

Національна академія наук України
Інститут теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова

ГОРБАР ЕДУАРД ВОЛОДИМИРОВИЧ

УДК 530.145, 538.9

ДИНАМІЧНЕ ПОРУШЕННЯ СИМЕТРІЇ В ЗОВНІШНІХ ПОЛЯХ

01.04.02 – теоретична фізика

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора фізико-математичних наук

Київ – 2010

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Інституті теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України.

Офіційні опоненти:

Доктор фізико-математичних наук, професор

Ребенко Олексій Лукіч, завідувач відділу математичної фізики Інституту математики НАН України

Доктор фізико-математичних наук, професор

Скалозуб Володимир Васильович, завідувач кафедри квантової макрофізики Дніпропетровського національного університету ім. Олеся Гончара

Доктор фізико-математичних наук

Ситенко Юрій Олексійович, завідувач відділу теорії ядра і квантової теорії поля Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України

Захист відбудеться “___”_____2010 р. об _____ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.191.01 в Інституті теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України за адресою 03680, Київ, вул. Метрологічна, 14-Б.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України за адресою 03680, Київ, вул. Метрологічна, 14-Б.

Автореферат розісланий “___”_____2010р.

Вчений секретар

спеціалізованої вченої ради

доктор фізико-математичних наук

Кузьмичев В.Є.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Динамічне порушення симетрії є одним із фундаментальних явищ в фізиці елементарних частинок і теорії конденсованого стану. Як добре відомо, зовнішні поля дуже суттєво впливають на динаміку порушення симетрії і тому вплив зовнішніх полів на динамічне порушення симетрії є класичним і дуже важливим питанням в цій області досліджень. Серед усіх можливих зовнішніх полів, електричного, магнітного, гравітаційного та їх різних комбінацій, особливо важлива роль для динамічного порушення симетрії належить магнітному полю. По-перше і найголовніше, критичне значення константи зв'язку для динамічного порушення симетрії дорівнює нулю в постійному магнітному полі. Це означає, що порушення симетрії відбувається в режимі слабкої взаємодії, коли поправки вищих порядків в теорії збурень є під контролем. По-друге, в природі сильні магнітні поля спостерігаються в нейтронних зірках і особливо сильні в так званих магнетарах (зірок з найвищими у спостережуваному Всесвіті значеннями магнітного поля), в яких спостерігаються поля, які в сотні разів перевищують швінгерівське значення $B = m_e^2 / e \approx 10^9$ Т. Дуже сильні магнітні поля генеруються також при зіткненнях важких іонів. В фізиці конденсованого стану поведінка матерії в магнітному полі є дуже важливою областю досліджень, достатньо згадати, наприклад, лише надпровідник в магнітному полі і квантовий ефект Хола. Тому в дисертаційній роботі серед усіх зовнішніх полів саме впливу зовнішнього магнітного поля на динамічне порушення симетрії приділено головну увагу.

Квантова теорія поля в класичному гравітаційному полі є також важливою областю досліджень, в якій мають місце такі цікаві фізичні ефекти, як народження пар у Всесвіті, що розширюється, теплове випромінювання чорних дірок та інші. Згідно стандартній космологічній моделі Великого Вибуху ранній Всесвіт був дуже гарячим на початку і в процесі розширення та охолодження в ньому відбувались фазові переходи, пов'язані з порушенням симетрії, серед яких особливе значення за фізичними наслідками має електрослабкий фазовий перехід. Таким чином, вплив кривизни простору на динамічне порушення симетрії є важливим і актуальним питанням.

Слід відзначити, що механізм порушення електрослабкої симетрії, як це визнається практично одноставно всіма дослідниками, в даний час є центральною проблемою в фізиці елементарних частинок. Прискорювач LHC, де ця проблема буде ретельно досліджуватись експериментально, повинен вийти на проектні енергії зіткнень в цьому році. В передчутті цієї важливої події зростає увага до проблеми порушення електрослабкої симетрії і в літературі запропоновано багато різних моделей порушення електрослабкої симетрії. Чільне місце серед цих моделей займають моделі з динамічним порушенням електрослабкої симетрії відомі як моделі технікольора.

Нещодавно було з'ясовано, що в центральних областях нейтронних зірок може існувати кваркова матерія в стані кольорової надпровідності, яка характеризується динамічним порушенням кольорової $SU_c(3)$ симетрії з великою надпровідною щільною порядку 25-100 МеВ. Присутність матерії в стані кольорової надпровідності в центральних областях нейтронних зірок може істотно впливати на такі спостережувані властивості нейтронних зірок, як відношення маси зірки до її радіуса, швидкість обертання, еволюція в часі величини магнітного поля, швидкість охолодження та інші. Поряд із дослідженнями астрофізичних наслідків присутності кольорової надпровідності актуальними в теперішній час є також теоретичні дослідження проблеми хромомагнітної нестабільності кольорового надпровідника для реалістичних значень конституювальної маси s -кварка. Питання того, яким є основний стан кольорового надпровідника є одним із найважливіших і найактуальніших в цій області досліджень.

Надзвичайно важливу роль динамічне порушення симетрії має в фізиці конденсованого стану. Нагадаємо, що історично динамічне порушення симетрії в фізиці як явище з'явилося вперше в теорії надпровідності. На протязі останніх десятиліть фізика конденсованого стану продовжувала бурхливо розвиватись і експериментально були відкриті та досліджені нові дуже цікаві системи, в яких динамічне порушення симетрії відіграє суттєву роль. Одним із таких яскравих прикладів є відкриття графена.

Після експериментального відкриття в 2004 році графен швидко став одним з найбільш активно досліджуваних матеріалів в сучасній фізиці конденсованого стану. Гамільтоніан квазічастинкових збуджень в графені має $U(4)$ симетрію пов'язану із спіновими і псевдоспіновими ступенями вільності. Динамічне порушення $U(4)$ симетрії в графені у зовнішньому магнітному полі знайшло дуже важливе застосування в дослідженнях квантового ефекту Хола, де воно використовується для пояснення експериментально спостережуваних плато з фактором заповнення $\nu = 0, \pm 1$ у холівській провідності в графені у сильних магнітних полях.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконувалась в Інституті теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України. До роботи також увійшли результати, одержані під час стажування в Інституті теоретичної фізики університету Сан-Паулу (м. Сан-Паулу, Бразилія), Інституті точних наук федерального університету Жуїс-ді-Фора (м. Жуїс-ді-Фора, Бразилія), на факультеті прикладної математики університету Західного Онтаріо (м. Лондон, Канада). Частина результатів було отримано в процесі виконання наступних проектів: тема НАН України "Дослідження структури і динаміки фізичного вакуума та частинкових і колективних збуджень в фізиці високих енергій, квантових макросистемах, космології та астрофізиці", номер державної реєстрації в УкрІНТЕІ 0105У008402 (шифр інститутської теми 1.4.7); тема НАН України "Фундаментальні властивості фізичних систем в екстремальних умовах",

номер державної реєстрації в УкрІНТЕІ 0107У000396 (шифр інститутської теми 1.3.1); ДФФД Ф28.2/083 "Застосування методів теорії струн та теорії поля у вивченні нелінійних явищ в низьковимірних системах", номер державної реєстрації в УкрІНТЕІ 0109У006861.

Мета і задачі дослідження. Метою досліджень проведених у дисертації є вивчення впливу зовнішніх електромагнітних полів і кривизни простору-часу на динамічне порушення симетрії в релятивістських квантових теоріях поля і квантових статистичних системах багатьох частинок з лінійним енергетичним законом дисперсії. Для цього необхідно було розв'язати наступні задачі:

- Вивчення особливостей магнітного каталіза у просторах різної розмірності, а також у присутності електричного поля паралельного магнітному.
- Дослідження ефективної некомутативності в релятивістських квантових теоріях поля у зовнішньому постійному магнітному полі.
- Встановлення фізичної причини нульового значення критичної константи зв'язку для динамічного порушення симетрії у просторах постійної від'ємної кривизни.
- Встановлення можливості існування фази кольорової надпровідності з векторними конденсатами глюонних полів.
- Дослідження динамічного порушення $U(4)$ симетрії в графені у зовнішньому постійному магнітному полі.

Об'єктами дослідження є динамічне порушення симетрії в релятивістських квантових теоріях поля і фізиці конденсованого стану в зовнішніх полях і викривленому просторі.

Предметом дослідження є релятивістські квантовопольові теорії і квантові статистичні системи багатьох частинок, в яких має місце динамічне порушення симетрії.

В роботі застосовано такі теоретичні **методи дослідження**, як метод ефективної дії Корнуела-Джеквіва-Томбуліса для складених операторів, непертурбативні рівняння Швінгера-Дайсона, метод допоміжних полів Хабарда-Стратоновича та метод ядра теплопровідності для обчислення функціональних детермінантів.

Наукова новизна одержаних результатів полягає у наступному:

1. Доведено, що параметри порядку, пов'язані з феромагнітними і екситонними конденсатами з необхідністю співіснують в графені у зовнішньому магнітному полі. Їх сумісний розгляд якісно правильно описує експериментально спостережувані холівські плато в графені в сильних магнітних полях.
2. В якості кандидата на основний стан кольорового надпровідника з двома ароматами кварків у підході Гінзбурга-Ландау запропоновано глюонну фазу з векторними конденсатами глюонів, яка розв'язує проблему хромагнітної нестабільності 2SC (two-flavor superconductivity) фази кольорової надпровідності кваркової матерії з двома ароматами кварків.

3. Показано, що електрично і кольорово нейтральний стан Ларкіна-Овчіннікова-Фульде-Ферела кваркової матерії з двома ароматами кварків і однохвильовою неоднорідністю надпровідної щілини має хромомагнітну нестабільність в усій області, де він співіснує з 2SC та g2SC (gapless two-flavor superconductivity) фазами кольорової надпровідності.
4. З'ясовано, що нейтральні стани в релятивістських квантових теоріях поля у сильному зовнішньому магнітному полі в наближенні найнижчого рівня Ландау в низькоенергетичній області описуються ефективними некомутативними квантовими теоріями поля, в яких відсутнє ультрафіолетово/інфрачервоне (УФ/ІЧ) змішування, яке має місце в звичайних некомутативних квантових теоріях поля.
5. Показано, що ефективна редукція розмірності простору-часу для динаміки ферміонів в інфрачервоній області в просторах постійної від'ємної кривизни є причиною нульового значення критичної константи зв'язку для динамічного порушення кіральної симетрії в цих просторах.
6. Закон Апелквіста-Каразоне відщеплення масивних полів при низьких енергіях у плоскому просторі узагальнено для випадку відщеплення масивних полів у викривленому просторі в теоріях із спонтанним порушенням симетрії. Відщеплення масивних полів у секторі з вищими похідними гравітаційної дії має стандартний квадратичний характер.
7. З'ясовано, що явище магнітного каталізу динамічного порушення кіральної симетрії залишається справедливим в просторах вищої розмірності, де має місце ефективна редукція розмірності простору-часу $D+1 \rightarrow 1+1$ та $D+1 \rightarrow 0+1$ для динаміки ферміонів в інфрачервоній області в $(D+1)$ -вимірних просторах-часі парної і непарної розмірності відповідно. Присутність електричного поля паралельного магнітному протидіє динамічному порушенню кіральної симетрії.

