

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
імені Тараса Шевченка

На правах рукопису

КРАВЧУК Володимир Петрович

УДК 537.611

ВИХРОВІ СТАНИ НАНОМАГНЕТИКІВ

01.04.02- теоретична фізика

ДИСЕРТАЦІЯ

на здобуття наукового ступеня кандидата
фізико-математичних наук

Науковий керівник:

Шека Денис Дмитрович

кандидат фіз.-мат. наук, доцент

Київ - 2008

ЗМІСТ

Вступ		4
Розділ 1	Вихровий стан наномагнетиків	13
1.1	Феноменологічна модель магнетика	14
1.1.1	Обмінна взаємодія.	14
1.1.2	Магнітна анізотропія.	17
1.1.3	Взаємодія із зовнішнім магнітним полем.	19
1.1.4	Магнітостатична взаємодія.	20
1.1.5	Рівняння руху для намагніченості.	23
1.2	Властивості вихрового стану	27
1.2.1	Вихори в квазідвовимірних гайзенбергівських магнетиках.	27
1.2.2	Врахування магнітостатичної енергії.	29
1.2.3	Топологічні та динамічні властивості вихорів.	31
1.2.4	Особливості статички та динаміки вихорів в магнітних структурах обмежених розмірів.	37
1.3	Заключні висновки до розділу	42
Розділ 2	Рівноважні стани намагніченості високосиметричних наномагнетиків	43
2.1	Нанодиски та нанокільця за відсутності зовнішнього поля	44
2.1.1	Однорідна намагніченість.	45
2.1.2	Вихровий стан.	48
2.1.3	Діаграми основних станів намагніченості.	55
2.1.4	Врахування нелокальності магнітостатичної взаємодії.	59

	3
2.2 Нанопризми правильної форми. Метод ефективної магніто-дипольної анізотропії	62
2.2.1 Ефективна анізотропія поблизу плоского кута.	65
2.2.2 Ефективна анізотропія для правильних багатокутників.	68
2.2.3 Оцінка розмірів неоднорідності намагніченості поблизу вершини плоского кута.	72
2.3 Заключні висновки до розділу	75
Розділ 3 Вплив постійного поперечного магнітного поля на рівноважні стани нанодиску	77
3.1 Однорідний стан нанодиску	77
3.2 Нанодиск у вихровому стані.	78
3.3 Процес перемикання полярності вихору та його гістерезис	85
3.4 Заклучні висновки до розділу	91
Розділ 4 Перемикання полярності вихору циркулярно поляризованим зовнішнім полем	93
4.1 Рух вихору в диску	95
4.1.1 Енергія вихора, зміщеного з центру диску.	97
4.1.2 Гіротропний рух та вплив на нього змінного поля.	99
4.2 Перемикання полярності під дією поля	104
4.2.1 Вплив змінного поля на основний стан диску.	104
4.2.2 Процес перемикання полярності та його характеристики.	107
4.3 Заклучні висновки до розділу	114
Висновки	117
Додатки	120
А. Розрахунок ефективної магнітодипольної анізотропії	120
Список використаних джерел	127

ВСТУП

Феромагнітні частинки розміром від десятків нанометрів до одиниць мікрометрів є сьогодні предметом все зростаючого інтересу як з боку промислових лабораторій так і зайнятих у фундаментальних дослідженнях наукових спільнот. Вказаний розмір є для більшості феромагнетиків проміжним між однодоменним та багатодоменним станами, в результаті, внаслідок конкуренції між обмінною та магнітодипольною взаємодією, станові з найменшою магнітною енергією може відповідати суттєво неоднорідний розподіл намагніченості. Чинниками, що визначають конкретний вигляд такого розподілу, окрім матеріальних параметрів, є розмір та форма частинки, що є наслідком нелокальності магнітодипольної взаємодії. Так для частинок симетричної форми, наприклад дисків та кілець, характерним є вихровий стан намагніченості. Найбільш розповсюдженим прикладом магнітного вихору в диску є замкнений розподіл намагніченості, яка лежить у площині диску, а її напрямок є дотичним до бічної поверхні. У центрі ж диску створюється область з намагніченістю, перпендикулярною до його площини — осердя вихору. Детальніше про вихровий розподіл у підрозділі 1.2.

