

**Національна академія наук України
Інститут теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова**

Слободенюк Артур Олексійович

УДК 537.633.9, 537.9

**Графен та нерелятивістський двовимірний електронний газ
у неоднорідному магнітному полі**

Спеціальність 01.04.02 – теоретична фізика

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ – 2011

Дисертацією є рукопис

Робота виконана в Інституті теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України.

Науковий керівник:

академік НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор

Локтєв Вадим Михайлович,

Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України, завідувач відділу нелінійної фізики конденсованого стану

Офіційні опоненти:

доктор фізико-математичних наук, **Ситенко Юрій Олексійович,**

Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України, завідувач відділу теорії ядра і квантової теорії поля

доктор фізико-математичних наук, **Швайка Андрій Михайлович,**

Інститут фізики конденсованих систем НАН України, провідний науковий співробітник відділу квантової статистики

Захист відбудеться « 1 » березня 2012 р. об 11 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.191.01 Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова Національної Академії Наук України за адресою: вул. Метрологічна 14-б, м. Київ, 03680, Україна.

З дисертацією можна ознайомитись у науковій бібліотеці Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова Національної Академії Наук України за адресою: вул. Метрологічна 14-б, м. Київ, 03680, Україна.

Автореферат розісланий « 12 » січня 2012 р.

Вчений секретар

спеціалізованої вченої ради Д 26.191.01,

доктор фіз.-мат. наук

В. Є. Кузьмичев

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми

Графен – моношаровий вуглецевий кристал з гексагональною будовою ґратки. Своїми унікальними електронними і оптичними властивостями цей матеріал зобов'язаний специфічній зонній структурі, де залежність енергії носіїв заряду від квазіімпульсу має форму конусів, вершини яких торкаються один одного у так званих діраківських точках. Лінійний закон дисперсії поблизу цих точок дозволяє описати динаміку електронних збуджень в термінах рівняння Дірака. Таке представлення виявляється надзвичайно зручним, оскільки у цьому випадку електронні властивості графену мають глибокі аналогії з фізикою елементарних частинок і квантовою теорією поля. Так, рух електронів в полі космічних струн – об'єктів, які могли виникнути на початкових етапах еволюції Всесвіту, має багато спільного з динамікою квазічастинкових збуджень графену за наявності дефектів ґратки (дисклінацій). Вплив дисклінацій можна описати, вводячи в рівняння Дірака додаткове калібрувальне поле (поверхня графену у цьому випадку приймає кінчну або більш складну форми). Виявляється, що електронна структура деформованого графену також може бути описана в термінах того ж рівняння Дірака з додатковим калібрувальним полем. Проте, якщо ефективне поле дисклінацій виникає за рахунок геометричних особливостей поверхні графену, то у цьому випадку воно є наслідком змін відстаней між атомами вуглецю в кристалі та взаємного розташування їх електронних орбіталей. Описані об'єкти мають схожу структуру – характерний розподіл індукованого неоднорідного “псевдомагнітного” поля (яке відповідає ефективним калібрувальним потенціалам в графені) співпадає з областями деформації двовимірного кристалу. Вони активно вивчаються як теоретично, так і експериментально. Водночас, близьке питання щодо визначення електронних властивостей графену в присутності неоднорідно розподіленого магнітного поля залишається відкритим. Найбільш простим та нетривіальним прикладом такого поля є поле нескінченно-тонкого соленоїда, векторний потенціал якого відомий як потенціал Ааронова-Бома (ПАБ). На практиці схожа польова конфігурація в графені може бути отримана розміщенням над ним надпровідника II-роду. Зважаючи на сучасний стан технології отримання графенових зразків, створення таких об'єктів не повинно містити суттєвих труднощів. Зокрема, аналогічні системи, що містять двовимірний електронний газ (2DEG), з вирощеною на напівпровідниковій гетероструктурі (GaAs/AlGaAs) надпровідною плівкою, були створені близько 20 років тому і вивчались у контексті магнетотранспорту. Проте відсутність аналітичних розрахунків (наприклад, локальної густини електронних станів) для цих систем, свідчить про не зовсім достатній рівень розуміння поведінки 2DEG у присутності магнітного вихору. Наявність невирішених питань стосовно електронних властивостей графену та нерелятивістського 2DEG (таких, як координатно-енергетична залежність локальної і повної густин (ЛГС і ГС, відповідно) електронних станів) в польових конфігураціях, що містять потенціал Ааронова-Бома, визначає актуальність задач, розглянутих у даній роботі.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами

Результати, що увійшли в дисертаційну роботу, були отримані в рамках планової наукової тематики відділу нелінійної фізики конденсованого стану

Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України (тема “Нелінійні механізми передачі енергії, заряду та інформації в наноструктурах та біомолекулах” 2007-2011 рр., шифр 1.4.7.2, № д.р. в УкрІНТЕІ РК 0106U007886).

Метою і задачею дослідження є встановлення електронних властивостей ферміонних систем: графену та двовимірного електронного газу в напівпровідникових гетероструктурах. Для її досягнення було поставлено наступні задачі:

1. Отримання спектру та власних хвильових функцій електронних збуджень двовимірних систем у польових конфігураціях за наявності потенціалу Ааронова-Бома та знаходження на їх основі інтегрального представлення функції Гріна;
2. Обчислення координатно-залежної електронної функції Гріна графену у потенціалі Ааронова-Бома;
3. Отримання виразів для локальної та повної густини станів електронних збуджень двовимірних систем в польових конфігураціях за наявності потенціалу Ааронова-Бома;
4. З'ясування можливості експериментально розрізнити безмасові та масивні носії заряду, виходячи з координатно-енергетичних особливостей їх густин станів.

Об'єктами дослідження є квазічастинкові електронні збудження в графені та напівпровідникових гетероструктурах.

Предметом дослідження є локальна і повна густини станів, функція Гріна двовимірних електронних систем у зовнішньому магнітному полі .

В роботі було застосовано наступні **методи дослідження**: метод функцій Гріна, для обчислення густини станів двовимірних систем, методи теорії функцій комплексної змінної, методи математичної фізики та спеціальних функцій.

Наукова новизна одержаних результатів.

В дисертаційній роботі вперше:

1. Отримано аналітичний вираз для повної та локальної густини станів двовимірних ферміонів в польових конфігураціях за наявності потенціалу Ааронова-Бома;
2. Знайдено точний вигляд координатно-залежної функції Гріна графену в потенціалі Ааронова-Бома;
3. Розраховано величину та координатну залежність локальної густини станів поблизу магнітного вихору, яка залежить від спектру квазічастинок;
4. Отримано явний вигляд аарон-бомівських осциляцій локальних густин станів двовимірних електронних газів;
5. Визначено характер додаткових “вихрових” піків густини станів, які були виявлені за наявності суперпозиції потенціалів Ааронова-Бома та

постійного магнітного поля.

Практичне значення одержаних результатів

Робота має теоретичний характер. Отримані результати є внеском у теоретичний опис графену та напівпровідникових структур, що містять двовимірний електронний газ. Результати дисертаційної роботи можуть бути використані при дослідженні електронних властивостей графену та нерелятивістського 2DEG у вектор-потенціалах абрикосовської ґратки чи магнітних домішок.