Практичне значення одержаних результатів. Робота має теоретичний характер. Отримані результати є внеском у теоретичний опис впливу зовнішніх полів на динамічне порушення симетрії. У роботі [23] було передбачено генерацію щілини в спектрі квазічастинок в графені у зовнішньому магнітному полі ще до її експериментального відкриття в роботах по квантовому ефекту Хола в графені. Ця робота на сучасний момент за даними ISI Thompson Scientific має 107 посилань. В роботах [25,26,27] було доведено, що параметри порядку в графені пов'язані з квантовим холівським ферромагнетизмом і магнітним каталізом з необхідністю співіснують і їх сумісний розгляд пояснює експериментально спостережувані холівські плато в сильних магнітних полях. Запропонована в роботі [18] глюонна фаза вирішує проблему хромомагнітної нестабільності кольорової надпровідності в кварковій матерії з двома ароматами кварків при великій густині баріонного заряду. Ця фаза є в даний час одним із головних кандидатів в якості основного

стану кольорового надпровідника з двома ароматами кварків. Робота [18] є добре відомою серед відповідного кола спеціалістів і має на теперішній час 59 посилань. Фаза Ларкіна-Овчіннікова-Фульде-Ферела (ЛОФФ фаза) з неоднорідним кварковим конденсатом є одним із основних конкурентів глюонної фази в якості основного стану кольорового надпровідника. В роботі [20] було показано, що ЛОФФ фаза з найпростішою неоднорідністю кваркового конденсату у вигляді однієї плоскої хвилі не вирішує проблему хромомагнітної нестабільності кольорового надпровідника на відміну від глюонної фази, де ця проблема відсутня. Ця робота цитувалася 30 разів. Отриманий в дисертаційній роботі результат [8,9,10], що релятивістські квантовопольові теорії в сильному постійному магнітному полі при низьких енергіях описуються ефективними некомутативними квантовими теоріями, може бути використаний в практичному описі матерії поблизу нейтронних зірок і магнетарів, а також квантових статистичних систем фізики конденсованого стану з лінійним енергетичним законом дисперсії квазічастинок, таких, наприклад, як графен. В роботі [22] було показано, що на відміну від стану звичайної надпровідності сильне зовнішнє магнітне поле не знищує стан кольорової надпровідності. Цей результат є важливим з точки зору астрофізичних спостережень і фізичних властивостей нейтронних зірок, тому що нейтронні зірки, в центральних областях яких може існувати кваркова матерія в стані кольорової надпровідності, характеризуються дуже сильними магнітними полями. Вищезгадана робота має на даний час 25 посилань, що вказує на її важливість в дослідженнях кольорової надпровідності та фізичних і астрофізичних властивостей нейтронних зірок. Дослідження явища магнітного каталізу і динамічного порушення симетрії у просторах-часі вищої розмірності [4] можуть бути використані в теорії струн, в якій моделі компактифікації вищих просторових вимірів при наявності ненульових магнітних потоків в цих додаткових вимірах є на даний час досить популярними.

Особистий внесок здобувача. В основу дисертаційної роботи лягли результати робіт [1-27], з яких 7 виконано самостійно. Результати, які увійшли до дисертації на основі робіт публікацій із співавторами, одержані автором самостійно, включаючи постановку і формулювання задач та аналітичні розрахунки. Зокрема, в роботах з динамічного порушення кіральної симетрії автор аналітично розв'язав рівняння Швінгера-Дайсона для масової функції в квантово-електродинамічних системах з ферміонами локалізованими в підпросторах нижчої розмірності [2], обчислив вакуумну енергію квантової хромодинаміки як функцію динамічних кваркового і глюонного пропагаторів [3]. Автору належить постановка задачі і отримання рівнянь для щільності в роботі з динамічного порушення кіральної симетрії в системі типу нанотрубки з магнітним полем паралельним вісі нанотрубки коли магнітне поле впливає на динаміку ферміонів тільки через фазу Аронова-Бома [5], а також в роботі з дослідження впливу другого релятивістського інваріанта постійного електромагнітного поля на динамічне порушення кіральної

симетрії [6]. В роботі з кіральною асиметрією поверхні Фермі для релятивістської матерії в зовнішньому постійному магнітному полі автором було виконано обчислення пропагатора і аксіального струму використовуючи метод регуляризації Паулі-Віларса [7]. В роботах [8,9] з ефективної некомутативної динаміки на найнижчому рівні Ландау в релятивістських квантових теоріях поля в сильних магнітних полях автору належить безпосередня участь в постановці задачі, а також обчислення ефективної дії для електромагнітного поля в квантовій електродинаміці в сильному зовнішньому магнітному полі [10]. В роботі з генерації щілини для діраківських ферміонів на площині Лобачевського в зовнішньому коваріантно постійному магнітному полі автор знайшов і аналітично розв'язав рівняння для щілини в усіх розглянутих випадках [11]. В роботах з досліджень кольорової надпровідності кваркової матерії автор показав, що хромоманітна нестабільність $2SC$ фази пов'язана з наявністю нестабільності тахіонного типу для плазмона з квантовими числами восьмого глюона [17]. Він обчислив всі вершини взаємодії масової розмірності до чотирьох включно в ефективній низькоенергетичній дії для глюонів та знайшов її мінімум, який відповідає глюонній фазі з векторними конденсатами глюонів [18,19], а також отримав рівняння, які визначають вихрові розв'язки в моделі з конденсатами векторних полів [21]. В роботах з теорії фазового переходу метал-ізолятор індукованого зовнішнім магнітним полем в двовимірних системах з лінійним законом дисперсії автор обчислив поляризаційну функцію та повздовжню і холівську провідності [23,24]. В роботах з квантового ефекту Хола в сильних магнітних полях в графені [25,26,27] автор отримав самоузгоджені рівняння для параметрів порядку пов'язаних з квантовим холівським ферромагнетизмом і магнітним каталізом, а також знайшов розв'язки цих рівнянь.

Апробація результатів дисертації. Результати дисертації доповідалися на семінарах відділу Астрофізики і елементарних частинок та наукових сесіях Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова Національної Академії наук України, Інституту математики Національної Академії наук України, та на семінарах і колоквиумах інших установ за кордоном: Departamento de Fisica Teorica, Universidad de Zaragoza (Сарагоса, Іспанія), Departament de Estructura i Constituents de la Materia, Universitat de Barcelona (Барселона, Іспанія), Perimeter Institute for Theoretical Physics (Ватерлоу, Канада), Department of Applied Mathematics, University of Western Ontario (Лондон, Канада), Instituto de Fisica Teorica (Сан-Паулу, Бразилія), Instituto de Ciencias Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora (Жуїс-ді-Фора, Бразилія), Centro Brasileiro de Pesquisas Fisicas (Ріо де Жанейро, Бразилія).

Також, результати доповідалися на наступних міжнародних конференціях: International conference *Quantum Fields and Gravity*, Лодзь, Польща (18-23 квітня 1998р.); International conference *Hadrons*, Карагуататуба, Бразилія (17-23 квітня 2000р.); International workshop *Renormalization Group and Anomalies*, Оуру Прето,

Бразилія (8-14 березня 2003р.); International conference *Cosmo-2004*, Торонто, Канада (11-16 вересня 2004р.); *Bogolyubov Kyiv conference: Modern Problems of Mathematical and Theoretical Physics*, Київ, Україна (13-16 вересня 2004р.); INTAS summer conference *New Trends in High-Energy Physics*, Ялта, Україна (10-17 вересня 2005р.); *Bogolyubov Kyiv conference: Modern Problems of Mathematics and Theoretical Physics*, Київ (15-18 вересня, 2009).

Публікації. За матеріалами дисертації опубліковано 27 робіт, з яких 7 є самостійними. Публікації, що виносяться на захист, включають 2 статті у провідних наукових фахових виданнях України [13,25], 24 статті в провідних міжнародних дослідницьких журналах та 1 статтю в реферованому електронному журналі [16].

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається із вступу, п'яти розділів, висновку з оглядом основних результатів та чотирьох додатків; викладена на 276 сторінках, у тому числі в додатках на 21 сторінці та 19 рисунках. Список використаних літературних джерел складається з 323 найменувань.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ

У **ВСТУПІ** обґрунтовано актуальність теми дисертації, описано мету дослідження, наукову новизну та практичне значення отриманих результатів, апробацію результатів дисертації та особистий внесок автора в роботи, виконані зі співавторами.

У **ПЕРШОМУ РОЗДІЛІ** досліджується динамічне порушення симетрії в калібрувальних теоріях, вплив постійних магнітного і електричних полів, а також геометрії простору на динамічне порушення симетрії. *Підрозділ 1.1* має оглядовий характер, де розглядається метод ефективної дії для складених операторів Корнуела-Джекківа-Томбуліса, який відомий в теорії конденсованих середовищ як метод Бейма-Каданоффа. Цей метод є загальним і одним з найбільш широко вживаних методів дослідження динамічного порушення симетрії. В дисертаційній роботі цей метод також дуже широко застосовується поряд із методом допоміжного поля Хабарда-Стратоновича, який в моделях з локальними чотирьохферміонними взаємодіями є технічно дещо більш простим.

В *підрозділі 1.2* обчислено ефективний потенціал для локальних складених операторів в моделі Гроса-Невье і на цьому прикладі аргументується, що метод ефективної дії для локальних складених операторів є корисним при дослідженнях динамічного порушення симетрії. Головною перевагою порівняно з методом Корнуела-Джекківа-Томбуліса є те, що ефективна дія для локальних складених операторів має фізичний зміст навіть поза межами точок екстремуму на відміну від ефективної дії Корнуела-Джекківа-Томбуліса.

Зв'язок між кварковими і глюонними конденсатами та енергією вакууму в квантовій хромодинаміці досліджується в *підрозділі 1.3*. Використовуючи ефективний потенціал Корнуела-Джекківа-Томбуліса для складених операторів

обчислено вакуумну енергію квантової хромодинаміки як функцію динамічних кваркового і глюонного пропагаторів. Порівнюючи цей результат з вакуумною енергією отриманої із сліду тензора енергії-імпульса знайдено, що глюона власна енергія в інфрачервоній області добре апроксимується константою порядку динамічної глюонної маси. У випадку важких кварків з рівності отриманих вакуумних енергій отримано співвідношення між кварковим конденсатом важких кварків і глюонним конденсатом.

В *підрозділі 1.4* досліджено яким чином локалізація ферміонів в підпросторах нижчої розмірності впливає на динамічне порушення кіральної симетрії і генерацію маси. Розглянуто модель так званої редукованої квантової електродинаміки. Ця модель відповідає системі, в якій в той час як електромагнітне поле може вільно розповсюджуватися в D -вимірному просторі, заряджені ферміонні поля є локалізованими в підпросторах нижчої розмірності. В фізиці елементарних частинок і астрофізиці моделі такого типу можуть бути суттєвими для опису динаміки так званих космічних струн. Також моделі подібного типу нещодавно були використані для квазілокалізації абелевих калібрувальних полів на 3-брані. Слід відзначити, що моделі з ферміонами локалізованими в підпросторах нижчої розмірності мають важливе фізичне застосування в фізиці конденсованого стану. Так графен, який розглядається в Розділі 5 дисертації є системою, яка описується дуже подібною моделлю, в якій ферміони локалізовані в площині графену, а електромагнітне поле розповсюджується у всьому трьохвимірному просторі. В редукованій квантовій електродинаміці ефективна дія для ферміонів локалізованих на площині в трьохвимірному просторі дорівнює

$$S = \int d^3x \left[\frac{1}{2} F^{\mu\nu} \frac{1}{\sqrt{-\partial^2}} F_{\mu\nu} + \bar{\psi} i \gamma^\mu (\partial_\mu + ieA_\mu) \psi \right], \quad F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \quad (1)$$

де присутність оператора $\sqrt{-\partial^2}$ в знаменнику кінетичної частини дії для електромагнітного поля забезпечує правильний кулонівський закон взаємодії для ферміонів локалізованих на площині. Із рівняння Швінгера-Дайсона одержано розв'язок для маси ферміонів

$$m = \Lambda \exp \left[-\frac{2\pi}{\sqrt{8\lambda-1}} + 4 \right], \quad \lambda = \frac{e^2}{3\pi^2 \left(1 + \frac{N_f e^2}{16} \right)}, \quad (2)$$

де Λ – ультрафіолетовий параметр обрізання, N_f – число ароматів ферміонів. Критична лінія в площині (N_f, e^2) визначається рівнянням

$$e_{cr}^2 = \frac{16}{\frac{128}{3\pi^2} - N_f} \quad (3)$$

В роботах (V.P. Gusynin, V.A. Miransky, I.A. Shovkovy // *Phys. Rev. Lett.* - 1994. - Vol. 73, no.26. - Pp. 3499-3502; *ibid*, // *Phys. Rev. D.* - 1995. - Vol. 52, no.8. - Pp. 4718-4735; *ibid*, // *Nucl. Phys. B.* - 1996. - Vol. 462. - Pp. 249-290.) показано, що постійне магнітне поле каталізує динамічне порушення кіральної симетрії в (3+1)- і (2+1)-вимірних теоріях. В *підрозділі* 1.5 цей результат узагальнено на випадок динамічного порушення кіральної симетрії в просторах-часі вищої розмірності $D+1 > 4$. Показано, що в загальному випадку для максимального числа параметрів, які характеризують постійне магнітне поле у просторах вищої розмірності, причина нульового значення критичної константи зв'язку для динамічного порушення кіральної симетрії пов'язана з ефективною редукцією розмірності простору-часу для динаміки ферміонів в інфрачервоній області $D+1 \rightarrow 1+1$ та $D+1 \rightarrow 0+1$ для просторів-часу парної і непарної розмірності відповідно.

