкості народження частинок скалярного поля χ за рахунок n -ї гармоніки осциляцій інфлятонного поля, з резонансною частотою $\omega_{\text{res}} = n\omega/2$:

$$\Gamma_{\chi}^{(\text{res})} \simeq \frac{\pi |g_n|^2}{\omega_{\text{res}}^3} \ln^{-1} \frac{32 \pi^2 \rho}{\omega_{\text{res}}^4}. \quad (20)$$

Для взаємодії, що розглядається мають значення лише моди з $n = 1, 2$. В обох випадках неважко отримати відношення величин (20) і (16) у вигляді $\Gamma_{\chi}^{(\text{res})} / \Gamma_{\chi} \simeq \mathcal{O}(10-100) (\lambda \ln 1/\lambda)^{-1}$. Зважаючи на малість константи самодії в інфляційній моделі, $\lambda \leq 10^{-12}$, бачимо, що ефект параметричного резонансу є дуже важливим. Максимальне значення, якого досягає густина енергії ρ_{χ} народжених частинок χ в даному сценарії, визначає ефективну температуру розігріву Всесвіту, яка складає величину $T \sim \sqrt{\lambda} \varphi_0 \sim 10^{12}$ ГеВ, тобто, може бути значною.

У підрозділі 4.6 розглядається випадок квадратичного потенціалу $V(\varphi) = m_{\varphi}^2 \varphi^2 / 2$, для якого динаміка народження частинок є дещо іншою. Частота вільних осциляцій інфлятонного поля тут є сталою, $\omega = m_{\varphi}$, і тому моди поля χ перебувають у резонансній зоні лише обмежений час через космологічне червоне зміщення частот $\omega_k \propto a^{-1}$. Умова ефективності народження частинок $\Gamma_{\chi}^{(\text{res})} \geq 4H$ виконується лише за великих амплітуд осциляцій і перестав виконуватись при $\varphi_0 \leq \min \left\{ \left(m_{\varphi}^4 / \xi^2 M_{\text{P}} \right)^{1/3}, m_{\varphi}^4 / \eta^2 M_{\text{P}} \right\}$. Проте це значення амплітуди “загартування” скалярного поля отримано за умов застосування теорії збурень і великих чисел заповнення, які виконуються лише при

$$\left(\frac{m_\varphi}{M_P}\right)^2 \ll \left(\frac{\eta}{m_\varphi}\right)^2 \ll \frac{m_\varphi}{M_P}, \quad \left(\frac{m_\varphi}{M_P}\right)^4 \ll \xi^2 \ll \frac{m_\varphi}{M_P}.$$

У підрозділі 4.7 коротко обговорюється роль взаємодій (тобто нелінійності) поля χ для процесу параметричного народження відповідних частинок. Показано, що процеси розпаду і розсіяння квантів поля χ приводять до зменшення максимальних чисел заповнення і до зменшення ефекту параметричного резонансу.

У підрозділі 4.8 формулюються висновки Розділу 4.

П'ЯТИЙ РОЗДІЛ дисертації присвячено питанням квантової космології. У підрозділі 5.1 наведено короткий огляд принципів проблем квантової гравітації і квантової космології. В квантовій космології це проблема еволюції Всесвіту в часі та проблема інтерпретації хвильової функції Всесвіту. Вони виникають в стандартному підході оскільки хвильова функція, що задовольняє рівняння Уілера–ДеВітта, не залежить від часової змінної і не є нормованою, а доступний для спостережень Всесвіт існує в єдиному екземплярі. Зазначається, що ці проблеми частково вирішуються в теорії народження замкнутого світу з материнського Всесвіту, а також в теорії хвилі-пілота.