Магнітні частинки вказаного розміру, для яких є характерними нетривіальні структури намагніченості, традиційно називають *наномагнетиками*, а статика та динаміка їх намагніченості зазвичай описується в рамках феноменологічної моделі, запропонованої у 1935 році Ландау та Ліфшицем [1, 2] (див. 1.1). Перший теоретичний опис структури магнітного вихору в тонкій пластині був зроблений в рамках вказаного феноменологічного підходу Фельдкеллером та Томасом ще в середині 60-тих років ХХ-го століття [3]. Проте в той час ця тема не набула широкого розповсюдження. Інтерес до магнітних вихорів знову виник після робіт Березинського [4],

Костерліца й Таулеса [5], в яких було показано, що в двовимірних системах з відсутнім дальнім порядком можливий топологічний фазовий перехід з появою топологічних збурень — вихорів та антивихорів. З середини 80-х років ХХ-го століття до сьогодні опубліковано чимало робіт, присвячених дослідженню статичних та динамічних властивостей вихорів в рамках моделі двовимірного гайзенберґівського магнетика, див. [6, 7, 8, 9, 10]. Проте в двовимірному гайзенберґівському магнетичу магнітний вихор є збуренням, в той час як вихровий стан тривимірного наномагнетика обмежених розмірів може бути основним, що принципово для його практичного застосування. Але, лише протягом останнього десятиліття з'явилися методики виготовлення феромагнітних часток потрібної форми в субмікрометровому діапазоні розмірів [11, 12, 13] та експериментальні методики спостереження розподілу намагніченості в них [14, 15, 16, 17, 18, 19]. Крім того, обчислювальна техніка останніх років дозволила проводити основані на мікромагнітних моделюваннях [20, 21] чисельні експерименти по вивченню поведінки намагніченості наномагнетиків, що суттєво збільшило число зайнятих в даному напрямку дослідницьких груп.

Разом з розвитком експериментальних та чисельних методик в дослідженні наномагнетиків, виник широкий спектр прикладних задач, пов'язаних з можливим практичним застосуванням наномагнетиків [22, 23, 24]. Серед цих прикладних напрямків слід виділити застосування наномагнетиків для виготовлення швидкодіючих сенсорів магнітного поля та елементів пам'яті. В останньому випадку багатообіцяючими кандидатами є частинки у вихровому стані намагніченості. Деякі з неоднорідних станів наномагнетиків, в тому числі і вихровий, можуть бути виродженими по ряду дискретних параметрів, що конкретизують геометрію даного розподілу намагніченості. Наприклад, у випадку вихрового стану такими параметрами є полярність (напрямок намагніченості в осерді вихора) та хіральність (напрямок обходу намагніченістю осердя вихору). При цьому, переходи між енергетично еквівалентними фор-

мами одного і того ж стану часто здійснюються лише шляхом нетривіальної динаміки намагніченості, що потребує специфічного зовнішнього впливу та подолання певного енергетичного бар'єру. Наномагнетики, намагніченість яких володіє вказаними властивостями, можуть розглядатись як потенційні кандидати для виготовлення комірок пам'яті. З'ясування ж умов, при яких потрібний стан намагніченості буде для наномагнетика основним, дослідження характеристик цього стану та його поведінки за умов зовнішніх впливів, таких як магнітні поля, спін-поляризовані струми, є задачею, що має значний практичний інтерес. На сьогодні є два напрямки використання наномагнетиків в якості елементів пам'яті: (i) створення запам'ятовуючих пристроїв надвисокої щільності та (ii) створення енергонезалежної магнітної оперативної пам'яті (Magnetic Random Access Memory — MRAM). Окрім наукових спільнот, інтенсивні дослідження в цьому напрямку сьогодні проводять такі промислові лабораторії як IBM, Toshiba, Motorola.

Окрім широких перспектив прикладного застосування наномагнетиків, розвиток експериментальних методик дав можливість перевірки основних ідей та методів у феноменологічній моделі магнетика, наприклад методів врахування дисипації [25, 26, 27] , методу колективних змінних [8, 28, 29].

Актуальність теми. Дослідження вихрових структур намагніченості в наномагнетиках мають як фундаментальну так і прикладну цінність. Фундаментальним є питання впливу нелокальної магнітодипольної взаємодії на структуру магнітного вихору, його поведінку в зовнішньому магнітному полі та динаміку. Внаслідок громіздкості розрахунків, пов'язаних з нелокальністю вказаної взаємодії, ці питання вивчені мало. Проте, як показано в даній роботі, врахування нелокальної магнітодипольної взаємодії дає можливість не лише уточнити раніш отримані результати, а й описати ряд нових ефектів.

Практична цінність даних досліджень пов'язана з можливістю використання наномагнетиків у вихровому стані у якості стійкого до випадкових зовнішніх впливів елемента пам'яті.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Дисертаційна робота виконана на кафедрі математики та теоретичної радіофізики радіофізичного факультету Київського національного університету ім. Тараса Шевченка. Робота виконувалась в рамках науково-дослідних робіт «Динаміка і статика магнетиків в масштабах нанометрів та пікосекунд» (№ держ. реєстрації 0107U008223) та «Динаміка солітонів і вихорів у наномагнетиках» (№ держ. реєстрації 0108U005929), підтриманих грантом Державного фонду фундаментальних досліджень № Ф25.2/081.