В *підрозділі* 1.6 досліджено як постійні магнітні і електричні поля впливають на динамічне порушення симетрії. Добре відомо, що постійне електромагнітне поле крім релятивістського інваріанта $\mathbf{V}^2 - \mathbf{E}^2$ характеризується також значенням іншого релятивістського інваріанта $\mathbf{E} \cdot \mathbf{V}$. Досліджуючи динамічне порушення кіральної симетрії в моделі Намбу-Йона-Лазінію в постійному електромагнітному полі з'ясовано, що критична константа зв'язку зростає із збільшенням модуля другого релятивістського інваріанта постійного електромагнітного поля. Відповідна залежність зображена на Рис. 1 (електричний випадок $\mathbf{E}^2 - \mathbf{V}^2 > 0$) та Рис.2 (магнітний випадок $\mathbf{V}^2 - \mathbf{E}^2 > 0$).

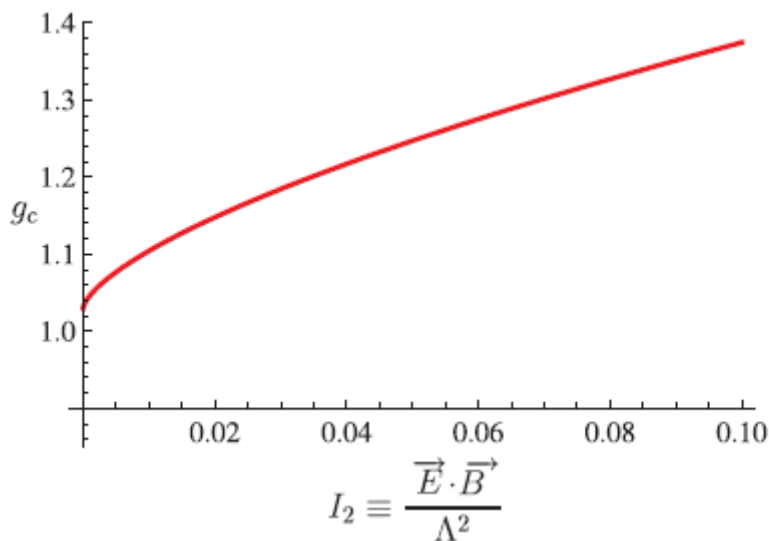


Рис. 1. Критична константа зв'язку як функція другого релятивістського інваріанта постійного електромагнітного поля в електричному випадку.

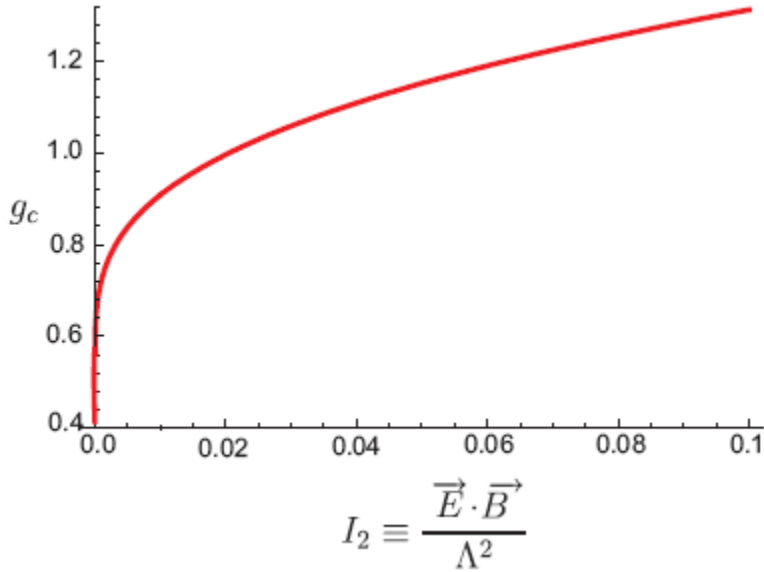


Рис. 2. Критична константа зв'язку як функція другого релятивістського інваріанта постійного електромагнітного поля в магнітному випадку.

У **ДРУГОМУ РОЗДІЛІ** досліджується зв'язок між релятивістськими квантовими теоріями поля в сильному постійному магнітному полі і некомутативними квантовими теоріями поля. *Підрозділ 2.1.1* має вступний характер, в якому розглянуто некомутативність координат центра орбіти в нерелятивістській квантовомеханічній задачі Ландау для руху зарядженої частинки у зовнішньому постійному магнітному полі, а також відома підстановка Пайерлса, яка пов'язана з цією некомутативністю. В *підрозділі 2.1.2* використовуючи модель Намбу-Йона-Лазінію в зовнішньому постійному магнітному полі показано, що ефективна некомутативна динаміка виникає також в релятивістських квантовопольових теоріях в сильному магнітному полі. Ця некомутативна динаміка має місце для нейтральних складених полів $\sigma \sim \langle \bar{\psi}\psi \rangle$ і $\pi \sim \langle \bar{\psi}i\gamma_5\psi \rangle$. В сильному магнітному полі в наближенні найнижчого рівня Ландау вершини взаємодії цих полів відповідають вершинам взаємодії ефективної некомутативної теорії в якій координати в площині перпендикулярній до магнітного поля \mathbf{B} не комутують

$$[x^a, x^b] = \frac{i\varepsilon^{ab}}{eB} \equiv i\theta^{ab}, \quad (4)$$

де ε^{ab} – повністю антисиметричний тензор. Наприклад, вершина взаємодії чотирьох полів π дорівнює

$$\Gamma_{4\pi} \sim \int d^4x \Pi * \Pi * \Pi * \Pi, \quad (5)$$

де $\Pi(x) = \exp[\nabla_{\perp}^2 / (4|eB|)] \pi(x)$, ∇_{\perp}^2 – оператор Лапласа, який діє на координати x та y в площині перпендикулярній до магнітного поля, а знак $*$ означає так званий

стар добуток

$$\Phi * \Phi(x) = \exp\left[\frac{i}{2} \theta^{ab} \frac{\partial}{\partial y^a} \frac{\partial}{\partial z^b}\right] \Phi(y) \Phi(z) \Big|_{y=z=x}, \quad (6)$$

який є асоціативним добутком і характерним для некомутативних теорій. Його присутність свідчить про некомутативність координат в теорії. Важливою відмінністю ефективних некомутативних теорій, які виникають при описі нейтральних полів при низьких енергіях в сильному постійному магнітному полі від некомутативних теорій, які розглядаються в літературі є присутність експоненційно різучих форм-факторів $\exp[-k_{\perp}^2 / (4|eB|)]$ в вершинах взаємодії. Завдяки присутності таких форм-факторів відома проблема УФ/ІЧ змішування відсутня в ефективних некомутативних теоріях у сильному магнітному полі. Таким чином, з'ясовано, що динаміка нейтральних складених полів в моделі Намбу-Йона-Лазінію у сильному магнітному полі описується ефективною некомутативною теорією.

В квантовій електродинаміці фотон є нейтральною частинкою. В світлі отриманих в моделі Намбу-Йона-Лазінію результатів природно очікувати, що низькоенергетична дія для фотонів в сильному магнітному полі в наближенні найнижчого рівня Ландау також визначає деяку ефективну некомутативну теорію. В *підрозділі 2.2* показано, що дійсно в наближенні найнижчого рівня Ландау електромагнітна $U(1)$ калібрувальна симетрія ферміонного пропагатора трансформується в некомутативну $U(1)_{nc}$ калібрувальну симетрію. Інтегруючи по ферміонному полю і враховуючи тільки стани на найнижчому рівні Ландау, знайдено наступну ефективну фотонну дію

$$\Gamma = -\frac{1}{4} \int d^4x F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{i|eB|}{2\pi} \int d^2x_{\perp} Tr_{\parallel} [P Ln(i\gamma^{\parallel} (\partial_{\parallel} - ieA_{\parallel}^f) - m)] *, \quad (7)$$

де перший доданок в (7) є стандартний максвелівський член, $A_{\parallel}^f = \exp[\nabla_{\perp}^2 / (4|eB|)] A_{\parallel}$, $A_{\parallel} = (A_0, A_3)$, операції Tr та Ln визначені в функціональному сенсі, $P = (1 - i\gamma^1 \gamma^2 sign(eB)) / 2$ є проектором на стани із спіном поляризованим вздовж або проти напрямку магнітного поля для частинок і античастинок відповідно на найнижчому рівні Ландау, а знак *, як і в попередньому підрозділі, визначає стар добуток. Другий доданок в рівнянні (7) відповідає ферміонному детермінанту і включає тільки $A_{\parallel} = (A_0, A_3)$ поля, тому що ферміони на найнижчому рівні Ландау взаємодіють тільки з цими компонентами електромагнітного поля. Присутність стар добутку * в другому доданку ефективної дії (7) свідчить про те, що він є інваріантним не відносно звичайної електромагнітної $U(1)$ калібрувальної симетрії, а відносно некомутативної $U(1)_{nc}$ калібрувальної симетрії коли калібрувальне поле перетворюється наступним чином

$$A_\mu \rightarrow U(x) * A_\mu * U^{-1}(x) + \frac{i}{e} U(x) * \partial_\mu U^{-1}(x), \quad U(x) = (e^{i\alpha(x)})_*, \quad \mu = (0,3). \quad (8)$$

Другий доданок в ефективній дії (7) можна розкласти в ряд по ступенях $F_{\mu\nu}^{nc} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - ie(A_\mu * A_\nu - A_\nu * A_\mu)$ та похідних від $F_{\mu\nu}^{nc}$ і в результаті одержано наступні перші доданки розкладу

$$\int d^4x \left[-\frac{\alpha |eB|}{4\pi n^2} F_{\mu\nu}^{nc} * F^{nc\mu\nu} - \frac{\alpha |eB|}{30\pi n^4} D_\lambda F^{nc\lambda\mu} * D^\rho F_{\rho\mu}^{nc} + \dots \right]. \quad (9)$$

Таким чином, низькоенергетична ефективна дія квантової електродинаміки в сильному магнітному полі в наближенні найнижчого рівня Ландау відповідає ефективній некомутативній квантовій електродинаміці. Важливо, що в цій теорії УФ/ІЧ змішування є відсутнім, так само, як це має місце в моделі Намбу-Йона-Лазінію в сильному магнітному полі. Також показано, що при врахуванні внесків всіх вищих рівнів Ландау відновлюється електромагнітна $U(1)$ калібрувальна симетрія ефективної дії. Це відновлення відбувається в досить витонченій манері. Хоча внесок кожного окремого вищого рівня Ландау є подавленим в інфрачервоній області, їх сукупний внесок не є подавленим. Знайдено також кінематичну область для якої наближення найнижчого рівня Ландау є надійним.

В Розділі 1 було відзначено, що постійне магнітне поле каталізує динамічне порушення кіральної симетрії. Згідно теоремі Голдстоуна при порушенні неперервної симетрії в системі з'являються безмасові збудження. У випадку порушення кіральної симетрії вони є зв'язаними ферміон-антиферміонними станами, які є нейтральними відносно електричного заряду. В моделі Намбу-Йона-Лазінію нейтральні намбу-голдстоунівські поля є сильно зв'язаними станами, які можуть бути описані локальними допоміжними полями Хабарда-Стратоновича. В калібрувальних теоріях, зокрема квантовій електродинаміці і квантовій хромодинаміці, нейтральні намбу-голдстоунівські бозони є нелокальними об'єктами і тому виникає питання чи описується їх динаміка в сильному магнітному полі також деякою ефективною некомутативною теорією? Це питання розглянуто в *підрозділі 2.3*. Ефективну дію для намбу-голдстоунівських бозонів обчислено в *підрозділі 2.3.1*. Загальну структуру вершин взаємодії нейтральних складених полів в калібрувальних теоріях розглянуто в *підрозділі 2.3.2*, де з'ясовано, що хоча вершини взаємодії можуть бути представлені в просторі з некомутативними координатами, їх неможливо переписати в формі вершин взаємодії звичайних некомутативних теорій розглянутих в літературі. В *підрозділі 2.3.3* показано, що кіральна динаміка нейтральних намбу-голдстоунівських бозонів в квантовій електродинаміці у сильному магнітному полі в наближенні найнижчого рівня Ландау в режимі слабого зв'язку описується складною нелокальною некомутативною теорією.