Особистий внесок здобувача

Результати, що виносяться на захист, отримані автором самостійно. У роботах, опублікованих у співавторстві, до дисертації включені лише ті результати, що належать автору. Це стосується, зокрема, формулювання задач та виконання аналітичних та чисельних розрахунків.

У роботі [1] дисертантом отримано аналітичний вираз для локальних і повних густин станів електронних збуджень двовимірних систем у полі одиничного вихору Ааронова-Бома.

У роботі [2] здобувачем отримано та проаналізовано вираз для координатно-залежної функції Гріна графену у потенціалі Ааронова-Бома.

У роботі [3] дисертантом розв'язана спектральна задача для гамільтоніану Дірака, який описує електрони графену в суперпозиції постійного магнітного поля і поля Ааронова-Бома.

У роботах [4,5] здобувачем було отримано вираз для локальних і повних густин станів двовимірних електронних систем, що знаходяться в постійному магнітному полі та полі Ааронова-Бома.

Апробація роботи

Матеріали дисертації пройшли апробацію на семінарах відділу нелінійної фізики конденсованого стану ІТФ НАН України (Київ, 2009-2011), доповідалися на всеукраїнських конференціях: “10-та Всеукраїнська школа семінар і Конкурс молодих вчених зі статистичної фізики та конденсованої речовини” (Львів, Україна, 3-4 червня 2010 р.); “Сучасні проблеми теоретичної фізики” (Київ, 23-27 грудня 2010 р.); “11-та Всеукраїнська школа-семінар та Конкурс молодих вчених зі статистичної фізики та теорії конденсованої речовини” (Львів, 1-3 червня 2011 р.), та на міжнародних конференціях: “Quantum theory from small to large scales” (Les Houches, France, August 2-27, 2010); “The 2nd International Conference for Young Scientists, Low temperature physics” (Kharkiv, Ukraine, 6-10 June 2011). Основні результати дослідження обговорювалися на “Давидовських читаннях” (Київ, Україна, 28-29 грудня 2010 р.)

Публікації

За матеріалами дисертації опубліковано 9 робіт, 5 із них складають статті в наукових журналах [1,2,3,4,5], а 4 роботи були опубліковані як тези конференцій [6,7,8, 9].

Структура дисертаційної роботи

Дисертаційна робота складається зі вступу, 4 розділів, висновків, списку використаних джерел, що містить 109 найменувань. Робота написана на 121 сторінках машинописного тексту, містить 9 рисунків.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ

У вступі обґрунтована актуальність обраної теми, сформульовані мета та задачі дослідження, показана наукова та практична цінність отриманих результатів і коротко викладено зміст розділів дисертації.

У першому розділі вказані історичні передумови, наслідком яких стало розуміння важливості дослідження квантової динаміки ферміонів у неоднорідних магнітних полях. Описано ряд ефектів пов'язаних з рухом електронних збуджень двовимірних систем в потенціалі Ааронова-Бома та теоретичні методи, які використовуються при дослідженні відповідних задач. Показана принципова можливість реалізації електронних систем із сингулярним магнітним вектор-потенціалом на основі графену, систем з двовимірним електронним газом та напівпровідників II-роду. Описано можливий спосіб експериментального дослідження квазічастинок двовимірних електронних систем на основі скануючої тунельної мікроскопії(СТМ).

У другому розділі проводиться порівняльне дослідження властивостей двовимірного електронного газу (2DEG) в магнітному полі нескінченно-тонкого соленоїда (або магнітного вихора) для випадків релятивістського (графен) і квадратичного закону дисперсії (напівпровідникові гетероструктури). Проблема неоднозначності власних функцій гамільтоніанів Дірака та Шрьодінгера, у випадку нульового орбітального моменту, вирішується розглядом трубки потоку (характерна область простору, що містить магнітне поле) скінченного радіуса. Після відбору розв'язків, радіус трубки спрямовується до нуля. Отримані в такий спосіб координатно-залежні власні хвильові функції $\Psi_n(n; \vec{r})$ характеризуються набором n квантових чисел та величиною потоку магнітного поля $\Phi = \eta\Phi_0$, що містить потенціал Ааронова-Бома ($\Phi_0 = 2\pi\hbar c/e$ – квант магнітного потоку, \hbar – постійна Планка, c – швидкість світла, e – абсолютне значення заряду електрона, \vec{r} – двовимірний радіус-вектор, початок якого знаходиться в центрі симетрії магнітного вихору). Фізичні характеристики електронних систем залежать лише від дробового значення величини η , тому без втрати загальності розглядається ситуація $\eta \in [0,1)$. Зокрема вихор Абрикосова містить половину кванту магнітного потоку, тобто для нього матимемо $\eta = 1/2$. У випадку рівняння Шрьодінгера для квазічастинки з масою M та енергією E набір n характеризується хвильовим числом $q = \sqrt{2ME}/\hbar$ та орбітальним моментом $m \in Z$. Для рівняння Дірака, що

описує квазічастинкові збудження з ефективною масою Δ , швидкістю Фермі v_F та енергією E , набір n крім квазіімпульсу $q = \sqrt{E^2 - \Delta^2} / \hbar v_F$ та орбітального моменту $m \in Z$ характеризується, ще додатковими індексами σ, ξ . Змінна σ приймає два значення ($\sigma = A, B$) і вказує на якій з трикутних підґраток A чи B в кристалі графену розповсюджується електронне збурення. Індекс ξ також приймає два значення ($\xi = \pm 1$) і вказує поблизу якої з точок Дірака в просторі імпульсів знаходиться квазічастинка.

Функції Гріна (ФГ) відповідних електронних систем записуються наступним чином (під знаком суми слід розуміти сумування, для дискретних параметрів та інтегрування, для неперервних параметрів в наборі n , E_n – власне значення енергії, що відповідає розв'язку $\Psi_\eta(n; \vec{r})$, E – енергія системи)

$$G_\eta(\vec{r}, \vec{r}', E + i0) = \sum_n \frac{\Psi_\eta(n; \vec{r}) \Psi_\eta^\dagger(n; \vec{r}')}{E - E_n + i0}. \quad (1)$$

На основі цих ФГ розраховуються локальна (ЛГС) і повна густини станів (ГС)

$$N_\eta(\vec{r}, E) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} G_\eta(\vec{r}, \vec{r}, E + i0), \quad N_\eta(E) = \int d^2 \vec{r} N_\eta(\vec{r}, E). \quad (2)$$

Оскільки густини електронних станів $N_0(\vec{r}, E)$, $N_0(E)$ за відсутності вихора ($\eta = 0$) відомі, задача зводиться до пошуку різниць

$$\Delta N_\eta(\vec{r}, E) = N_\eta(\vec{r}, E) - N_0(\vec{r}, E), \quad \Delta N_\eta(E) = N_\eta(E) - N_0(E). \quad (3)$$

У випадку рівняння Шрödінгера ЛГС вільних квазічастинок є координатно-незалежною і має значення $N_0^s = M / 2\pi\hbar^2$. Подальші відповіді зручно нормувати на відповідну величину. Тоді збурення магнітним вихором ЛГС нерелятивістського двовимірного електронного газу має вигляд

$$\Delta N_\eta^s(\vec{r}, E) = N_0^s \{ \sin^2 \pi\eta [F(\eta, qr) + F(1-\eta, qr)] - 1 \}, \quad (4)$$