У підрозділі 5.2 розвивається теорія народження замкнутого мікросвіту з фізичного вакууму материнського Всесвіту. Відмінність нашого підходу від класичного варіанту народження замкнутого світу “з нічого” полягає в тому, що ми враховуємо прикріплення квантових мікросвітів до материнського світу і, як наслідок, можливість говорити про еволюцію їх квантового стану з часом материнського Всесвіту. Якщо внутрішню метрику мікросвіту описувати в наближенні мінісуперпростору за допомогою функції ходу $N(t)$ і масштабного фактора $a(t)$, тобто $ds^2 = N^2(t)dt^2 - a^2(t)d\Omega$, то умова прикріпленості виражається як $\int_0^1 N(t)dt = T$, де T – час зовнішнього світу. Тоді можна визначити амплітуду переходу між масштабними факторами a_0 і a_1 за час T , яка виражається функціональним інтегралом по шляхам

$$U(T, a_1, a_0) = \int DN Da \exp\left(\frac{iS[N, a]}{\hbar}\right) \delta\left(\int_0^1 N(t)dt - T\right),$$

з дією $S[N, a]$ для мінісуперсвіту з космологічною сталою Λ . Амплітуда задовольняє рівнянню Шрьодінгера $i\hbar\dot{U}(T, a_1, a_0) = \hat{H}U(T, a_1, a_0)$, в якому гамільтоніан породжується класичною дією

$$S[a] = -\frac{3\pi c^4}{4G_N} \int \left(\frac{\dot{a}^2}{c^2} - a + \frac{\Lambda}{3} a^3 \right). \quad (21)$$

Вона відповідає частинці, що рухається у потенціалі, зображеному на Рис. 7.

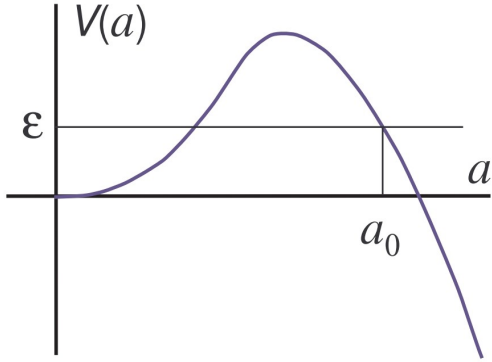


Рис. 7 Потенціал, що відповідає дії (21). Квантовий всесвіт може тунелювати під потенційний бар'єр із стану, локалізованого поблизу $a=0$, в квазикласичний стан в області $a > a_0 \approx \sqrt{3/\Lambda}$.

Задача про народження замкнутого світу при цьому зводиться до знаходження квазістаціонарного стану поблизу $a=0$ і ймовірності його подальшого тунелювання в область $a > a_0 \approx \sqrt{3/\Lambda}$. Такий стан дійсно знаходиться, його енергія, звичайно, приймає значення порядку планківського, а час його життя залежить від значення космологічної сталої і виражається квазікласичною експонентою $t_* = t_p \exp(3\pi/\ell_p^2 \Lambda)$, де t_p і ℓ_p – це, відповідно, планківські час та довжина. В дану епоху маємо $3\pi/\ell_p^2 \Lambda \sim 10^{122}$, і час життя квантового мікросвіту практично безмежний, але в інфляційну епоху значення ефективної космологічної сталої могло бути великим, а час тунелювання мікросвіту, відповідно, малим.

У підрозділі 5.3 нагадуються основні принципи квантової динаміки в теорії хвилі-пілота. У підрозділі 5.4 запропоновано підхід до проблеми появи квантових ймовірностей в цій теорії на основі ергодичної гіпотезі. У підрозділі 5.5 будується квантова геометродинаміка в теорії хвилі-пілота і демонструється її нелокальний характер, тобто неінваріантність відносно зміни розшарування простору-часу. Детальніше, хвильова функція Всесвіту $\Psi[g_{ab}(\mathbf{x}), \Phi(\mathbf{x})]$ розкладається на амплітуду R і фазу S ; остання і визначає закон пілотування для тривимірної геометрії $g_{ab}(t, \mathbf{x})$:

$$\dot{g}_{ab} = 16\pi G_N N G_{abcd} \frac{\delta S}{\delta g_{cd}} + \nabla_a N_b + \nabla_b N_a, \quad (22)$$