У **ТРЕТЬОМУ РОЗДІЛІ** розглядається динамічне порушення симетрії у викривленому просторі. В *підрозділі* 3.1 досліджується генерація маси і динамічне порушення кіральної симетрії в моделі Гросса-Нев'є на площині Лобачевського в коваріантно постійному зовнішньому магнітному полі. В *підрозділі* 3.1.1 визначено модель, симетрії і в наближенні середнього поля знайдено ефективну дію для допоміжного поля Хабарда-Стратоновича $\sigma \sim \bar{\psi} \psi$. В *підрозділі* 3.1.2 наведено спектр рівняння Дірака на площині Лобачевського в коваріантно постійному магнітному полі. Густину станів і холівську провідність обчислено в *підрозділі* 3.1.3. Рівняння для щілини розв'язано в *підрозділі* 3.1.4. Його розв'язки існують в режимі слабкого зв'язку, тобто критичне значення константи зв'язку рівне нулю.

Слід відзначити, що зазвичай динамічне порушення симетрії потребує для свого існування надкритичних значень константи зв'язку. Необхідність сильного зв'язку легко зрозуміти з досить простих фізичних міркувань. Дійсно для того, щоб стан із конденсатом ферміон-антиферміонних пар мав енергію меншу ніж тривіальний вакуум необхідно, щоб енергія ферміон-антиферміонного зв'язаного стану була від'ємною. В квантовій електродинаміці, як легко можна показати, така умова означає, що константа зв'язку повинна перевищувати одиницю. Схожа ситуація має місце в моделі Намбу-Йона-Лазінію та інших моделях. Тому дуже цікаво коли динамічне порушення симетрії відбувається в режимі слабкої взаємодії. Три приклади таких режимів відомі.

Перший – це порушення симетрії в системах з ненульовою густиною ферміонів коли присутня поверхня Фермі. У цьому випадку, як відомо з теорії надпровідності Бардіна-Купера-Шріфера, зв'язаний стан формується навіть у випадку завгодно слабкого притягування між ферміонами. Внаслідок того, що ренормгруповий скейлінг в імпульсному просторі пов'язаний тільки з напрямком перпендикулярним до поверхні Фермі, з точки зору ренормгрупового скейлінга ефективна розмірність простору-часу в моделях з поверхнею Фермі є $(1 + 1)$ -вимірною. Як добре відомо, зв'язаний стан в $(1 + 1)$ -вимірному просторі-часі утворюється для як завгодно слабо притягуючого потенціалу і тому не дивно, що критична константа зв'язку дорівнює нулю у цьому випадку. Відповідну динаміку для кваркової матерії в стані кольорової надпровідності розглянуто у Розділі 4. Другий приклад динамічного порушення симетрії в режимі слабкого зв'язку пов'язаний з явищем магнітного каталізу в теоріях у зовнішньому постійному магнітному полі. Магнітний каталіз має універсальний характер і обумовлений ефективною редукцією простору-часу для динаміки ферміонів в інфрачервоній області на 2 одиниці коли їх енергія менша за масштаб Ландау $\sqrt{2|eB|}$. Третій приклад динамічного порушення симетрії в режимі слабкої взаємодії був відкритий в роботах (I.L. Buchbinder, E. N. Kirilova // Int. J. Mod. Phys. A. - 1989. - Vol. 4. - Pp. 143-149; T. Inagaki, T. Muta, S. D. Odintsov // Mod. Phys. Lett. A. - 1993. - Vol. 8. - Pp. 2117-2123.), однак фізичні причини нульового значення критичної константи зв'язку залишались невідомими. Ці причини з'ясовано в *підрозділі* 3.2, де розглянуто динамічне порушення кіральної

симетрії в $(D+1)$ -вимірних гіперболічних просторах H^D постійної від'ємної кривизни і показано, що нульове значення критичної константи зв'язку пов'язано з ефективною редукцією розмірності простору-часу $D+1 \rightarrow 1+1$ для динаміки ферміонів в інфрачервоній області в гіперболічних просторах.

В *підрозділі 3.2.1* визначено модель Намбу-Йона-Лазініо в гіперболічному просторі і отримано рівняння для щільності, яке виражається через ядро теплопровідності $h_{R \times H^D} = \text{tr}_D \langle x | \exp[-sA] | x \rangle$ для квадрованого оператора Дірака $A = -(\gamma_E^\mu \nabla_\mu)^2 + m^2$ (γ_E^μ – евклідові γ -матриці, а tr_D означає слід по спіновим індексам) у просторах-часі $R \times H^D$, де H^D є D -вимірним гіперболічним простором. В *підрозділі 3.2.2* проаналізовано ядро теплопровідності і показано, що при великих значеннях параметра власного часу s ядро теплопровідності має наступну асимптотику

$$h_{R \times H^D} \sim \frac{1}{s}, \quad h_{R^{n+1}} = \frac{2^{\frac{n+1}{2}}}{(4\pi s)^{\frac{n+1}{2}}}, \quad (10)$$

де $h_{R^{n+1}}$ є ядром теплопровідності у плоскому $(n+1)$ -вимірному просторі-часі.

Порівняння асимптотики ядра теплопровідності $h_{R \times H^D}$ з ядром теплопровідності у плоскому $(n+1)$ -вимірному просторі-часі $h_{R^{n+1}}$ свідчить про те, що ефективна розмірність простору-часу для ферміонів в гіперболічних просторах довільної розмірності D в інфрачервоній області відповідає $(1+1)$ -вимірній теорії. Ця ефективна редукція розмірності простору-часу є причиною нульового значення критичної константи зв'язку для динамічного порушення симетрії в просторах постійної від'ємної кривизни.

Той факт, що динаміка ферміонів в інфрачервоній області є ефективно $(1+1)$ -вимірною, потенційно може бути небезпечним для динамічного порушення симетрії з огляду на відому теорему Коулмена-Мерміна-Вагнера згідно з якою спонтанне порушення неперервної симетрії неможливо в $(1+1)$ -вимірному просторі-часі внаслідок сильних інфрачервоних розбіжностей пов'язаних з безмасовими намбу-голдстоунівськими бозонами. У випадку динамічного порушення симетрії в зовнішньому постійному магнітному полі Гусинін, Міранський і Шовковий в вищезгаданих роботах представили елегантне вирішення цієї потенційної проблеми. Завдяки тому, що намбу-голдстоунівські бозони є нейтральними, ефективна редукція розмірності простору-часу (яка для заряджених частинок є наслідком того, що їх рух в постійному магнітному полі в класичній механіці відбувається по ларморівським орбітам в площині перпендикулярній до магнітного поля) відсутня для нейтральних частинок. Явні обчислення показують, що

пропагатори намбу-голдстоунівських бозонів мають $(3 + 1)$ -вимірну форму в інфрачервоній області, що вирішує потенційну проблему пов'язану з ефективною редукцією розмірності простору-часу для динаміки ферміонів в інфрачервоній області. Очевидно, що у випадку гравітаційного поля таке вирішення проблеми не може бути застосованим, тому що гравітація має універсальний характер і всі частинки, включаючи намбу-голдстоунівські бозони, взаємодіють з гравітаційним полем. Ця проблема розглянута в *підрозділі 3.2.3*, де показано, що внаслідок того, що оператор Лапласа-Бельтрамі в гіперболічних просторах має щілину в спектрі, пропагатор безмасового скалярного поля швидко прямує до нуля на великих відстанях і інфрачервоні розбіжності не виникають. Таким чином, ефективна редукція розмірності простору-часу для динаміки ферміонів в гіперболічних просторах в інфрачервоній області не протирічить теоремі Мерміна-Колмена-Вагнера. Слід відзначити, що відсутність безщілинних скалярних збуджень в досліджуваній моделі не протирічить теоремі Голдстоуна. Теорема Голдстоуна була доведена для теорій у просторі Мінковського. У випадку, що розглядається, теорія задана у викривленому просторі, тому теорема Голдстоуна як така не може бути застосована.

У перших двох підрозділах Розділу 3 було розглянуто як гравітаційне поле і ненульова кривизна простору впливає на динамічне порушення симетрії. З іншого боку зрозуміло, що в свою чергу порушення симетрії може дуже істотно впливати на ефективну гравітаційну дію, яка враховує квантові флуктуації полів матерії. Дійсно фазовий перехід із порушенням симетрії пов'язаний з переходом системи із стану з непорушеною симетрією в несиметричний стан, який при даних значеннях параметрів має меншу енергію. Добре відомо, що енергія основного стану полів матерії визначає космологічну сталу в гравітаційній дії. В дисертації головну увагу зосереджено на питанні динамічного порушення кіральної симетрії і генерації маси. Між тим існує багато ефектів, пов'язаних із самим фактом існування маси поля. Дуже важливим є звичайне порівняння маси поля з характерними для даної фізичної системи енергіями, що визначає чи буде це поле суттєвим для опису цієї системи чи ні. Якщо характерні енергії перевищують масу поля, то будуть з'являтися частинки, які є збудженнями цього поля. Якщо ж характерні енергії менші за масу, то народженням відповідних частинок можна знехтувати. Однак це не означає, що в цьому випадку при низьких енергіях масивне поле не буде мати ніякого фізичного впливу. За рахунок радіаційних поправок частинки цього поля будуть віртуально збуджуватися і, таким чином, впливати на різні процеси в досліджуваній системі. Звичайно чим енергія менша, тим меншим буде їх вплив. Теорема Апелквіста-Каразоне кількісно характеризує процес відщеплення масивних частинок в низькоенергетичній теорії. Ця теорема була сформульована у випадку плоского простору-часу. У викривленому просторі виникає природне питання чи справедлива в ньому ця теорема. Це питання досліджено в *підрозділі 3.3*. В *підрозділі 3.3.1* розглянуто на класичному рівні як кривизна простору-часу

впливає на порушення симетрії в $U(1)$ моделі Хігса. В *підрозділі 3.3.2* в однопетльовому наближенні обчислено квантові поправки до квадратичної по тензору кривизни ефективної низькоенергетичної гравітаційної дії з урахуванням всіх степенів похідних, що необхідно для з'ясування закону відщеплення масивних полів при низьких енергіях у викривленому просторі-часі. В ренормалізаційній схемі, яка залежить від маси, в *підрозділі 3.3.3* досліджено відщеплення масивних полів в $U(1)$ моделі Хігса у викривленому просторі-часі. Показано, що ренормгрупові β -функції $\beta_{IR}(\mu)$ в інфрачервоній області ($\mu \ll m$) є квадратично подавленими $\beta_{IR}(\mu) \sim \beta_{UV}\mu^2/m^2$ порівняно з β -функціями в ультрафіолетовій області в секторі гравітаційної дії з вищими похідними. Таким чином, закон відщеплення масивних полів при енергіях менших мас частинок, які виникають внаслідок спонтанного порушення симетрії в секторі ефективної гравітаційної дії з вищими похідними співпадає із законом відщеплення масивних полів Апелквіста-Каразоне у плоскому просторі. Для космологічної сталої і ньютонівської константи зв'язку ренормгрупові β -функції виявилися нульовими в розглянутому пертурбативному режимі і тому закон відщеплення квантових ефектів масивних полів в цьому секторі залишається відкритим питанням.

У **ЧЕТВЕРТОМУ РОЗДІЛІ** досліджується динамічне порушення кольорової симетрії в квантовій хромодинаміці при великій густині баріонного заряду. В роботі (M. Huang, I. A. Shovkovy // Phys. Rev. D. - 2004. - Vol. 70, no.5. - P. 051501(R).) було показано, що в кваркової матерії з двома ароматами у стані кольорової надпровідності (2SC фаза) має місце хромомагнітна нестабільність пов'язана з присутністю уявних (тахіонних) мейснерівських мас глюонів. В *підрозділі 4.1* розглянуто фізичні причини появи хромомагнітної нестабільності і показано, що ця нестабільність пов'язана з наявністю плазмонів з тахіонним характером спектру. Основна ідея аналізу наступна. Мейснерівські маси глюонів визначаються глюонною поляризаційною функцією при нульовій частоті $p_0 = 0$ в границі коли імпульс прямує до нуля $p \rightarrow 0$. З іншого боку, спектр плазмонів знаходиться із тієї ж глюонної поляризаційної функції обчисленої при ненульовій частоті p_0 та імпульсі p . Кваркова матерія в стані кольорової надпровідності в 2SC фазі характеризується значеннями надпровідної щільності Δ , баріонного хімічного потенціалу μ та параметром $\delta\mu$, який визначає різницю між хімічними потенціалами для u і d кварків. Квадрат мейснерівських мас для 4-7-го глюонів зображено на Рис. 3, з якого видно, що в 2SC фазі кольорової надпровідності кваркової матерії з двома ароматами кварків має місце хромомагнітна нестабільність при $\delta\mu > \Delta/\sqrt{2}$, а також у випадку $\delta\mu > \Delta$ коли реалізується так звана безщільна g2SC фаза кольорової надпровідності в якій низькоенергетичні збудження ($E \ll \delta\mu - \Delta$) є дуже подібними до збуджень в нормальній фазі, хоча при цьому магнітні властивості 2SC фази кардинально відрізняються від магнітних

властивостей нормальної фази.