Мета і завдання дослідження. Метою даної дисертаційної роботи є теоретичне дослідження властивостей вихрового стану симетричних наноточок (дисків, кілець, призм), і його поведінка в постійному зовнішньому полі. Крім того, ставиться задача дослідити механізм перемикання полярності вихору в диску під дією змінного зовнішнього магнітного поля кругової поляризації.

Об'єктом дослідження є неоднорідність розподілів намагніченості, що виникає в наномагнетиках за рахунок конкуренції між обмінною та магнітостатичною взаємодіями.

Предметом дослідження є вихровий розподіл намагніченості у плоских наномагнетиках скінчених розмірів та симетричної форми.

Методи дослідження. Усі розрахунки виконані в рамках феноменологічної моделі Ландау-Ліфшиця-Гільберта з урахуванням магнітостатичної взаємодії, див. підрозділ 1.1. Для з'ясування структури статичного вихрового розподілу за даних геометрії магнетика та зовнішнього поля використовується прямий варіаційний метод Рітца, див., наприклад, [30]. Для опису динаміки вихору використовується метод колективних змінних [8, 28, 29]. Усі теоретичні розрахунки перевіряються за допомогою мікромагнітних моделювань [20], які проводились за допомогою пакету OOMMF [21].

Наукова новизна одержаних результатів полягає у з'ясуванні впливу нелокальної магнітодипольної взаємодії на властивості вихрового стану,

його поведінку в зовнішньому магнітному полі, а також в дослідженні процесу перемикавання полярності вихору під дією змінного поля кругової поляризації. Оригінальні результати є наступними:

1. Вперше побудовано діаграми рівноважних станів намагніченості для ферромагнітних кілець субмікрометровго розміру.
2. Вперше описано перехід між непланарним та планарним вихровими станами для кілець з малим (порядку обмінної довжини) внутрішнім радіусом. Знайдено зумовлену нелокальною магнітодипольною взаємодією залежність критичного внутрішнього радіусу від товщини кільця.
3. Вперше досліджено вплив магнітодипольної взаємодії на поведінку намагніченості тонкого нанодиску під дією поперечного магнітного поля. Встановлено параметри вихрового стану при зміні полярності вихору та при переході у стан насичення. Передбачено можливість переходів під дією поля з однорідного стану у вихровий.
4. Вперше описано явище перемикавання полярності вихору в нанодиску змінним зовнішнім магнітним полем, що обертається в площині диску. Знайдено область параметрів поля, для яких має місце однонаправлене, контрольоване перемикавання.

Практичне значення одержаних результатів. Результати, отримані в даній дисертаційній роботі, відповідають на ряд запитань, важливих для можливого використання в якості елемента пам'яті наномагнетика у вихровому стані. А саме: (i) при яких геометричних параметрах диску чи кільця вихровий стан є для нього основним, зокрема, при якому мінімальному радіусі диск чи кільце ще може перебувати у вихровому стані, (ii) при яких геометричних параметрах маємо непланарний вихор, а при яких планарний, (iii) які умови перемикавання полярності вихора постійним поперечним полем, та полем, що обертається у площині диску.

Доцільність і справедливність проведених в роботі теоретичних розра-

хунків підтверджено нещодавніми експериментальними роботами по перемиканню полярності вихора змінним зовнішнім магнітним полем [31, 32] в тому числі, полем, що обертається в площині наномагнетика [33].

Особистий внесок здобувача. Автор безпосередньо приймав участь в постановці задачі, розробці прийомів та методів розв'язку, проведенні розрахунків та написанні статей. Основні результати дисертаційної роботи, отримані особисто здобувачем є наступними:

- Діаграми рівноважних станів намагніченості феромагнітних дисків та кілець. Теоретичний розрахунок та його перевірка за допомогою мікромагнітних моделювань. Опубліковано в [34].
- Перехід між непланарним та планарним вихором. Теоретичний розрахунок та його перевірка за допомогою мікромагнітних моделювань. Опубліковано в [34].
- Теоретичний опис поведінки феромагнітного нанодиску в постійному поперечному магнітному полі з урахуванням магнітодипольної взаємодії: переходи в насичення з однодоменного та вихрового станів, перехід з однодоменного стану у вихровий та перемикання полярності вихору. Теоретичний розрахунок та його перевірка за допомогою мікромагнітних моделювань. Опубліковано в [35].
- Перевірка застосовності методу ефективної магнітодипольної анізотропії для наномагнетиків у формі квадратних призм [36]. Застосування вказаного методу для розрахунку доменної структури, що може виникати в плоских кутах та плоских наномагнетиках у формі правильних багатокутників, опубліковано в [37].
- Основане на мікромагнітних моделюваннях дослідження процесу перемикання полярності вихору під дією змінного зовнішнього поля кругової поряризації. Опубліковано в [38, 39].