і аналогічний закон для матеріальних полів $\Phi(t, \mathbf{x})$. Тут N є функція ходу, а N_a – вектор зсуву, що задаються довільно і що є аналогічними до відповідних величин класичної геометродинаміки, а G_{abcd} – це суперметрика Уілера. Відомо, що класична геометродинаміка є коваріантною відносно довільної заміни просторового розшарування, тобто дві різні форми $\{g_{ab}^{(1,2)}, N_\mu^{(1,2)}\}$ одного і того ж самого чотиривимірного розв'язку рівнянь Ейнштейна задовольняють рівняння класичної геометродинаміки, тобто рівняння (22), в якому S є розв'язком класичного рівняння Гамільтона–Якобі. В квантовій геометродинаміці, в якій S є фазою хвильової функції, що задовільняє дещо інше рівняння, ця коваріантність вже порушується, тобто квантова геометродинаміка, взагалі кажучи, виділяє

однозначне розшарування простору-часу. Цей факт доводиться на прикладі розгляду статичних розв'язків для хвильової функції і означає наявність так званої квантової нелокальності в геометродинаміці хвилі-пілота.

У підрозділі 5.6 формулюються висновки Розділу 5.

ВИСНОВКИ

В дисертації вивчалися гравітаційні і космологічні властивості моделі світу на брані з додатковим виміром простору-часу, а також питання попереднього розігріву Всесвіту після інфляції, теорії народження квазізамкнутого світу і динаміки хвилі-пілота в квантовій космології. Основні результати дисертаційної роботи полягають у наступному:

1. Відкрито низку цікавих властивостей і явищ динаміки Всесвіту, що розширюється, в теорії світу на брані, як за наявності, так і за відсутності симетрії віддзеркалення відносно брани: фантомна властивість ефективної темної енергії, що призводить до надприскореного розширення Всесвіту; темна енергія як перехідне явище; космологічне розширення, що імітує модель Λ CDM, з перенормованими параметрами густини; космологічне розширення з затримкою; можливість космологічних сингулярностей нового типу під час яких густина енергії і тиск речовини на брані залишаються скінченими; відсутність космологічної сингулярності в минулому при часоподібному характері додаткового виміру. Запропоновано модель генерації малої космологічної сталої у світі на брані за порушеної симетрії віддзеркалення об'єму відносно брани за рахунок невеликої різниці між гравітаційними та космологічними сталими по дві сторони від брани.

2. Запропоновано однопараметричне сімейство крайових умов для скалярних збурень темного випромінювання в теорії з індукованою кривиною в дії для брани і визначено динаміку зростання збурень густини темного випромінювання і пиловидної матерії в залежності від параметру, що задає ці крайові умови. Показано, що темне випромінювання відіграє роль рідини, подібної до темної матерії, і що специфічна нестійкість в його динаміці може викликати швидке зростання космологічних збурень пиловидної матерії. Такий характер еволюції космологічних збурень відрізняє модель світу на брані від стандартної космологічної моделі навіть в тому випадку, коли вони практично не відрізняються за темпом космологічного розширення.

3. Як приклад розв'язання проблеми космологічної сталої побудовано статичні розв'язки моделі світу на брані, в яких брана являє собою вакуумний простір Мінковського, без тонкої підгонки констант теорії. Ці розв'язки порушують симетрію віддзеркалення відносно брани і, як наслідок, симетрію п'ятивимірного простору-часу відносно чотиривимірної групи Лоренца. Однак, лоренц-симетрія для негравітаційних взаємодій матерії на брані повністю зберігає силу.

4. В моделі з двома бранами і зі скаляром кривини індукованої метрики в дії для бран, що узагальнює модель Рендел–Сундрама, отримано спектр лінеаризованих гравітаційних збурень статичного вакуумного розв'язку. За деяких

значень констант теорії в системі виникають тахіонні та духові моди масивних гравітонів. Досліджено ефект нестійкості вакууму, зумовлений духовим характером масивних гравітонів.

5. В деяких варіантах теорії брана являє собою спільну границю для декількох просторів об'єму. Така ситуація існує в теорії струн і може в принципі виникати в результаті народження всесвіту з фізичного вакууму. З огляду на це в дисертації побудовано теорію лінійних полів різних спінів в просторі з браною, що являє собою спільну границю для декількох об'ємів. Визначено закони проходження і відбиття хвиль і функції Гріна на многовидах з топологією даного типу. Зокрема, встановлено явище дробових зарядів-зображень, що утворюються в присутності справжніх зарядів в такому просторі.