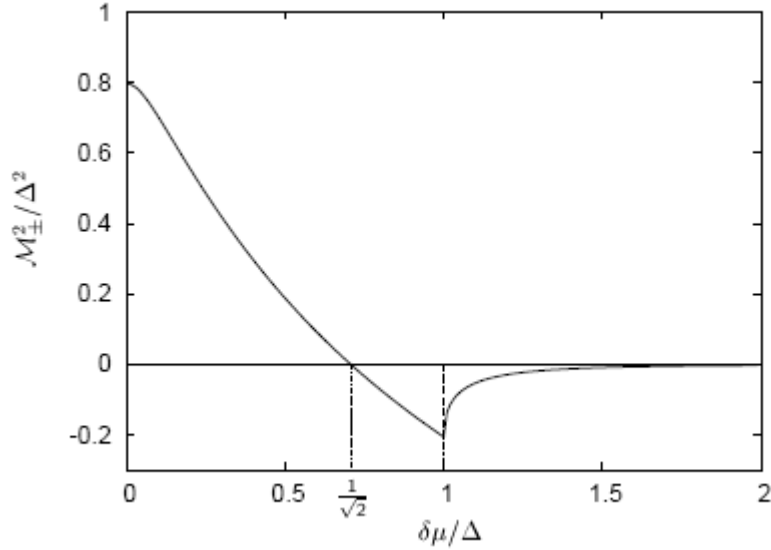


Рис. 3. Квадрат мейснерівської маси для 4-7-го глюонів (суцільна лінія).

В каналі 4-7-го глюонів були знайдені легкі плаزمони із законом дисперсії $p_0^2 = v^2 p^2 + M^2$, де швидкість v є дійсною величиною і меншою від одиниці, а M – мейснерівська маса, яка є уявною величиною при $\delta\mu > \Delta/\sqrt{2}$. Із закону дисперсії для плазмонів видно, що хромомагнітна нестабільність пов'язана із від'ємним значенням квадрата мейснерівської маси, а залежність від імпульсу має стандартний квадратичний характер з позитивною v^2 . Такий характер нестабільності відповідає нестабільності в добре відомому механізмі Хігса. З іншого боку аналіз спектра плазмонів в каналі 8-го глюонного показав зовсім інший характер нестабільності. По-перше, легкі плаزمони повністю відсутні в цьому каналі в 2SC фазі для $\delta\mu < \Delta$. З іншого боку, в g2SC фазі для $\delta\mu > \Delta$ при $p_0 \rightarrow 0$ мають місце магнітні і електричні тахіонні плаزمони з законом дисперсії $p_0^2 = v^2 p^2$ з від'ємним квадратом швидкості v^2 . Залежність квадрату швидкості магнітних і електричних мод тахіонних плазмонів як функція $\delta\mu/\Delta$ зображено на Рис. 4.

Хромомагнітна нестабільність вказує на можливість конденсації глюонів в 2SC і g2SC фазах. В *підрозділі 4.2* цю можливість досліджено в підході Гінзбурга-Ландау поблизу точки початку хромомагнітної нестабільності $\delta\mu = \Delta/\sqrt{2}$ і запропоновано нову глюонну фазу кольорової надпровідності з двома ароматами кварків, в якій

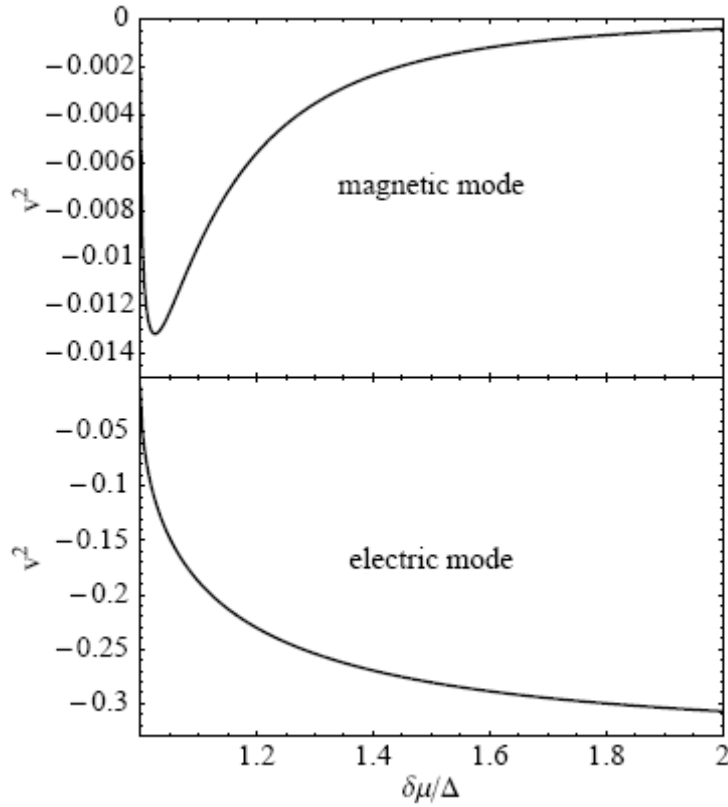


Рис. 4. Квадрат швидкості для безцілинних тахіонних магнітного і електричного плазмонів в каналі 8-го глюона.

конденсати глюонних полів вирішують проблему хромомагнітної нестабільності. В *підрозділі* 4.2.1 визначено феноменологічну модель кваркової матерії з двома ароматами кварків і описано симетрії. В *підрозділі* 4.2.2 для аналізу глюонної фази використано наступний анзатц для конденсатів глюонних полів

$$B \equiv g \langle 0 | A_3^{(6)} | 0 \rangle, \quad C \equiv g \langle 0 | A_3^{(1)} | 0 \rangle, \quad D \equiv g \langle 0 | A_0^{(3)} | 0 \rangle, \quad (11)$$

де $A_\mu^{(a)}$ – глюонне поле, а g – константа зв'язку. В підході Гінзбурга-Ландау обчислено ефективний потенціал для конденсатів глюонних полів поблизу критичної точки, який враховує масові доданки розмірності чотири включно

$$V_{eff} = \frac{M^2 B^2}{2} + TDB + \frac{\lambda_{BC} B^2 C^2}{2} + \frac{\lambda_{CD} C^2 D^2}{2}, \quad (12)$$

де M^2 – квадрат мейснерівської маси, а λ_{BC} і λ_{CD} – деякі ефективні константи. Мінімуму ефективного потенціалу відповідає наступний розв’язок

$$B = \frac{\delta\mu^2 - \delta\mu_c^2}{\delta\mu_c^2} \frac{16\mu \sqrt{10(1 + \frac{\pi}{\alpha_c})}}{30}, \quad C = \frac{\sqrt{\delta\mu^2 - \delta\mu_c^2}}{\delta\mu_c} \frac{2\mu}{\sqrt{5}}, \quad D = \frac{\delta\mu^2 - \delta\mu_c^2}{\delta\mu_c^2} \frac{4\mu}{5}, \quad (13)$$

де α_c – константа зв’язку сильної взаємодії. Таким чином, в глюонній фазі реалізується хігсівський механізм з конденсацією векторних глюонних полів. Внаслідок того, що кольорова $SU_c(3)$ і електромагнітна $U(1)$ симетрії спонтанно порушені, спектр збуджень в глюонній фазі є дуже багатим. Якщо глюонна або подібна до неї фаза є основним станом кольорового надпровідника і ця фаза існує в центральних областях нейтронних зірок, тоді фізичні властивості і динаміка глюонної фази можуть бути важливими для астрофізичних спостережень нейтронних зірок.

Розв’язок (13) відповідає мінімуму ефективного потенціалу. Однак питання чи є це рішення глобальним мінімумом в кварковій матерії при великій густині баріонного заряду є відкритим. Наприклад існують розв’язки з просторово неоднорідною надпровідною щільною, а відповідна фаза відома як фаза Ларкіна-Овчінікова-Фульде-Ферела (ЛОФФ). ЛОФФ фаза, вперше запропонована в дослідженнях надпровідності в теорії твердого тіла, є одним із основних конкурентів глюонної фази як кандидата на основний стан кольорового надпровідника з двома ароматами кварків. Електрична і кольорова нейтральність є дуже важливими умовами для реалізації кольорової надпровідності в кварковій матерії. В *підрозділі* 4.3 проаналізовано вплив умов електричної і кольорової нейтральності на кваркову матерію в ЛОФФ стані з просторовою неоднорідністю у вигляді однієї плоскої хвилі і обчислено вільну енергію зображену на Рис. 5 як функцію надпровідної щільності Δ_0 при $\delta\mu = 0$ (замість константи зв’язку більш зручно використовувати величину Δ_0). З цього рисунку випливає, що нейтральна ЛОФФ фаза є більш стабільною порівняно з нейтральною нормальною фазою у всьому інтервалі де ці фази співіснують. Нейтральна ЛОФФ фаза має також меншу енергію ніж нейтральна g2SC/2SC фаза у всьому інтервалі, де існує g2SC фаза, а також у маленькій області поблизу точки, де 2SC фаза переходить в g2SC фазу. Однак в силу того, що хромомагнітна нестабільність в 2SC фазі має місце при $\delta\mu = \Delta/\sqrt{2}$, якому відповідає значення $\Delta_0 = 177$ MeV, очевидно, нейтральне ЛОФФ рішення не вирішує проблему хромомагнітної нестабільності в широкому інтервалі значень $136 \text{ MeV} < \Delta_0 < 177 \text{ MeV}$.

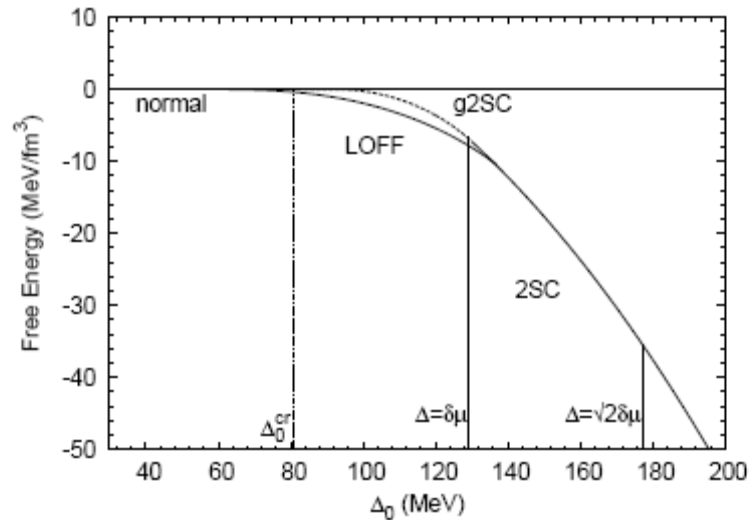


Рис. 5. Вільна енергія нейтрального ЛОФФ стану (суцільна жирна лінія) та нейтральних 2SC (тонка суцільна лінія) і g2SC станів (штрихова лінія). Вільна енергія нормального стану вибрана як лінія відліку.

Відомо, що нейтронні зірки характеризуються дуже великими значеннями магнітних полів, які можуть суттєво вплинути на стан кольорової надпровідності. Питання того, як впливає магнітне поле на стан кольорової надпровідності розглянуто в *підрозділі 4.4*, де показано, що завдяки змішуванню електромагнітного і глюонних полів в надпровідній фазі магнітне поле у формі нейтральної відносно надпровідного конденсата комбінації електромагнітного і глюонного полів майже повністю проникає вглиб кольорового надпровідника. Таким чином, малоімовірно, що магнітні поля які існують в типових нейтронних зірках можуть знищити стан кольорової надпровідності, якщо такий реалізується в центральних областях нейтронних зірок.