Усі результати чисельних розрахунків були також отримані особисто автором.

Апробація результатів дисертації. Основні результати дисертації доповідались та обговорювались на семінарі кафедри математики та теоретичної радіофізики Київського національного університету ім. Тараса Шевченка, на семінарі відділу квантової електроніки Інституту теоретичної фізики ім. Боголюбова, Київ; на семінарі кафедри теоретичної фізики Байройтського університету (Universität Bayreuth), Німеччина, а також були представлені на:

- I міжнародній конференції "Електроніка та прикладна фізика", Київ, 24-27 листопада, 2005р.
- VI міжнародній конференції молодих вчених з прикладної фізики, Київ, 14-16 червня, 2006р.
- VII міжнародній конференції молодих вчених з прикладної фізики, Київ, 13-15 червня, 2007р.
- International Conference on Nanoscale Magnetism, ICNM-2007, Istanbul, Turkey, June 25-29, 2007.
- International Conference "Functional Materials", Partenit, Ukraine, October 1-6, 2007.
- III міжнародній конференції "Електроніка та прикладна фізика", Київ, 25-27 жовтня, 2007р.
- Науковому практикумі Dreikönigstreffen Magnetismus'08 "New concepts in spin dynamics", Бад-Хоннеф, Німеччина, 6-8 січня, 2008р.
- VIII міжнародній конференції молодих вчених з прикладної фізики, Київ, 11-13 червня, 2008р.

Публікації. Представлені в дисертації матеріали надруковано у 13 роботах. Серед них 6 статей в провідних українських та міжнародних рецензованих журналах [34, 35, 38, 36, 39, 37] та 7 друківаних матеріалів конференцій [40, 41, 42, 43, 44, 45, 46].

Структура та об'єм дисертації. Робота складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, одного додатку та списку використаної літератури із 167 найменувань. Робота викладена на 144 сторінках машинописного тексту та містить 32 ілюстрації, з яких 5 займають окремі сторінки.

В *розділі 1* даної роботи наводиться огляд наявних на сьогодні відомостей про структуру магнітного вихору та особливостей його динаміки в двовимірних та плоских тривимірних магнетиках. В першій його частині (підрозділ 1.1) розглядаються загальні принципи мікромагнетизму — розділу магнетизму, що ґрунтується на використанні феноменологічної моделі Ландау-Ліфшиця-Гільберта для опису статичної та динамічної поведінки намагніченості макроскопічних магнетиків. Друга частина розділу (підрозділ 1.2) присвячена розглядові магнітного вихору в двовимірних гайзенберґівських магнетиках та магнетиках скінченної товщини. Наводиться опис статичної структури вихору, отриманої в рамках вказаної вище моделі. Також розглядається модель колективних змінних та її застосування для опису динаміки вихору.

Розділ 2 представляє собою розв'язок задачі про знаходження основного стану намагніченості ферромагнітних частинок високосиметричної форми, таких як нанодиски, нанокільця та нанопризми правильної форми. В першій частині (підрозділ 2.1) побудовано діаграми основних станів нанодисків та нанокільця, а також детально досліджено перехід між непланарним та планарним вихровими станами, що відбувається, коли внутрішній радіус кільця досягає деякого критичного значення. В другій частині (підрозділ 2.2), використовуючи метод ефективної магніто-дипольної анізотропії, розраховано розподіл намагніченості поблизу вершини плоского кута, що реалізується за умов сильної магнітостатичної взаємодії. Аналогічний розрахунок зроблено для наноточок у формі правильних багатокутників, для деяких з них, зокрема, передбачено одночасне існування вихрового розподілу разом з багатодоменною структурою.

У *розділі 3* досліджено вплив зовнішнього поперечного постійного поля

на основний стан намагніченості нанодиску з урахуванням магнітодипольної взаємодії. Зокрема розглянуто переходи під дією поля з однорідного стану у вихровий, перемикання полярності вихору та досліджено параметри вихрового стану при переході в насичення.

Розділ 4 присвячено динаміці магнітного вихору в нанодиску. В першій частині розділу (підрозділ 4.1) досліджується гіротропна динаміка вихору в нанодиску. В другій частині (підрозділ 4.2) досліджується явище перемикання полярності вихору під дією змінного зовнішнього поля, що обертається в площині диску. Зокрема, за допомогою мікромагнітних моделювань визначається область параметрів поля, що відповідають контрольованому переремиканню, а також наводиться детальний опис власне процесу перемикання.