де $r = |\vec{r}|$, а $F(\eta, qr)$ виражається через гіпергеометричну функцію типу (2,3) та гамма функцію $\Gamma(x)$.

$$F(\eta, qr) = \frac{(qr)^{2-2\eta} \Gamma^2(\eta-1)}{4^{1-\eta} \pi^2} {}_2F_3(1-\eta, 3/2-\eta; 2-2\eta, 2-\eta, 2-\eta; -(qr)^2). \quad (5)$$

При великих значеннях qr , асимптотичний вираз для збурення локальної густини станів має вигляд

$$\Delta N_\eta^s(\vec{r}, E) \approx -N_0^s \frac{\sin \pi\eta \cos 2qr}{\pi qr}. \quad (6)$$

У фізично важливому випадку вихору Абрикосова ($\eta = 1/2$) вираз для різниці локальної густини станів спрощується

$$\Delta N_{1/2}^s(\vec{r}, E) = N_0^s \left[\frac{2}{\pi} \text{Si}(2qr) - 1 \right], \quad (7)$$

де $\text{Si}(x)$ – інтегральний синус. Асимптотика формули (7) для великих значень qr співпадає з (6), при $\eta = 1/2$; а відповідна асимптотика при малих значеннях qr є

$$\Delta N_\eta^s(\vec{r}, E) \approx N_0^s [4qr/\pi - 1]. \quad (8)$$

Інтегруючи різницю ЛГС $\Delta N_\eta^S(\vec{r}, E)$ по площині отримуємо різницю повної густини станів $\Delta N_\eta^S(E)$. Вона має наступний простий вигляд

$$\Delta N_\eta^S(E) = \frac{1}{2} \eta(1-\eta) \delta(E). \quad (9)$$

Рис 1 моделює ситуацію, коли голка скануючого тунельного мікроскопу розташована на деякій фіксованій відстані від центра вихору і змінна напруга в ній дає змогу дослідити енергетичну залежність ЛГС. Наявність скінченої густини носіїв заряду в 2DEG відповідає скінченному значенню енергії Фермі μ . Оскільки вимірювання густини станів проводиться біля енергії Фермі, введемо параметр енергії таким чином, щоб величині ЛГС при нульовому значенні $\varepsilon = 0$, відповідала ЛГС при $E = \mu$.

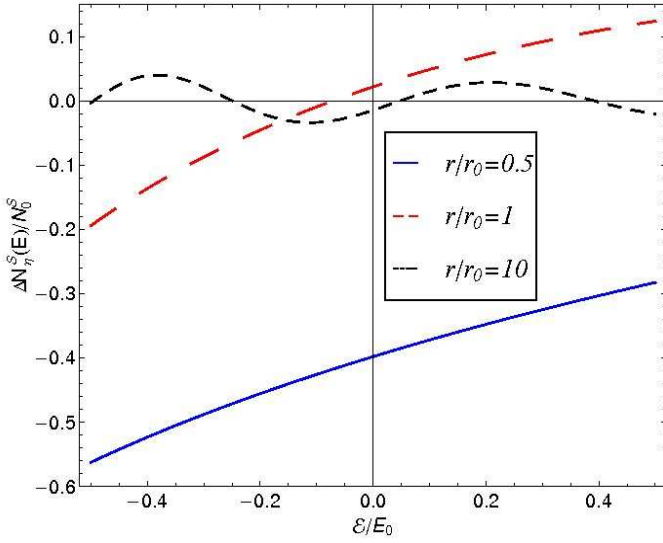


Рис.1 Нормована різниця ЛГС $\Delta N_\eta^S(\vec{r}, E = \varepsilon + \mu) / N_0^S$ як функція енергії E для трьох значень $r/r_0 = 0.5, 1, 10$. Значення r_0 вибрано порядку відстані між атомами речовини, тоді характерний масштаб енергії $E_0 = \hbar^2 / 2Mr_0^2$ - порядку ширини зони. Графік побудовано для величини хімічного потенціалу $\mu = E_0$.

Сучасні методи СТМ дозволяють виміряти ЛГС асоційовану з A і B підгратками окремо. Аналітичний вираз для різниці ЛГС у цьому випадку має наступний вигляд

$$\Delta N_\eta^{D(A,B)}(\vec{r}, E) = N_0^D(E) \left(1 \pm \frac{\Delta}{E}\right) \theta\left(\frac{E^2}{\Delta^2} - 1\right) \left\{ \frac{\sin^2 \pi \eta}{2} [Y_\eta^2(qr) - J_\eta^2(qr)] - \frac{\sin 2\pi \eta}{2} J_\eta(qr) Y_\eta(qr) \right. \\ \left. + \sin^2 \pi \eta [F(\eta, qr) + F(1-\eta, qr)] - 1 \right\}, \quad (10)$$

де $N_0^D(E) = |E| / 2\pi \hbar^2 v_F^2$ - ЛГС вільних безмасових діраківських квазічастинок, нормованих на підграткову степінь вільності, $J_\eta(x), Y_\eta(x)$ - функції Бесселя та Неймана порядку η , а верхній (нижній) знак відповідає $A(B)$ підгратці. За великих значень qr формула (11) має асимптотичну форму

$$\Delta N_\eta^{D(A,B)}(\vec{r}, E) \approx -N_0^D(E) \left(1 \pm \frac{\Delta}{E}\right) \theta\left(\frac{E^2}{\Delta^2} - 1\right) \frac{\eta \sin \pi \eta \sin 2qr}{\pi (qr)^2}. \quad (11)$$

У фізично важливому випадку абрикосовського вихору вираз (11) спрощується

$$\Delta N_\eta^{D(A,B)}(\vec{r}, E) = N_0^D(E) \left(1 \pm \frac{\Delta}{E}\right) \theta\left(\frac{E^2}{\Delta^2} - 1\right) \left[\frac{2}{\pi} \text{Si}(2qr) - 1 + \frac{\cos 2qr}{\pi qr} \right] \quad (12)$$

Різниця повних густин станів для A та B підграток записується у вигляді

$$\Delta N_\eta^{D(A,B)}(E) = \eta^2 \delta(E \mp \Delta) \quad (13)$$

На Рис. 2 розглядається ситуація близька до Рис.1. Вводиться шкала довжини r_0 – порядку відстані між атомами в графені та відповідна шкала енергій $E_0 = \hbar v_F / r_0$. Графік на Рис.2 побудований при фіксованій відстані та ненульовому значенні щілини Δ . Суцільна та штрихована лінії зображають різницю ЛГС для двох підґраток. Спостерігається асиметричність відповідних величин, як функцій енергії, що вказує на нееквівалентність підґраток у випадку ненульового значення щілини Δ .