6. Побудовано теорію народження бозонних частинок після космологічної інфляції з урахуванням явища параметричного резонансу в присутності швидкоосцилюючого нелінійного поля інфлятона і обчислено ефективні температури розігріву Всесвіту за різних типів взаємодії інфлятона з іншими полями. В теорії з потенціалом інфлятонного поля четвертого степеня параметричний резонанс є дуже ефективним і приводить до підвищення інтенсивності народження бозонних частинок на багато порядків величини. В теорії з квадратичним потенціалом параметричний резонанс також відіграє важливу роль, але в цьому випадку поле інфлятона виморожується за деякого значення амплітуди осциляцій.

7. Розвинуто теорію квантового народження квазізамкнутого дочірнього всесвіту з вакууму материнського світу. При врахуванні прикріпленості квазізамкнутого мікросвіту до материнського Всесвіту отримано нестационарне рівняння Шрьодінгера, і задача про народження дочірнього всесвіту стає подібною до задачі тунелювання із квазидискретного рівня енергії. Для вирішення проблем, що виникають при застосуванні принципів квантової теорії до Всесвіту в цілому, застосовано теорію хвилі-пілота, яку в дисертації поширено на гравітаційно-польову систему. Показано, що квантова динаміка теорії має властивість нелокальності, тобто, на відміну від класичної динаміки, не є інваріантною відносно зміни просторового розшарування простору-часу. Також запропоновано пояснення квантових ймовірностей в теорії хвилі-палота на основі ергодичної теорії.

8. Рівняння космічної енергії (Лайзера–Ірвіна) узагальнено на випадок довільного потенціалу гравітаційної взаємодії між частинками (темної) матерії. Це узагальнення принципово дозволяє проводити перевірку відхилення законів гравітації від ньютонівської на космологічних просторових масштабах.

9. Для перевірки відхилення закону тяжіння від ньютонівського на малих просторових масштабах, що має місце в деяких варіантах теорії світу на брані, а також в теоріях модифікованої гравітації, запропоновано космічний експеримент “Штучна планетарна система в космосі” (Artificial Planetary System In Space — APSIS). Показано, що зміщення периапсису системи двох малих тіл, що

рухаються навколо одне одного в космічному просторі, є принципово достатнім для перевірки поправок до закону гравітації степеневого виду з параметром довжини порядку декількох мікронів.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Shtanov Yu. V. On brane-world cosmology / Yu. V. Shtanov // Cornell University Library. – Режим доступа: arxiv.org/pdf/hep-th/0005193. – Дата доступа: 24.05.2000. – Cornell University Library.
2. Shtanov Yu. V. Closed system of equations on a brane / Yu. V. Shtanov // Phys. Lett. B. – 2002. – Vol. 541, no. 1–2. – Pp. 177–182.
3. Sahni V. Braneworld models of dark energy / V. Sahni, Yu. Shtanov // J. Cosmol. Astropart. Phys. – 2003. – Vol. 0311. – P. 014.
4. Shtanov Yu. Braneworld models of dark energy / Yu. Shtanov, V. Sahni // On the Nature of Dark Energy. Proceedings of the 18th IAP Astrophysics Colloquium / Ed. by P. Brax, J. Martin, J.-P. Uzan. – Frontier Group, Paris, 2002. – Pp. 243–246.
5. Iakubovskiy D. Braneworld cosmological solutions and their stability / D. Iakubovskiy, Yu. Shtanov // Class. Quantum Grav. – 2005. – Vol. 22, no. 12. – Pp. 2415–2432.
6. Shtanov Yu. V. Flat vacuum branes without fine tuning / Yu. V. Shtanov // Phys. Lett. B. – 2002. – Vol. 543, no. 1–2. – Pp. 121–126.
7. Sahni V. New vistas in braneworld cosmology / V. Sahni, Yu. Shtanov // Int. J. Mod. Phys. D. – 2002. – Vol. 11, no. 10. – Pp. 1515–1521.
8. Sahni V. Cosmic mimicry: is LCDM a braneworld in disguise? / V. Sahni, Yu. Shtanov, A. Viznyuk // J. Cosmol. Astropart. Phys. – 2005. – Vol. 0512. – P. 005.
9. Viznyuk A. Spherically symmetric problem on the brane and galactic rotation curves / A. Viznyuk, Yu. Shtanov // Phys. Rev. D. – 2007. – Vol. 76, no. 6. – P. 064009.
10. Sahni V. Did the universe loiter at high redshifts? / V. Sahni, Yu. Shtanov // Phys. Rev. D. – 2005. – Vol. 71, no. 8. – P. 084018.
11. Shtanov Yu. New cosmological singularities in braneworld models / Yu. Shtanov, V. Sahni // Class. Quantum Grav. – 2002. – Vol. 19, no. 11. – Pp. L101–L107.
12. Maeda H. Braneworld dynamics in Einstein–Gauss–Bonnet gravity / H. Maeda, V. Sahni, Yu. Shtanov // Phys. Rev. D. – 2007. – Vol. 76, no. 10. – P. 104028.
13. Tretyakov P. Quantum effects, soft singularities and the fate of the universe in a braneworld cosmology / P. Tretyakov, A. Toporensky, Yu. Shtanov, V. Sahni // Class. Quantum Grav. – 2006. – Vol. 23, no. 10. – Pp. 3259–3274.
14. Shtanov Yu. Asymmetric embedding in brane cosmology / Yu. Shtanov, A. Viznyuk, L. N. Granda // Mod. Phys. Lett. A. – 2008. – Vol. 23, no. 12. – Pp. 869–878.
15. Shtanov Yu. Induced cosmological constant and other features of asymmetric brane embedding / Yu. Shtanov, V. Sahni, A. Shafieloo, A. Toporensky // J. Cosmol. Astropart. Phys. – 2009. – Vol. 0904. – P. 023.