У *Висновках* у стислій формі наводяться результати проведеної роботи.

В *додатку А* наводиться виклад моделі ефективної магніто-дипольної анізотропії — способу наближеного розрахунку магнітостатичної енергії для наноточок довільної форми з плоско-паралельним розподілом намагніченості.

РОЗДІЛ 1

ВИХРОВИЙ СТАН НАНОМАГНЕТИКІВ

Сьогодні відомо, що явище спонтанної намагніченості певних кристалів є суттєво квантово-механічним ефектом, і пояснюється наявністю обмінної взаємодії, див. підпункт 1.1.1. Проте мікроскопічний квантовий опис можливий лише для дуже простих магнітних систем, які містять невелику кількість частинок, а його застосування для опису магнітної поведінки макроскопічних, важливих для практичного застосування систем є надто ускладненим [47]. Наприклад, процедура теоретичного розрахунку обмінного інтегралу для реальних магнітних речовин може з впевненістю визначити лише його знак, а значення обмінних інтегралів на сьогодні визначаються лише експериментально [48]. Крім того, мікроскопічна теорія магнітокристалічної анізотропії була побудована відносно недавно [49] і є надто громізкою для практичних розрахунків.

Вказані вище труднощі зумовили необхідність макроскопічного феноменологічного підходу для опису динаміки намагніченості в кристалі. Вперше такий підхід був запропонований Ландау та Ліфшицем [1, 2], який згодом, завдяки роботам Брауна [50, 51, 52, 53, 54, 55, 56], Кіттеля [57, 58, 59], Гільберта [27] розвинувся в окрему галузь «мікромагнетизм». Апарат мікромагнетизму сьогодні є основним засобом теоретичного дослідження наномагнетиків, і перша частина даного розділу присвячена розгляду його принципів.

Незважаючи на те, що перші теоретичні дослідження магнітних вихорів в феромагнітних плівках нескінченного розміру були зроблені ще в 60-ті роки ХХ-го століття [3], сьогодні спостерігається значний інтерес до магнітних вихорів в наномагнетиках. Для цього є кілька причин: (і) конкуренція між

обмінною та магнітостатичною взаємодіями призводить до того, що вихровий стан є *основним* станом намагніченості для багатьох плоских ферромагнітних часток субмікрометрового розміру; (ii) магнітний вихор є багатообіцяючим кандидатом для створення елементів магнітної пам'яті, бо характеризується стійкими до зовнішніх впливів параметрами (полярність та хіральність), що можуть приймати лише одне з двох можливих значень; (iii) наявні сьогодні технології дозволяють проводити експериментальні дослідження наномагнетиків у вихровому стані. Огляд властивостей магнітних вихорів наводиться у другій частині даного розділу.

1.1. Феноменологічна модель магнетика

1.1.1. Обмінна взаємодія. Внаслідок принципу нерозрізненості частинок, системи з однакових ферміонів або бозонів описуються відповідно антисиметричними або симетричними відносно перестановки частинок хвильовими функціями. Це призводить до того, що, при розрахунку енергії якої-небудь взаємодії у такій системі, може виникнути поправка, залежна від сумарного спіну системи. Ця поправка називається *обмінною енергією*, і традиційно розглядається як результат деякої *обмінної взаємодії*. При розрахунку енергії деякої попарної скалярної взаємодії $U(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ у системі з N ферміонів, обмінна поправка описується гамільтоніаном [60]

$$\hat{\mathcal{H}}_{ex} = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j}^N \left[-J_{ij} \hat{\mathbf{S}}_i \cdot \hat{\mathbf{S}}_j + J'_{ij} (\hat{\mathbf{S}}_i \cdot \hat{\mathbf{S}}_j)^2 + \dots \right]. \quad (1.1)$$

Тут $\hat{\mathbf{S}}_k$ — оператор спіну k -ї частинки, а кількість доданків у виразі під сумою становить $2s$, де s — величина спіну (в одиницях \hbar) однієї частинки (усі частинки однакові). Величину

$$J_{ij} = \iint \varphi_i^*(\mathbf{r}) \varphi_j^*(\mathbf{r}') U(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \varphi_i(\mathbf{r}') \varphi_j(\mathbf{r}) dV dV', \quad (1.2)$$

де $\varphi_i(\mathbf{r})$ позначає координатну частину хвильової функції i -ї частинки, називають *обмінним інтегралом*. Так як J_{ij} визначається ступінню перекриття хвильових функцій i -ї та j -ї частинки, то він експоненційно спадає при збільшенні відстані між центрами локалізації частинок [61].