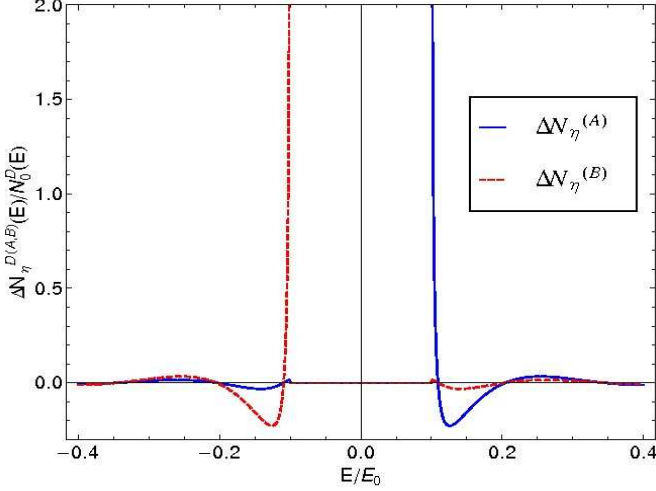


Рис.2 Нормована ЛГС $\Delta N_{\eta}^{D(A,B)}(E) / N_0^D(E)$ як функція енергії E для $r/r_0 = 10$, $\Delta = 0.1E_0$ і $\eta = 1/2$. Різниця ЛГС для A підґратки має гострий пік поблизу $E = \Delta$, а для B підґратки, навпаки, поблизу $E = -\Delta$. Така поведінка добре узгоджується з виразом для різниці густини станів (14) для різних підґраток.

Для розрахунку аналітичного виразу локальної густини станів у випадку графену була отримана функція Гріна його квазічастинок в потенціалі Ааронова-Бома. Гамільтоніан, що описує низькоенергетичні електронні збудження в графені, представляється парою операторів Дірака, які відрізняються між собою представленням 2×2 гамма-матриць (кожне представлення характеризує квазічастинкові збудження в околі однієї чи іншої діраківської точки і параметризується індексом $\zeta = \pm 1$). Структура цих гамільтоніанів подібна, тому достатньо розглянути випадок $\zeta = 1$ (інша функція Гріна отримується аналогічно). Оскільки ФГ $G(\vec{r}, \vec{r}', E + i0, \zeta = 1)$ задовольняє диференційному рівнянню

$$[E - H_D(\vec{r}, \zeta = 1)]G(\vec{r}, \vec{r}', E, \zeta = 1) = \delta(\vec{r} - \vec{r}'), \quad (14)$$

можна отримати, що недіагональні компоненти ФГ виражаються через діагональні

$$\begin{aligned} G_{12}(\vec{r}, \vec{r}', E, \zeta = 1) &= \frac{\hbar v_F e^{-i\varphi}}{i(E - \Delta)} \left(\frac{\partial}{\partial r} - i \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{\eta}{r} \right) G_{22}(\vec{r}, \vec{r}', E, \zeta = 1), \\ G_{21}(\vec{r}, \vec{r}', E, \zeta = 1) &= \frac{\hbar v_F e^{-i\varphi}}{i(E + \Delta)} \left(\frac{\partial}{\partial r} + i \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} - \frac{\eta}{r} \right) G_{11}(\vec{r}, \vec{r}', E, \zeta = 1). \end{aligned} \quad (15)$$

Діагональні компоненти $G_{jj}(\vec{r}, \vec{r}', E, \zeta = 1)$, $j = 1, 2$ записуються у вигляді

$$\begin{aligned} G_{11}(\vec{r}, \vec{r}', E, \zeta = 1) &= \frac{(E + \Delta)}{2\pi(\hbar v_F)^2} F_1(\vec{r}, \vec{r}', E), \\ G_{22}(\vec{r}, \vec{r}', E, \zeta = 1) &= \frac{(E - \Delta)}{2\pi(\hbar v_F)^2} [F_1(\vec{r}, \vec{r}', E) + F_2(\vec{r}, \vec{r}', E)]. \end{aligned} \quad (16)$$

Функція $F_1(\vec{r}, \vec{r}', E)$ для випадку $\theta \neq \pi$, приймає наступну форму

$$F_1(\vec{r}, \vec{r}', E) = \mp \frac{i\pi}{2} e^{-i\pi\theta} H_0^{(j)}(qr) \pm \frac{i \sin \pi\eta}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{e^{\eta x}}{1+e^{i\theta+x}} H_0^{(j)}(qR_x), \quad (17)$$

де $R_x = \sqrt{r^2 + r'^2 + 2rr' \cosh x}$, $H_\alpha^{(2)}(x)$ - функція Ханкеля порядку α , першого (другого) роду, а $j=1,2$ та верхній і нижній знаки беруться для $E > 0$ і $E < 0$, відповідно; а для випадку $\theta = \pi$ матимемо

$$F_1(\vec{r}, \vec{r}', E) = \mp \frac{i\pi}{2} \cos \pi\eta H_0^{(j)}(qr) \pm \frac{i \sin \pi\eta}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{e^{\eta x}}{1-e^x} H_0^{(j)}(qR_x), \quad (18)$$

з аналогічним попередньому правилом вибору знаків і значень j , а інтеграл береться в сенсі головного значення. Функція $F_2(\vec{r}, \vec{r}', E)$ має наступний вигляд

$$F_2(\vec{r}, \vec{r}', E) = \frac{\pi \sin \pi\eta}{2} e^{\pm i\pi\eta} H_\eta^{(j)}(qr) H_\eta^{(j)}(qr'), \quad (19)$$

де $j=1,2$ та верхній і нижній знаки беруться для $E > 0$ і $E < 0$ відповідно;

Отримані вирази визначають ФГ квазічастинкових збуджень у графені, в околі однієї діраківської точки. Аналогічним чином отримується ФГ для $\zeta = -1$.

У третьому розділі вивчаються двовимірні електронні збудження нерелятивістського 2DEG у суперпозиції потенціалів Ааронова-Бома та постійного магнітного поля. На основі власних функцій $\Psi_\eta(n, m; \vec{r})$ і спектру E_{nm} 2DEG гамільтоніану будуються і розраховуються вирази для ГС і ЛГС. Власні хвильові функції параметризуються двома квантовими числами: n – радіальне квантове число, яке приймає значення в невід'ємних цілих числах та $m \in Z$ – орбітальне квантове число. Спектр енергій системи приймає вигляд

$$E_{nm} = \frac{\hbar\omega_c}{2} (2n + |m + \eta| + m + \eta + 1), \quad (20)$$

де $\omega_c = eB/Mc$ – циклотронна частота, B – абсолютне значення величини магнітного поля в системі, напрям якого співпадає з напрямом магнітного поля потенціалу Ааронова-Бома. Густина станів системи розраховується за формулою

$$N_\eta^S(\vec{r}, E, B) = \sum_{nm} |\Psi_\eta(n, m; \vec{r})|^2 \delta(E - E_{nm}). \quad (21)$$

В обчисленнях використовується наступна регуляризація дельта-функції

$$\delta(E - E_{nm}) \rightarrow \frac{1}{\pi} \text{Im} \frac{1}{E_{nm} - E - i\Gamma}, \quad (22)$$

де Γ – ширина рівня. Цей простий спосіб введення уширених рівнів є не тільки зручним математичним прийомом, але ще й непоганою апроксимацією реальних профілів густин станів для випадку не дуже сильних магнітних полів. Збурення густини станів магнітним вихором за наявності магнітного поля має вигляд

$$\Delta N_\eta^S(E, B) = \frac{1}{\pi\hbar\omega_c} \text{Im} \left\{ \left(\frac{1}{2} + \frac{E+i\Gamma}{\hbar\omega_c} - \eta \right) \left[\psi \left(\frac{1}{2} - \frac{E+i\Gamma}{\hbar\omega_c} \right) - \psi \left(\frac{1}{2} - \frac{E+i\Gamma}{\hbar\omega_c} + \eta \right) \right] \right\}, \quad (23)$$