16. Shtanov Yu. Bouncing braneworlds / Yu. Shtanov, V. Sahni // *Phys. Lett. B.* – 2003. – Vol. 557, no. 1–2. – Pp. 1–6.
17. Shtanov Yu. Linearized gravity on the Randall–Sundrum two-brane background with curvature terms in the action for the branes / Yu. Shtanov, A. Viznyuk // *Class. Quantum Grav.* – 2005. – Vol. 22, no. 6. – Pp. 987–1006.
18. Shtanov Yu. Mirror branes / Yu. Shtanov, A. Viznyuk // *Mod. Phys. Lett. A.* – 2005. – Vol. 20, no. 30. – Pp. 2283–2294.
19. Shtanov Yu. Gravitational instability on the brane: the role of boundary conditions / Yu. Shtanov, A. Viznyuk, V. Sahni // *Class. Quantum Grav.* – 2007. – Vol. 24, no. 24. – Pp. 6159–6190.
20. Sahni V. Cosmic acceleration and extra dimensions / V. Sahni, Yu. Shtanov // *The Problems of Modern Cosmology* / Ed. by P. M. Lavrov. – Tomsk State Pedagogical University Press, Tomsk, 2009. – Pp. 295–302.
21. Shtanov Yu. Generalizing the cosmic energy equation / Yu. Shtanov, V. Sahni // *Phys. Rev. D.* – 2010. – Vol. 82, no. 10. – P. 101503(R).
22. Shtanov Yu. V. Generalizing the cosmic energy equation / Yu. V. Shtanov // *International Conference “Astroparticle Physics, Gravitation and Cosmology”*. Programme & Abstracts / Bogolyubov Institute for Theoretical Physics, Kyiv, 2011. – P. 39.
23. Sahni V. APSIS: an Artificial Planetary System in Space to probe extra-dimensional gravity and MOND / V. Sahni, Yu. Shtanov // *Int. J. Mod. Phys. D.* – 2008. – Vol. 17, no. 3–4. – Pp. 453–466.
24. Fomin P. I. Towards field theory in spaces with multivolume junctions / P. I. Fomin, Yu. V. Shtanov // *Class. Quantum Grav.* – 2002. – Vol. 19, no. 12. – Pp. 3139–3152.
25. Штанов Ю. В. Динамика скалярного поля и разогрев Вселенной в сценарии хаотического раздувания / Ю. В. Штанов // *Укр. Фіз. Журн.* – 1993. – Т. 38, № 9. – Сс. 1425–1433.
26. Shtanov Y. Universe reheating after inflation / Y. Shtanov, J. Traschen, R. Brandenberger // *Phys. Rev. D.* – 1995. – Vol. 51, no. 10. – Pp. 5438–5455.
27. Фомин П. И. Квазизамкнутые миры и квантовое рождение вселенной / П. И. Фомин, Ю. В. Штанов, О. В. Барабаш // *Доповіді НАН України.* – 2000. – № 10. – Сс. 80–86.
28. Фомин П. И. О механизме квантового рождения замкнутой вселенной / П. И. Фомин, Ю. В. Штанов, О. В. Барабаш // *Кин. Физ. Неб. Тел.* – 2009. – Т. 25, № 1. – Сс. 3–19.
29. Shtanov Yu. V. Pilot wave quantum cosmology / Yu. V. Shtanov // *Phys. Rev. D.* – 1996. – Vol. 54, no. 2. – Pp. 2564–2570.
30. Shtanov Yu. V. Origin of quantum randomness in the pilot wave quantum mechanics / Yu. V. Shtanov // *Cornell University Library.* – Режим доступа: arxiv.org/pdf/quant-ph/9705024. – Дата доступа: 14.05.1997. – Cornell University Library.