В попередніх розділах даної дисертації динамічне порушення симетрії досліджувалось в релятивістських квантових теоріях поля, які використовуються в фізиці елементарних частинок, де інваріантність лагранжіану теорії відносно перетворень із групи Лоренца є одним із найбільш загальних постулатів. В фізиці конденсованого стану також відомі системи, які в низькоенергетичному наближенні характеризуються лінійним, як в релятивістських теоріях, енергетичним законом дисперсії. Серед цих систем присутні такі важливі як високотемпературні надпровідники і різні системи пов'язані з вуглецем, базовим серед яких є графен. У **П'ЯТОМУ РОЗДІЛІ** дисертації розглядається динамічне порушення симетрії в графені і його зв'язок з квантовим ефектом Хола в цьому матеріалі. Графен є двовимірним кристалом вуглецю, який був експериментально

відкритий в 2004 році і є, по суті, шаром графіту товщиною в один атом. Квазічастинкові збудження в графені описуються (2+1)-вимірним рівнянням Дірака для безмасових ферміонів, в якому замість швидкості світла c присутня швидкість Фермі $v_F \approx c/300$. Цей факт призводить до незвичних транспортних властивостей графена і можливих потенційно дуже важливих практичних застосувань цього матеріала. В континуальному наближенні гамільтоніан для квазічастинок в графені з кулонівською взаємодією має $U(4)$ симетрію пов'язану із спіном і псевдоспіном. Останній виникає як наслідок гексагональної ґратки графена, в якій існують дві підґратки Браве. В *підрозділі 5.1* досліджується динамічне порушення $U(4)$ симетрії в графені у відсутності зовнішнього магнітного поля. Враховуючи поляризаційні ефекти в кулонівській взаємодії отримано рівняння для щілини, яка порушує $U(4)$ симетрію і знайдено наступний розв'язок рівняння для щілини

$$\Delta \approx \Lambda v_F \exp\left[-\frac{2\pi}{\sqrt{4\lambda-1}} + 4\right], \quad \lambda = \frac{g}{2 + \pi g}, \quad (14)$$

де параметр Λ визначається шириною зони провідності, а $g = e^2/v_F$ – безрозмірна константа взаємодії в графені. Як випливає із розв'язку (14), симетрія порушена якщо константа взаємодії перевищує деяке критичне значення. В *підрозділі 5.2* досліджується вплив магнітного поля на динамічне порушення симетрії і генерацію щілини в графені. При нульовій температурі і відсутності ненульової густини носіїв заряду критична константа зв'язку в цьому випадку дорівнює нулю і, таким чином, $U(4)$ симетрія завжди порушена. Із рівняння для щілини випливає, що при ненульовій густині носіїв заряду n нетривіальний розв'язок для щілини існує тільки якщо магнітне поле перевищує критичне значення $B_c = \pi c n / 2$, яке відповідає повністю заповненому найнижчому рівню Ландау. В *підрозділі 5.3* обчислено провідність та опір і проаналізовано як вони залежать від генерації щілини Δ .

Особлива роль у вивченні графена належить квантовому ефекту Хола. Квазічастинкові збудження в графені описуються (2+1)-вимірним рівнянням Дірака і це призводить до незвичної форми квантової холівської провідності $\sigma_{xy} = -e^2 \nu / h$, де фактор заповнення $\nu = 4(n+1/2)$, а $n = 0, 1, \dots$, яка підтверджується експериментально. Незвичне квантування виникає завдяки квантовій аномалії найнижчого рівня Ландау. Нещодавно квантовий ефект Хола в графені був досліджений в сильних магнітних полях $B \geq 20$ Т де експериментально спостерігались нові холівські плато з фактором заповнення $\nu = 0, \pm 1, \pm 4$ пов'язані з розщепленням $n=0$ та $n=1$ рівнів Ландау. Відповідні експериментальні дані зображено на Рис. 6.

В літературі було запропоновано два теоретичних сценарія для пояснення причини появи цих нових холівських плато. Один з них ґрунтується на моделі квантового холівського феромагнетизму, в якому використовуються феромагнітні параметри порядку, а інший на сценарії магнітного каталізу, в якому мають місце екситоноподібні параметри порядку. В першому сценарії генерується спінова або псевдоспінова щілини в спектрі квазічастинок, а другий сценарій характеризується генерацією щілини в спектрі квазічастинок, пов'язаної з масовими доданками. З технічної точки зору різниця між цими двома сценаріями полягає у використанні

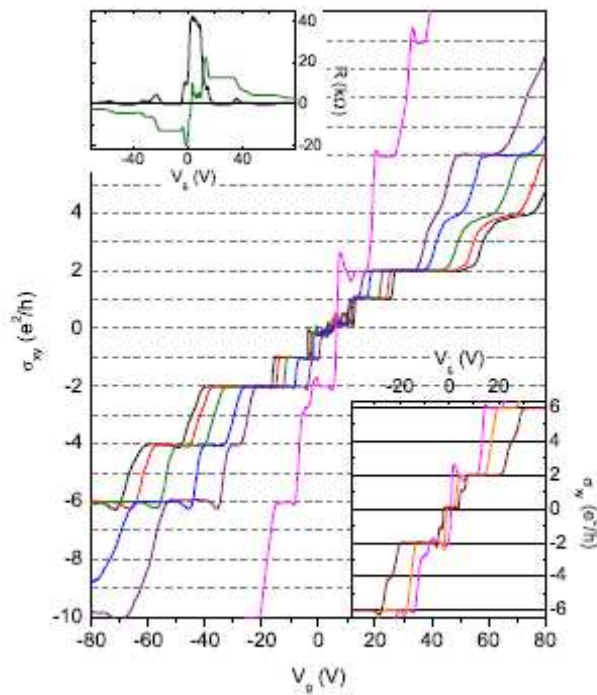


Рис. 6. Холівська провідність як функція напруги на затворі у полях $B = 9; 25; 30; 37; 42; 45 T$ для кривих починаючи в правому верхньому кутка зверху вниз. Вставка зліва вгорі: R_{xx} і R_{xy} для $B = 25 T$. Вставка справа внизу: σ_{xy} біля діраківської точки у $B = 9; 11,5; 17,5 T$.

різних параметрів порядку, які порушують $U(4)$ симетрію гамільтоніана квазічастинок графена з кулонівською взаємодією. Феромагнітні параметри порядку, які відповідають спіновій і псевдоспіновій густинам, пов'язані з діагональними генераторами неабелевої підгрупи $SU(4) \subset U(4)$ і мають наступний вигляд $\mu_3 \psi^+ \sigma_3 \psi$ і $\mu_s \psi^+ \gamma^3 \gamma^5 P_s \psi$, де γ – матриці Дірака, а $P_{\pm} = (1 \pm \sigma^3)/2$ –

проектори на стани із спіном вгору і вниз. Параметр порядку з μ^3 описує спінову хвилю, а параметр порядку з μ_s характеризує дисбаланс заряду між двома долинами в зоні Брілюена. Параметри порядку в сценарії магнітного каталізу є масовими членами $\Delta_s \psi^+ \gamma^0 \gamma^3 \gamma^5 P_s \psi$ і $\tilde{\Delta}_s \psi^+ \gamma^0 P_s \psi$. Масовий член з Δ_s порушує дискретну симетрію відносно обернення часу і відомий в фізиці твердого тіла як маса Халдейна. Зрозуміло, що внаслідок присутності γ^3 матриці халдейнівська маса не є лоренц-інваріантною в (3+1)-вимірних теоріях і тому не може бути використана в лоренц-інваріантних релятивістських теоріях в фізиці елементарних частинок. Таким чином, халдейнівська маса є специфічною для (2+1)-вимірних теорій. Масовий член з $\tilde{\Delta}_s$ описує дисбаланс заряду на двох підгратках графена. Він не порушує симетрію відносно обернення часу і є звичайним діраківським масовим членом. В *підрозділі 5.4* отримано рівняння Швінгера-Дайсона для пропагатора діраківських квазічастинок у зовнішньому постійному магнітному полі, яке враховує як феромагнітні, так і екситоноподібні параметри порядку. В *підрозділі 5.5* в явному вигляді обчислено пропагатор для діраківських квазічастинок і отримано систему рівнянь для параметрів порядку. Аналізуючи знайдені рівняння, доведено, що феромагнітні і екситоноподібні параметри порядку не є конкуруючими в графені у зовнішньому магнітному полі, а навпаки, феромагнітні параметри порядку з необхідністю співіснують з параметрами порядку пов'язаними з діраківськими масами. Факт співіснування феромагнітних і екситоноподібних параметрів порядку призводить до важливих наслідків, зокрема, передбачає можливість існування безщілинних крайових станів.

В *підрозділі 5.6* при нульовій температурі отримано аналітичні розв'язки рівнянь для параметрів порядку, а також чисельно знайдено фазову діаграму графена на найнижчому рівні Ландау у площині температури і хімічного потенціалу. Розв'язок з ненульовими халдейнівськими масами протилежного знака для полів із спіном вгору і вниз описує $\nu=0$ холівське плато з наполовину заповненим найнижчим рівнем Ландау

$$\nu=0: \quad \Delta_{\pm} = \mu_{\pm} = 0, \quad \Delta_{\pm} = \pm M \operatorname{sign}(eB), \quad \mu_{\pm} = \mu_0 \mp (Z + A), \quad (15)$$

де Z – зеєманівська енергія, μ_0 – електронний хімічний потенціал, а M і A є динамічними параметрами, які відповідальні за величину динамічних мас та підсиленої зеєманівської взаємодії і які із рівнянь для щілини виражаються через константу взаємодії теорії і величину магнітного поля. Гібридний розв'язок з ненульовою халдейнівською масою Δ_- для поля із спіном вниз і діраківською масою Δ_+ для поля із спіном вгору

$$\begin{aligned} \nu=1: \quad \Delta_+ = \tilde{\Delta}_- = \tilde{\mu}_- = 0, \quad \mu_+ = \mu_0 - Z - 4A, \quad \mu_- = \mu_0 + Z - 3A, \\ \tilde{\mu}_+ = A \operatorname{sign}(eB), \quad \tilde{\Delta}_+ = M, \quad \Delta_- = -M \operatorname{sign}(eB) \end{aligned} \quad (16)$$

описує $\nu=1$ холівське плато і відповідає на три чверті заповненому найнижчому рівню Ландау. Розв'язок з однаковими халдейнівськими масами Δ_{\pm} для полів із спіном вгору і вниз

$$\nu=2: \quad \tilde{\Delta}_{\pm} = \tilde{\mu}_{\pm} = 0, \quad \mu_{\pm} = \mu_0 \mp Z - 7A, \quad \Delta_{\pm} = -M \operatorname{sign}(eB) \quad (17)$$

описує $\nu=2$ холівське плато і відповідає повністю заповненому найнижчому рівню Ландау. Фазову діаграму графена в площині температури і хімічного потенціалу зображено на Рис. 7.