Врахування обмінної поправки до електростатичної енергії взаємодії неспарених електронів атомів кристалу дає змогу пояснити наявність магнітного впорядкування у ряді речовин. Зазвичай, в сумі (1.1) обмежуються лише першим доданком, навіть для випадків $s > 1/2$, крім того, зважаючи на локалізацію J , враховують вклад лише від найближчих сусідів:

$$\hat{\mathcal{H}}_{ex} = -J \sum_{\mathbf{n}, \mathbf{n}_0} \hat{\mathbf{S}}_{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{S}}_{\mathbf{n}+\mathbf{n}_0}. \quad (1.3)$$

Тут \mathbf{n} — номер-вектор вузла кристалічної ґратки, $\hat{\mathbf{S}}_{\mathbf{n}}$ — оператор спіну атома в цьому вузлі, а \mathbf{n}_0 — номер-вектор найближчих сусідів будь-якого вузла у кристалі. Наявність знаку « $-$ » перед сумою (1.3) носить традиційний, а не принциповий характер, з тим щоб випадок $J > 0$ відповідав феромагнітному, а $J < 0$ — антиферомагнітному впорядкуванню спінів. Гамільтоніан (1.3) називають *гамільтоніаном Гайзенберга*. Варто зазначити, що запис (1.3) справедливий для кубічного кристалу. У загальному випадку може мати місце неоднорідність обмінного інтегралу у різних напрямках, що враховується за допомогою наступної моделі

$$\hat{\mathcal{H}}_{ex} = - \sum_{\mathbf{n}, \mathbf{n}_0} \left(J_x \hat{S}_{\mathbf{n}}^x \hat{S}_{\mathbf{n}+\mathbf{n}_0}^x + J_y \hat{S}_{\mathbf{n}}^y \hat{S}_{\mathbf{n}+\mathbf{n}_0}^y + J_z \hat{S}_{\mathbf{n}}^z \hat{S}_{\mathbf{n}+\mathbf{n}_0}^z \right).$$

Але, завдяки локальності обмінної взаємодії, врахування слабкої анізотропії J зводиться до перевизначення констант одноіонної анізотропії [6].

В рамках феноменологічного мікромагнітного підходу [2, 58, 56] приріст густини обмінної енергії, що виникає за рахунок відхилення намагніченості

від однорідного стану, записується як, [2, 62, 48, 6]

$$U_{ex} = \frac{A}{2} [(\nabla m_x)^2 + (\nabla m_y)^2 + (\nabla m_z)^2]. \quad (1.4)$$

Тут $\mathbf{m}(\mathbf{r})$ — одиничний вектор у напрямку намагніченості, а магнітний момент одиниці об'єму у стані насичення (*намагніченість насичення*) M_s вважається константою. Часто буває зручно задавати розподіл намагніченості в термінах кутових змінних: $\mathbf{m} = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$. Тоді

$$U_{ex} = \frac{A}{2} [(\nabla \theta)^2 + \sin^2 \theta (\nabla \phi)^2]. \quad (1.5)$$

Величина A носить назву *константи обмінної взаємодії* і для низьких температур визначається за формулою

$$A = \frac{2JS^2}{a_0} c, \quad (1.6)$$

де S — спін магнітного іону, a_0 — довжина ребра елементарної комірки, а $c=1, 2$ або 4 для простої кубічної, ОЦК та ГЦК ґраток відповідно. Теоретичний розрахунок обмінного інтегралу (1.2), а, отже, і константи A є складним [63]. Крім того, потрібно зазначити, що гамільтоніан (1.3) справедливий лише для магнітного діелектрика, де обмінна взаємодія обраховується лише між електронами, локалізованими на окремих іонах. Багато магнітних матеріалів є металами, тому вклад в обмінну енергію від електронів провідності має також враховуватись, що вже стало предметом окремої теорії [64]. Тож на сьогодні величина J для різних речовин може адекватно визначатись лише експериментально (по точці Кюрі або із закону Блоха). Чисельні значення константи обмінної взаємодії для деяких речовин є наступними [65]: $A = 16.6$ пДж/м (залізо), 6.8 пДж/м (нікель), 20.6 пДж/м (кобальт).