де $\psi(x)$ – логарифмічна похідна гамма-функції. Відмітимо, що після інтегрування по енергіям, отримана різниця кількості станів співпадає з аналогічною величиною за відсутності магнітного поля. Це дає змогу припустити, що

відповідна фізична характеристика має топологічну природу. Різниця локальних густин станів для випадку шрьодінгерівської частинки має вигляд

$$\Delta N_{\eta}^S(\vec{r}, E, B) = -\frac{M}{(\pi\hbar)^2} \frac{\sin \pi\eta}{2\pi} \text{Im}\left[I\left(\frac{r^2}{2l^2}, z \rightarrow -2\frac{E+i\Gamma}{\hbar\omega_c}, \eta\right)\right], \quad (24)$$

де $l = \sqrt{\hbar c/eB}$ – магнітна довжина, а функція $I(y, z, \eta)$ визначається наступним чином

$$I(y, z, \eta) = \Gamma\left(\frac{z+1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{z+2\eta-1}{2}\right)F_{(1-z-\eta)/2, (1-\eta)/2}(y) + \Gamma\left(\frac{z-1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{z+2\eta-1}{2}\right)F_{(2-z-\eta)/2, \eta/2}(y). \quad (25)$$

Функція $F_{\lambda, \mu}(y)$ дається формулою

$$\begin{aligned} F_{\lambda, \mu}(y) = & \frac{\mu^2 + (\lambda - 1/2)^2}{2\mu y} [W_{\lambda+1, \mu}(y)\partial_{\mu}W_{\lambda, \mu}(y) - W_{\lambda, \mu}(y)\partial_{\mu}W_{\lambda+1, \mu}(y)] - \\ & - \frac{[\mu^2 - (\lambda - 1/2)^2]^2}{2\mu y} [W_{\lambda, \mu}(y)\partial_{\mu}W_{\lambda-1, \mu}(y) - W_{\lambda-1, \mu}(y)\partial_{\mu}W_{\lambda, \mu}(y)] + \\ & + \frac{[\mu^2 - (\lambda - 1/2)^2]}{y} [W_{\lambda, \mu}^2(y) - W_{\lambda-1, \mu}(y)\{W_{\lambda, \mu}(y) + W_{\lambda+1, \mu}(y)\}] - \\ & - \frac{2\lambda - 1}{2y} [2W_{\lambda, \mu}^2(y) - W_{\lambda+1, \mu}(y)\partial_{\lambda}W_{\lambda, \mu}(y) + W_{\lambda, \mu}(y)\partial_{\lambda}W_{\lambda+1, \mu}(y)], \end{aligned} \quad (26)$$

де $W_{\alpha, \beta}(x)$ – функція Уіттекера з індексами α, β . Використовуючи аналітичні вирази (25), (26), (27) можна побудувати графіки координатно-енергетичної залежності ЛГС для цього випадку.

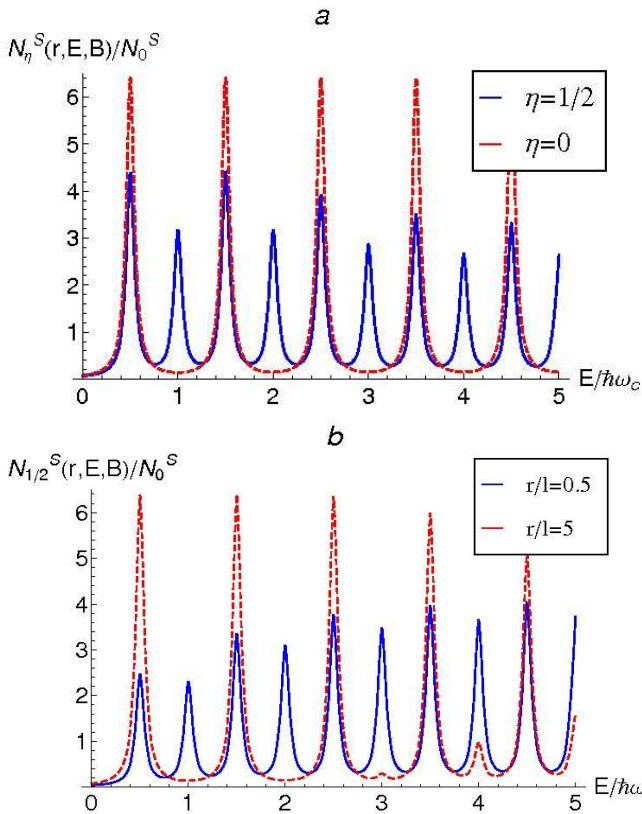


Рис.3 Нормована ЛГС $N_{\eta}^S(r, E, B)/N_0^S$ як функція енергії E в одиницях $\hbar\omega_c$.

(а) Для $\eta = 0$ (немає вихору і ЛГС є r -незалежною, штрихована лінія) і $\eta = 1/2$ для $r = l$ (суцільна лінія). Додаткові піки (синя лінія) є наслідком присутності в системі вихора Ааронова-Бома.

(б) Обидві лінії при $\eta = 1/2$, та при різних значеннях $r = 0.5l$ (суцільна лінія) і $r = 5l$ (штрихована лінія). В усіх випадках $\Gamma = 0.05\hbar\omega_c$. Підкреслимо, що на рисунках зображена локальна густина станів, а не різниця густин станів, як це було в попередньому розділові.

На Рис.3а зображено ЛГС як функцію енергії у випадку відсутності вихора (штрихована лінія) та ЛГС виміряну на відстані магнітної довжини від

абрикосовського вихору. У першому випадку густина станів є координатно-незалежною і має серію піків, які відповідають рівням Ландау (усі піки мають однакову висоту). У другому випадку виникає додаткова серія “вихрових” піків (у цьому випадку висота ландауських піків зменшується). На Рис. 3б зображено ЛГС для випадку абрикосовського вихору на різних відстанях як функцію енергії. Можна побачити, що для великих відстаней локальна густина станів приймає вигляд ЛГС квазічастинок, за відсутності вихору, що означає, що найбільш сильно ЛГС змінюється лише в околі вихору. Ця властивість може бути спостережена з аналізу графіків ЛГС як функції відстані від точки спостереження до місця положення вихору, при фіксованих значеннях енергії.

На Рис. 4 зображена саме така ситуація, для випадку вихору Абрикосова, та для чотирьох значень енергії: ЛГС для енергій, що відповідають ландаувським рівням (суцільна та штрих-пунктирна лінія) виходять на асимптоту при великих r , а для “вихрових” рівнів (штриховані лінії) локальна густина станів прямує до нуля експоненційним чином.