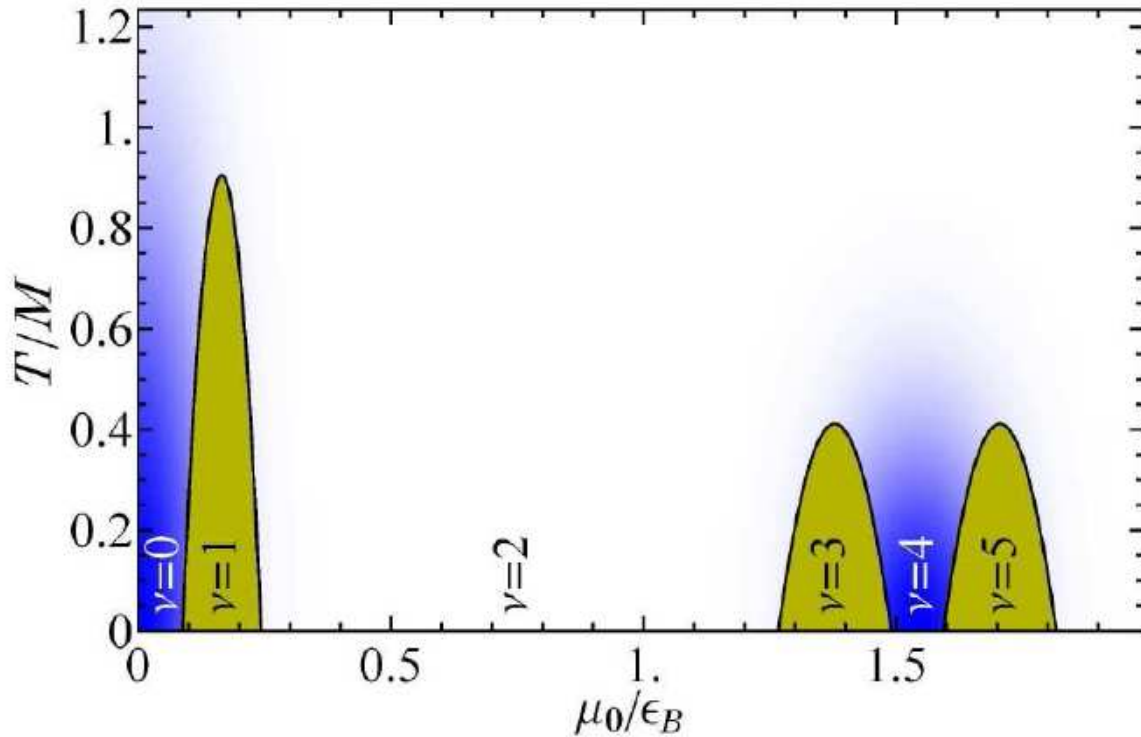


Рис. 7. Фазова діаграма графена в площині температури і хімічного потенціалу.

Параметр ϵ_B на Рис. 7 дорівнює $\epsilon_B = \sqrt{2\hbar |eB| v_F^2 / c} \approx 424 \sqrt{|B[T]|}$ К і визначає різницю між енергіями першого і нульового рівнів Ландау. Для $B=10$ Т різниця енергій між першим і нульовим рівнями Ландау дорівнює $\epsilon_B \approx 1344$ К, внаслідок

чого квантовий ефект Хола в графені експериментально спостерігається навіть при кімнатній температурі. Слід відзначити, що отримані розв'язки (15), (16), (17) і фазова діаграма зображена на Рис. 7 якісно правильно описують експериментально спостережувані холівські плато в квантовому ефекті Хола в графені у сильних магнітних полях.

У *Додатку А* розглядаються фізичні причини ефективної редукції розмірності простору-часу для динаміки ферміонів в інфрачервоній області у просторах-часі $R \times H^D$, яка була встановлена у Розділі 3 аналізуючи ядро теплопровідності для оператора Дірака в гіперболічних просторах H^D . Однак внаслідок того, що ядро теплопровідності є інтегральною характеристикою, з фізичної і інтуїтивної точок зору є незрозумілим чому така ефективна редукція розмірності простору-часу відбувається і з чим вона пов'язана. Це питання з'ясовується у цьому додатку аналізуючи класичний рух частинок, а також розв'язки рівняння Дірака в гіперболічних просторах. У *Додатку Б* досліджується закон відщеплення масивного скалярного поля при низьких енергіях у викривленому просторі-часі і розвивається метод обчислення низькоенергетичної ефективної гравітаційної дії для квантових флуктуацій в масивних теоріях у вигляді розкладу по степеням тензора кривизни з урахуванням всіх степенів похідних. У *Додатку В* використовуючи метод ефективної дії для складених полів Корнуела-Джеківата-Томбуліса обчислено вільну енергію як функцію феромагнітних і екситоноподібних параметрів порядку в графені у зовнішньому постійному магнітному полі. У *Додатку Г* в моделі Намбу-Йона-Лазінію аналізується рівняння Швінгера-Дайсона для пропагатора квазічастинок релятивістської матерії при ненульовій густині ферміонів у зовнішньому постійному магнітному полі. Показано, що в нормальній фазі релятивістської матерії у зовнішньому постійному магнітному полі існує динамічний внесок в аксіальний струм пов'язаний з відносним зсувом імпульсів для ферміонів з протилежними кіральностями. Цей зсув має місце для ферміонів всіх рівнів Ландау включаючи також рівні поблизу поверхні Фермі, що, таким чином, призводить до кіральної асиметрії поверхні Фермі і може мати важливі наслідки для астрофізичних спостережень нейтронних зірок.

ВИСНОВКИ

В дисертації наведено теоретичний розгляд проблеми щодо впливу зовнішніх полів, зокрема постійних магнітного і електричного полів, від'ємної кривизни простору, а також ненульової густини ферміонів на динамічне порушення симетрії в релятивістських квантових теоріях поля. Також в дисертації досліджено динамічне порушення симетрії в графені, який має лінійний релятивістські

подібний енергетичний спектр. Обговорено можливість застосування знайдених ефектів в фундаментальних та прикладних дослідженнях. Головні результати дисертаційної роботи полягають в наступному:

1. Встановлено, що постійне зовнішнє магнітне поле в просторах вищої розмірності у випадку максимального числа параметрів, які характеризують це поле, призводить до ефективної редукції розмірності простору-часу для динаміки ферміонів в інфрачервоній області $D+1 \rightarrow 1+1$ та $D+1 \rightarrow 0+1$ для просторів-часу парної і непарної розмірності відповідно, тим самим сприяючи динамічному порушенню кіральної симетрії і генерації маси. Натомість присутність постійного електричного поля паралельного магнітному протидіє динамічному порушенню кіральної симетрії.

2. Доведено, що низькоенергетична динаміка нейтральних станів в релятивістських квантових теорій поля в зовнішньому постійному магнітному полі описується ефективною некомутивною теорією. Важливо, що відповідні ефективні некомутивні теорії відрізняються від звичайних некомутивних квантовопольових теорій, що розглядаються в літературі. Зокрема, так звана проблема УФ/ІЧ змішування присутня в звичайних некомутивних квантовопольових теорій відсутня в ефективних некомутивних теоріях в зовнішньому полі. Причина цього полягає у тому, що низькоенергетичні збудження в ефективних некомутивних моделях у зовнішніх магнітних полях є нейтральними складеними станами, вершини взаємодії яких характеризуються динамічними форм-факторами, які експоненційно швидко прямують до нуля при великих імпульсах, що, таким чином, вирішує проблему УФ/ІЧ змішування.

3. Проаналізовано кіральну динаміку калібрувальних теорій у сильному зовнішньому магнітному полі і для електрично нейтральних складених полів в цих теоріях в наближенні найнижчого рівня Ландау обчислено вершини взаємодії, які можуть бути представлені як вершини взаємодії в складних нелокальних некомутивних теоріях.

4. В наближенні найнижчого рівня Ландау розраховано ефективні вершини взаємодії фотонів в квантовій електродинаміці у сильному магнітному полі з урахуванням всіх степенів похідних в ефективній низькоенергетичній дії для фотонів. Ці ефективні вершини взаємодії відповідають вершинам взаємодії некомутивної квантової електродинаміки.

5. Досліджено динамічне порушення кіральної симетрії в моделі Намбу-Йона-Лазініо в просторі-часі $R \times H^2$, де H^2 - двовимірний простір постійної від'ємної кривизни (площина Лобачевського) і встановлено, що критична константа зв'язку дорівнює нулю. Аномальне напівціле квантування холівської провідності має місце для ферміонів на площині Лобачевського, а від'ємна кривизна цього простору зміщує холівські плато до більш високих значень магнітного поля і зменшує їх ширину порівняно з випадком плоского простору.

6. Доведено, що фізична причина нульового значення критичної константи зв'язку для динамічного порушення симетрії в просторах постійної від'ємної кривизни H^D полягає в ефективній редукції розмірності простору-часу $D+1 \rightarrow 1+1$ для динаміки ферміонів в інфрачервоній області, яка є наслідком того факта, що асимптотика ядра теплопровідності оператора Дірака в просторах H^D при великих значеннях власного часу відповідає поведінці ефективної (1+1)-вимірної теорії. З точки зору класичної теорії ця ефективна редукція розмірності простору пов'язана з обмеженим характером класичного руху частинок в цих просторах.

7. Встановлено, що закон відщеплення масивних полів в секторі з вищими похідними ефективної низькоенергетичної гравітаційної дії співпадає з законом відщеплення масивних полів Апелквіста-Каразоне у плоскому просторі. Для космологічної сталої і ньютонівської константи зв'язку ренормгрупові β -функції є нульовими в пертурбативному режимі і тому закон відщеплення квантових ефектів масивних полів в цьому секторі залишається відкритим питанням.

8. З'ясовано, що хромомагнітна нестабільність кольорового надпровідного стану для кваркової матерії з двома ароматами кварків пов'язана з тахіонним спектром плазмонів. Хромомагнітна нестабільність в каналі 4-7-го глюонів в 2SC фазі має стандартний хігсівській характер і характеризується неправильним знаком квадрата маси. Нестабільність в каналі 8-го глюона в безщілинній g2SC фазі має інший характер і пов'язана з від'ємним знаком квадрата швидкості v^2 безщілинного тахіонного плазмона.

9. В якості основного стану кольорової надпровідності кварковій матерії з двома ароматами кварків при великій густині баріонного заряду запропоновано глюонну фазу з векторними конденсатами глюонних полів. Наявність таких конденсатів вирішує проблему хромомагнітної нестабільності 2SC фази кольорової надпровідності і призводить до повного порушення кольорової і електромагнітної калібрувальних симетрії та симетрії відносно просторових обертів. Глюонна фаза описує анізотропне середовище в якому кольорова і електромагнітна надпровідності співіснують.

10. Встановлено, що надпровідний стан Ларкіна-Овчінікова-Фульде-Ферела кваркової матерії з двома ароматами кварків і однохвильовою неоднорідністю надпровідної щільності з урахуванням умов кольорової і електричної нейтральності має хромомагнітну нестабільність в усій області, де цей стан співіснує з 2SC і g2SC станами кольорової надпровідності.

11. Доведено, що параметри порядку пов'язані з феромагнітними і екситоноподібними конденсатами з необхідністю співіснують в графені у зовнішньому магнітному полі, що призводить до зняття виродження рівнів Ландау. Розв'язки рівняння для щільності в спектрі квазічастинок коректно пояснюють спостережувані холівські плато у сильному магнітному полі в квантовому ефекті Хола в графені.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Gorbar E. V. On the Effective Potential for Local Composite Operators / E. V. Gorbar // *Annals of Physics (NY)*. - 1999. - Vol. 277. - Pp. 255-266.
2. Gorbar E. V. Dynamical Chiral Symmetry Breaking on a Brane in Reduced QED / E. V. Gorbar, V. P. Gusynin, V. A. Miransky // *Phys. Rev. D*. - 2001. - Vol.64, no.10. - P.105028.
3. Gorbar E. V. Relating the Quark and Gluon Condensates Through the QCD Vacuum Energy / E. V. Gorbar, A. A. Natale // *Phys. Rev. D*. - 2000. - Vol. 61, no.5. - P.054012.
4. Gorbar E. V. Chiral Symmetry Breaking in a Constant Magnetic Field in Higher Dimension / E. V. Gorbar // *Phys. Lett. B*. - 2000. - Vol. 491, nos.3-4. - Pp. 305-310.
5. Gamayun O. V. Dynamical Symmetry Breaking on a Cylinder in Magnetic Field / O. V. Gamayun, E. V. Gorbar // *Phys. Lett. B*. - 2005. - Vol. 610, nos.1-2. - Pp. 74-79.
6. Babansky A. Yu. Dynamical Chiral Symmetry Breaking in External Constant Electromagnetic Field / A. Yu. Babansky, E. V. Gorbar, G. V. Shchepanyuk // *Phys. Lett. B*. - 1998. - Vol. 419, nos.1-4. - Pp. 272-278.
7. Gorbar E. V. Chiral Asymmetry of the Fermi Surface in Dense Relativistic Matter in a Magnetic Field / E. V. Gorbar, V. A. Miransky, I. A. Shovkovy // *Phys. Rev. C*. - 2009. - Vol.80, no.3. - P. 032901(R).
8. Gorbar E. V. Relativistic Field Theories in a Magnetic Background as Noncommutative Field Theories / E. V. Gorbar, V. A. Miransky // *Phys. Rev. D*. - 2004. - Vol. 70, no.10. - P. 105007.
9. Gorbar E. V. Chiral Dynamics in QED and QCD in a Magnetic Background and Nonlocal Noncommutative Field Theories / E. V. Gorbar, S. Homayouni, V. A. Miransky // *Phys. Rev. D*. - 2005. - Vol. 72, no. 6. - P. 065014.
10. Gorbar E. V. Nondecoupling Phenomena in QED in a Magnetic Field and Noncommutative QED / E. V. Gorbar, M. Hashimoto, V. A. Miransky // *Phys. Lett. B*. - 2005. - Vol. 611, nos.1-2. - Pp. 207-214.
11. Gorbar E. V. Gap Generation for Dirac Fermions on Lobachevsky Plane in a Magnetic Field / E. V. Gorbar, V. P. Gusynin // *Annals of Physics (NY)*. - 2008. - Vol. 323, no.9. - Pp. 2132-2146.
12. Gorbar E. V. Dynamical Symmetry Breaking in Spaces with Constant Negative Curvature / E. V. Gorbar // *Phys. Rev. D*. - 1999. - Vol. 61, no. 2. - P. 024013.
13. Gorbar E. V. Effective Dimensional Reduction in Hyperbolic Spaces / E. V. Gorbar // *Ukrainian Journal of Physics*. - 2009. - Vol. 54, no. 6. - Pp. 541-546.
14. Gorbar E. V. Heat Kernel Expansion for Operators Containing a Root of the Laplace Operator / E. V. Gorbar // *J. Math. Phys.* - 1997. - Vol. 38, no.3. - Pp.