1.1.2. Магнітна анізотропія. Незважаючи на те, що обмінний гамільтоніан (1.3) є ізотропним, енергія магнітовпорядкованого кристалу виявляється залежною від напрямку впорядкування спінів відносно кристалографічних осей. Цей ефект називають *магнітною анізотропією*. Мікроскопічний квантово-механічний розгляд магнітної анізотропії наводиться в рамках теорії Бруно [49, 66], яка може бути узагальненою до наступних якісних міркувань. (i) Вважається, що кожен іон кристалу знаходиться в деякому сумарному електричному полі, що створюється усіма іншими іонами кристалічної ґратки, причому неточковість іонів є принциповою. Симетрія та величина цього поля визначається типом іонів та способом їх впорядкування в кристалі. (ii) Взаємодія цього ефективного електричного поля з електронами певного іону приводить до того, що середнє значення проекції його орбітального моменту $\langle L_z \rangle$ на різні напрямки стає відмінним від нуля і різним. Кажучи мовою класичної фізики, оточення іону фіксує просторову орієнтацію його електронних орбіталей, а, отже, і «напрямок» його орбітального моменту \mathbf{L} . (iii) Сумарний спін іону \mathbf{S} пов'язаний з \mathbf{L} через спін-орбітальну взаємодію U_{sl} . Змінюючи за допомогою магнітного поля напрямок \mathbf{S} , ми змінюємо енергію U_{sl} . Тому енергія магнітної анізотропії — суть енергія спін-орбітальної взаємодії, яка є релятивістським ефектом і по порядку величини становить 10^{-3} еВ/атом.

При феноменологічному підході вигляд густини енергії анізотропії залежить від типу кристалічної ґратки [67, 48, 14, 65]. Для гексагональних кристалів (наприклад Co , SmCo_5 , NdCo_5) енергія анізотропії є функцією лише одного параметра — кута θ між віссю симетрії кристалу \mathbf{c} та напрямком намагніченості [14]

$$U_{an}^u = \sum_n K_n^u \sin^{2n} \theta. \quad (1.7)$$

Такий тип анізотропії називається *одноосьовою анізотропією*. Намагніченість

є величиною непарною відносно операції обертання часу. Так як енергія повинна бути інваріантною по відношенню до такого перетворення, то непарні степені в розкладі (1.7) відсутні. Константи K_n^u визначаються експериментально і характеризуються суттєвою залежністю від температури, можуть навіть змінювати знак. Для відомих магнітних матеріалів достатньо врахування лише 2-х перших доданків в сумі (1.7). При цьому, якщо $|K_1^u| \gg |K_2^u|$, то у випадку $K_1^u > 0$ говорять, що \mathbf{c} є *легкою віссю*, а у випадку $K_1^u < 0$ площину, перпендикулярну до \mathbf{c} , називають *легкою площиною*. Якщо ж $|K_1^u| \approx |K_2^u|$, то у випадку $K_1^u K_2^u < 0$ буде мати місце *конічна анізотропія*, при цьому еквівалентні напрямки легкого намагнічування утворюють конічну поверхню, що складає з \mathbf{c} кут $\theta' = \arcsin \sqrt{-K_1^u/2K_2^u}$. А при однакових знаках констант K_1^u та K_2^u знову матимемо анізотропію типу легка площина.

Для тетрагональних (PtCo, PtFe, PdFe, MnAl), та ромбоедричних ($\text{Nd}_2\text{Co}_{17}$, $\text{Sm}_2\text{Co}_{17}$, $\text{Sm}_2\text{Fe}_{17}$) кристалів з'являється ще один доданок 4-го порядку [67]:

$$\begin{aligned} U_{an}^{\text{tetr}} &= K_1^t \sin^2 \theta + K_2^t \sin^4 \theta + K_2^{t'} \sin^4 \theta \sin^2 \phi \\ U_{an}^{\text{rhom}} &= K_1^r \sin^2 \theta + K_2^r \sin^4 \theta + K_2^{r'} \cos \theta \sin^3 \theta \cos 3\phi, \end{aligned} \quad (1.8)$$

де кут ϕ відраховується від однієї з осей 2-го порядку. Значення констант K_1 по порядку величини становить 10^6 Дж/м³ [14].

При розрахунку анізотропії кристалів з кубічною симетрією (Fe, Ni, Fe_3O_4) феноменологічна модель повинна враховувати еквівалентність не лише протилежних напрямків намагнічування, але й еквівалентність напрямків уздовж різних кристалографічних осей x , y , z . Так як задовільняюча цій вимозі комбінація другого порядку $m_x^2 + m_y^2 + m_z^2$ дає константу, то розклад густини енергії кубічної анізотропії починається з доданків 4-го порядку [67]:

$$U_{an}^c = K_1^c (m_x^2 m_y^2 + m_y^2 m_z^2 + m_z^2 m_x^2) + K_2^c m_x^2 m_y^2 m_z^2, \quad (1.9)$$