АНОТАЦІЯ

Штанов Ю. В. Модель світу на брані та еволюція Всесвіту. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 – теоретична фізика. – Інститут теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова НАН України, Київ, 2012.

У дисертації вивчаються гравітаційні і космологічні властивості моделі світу на брані з додатковим виміром простору-часу і з індукованою кривиною в дії для брани, процес попереднього розігріву Всесвіту після інфляції і питання про квантове народження та квантову еволюцію Всесвіту. Встановлено, що космологічна еволюція в моделі світу на брані має низку властивостей, що якісно відрізняють її від стандартної космологічної моделі. Показано, що в процесі народження бозонних частинок після інфляції велике значення має ефект параметричного резонансу в присутності швидкоосцилюючого поля інфлятона. Побудовано нестационарну теорію народження дочірнього всесвіту з фізичного вакууму. Квантову динаміку хвилі-пілота узагальнено на гравітаційно-польову систему, якою є Всесвіт, і показано її нелокальність.

Ключові слова: модель світу на брані, темна матерія, темна енергія, інфляційна космологія, попередній розігрів, параметричний резонанс, квантова космологія.

АННОТАЦИЯ

Штанов Ю. В. Модель мира на бране и эволюция Вселенной. – На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика. – Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова НАН Украины, Киев, 2012.

В диссертации изучаются гравитационные и космологические свойства модели мира на бране с дополнительным измерением пространства-времени и с индуцированной кривизной в действии для браны, процесс предварительного разогрева Вселенной после инфляции и вопросы о квантовом рождении и квантовой эволюции Вселенной. Установлено, что космологическая эволюция в модели мира на бране имеет ряд свойств, качественно отличающих ее от стандартной космологической модели. Показано, что в процессе рождения бозонных частиц после инфляции большое значение имеет эффект параметрического резонанса в присутствии быстроосциллирующего поля инфлятона. Построена нестационарная теория рождения дочерней вселенной из физического вакуума. Квантовая динамика волны-пилота обобщена на гравитационно-польовую систему, каковой является Вселенная, и показана ее нелокальность.

Ключевые слова: модель мира на бране, темная материя, темная энергия, инфляционная космология, предварительный разогрев, параметрический резонанс, квантовая космология.

ABSTRACT

Shtanov Yu. V. Braneworld model and evolution of the universe. – Manuscript.

Thesis for the degree of Doctor of Physics and Mathematics by speciality 01.04.02 – theoretical physics. – Bogolyubov Institute for Theoretical Physics, Kiev, 2012.

This habilitation thesis is devoted to the study of gravitational and cosmological properties of the braneworld model with an extra space-time dimension and with induced curvature in the action for the brane. It also investigates the process of the universe preheating after inflation and the issues of the quantum birth and quantum evolution of the universe.