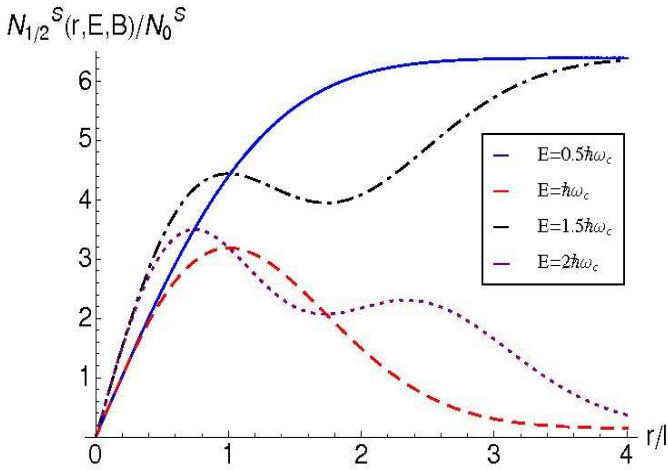


Рис.4 Нормована ЛГС двовимірного нерелятивістського електронного газу $N_{1/2}^S(r, E, B) / N_0^S$ як функція відстані r , що виміряна в одиницях магнітної довжини l для чотирьох значень нормованої величини енергії системи $E/\hbar\omega_c = 0.5, 1.5$ (звичайні рівні Ландау) і $E/\hbar\omega_c = 1, 2$ (“вихрові” рівні). Ширина рівнів $\Gamma = 0.05\hbar\omega_c$.

У четвертому розділові розглядається графен у суперпозиції потенціалів Ааронова-Бома та постійного магнітного поля. Задача пошуку хвильових функцій рівняння Дірака розв'язується введенням трубки потоку скінченного радіуса, величина якого потім спрямовується до нуля. Власні хвильові функції гамільтоніану параметризуються індексами $\sigma = (A, B)$, $\zeta = \pm 1$ та квантовими числами: n – радіальне квантове число, яке приймає значення в невід’ємних цілих числах та $m \in Z$ – орбітальне квантове число. Спектр енергій системи для першої діраківської точки $\zeta = 1$ приймає вигляд

$$E_{nm} = \pm \sqrt{\Delta^2 + \varepsilon_0^2 (2n + |m + \eta - 1| + m + \eta + 1)}, E_{0, m \leq 0} = -\Delta, \quad (27)$$

а для другої діраківської точки $\zeta = -1$, спектр енергії має наступну форму

$$E_{nm} = \pm \sqrt{\Delta^2 + \varepsilon_0^2 (2n + |m + \eta - 1| + m + \eta + 1)}, E_{0, m \leq 0} = \Delta, \quad (28)$$

де $\varepsilon_0 = \hbar v_F / l$ – характерний масштаб енергій в системі. Асиметричність спектру за наявності ненульового значення щілини в системі $\Delta \neq 0$ вказує на асиметричність відповідного виразу для локальної густини станів.

Різниця повних густин станів для діраківського випадку має наступний вигляд

$$\Delta N_{\eta}^{D(A,B)}(E, B) = -\text{Im}\left[\frac{E + i\Gamma \pm \Delta}{2\pi\epsilon_0^2} \left\{2\eta\left(1 + \frac{1}{z}\right) + (z + 2\eta)\left(\psi\left(\frac{z}{2}\right) - \psi\left(\frac{z}{2} + \eta\right)\right)\right\}\right], \quad (29)$$

де $z = -[(E + i\Gamma)^2 - \Delta^2]/\epsilon_0^2$, а верхній та нижній знаки відповідають A та B підграткам відповідно. Вираз для збурення магнітним вихором ЛГС має вигляд

$$\Delta N_{\eta}^{D(A,B)}(\vec{r}, E, B) = -N_0^D \frac{\sin \pi\eta}{2\pi^2} \text{Im}\left[\frac{E + i\Gamma \pm \Delta}{\epsilon_0} \{I(y, z + 1, \eta) + I(y, z - 1, \eta) + I^D(y, z + 1, \eta)\}\right], \quad (30)$$

де $N_0^D = \epsilon_0/2\pi(\hbar v_F)^2$ – характерна величина локальної густини станів, функція $I(y, z, \eta)$ була означена вище, а $y = r^2/2l^2$ – безрозмірний масштаб довжини в системі. Функція $I^D(y, z, \eta)$ записується наступним чином

$$I^D(y, z, \eta) = -\frac{1}{y} \Gamma\left(\frac{z}{2}\right) \Gamma\left(\frac{z}{2} + \eta\right) W_{(1-z-\eta)/2, \eta/2}^2(y). \quad (31)$$

На основі відповідних виразів побудована координатно-енергетичні залежності ЛГС діраківських квазічастинок в полі Ааронова-Бома.

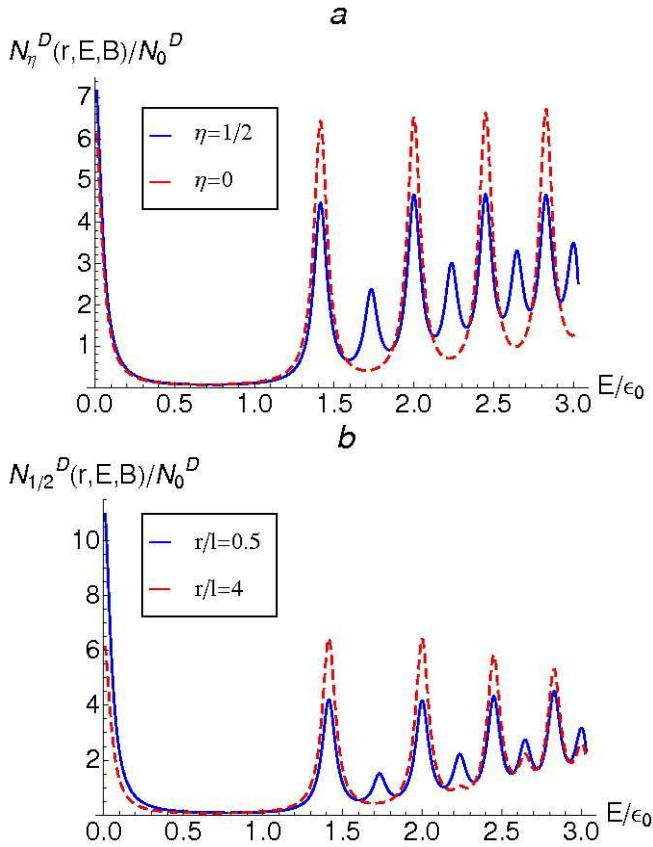


Рис.5 Нормована ЛГС $N_{\eta}^D(r, E, B)/N_0^D(\epsilon_0)$ як функція енергії E записана в одиницях релятивістської енергетичної шкали $\epsilon_0 = \hbar v_F / l$.

ЛГС є парною функцією від E , тому достатньо показати лише область додатніх енергій.

(а) Для $\eta = 0$ (відсутній вихор і ЛГС є r – незалежною) та $\eta = 1/2$ для $r = l$.

(б) Обидві лінії для $\eta = 1/2$, та різних значень відстаней $r = 0.5l$ і $r = 4l$. В усіх випадках $\Gamma = 0.05\epsilon_0$, $W/\epsilon_0 = 3.35$ та $\Delta = 0$.