- 1692-1699.
15. Gorbar E. V. Renormalization Group and Decoupling in Curved Space / E. V. Gorbar // Nucl. Phys. (Proc. Suppl). - 2004. - Vol. 127. - Pp. 162-165.
 16. Gorbar E. V. Renormalization Group and Decoupling in Curved Space: III. The Case of Spontaneous Symmetry Breaking / E. V. Gorbar, I. L. Shapiro // J. High Energy Physics. - 2004. - Vol. 0402. - P.060.
 17. Collective Excitations, Instabilities, and Ground State in Dense Quark Matter / E. V. Gorbar, M. Hashimoto, V. A. Miransky, I. A. Shovkovy // Phys. Rev. D. - 2006. - Vol. 73, no.11. - P. 111502.
 18. Gorbar E. V. Gluonic Phase in Neutral Two-flavor Dense QCD / E. V. Gorbar, M. Hashimoto, V. A. Miransky // Phys. Lett. B. - 2006. - Vol. 632, nos.2-3. - Pp. 305-312.
 19. Gorbar E. V. Gluonic Phases, Vector Condensates, and Exotic Hadrons in Dense QCD / E. V. Gorbar, M. Hashimoto, V. A. Miransky // Phys. Rev. D. - 2007. - Vol. 75, no.8. - P. 085012.
 20. Gorbar E. V. Neutral Larkin-Ovchinnikov-Fulde-Ferrell State and Chromomagnetic Instability in Two-Flavor Dense QCD / E. V. Gorbar, M. Hashimoto, V. A. Miransky // Phys. Rev. Lett. - 2006. - Vol. 96, no. 2. - P. 022005.
 21. Gorbar E. V. Vortices in Gauge Models at Finite Density with Vector Condensates / E. V. Gorbar, J. Jia, V. A. Miransky // Phys. Rev. D. - 2006. - Vol. 73, no.4. - P. 045001.
 22. Gorbar E. V. Color Superconductivity in An External Magnetic Field / E. V. Gorbar // Phys. Rev. D. - 2000. - Vol. 62, no.1. - P. 014007.
 23. Magnetic Field Driven Metal-Insulator Phase Transition in Planar Systems / E. V. Gorbar, V. P. Gusynin, V. A. Miransky, I. A. Shovkovy // Phys. Rev. B. - 2002. - Vol. 66, no. 4. - P.045108.
 24. Fractal Structure of the Effective Action in (Quasi-)Planar Models with Long-Range Interactions / E. V. Gorbar, V. P. Gusynin, V. A. Miransky, I. A. Shovkovy // Phys. Lett. A. - 2003. - Vol. 313, nos.5-6. - Pp. 472-477.
 25. Gorbar E. V. Toward Theory of Quantum Hall Effect in Graphene / E. V. Gorbar, V. P. Gusynin, V. A. Miransky // Φ HT. - 2008. - Vol. 34, no. 10. - Pp. 1007-1011.
 26. Dynamics in Quantum Hall Effect and Phase Diagram in Graphene / E. V. Gorbar, V. P. Gusynin, V. A. Miransky, I. A. Shovkovy // Phys. Rev. B.- 2008. - Vol. 78, no. 8. - P. 085437.
 27. Gorbar E. V. Dynamical Gaps and Quantum Hall Effect in Graphene / E. V. Gorbar, V. P. Gusynin, V. A. Miransky // Mod. Phys. Lett. B. - 2009. - Vol. 23, no. 7. - Pp. 891-902.

АНОТАЦІЇ

Горбар Е.В. Динамічне порушення симетрії в зовнішніх полях. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.02 – теоретична фізика. – Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України, Київ. – 2010.

У дисертації вивчається вплив зовнішніх магнітного і електричного полів, від'ємної кривизни простору та ненульової густини ферміонів на динамічне порушення симетрії в фізиці елементарних частинок і в системах теорії конденсованого стану з діраківським енергетичним спектром. Встановлено, що низькоенергетична динаміка нейтральних станів в релятивістських квантових теоріях поля у зовнішньому магнітному полі описується ефективною некомутативною теорією. В якості основного стану кольорового надпровідника з двома ароматами кварків запропоновано глюонну фазу з конденсатами глюонних полів. Доведено, що параметри порядку пов'язані з ферромагнітними і ексцитоноподібними конденсатами з необхідністю співіснують в графені у зовнішньому магнітному полі і їх сумісний розгляд дозволяє якісно правильно описати спостережувані холівські плато в квантовому ефекті Хола в графені.

Ключові слова: динамічне порушення симетрії, зовнішні поля, рівняння Швінгера–Дайсона, генерація щілини, параметр порядку, ефективна дія, калібрувальні теорії, кольорова надпровідність, графен.

Горбар Э.В. Динамическое нарушение симметрии во внешних полях. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика. – Институт теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова НАН Украины, Киев. – 2010.

В диссертации изучаются влияние внешних магнитного и электрического полей, отрицательной кривизны пространства и ненулевой плотности фермионов на динамическое нарушение симметрии в физике элементарных частиц и в системах теории конденсированного состояния с дираковским энергетическим спектром. Установлено, что низкоэнергетическая динамика нейтральных состояний во внешнем магнитном поле описывается эффективной некомутативной теорией. В качестве основного состояния цветного сверхпроводника с двумя ароматами кварков предложено глюонную фазу с конденсатами глюонных полей. Доказано, что параметры порядка связанные с ферромагнитными и ексцитоноподобными конденсатами с необходимостью сосуществуют в графене во внешнем магнитном поле и их совместное рассмотрение позволяет качественно правильно описать наблюдаемые холловские плато в квантовом эффекте Холла в графене.

Ключевые слова: динамическое нарушение симметрии, внешние поля, уравнения Швингера–Дайсона, генерация щели, параметр порядка, эффективное действие, калибровочные теории, цветная сверхпроводимость, графен.

Gorbar E.V. Dynamical symmetry breaking in external fields. – Manuscript.

Thesis for the degree of Doctor of Physics and Mathematics by speciality 01.04.02 – Theoretical Physics. – Bogolyubov Institute for Theoretical Physics, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv. - 2010.

This habilitation thesis is devoted to investigations of the influence of external electric and magnetic fields, negative curvature of space, and nonzero fermion density on dynamical symmetry breaking in elementary particle physics and condensed matter systems with the Dirac-like energy spectrum.

It is shown that constant magnetic field in spacetimes of higher dimension $D+1 > 4$ in the case of the maximal number of nonzero parameters which characterize this field leads to the effective dimensional reduction for fermions in the infrared region $D+1 \rightarrow 1+1$ and $D+1 \rightarrow 0+1$ in spacetimes of even and odd dimension, respectively. This effective dimensional reduction catalyses dynamical chiral symmetry breaking and fermion mass generation. The presence of electric field parallel to the magnetic one when the second relativistic invariant of constant electromagnetic field $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$ is nonzero, on contrary, inhibits dynamical chiral symmetry.

The low energy dynamics of neutral states in relativistic quantum field theories in a constant magnetic field is studied. It is shown that this dynamics is described by effective noncommutative field theories which are different from the conventional noncommutative field theories considered in the literature. In particular, the ultraviolet-infrared (UV/IR) mixing which plagues conventional noncommutative field theories is absent in these effective noncommutative field theories. The reason of that is an inner structure (i.e., dynamical form-factors) of neutral composites which plays an important role in providing consistency of the effective noncommutative field theories. It is found that for quantum electrodynamics in a strong magnetic field in the regime of the lowest Landau level dominance the electromagnetic $U(1)$ gauge symmetry in the fermion determinant is transformed into the noncommutative $U(1)_{nc}$ gauge symmetry. In this regime, the effective action is intimately connected with the action of the noncommutative quantum electrodynamics and the original electromagnetic $U(1)$ gauge Ward identities are broken (the LLL anomaly). Although the contribution of each of an infinite number of higher Landau levels is suppressed in an infrared region, their cumulative contribution is not (a nondecoupling phenomenon). This leads to a restoration of the original electromagnetic $U(1)$ gauge symmetry in the infrared dynamics. The physics underlying this phenomenon reflects an important role of a boundary dynamics at spatial infinity in this problem.

It is found that the physical reason for zero value of the critical coupling constant in spaces with constant negative curvature is connected with the effective dimensional reduction of spacetime $D+1 \rightarrow 1+1$ for fermions in the infrared region. This effective dimensional reduction takes place for any spacetime dimension $D+1$ and is related to a

bounded character of the classical motion of massive particles in these spaces in $D-1$ coordinates. Since the Laplace-Beltrami operator has a gap in spaces with constant negative curvature, such an effective dimensional reduction is absent for scalar fields and there is no problem with radiative corrections due to scalar fields. Therefore, dynamical symmetry breaking with the dimensional reduction for fermions in the infrared region in spaces with constant negative curvature is consistent with the Coleman-Mermin-Wagner theorem, which forbids spontaneous symmetry breaking of a continuous symmetry in (1+1)-dimensional spacetime.

The spectrum of light plasmons in the (gapped and gapless) two-flavor color superconducting phases and its connection with the chromomagnetic instabilities and the structure of the ground state of superconducting two-flavor quark matter are studied. It is revealed that the chromomagnetic instabilities in the 4-7th and 8th gluonic channels correspond to two very different plasmon spectra which suggest the existence of vector gluonic condensates in the ground state (some of which can be spatially inhomogeneous). In the Ginzburg-Landau approach, a new phase in neutral two-flavor quark matter with condensates of vector gluons is described. In this phase, gluonic dynamics cure a chromomagnetic instability in the gapped two-flavor color superconductivity solution and lead to spontaneous breakdown of the color gauge symmetry, the electromagnetic $U(1)$, and the rotational $SO(3)$. Since the gluonic phase describes an anisotropic medium in which the color and electromagnetic superconductivities coexist and most of the initial symmetries of the system are spontaneously broken, its dynamics is very rich.

The gap equation for the propagator of Dirac quasiparticles in graphene in a magnetic field at nonzero electron chemical potential is analysed. It is found that this equation implies that the order parameters connected with the quantum Hall ferromagnetism dynamics and those connected with the magnetic catalysis dynamics necessarily coexist (the latter have the form of Dirac masses and correspond to excitonic condensates). The solutions of the gap equation are found at both zero and nonzero temperature. The solutions reproduce correctly the experimentally observed quantum Hall plateaus in graphene in strong magnetic fields. The phase diagram of this system in the plane of temperature and electron chemical potential is analyzed. The phase transitions corresponding to the transitions between different quantum Hall plateaus in graphene are described.

Keywords: dynamical symmetry breaking, external fields, Schwinger–Dyson equations, gap generation, order parameter, effective action, gauge fields, color superconductivity, graphene.

Горбар Едуард Володимирович

Динамічне порушення симетрії в зовнішніх полях (автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук)

Зам. 18	Формат 60×84/16	Обл.-вид. арк. 1.86
Підписано до друку	2 квітня 2010 р.	Тираж 100

Поліграфічна дільниця ІТФ ім. М.М. Боголюбова НАН України
03680, м. Київ, вул. Метрологічна, 14-Б