In the braneworld theory, both in the presence and in the absence of the symmetry of reflection of the bulk space with respect to the brane, depending on the values of the fundamental constants of the model, a number of interesting properties is discovered that make this class of models different from the standard cosmological model based on general relativity with cosmological constant. Among these properties are the phantom behaviour of dark energy leading to superacceleration of the cosmological expansion, dark energy as a transient phenomenon, cosmological expansion imitating the standard model with cosmological constant and with a renormalized matter-density parameter, loitering universe, a new type of cosmological singularity that occurs during expansion while the matter density and pressure remain finite, the absence of past cosmological singularity in the case of timelike extra dimension.

A one-parameter family of boundary conditions on the brane is proposed for the perturbations of dark radiation, and the dynamics of scalar perturbations of matter and dark radiation on the brane is investigated. It is demonstrated that dark radiation plays the role of a fluid similar to dark matter and that a specific instability in its dynamics at certain valued of the parameter specifying the boundary conditions can lead to a rapid growth of perturbations in matter. Such a character of evolution of cosmological perturbations distinguishes the braneworld model from the standard cosmological model even in the case where they lead to practically identical rate of cosmological expansion.

As an example of solving the problem of cosmological constant, we have constructed static solutions of the braneworld model in which the brane represents a vacuum flat space without fine tuning the constants of the theory. These solutions break the symmetry of reflection with respect to the brane and, as a consequence, also the four-dimensional Lorentz symmetry of the bulk space-time. However, the Lorentz symmetry of non-gravitational interaction of matter on the brane remains unbroken. We also proposed a model of generating a small cosmological constant in a braneworld in the absence of the symmetry of reflection of the bulk space with respect to the brane owing to a small difference between the gravitational and cosmological constants on the two sides of the brane.

In some cases of the theory, e.g., in the string theory or in the theory of quantum creation of a universe, the brane becomes a boundary of more than two volume spaces. With this regard, we have developed a theory of linear fields of different spin on such a

space. We have established the laws of transmission and reflection of waves and the properties of Green functions on the simplest manifolds with this topology. In particular, we have discovered the phenomenon of fractional image charges arising in the presence of real charges in such a space.

A theory of creation of bosonic particles after cosmological inflation is constructed with the effect of parametric resonance taken into account in the narrow-resonance approximation. In the theory with quartic inflaton potential, parametric resonance is very efficient, leading to an increase in the preheating efficiency by many orders of magnitude. In the theory with quadratic inflaton potential, it also plays an important role; in this case, the inflaton scalar field decouples at some level of its oscillation amplitude.

A theory of quantum creation of a quasi-closed baby universe from the vacuum of the mother universe is developed. By taking into account the attachment of the quasi-closed microworld to the mother world, we obtain a non-stationary Schrödinger equation which makes the problem of baby-universe creation similar to the problem of tunneling from a quasi-discrete energy level. To approach the problems arising in the application of the principles of quantum theory to the universe as a whole, we apply the pilot-wave theory which we extend to a field-gravitational system. We have shown that the corresponding quantum dynamics has the property of non-locality, i.e., unlike the classical dynamics, distinguishes a single space-time foliation. We have also proposed an explanation of the origin of quantum probabilities in the pilot-wave theory due to the ergodic property of the quantum dynamics.

The cosmic energy equation due to Layzer and Irvine is generalized to the case of arbitrary potential of gravitational interaction between (dark) matter particles. This, in principle, allows one to test the departure of the laws of gravitation from the Newtonian form at large cosmological spatial scales. To test the modified-gravity theories at small spatial scales, we proposed a cosmic experiment “Artificial Planetary System In Space” – APSIS. We have shown that the periapsis shift in a system of two small bodies orbiting each other in space is sufficient to test power-law corrections to the gravity law with distance scale of the order of several micrometers.

Keywords: braneworld model, dark matter, dark energy, inflationary cosmology, preheating, parametric resonance, quantum cosmology.

Штанов Юрій Володимирович

Модель світу на брані та еволюція Всесвіту

(Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня доктора
фізико-математичних наук)

Зам. – 12 Формат 60 x 84/16 Обл.-вид. арк. – 1.86

Підписано до друку 12.04.2012 р. Тираж 100 прим.

Поліграфічна дільниця ІТФ ім. М.М. Боголюбова НАН України,
03680, м. Київ, вул. Метрологічна, 14-б