На Рис. 5а зображені ЛГС за відсутності вихора (штрихована лінія) та в присутності вихору Абрикосова, на відстані магнітної довжини (суцільна лінія). Аналогічно попередньому розділу вихор індукує додаткову серію піків густини станів. Порівняння ЛГС при $\eta = 1/2$ для різних відстаней (Рис. 5б) показує, що збурення густини станів найбільш просто може бути спостережено біля місця розташування магнітного вихору (оскільки на значній відстані абсолютне значення збурення спадатиме експоненційним чином). Координатна залежність функції локальної густини станів при заданих енергіях для випадку абрикосовського вихору (Рис. 6) вказує на таку поведінку: густина станів, що

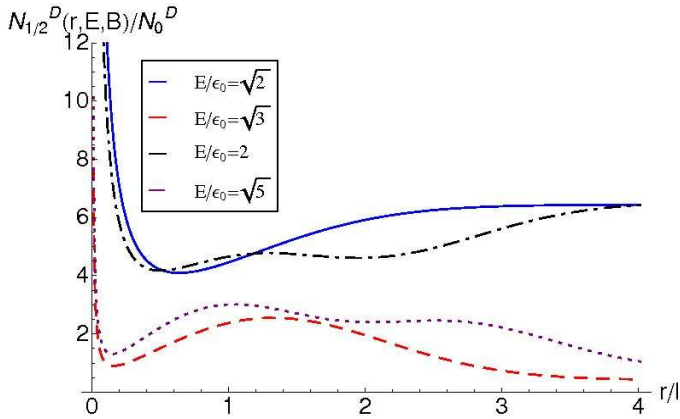


Рис.6 Нормована ЛГС $N_{1/2}^D(r, E, B)/N_0^D(\epsilon_0)$ як функція відстані r виміряна в одиницях магнітної довжини l з вихором для чотирьох значень енергії $E/\epsilon_0 = \sqrt{2}, 2$ (рівні Ландау) і $E/\epsilon_0 = \sqrt{3}, \sqrt{5}$ (вихороподібні рівні). Ширина $\Gamma = 0.05\epsilon_0$, $W/\epsilon_0 = 3.35$ та $\Delta = 0$.

відповідає рівням Ландау (суцільна та штрих-пунктирна лінії) виходять на асимптотики, в той час як абсолютне значення “вихрових” піків спадає до нуля. Особливістю діраківської задачі, на відміну від попередньої, є суттєве зростання ЛГС поблизу місця розташування вихору. Таке зростання є наслідком сингулярної поведінки поблизу початку координат розв’язків рівняння Дірака з нульовим орбітальним моментом в потенціалі Ааронова-Бома.

У **висновках** підсумовуються основні результати роботи.

ВИСНОВКИ

1. Визначено, що локальна густина станів електронних збуджень графену у присутності потенціалу Ааронова-Бома як функція відстані від місця розташування вихору до точки спостереження розбігається за степеневим законом при наближенні до нього; локальна густина станів нерелятивістського 2DEG у потенціалі Ааронова-Бома змінюється за тим же законом, але, навпаки, спадає при прямуванні до місця знаходження вихору – при цьому в обох випадках показник степені залежить лише від величини потоку, що містить потенціал Ааронова-Бома;

2. Отримано, що різниця локальних густин станів масивного та безмасового двовимірних електронних газів у потенціалі Ааронова-Бома на великих відстанях від місця розташування вихору має спадаючу осциляційну поведінку з періодом, який визначається величиною енергії квазічастинок; характер спадання залежить від спектру квазічастинок і також є степеневим, зокрема, для рівняння Дірака - поведінка $\propto r^{-2}$, а для рівняння Шрьодінгера – $\propto r^{-1}$;

3. Виявлено, що у суперпозиції потенціалів Ааронова-Бома та постійного магнітного поля локальна густина станів релятивістського і нерелятивістського 2DEG поблизу магнітного вихору як функція координат має ту ж степеневу поведінку, що і у випадку одиночного вихору; залежність різниці локальних густин станів від енергії при малих значеннях відстаней до місця розташування вихору має неаналітичний характер;

4. Визначено, що суперпозиція потенціалів Ааронова-Бома та постійного магнітного поля індукує додаткові “вихрові” піки густин станів, для яких отримано форму та розташування; знайдено кратності виродження енергетичних рівнів, що відповідають новим пікам;

5. Показано, що залежність від енергії локальної густини станів двовимірних електронних газів у присутності потенціала Ааронова-Бома та постійного магнітного поля від енергії (при фіксованій відстані) може бути представлена в аналітичному вигляді добутку двох функцій – перша фіксує положення як ландауських, так і “вихрових” піків, а друга – визначає їх висоту.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Slobodeniuk A. O. Aharonov-Bohm effect in relativistic and nonrelativistic two-dimensional electron gases: A comparative study / A. O. Slobodeniuk, S. G. Sharapov, V. M. Loktev // *Phys. Rev. B*. - 2010. - Vol. 82, No. 7. - P. 075316-1 - 075316-11.
2. Slobodeniuk A.O. Electron Green's Function of Graphene in the Aharonov-Bohm Potential / A. O. Slobodeniuk // *Ukr. J. Phys.* - 2011. - Vol. 56, No. 1. - P. 74-79.
3. Слободенюк А.О. Розв'язки рівняння Дірака у неоднорідному магнітному полі / А. О. Слободенюк // *ДАН України*. - 2011.- № 5. - С. 82-87.
4. Slobodeniuk A.O. Density of states of relativistic and nonrelativistic two-dimensional electron gases in a uniform magnetic and Aharonov-Bohm fields / A. O. Slobodeniuk, S. G. Sharapov, V. M. Loktev // *Phys. Rev. B*. - 2011. - Vol. 84, No. 12. - P. 125306-1 - 125306-17.
5. Slobodeniuk A. O. Electronic density of states for two-dimensional system in uniform magnetic and Aharonov-Bohm fields / A. O. Slobodeniuk, S.G. Sharapov, V.M. Loktev // *ФНТ*. - 2011. - Т. 37, № 11. - С. 1181-1189.
6. Слободенюк А. О. Густина станів двовимірних електронних систем в потенціалі Ааронова-Бома / А. О. Слободенюк, С. Г. Шарапов, В. М. Локтєв // 10-а Всеукраїнська школа-семінар та конкурс молодих вчених зі статистичної фізики та теорії конденсованої речовини, 3-4 червня 2010 р:збірка тез. - Україна, Львів, 2010. - С. 41.
7. Slobodeniuk A. O. Electronic properties of graphene at the presensce of Aharonov-Bohm's potential / A. O. Slobodeniuk // *Modern problems of theoretical physics: Young scientists conference ,22-24 December 2010: program and abstracts*. - Ukraine, Kyiv, 2010. - P. 88.
8. Слободенюк А. О. Густина електронних станів двовимірних електронних систем у суперпозиції Аарон-Бомівського і постійного потенціалів / А. О. Слободенюк, С. Г. Шарапов, В. М. Локтєв // 11-а Всеукраїнська школа-семінар та конкурс молодих вчених зі статистичної фізики та теорії конденсованої речовини, 1-3 червня 2011 р: збірка тез. - Україна, Львів, 2011. - С. 58.
9. Slobodeniuk A. O. Density of states of graphene at the presence of Aharonov-Bohm and constant potential / A. O. Slobodeniuk, S. G. Sharapov, V. M. Loktev // *Low temperature physics: 2nd International Conference for Young Scientists, 6-10 June 2011: conference programme and abstract books* . - Ukraine, Kharkiv, 2011. - P. 138.

АНОТАЦІЯ

Слободенюк А.О. Графен та нерелятивістський двовимірний електронний газ у неоднорідному магнітному полі – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 – теоретична фізика. – Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України, Київ, 2011.

Дисертація присвячена розгляду електронних збуджень в графені та нерелятивістському 2DEG у неоднорідному магнітному полі. Отримано аналітичний вираз для густин електронних станів двовимірних ферміонів у ПАБ та суперпозиції потенціалів постійного магнітного поля та ПАБ. Продемонстровано явище збільшення локальної густини станів поблизу магнітного вихору для обох випадків розподілу магнітного поля в графені та її зменшення для нерелятивістського 2DEG. Показано, що в суперпозиції потенціалів ПАБ і постійного магнітного поля виникає додаткова серія “вихрових” піків локальної густини станів. Залежність локальної густини станів двовимірних ферміонів від енергії в присутності ПАБ та постійного магнітного поля представлено у вигляді добутку двох функцій – перша фіксує положення як ландауських, так і “вихрових” піків, а друга – визначає їх висоту.

Ключові слова: графен, нерелятивістський двовимірний електронний газ локальна густина станів, повна густина станів, функція Гріна.

АННОТАЦИЯ

Слободенюк А.О. Графен и нерелятивистский двумерный электронный газ в неоднородном магнитном поле - На правах рукописи.

Диссертация на соискание научной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика. – Институт теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова НАН Украины, Киев, 2011.

Диссертация посвящена рассмотрению электронных возбуждений в графене и нерелятивистском 2DЭГ в неоднородном магнитном поле. Получено аналитическое выражение для плотности электронных состояний двумерных фермионов в ПАБ и суперпозиции потенциалов ПАБ и постоянного магнитного поля. Продемонстрировано явление увеличения локальной плотности состояний в окрестности магнитного вихря для обоих случаев распределения магнитного поля в графене, и ее уменьшения для нерелятивистского 2DЭГ. Обнаружено, что в суперпозиции ПАБ и постоянного магнитного поля возникает дополнительная серия “вихревых” пиков локальной плотности состояний. Зависимость локальной плотности состояний двумерных фермионов от энергии в присутствии ПАБ и постоянного магнитного поля представлено в виде произведения двух функций - первая фиксирует положение как ландауских, так и “вихревых” пиков, вторая - определяет их высоту.

Ключевые слова: графен, нерелятивистский двумерный электронный газ, локальная плотность состояний, полная плотность состояний, функция Грина.

ABSTRACT

Slobodeniuk A.O. Graphene and non-relativistic two-dimensional electron gas in non-homogeneous magnetic field – Manuscript.

Thesis for the Doctor of Philosophy degree (Candidate of science in Physics and Mathematics) in speciality 01.04.02 – theoretical physics. – Bogolyubov Institute for Theoretical Physics of National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, 2011.

The thesis is devoted to the investigation of the electronic excitations in graphene and to the non-relativistic two-dimensional electron gas in inhomogeneous magnetic field. The problem of ambiguity of the solutions of the Dirac and Schrodinger equations is treated by considering of a finite radius flux tube which allows to select unique wavefunctions for both systems. Then this radius is allowed to go to zero. On the base of the obtained in this case solutions the analytical expression for the density of electronic states of two-dimensional fermions in the Aharonov-Bohm potential and in the superposition of constant magnetic field potential and Aharonov-Bohm potential is calculated. The expressions for the local densities of states (LDOS) is found exactly as a function of energy, coordinates and a value of magnetic flux.

In the case of the Aharonov-Bohm potential, we show that the local density of states for both systems at large distances has an oscillatory behavior. The period of these oscillations depends only on the momentum of the electronic excitations. It is demonstrated the effect of increasing of the local density of states near magnetic vortex in graphene and effect of its reducing in the case of a non-relativistic two-dimensional electron gas. This results in the excess of the induced by the vortex DOS in graphene and in its depletion in 2DEG, as in previous case. In the case of graphene the peaked behavior of the LDOS reflects the specific feature of the Dirac fermions such as the presence of the divergent at the origin solutions of the Dirac equation. Thus the observation of this feature in scanning tunneling microscopy (STM) measurements would contribute to the expanding list of the experimental manifestations of the Dirac fermions in graphene. In the nonrelativistic case the presence of the Aharonov-Bohm vortex leads to a depletion of the full and local density of states. This result may also likely be checked by analyzing the STM maps.

In the case of graphene the Green function is calculated. The obtained Green function differs substantially from corresponding Green's function for a free Dirac quasiparticle. Such a difference is explained by the long-range character of the Aharonov-Bohm potential. Consequently, provided that there are structures in graphene, which are characterized by a magnetic flux, it is natural to use the obtained Green function as the main approximation, while calculating the electronic properties of such systems.

It is shown that in the superposition of the Aharonov-Bohm and constant magnetic field potentials, in the case of graphene there is an excess of the LDOS near the vortex, while in the two-dimensional electron gas it is depleted. In the case of a non-relativistic gas the obtained LDOS becomes a zero in the vortex center, as in the previous case. On the other hand, the specific feature of the Dirac fermions in the field of the Aharonov-Bohm flux such as the presence of the divergent at the origin solutions of the Dirac equation results in the divergence of the LDOS in the vicinity of the vortex.

It is shown that in this case the LDOS in the vicinity of the magnetic vortex as a function of position has the same power-law behavior as in the case of a single vortex. Although the character of the divergence in the Dirac case remains the same as in the case of single magnetic flux, but it is now strongly modulated by the energy dependent factor. The divergence is present when the energy is equal to the energies of the usual Landau levels, including the lowest zero energy level. It is shown that for large distance from the flux tube the difference of the LDOS decays exponentially, for both cases. So contributions to the LDOS via Aharonov-Bohm field play a crucial role near the vortex. Therefore, the local and total density of states enhancement near the vortex can really distinguish graphene from non-relativistic two-dimensional electronic gas. It is important to note that the superposition of the Aharonov-Bohm and constant magnetic field potentials induces additional series of "vortex" peaks of the LDOS, which does not correspond to Landau levels. The appearance of these peaks can be explained in terms of the new spectrum of the elementary excitations in the systems. The dependence of the local density of states of two-dimensional electron gas in the presence of Aharonov-Bohm potential and constant magnetic field on the energy at large distances from the location of the vortex is presented in analytical form of the product of two functions: the first function fixes the position of Landau and "vortex" peaks, the second one determines their height. We discuss the application of the results for the local density of states for the scanning tunneling spectroscopy done on graphene.

Key words: graphene, non-relativistic two-dimensional electron gas, local density of states, total density of states, Green function.

Слободенюк Артур Олексійович

Графен та нерелятивістський двовимірний електронний газ у неоднорідному магнітному полі. (Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук.)

Зам. – 2

Формат 60 x 84/16

Обл.-вид. арк. - 0.93

Підписано до друку 10.01.2012 р.

Тираж 100 прим.

Поліграфічна дільниця ІТФ ім. М.М. Боголюбова НАН України,
03680, м. Київ, вул.. Метрологічна, 14-б