де константи K_1^c та K_2^c також визначаються з експерименту та залежать від температури. В розкладі (1.9) можна враховувати доданки вищих порядків, але для відомих магнітних матеріалів такої необхідності немає. В кутових змінних вираз (1.9) записується так

$$U_{an}^c = (K_1^c + K_2^c \cos^2 \theta) \sin^4 \theta \sin^2 \phi \cos^2 \phi + K_1^c \sin^2 \theta \cos^2 \theta. \quad (1.10)$$

Знак константи K_1^c визначає напрямки осей легкого намагнічування у кристалі. При $K_1^c > 0$ (Fe) енергія анізотропії досягає однакових по величині мінімальних значень при трьох орієнтаціях вектора \mathbf{m} — паралельно трьом ребрам куба (осі x , y , z). В цьому випадку кажуть, що кристал має 3 еквівалентні осі легкого намагнічування. При $K_1^c < 0$ (Ni) енергія анізотропії мінімальна при $m_x^2 = m_y^2 = m_z^2 = 1/3$, тобто коли вектор \mathbf{m} напрямлений уздовж однієї з чотирьох просторових діагоналей куба, які в даному випадку будуть напрямками легкого намагнічування. Величина константи K_1^c по порядку величини становить 10^4 Дж/м³ [14].

1.1.3. Взаємодія із зовнішнім магнітним полем. Взаємодію магнітної речовини із зовнішнім магнітним полем називають *Зеєманівською взаємодією*, а густину її енергії записують, виходячи з енергії магнітного моменту в зовнішньому магнітному полі:

$$U_{zee} = -M_s \mathbf{H} \cdot \mathbf{m}. \quad (1.11)$$

Сила, що діє з боку поля на одиницю об'єму магнетика, дорівнює $\mathbf{F}_{zee} = M_s \nabla(\mathbf{H} \cdot \mathbf{m})$, що у випадку малої за розмірами однорідно намагніченої частинки становить

$$\mathbf{F}_{zee} = M_s (\mathbf{m}_0 \cdot \nabla) \mathbf{H}. \quad (1.12)$$

1.1.4. Магнітостатична взаємодія. Окрім взаємодії із зовнішнім магнітним полем, кожен атом кристалу, що має магнітний момент, взаємодіє також із полем, створюваним усією сукупністю інших магнітних моментів у вузлах кристалічної ґратки \mathbf{H}'_d . Така взаємодія називається *магнітодипольною* і її енергія для усього кристалу становить

$$U'_d = -\frac{1}{2} \sum_i \mathbf{H}'_{di} \cdot \boldsymbol{\mu}_i, \quad (1.13)$$

де $\boldsymbol{\mu}_i$ — магнітний момент i -го атома, а \mathbf{H}'_{di} — магнітне поле в точці його положення \mathbf{r}_i [68, 48]:

$$\mathbf{H}'_{di} = \sum_{j \neq i} \frac{3\mathbf{R}_{ij}(\boldsymbol{\mu}_j \cdot \mathbf{R}_{ij}) - R_{ij}^2 \boldsymbol{\mu}_j}{R_{ij}^5}, \quad \mathbf{R}_{ij} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j. \quad (1.14)$$

Для того щоб надати виразу (1.13) феноменологічного вигляду, потрібно перейти в ньому від підсумовування по окремим вузлам ґратки до інтегрування по об'єму магнетика. Але при такому формальному переході виникає невизначеність при $R_{ij} \rightarrow 0$. Для подолання цієї труднощі використовують метод сфери Лоренца, а саме [56, 48, 62]: для того щоб розрахувати поле \mathbf{H}'_{di} , навколо i -го вузла будують сферу фізично малого об'єму, намагніченість всередині якої вважається однорідною, (зважаючи на наявність сильної обмінної взаємодії між сусідніми моментами, ця умова легко задовільняється: радіус сфери Лоренца становить приблизно 10 міжатомних відстаней [56]); далі, від макроскопічного поля \mathbf{H}_d , що визначається неперервним розподілом намагніченості $\mathbf{M}(\mathbf{r})$, віднімається вклад $\mathbf{H}''_d = -\frac{4\pi}{3}\mathbf{M}$ від однорідно намагніченої сфери Лоренца і замість нього додається поле \mathbf{h}''_i , що створюється реальними диполями, розміщеними всередині сфери. Для кубічної ґратки $\mathbf{h}'' = \mathbf{0}$, в загальному випадку $\mathbf{h}''_i = \boldsymbol{\Lambda}\mathbf{M}(\mathbf{r}_i)$, де $\boldsymbol{\Lambda}$ — тензор, форма якого визначається симетрією кристалічної ґратки, а слід завжди рівний 0. Таким чином мікро-

скопичне поле диполів записується як

$$\mathbf{H}'_{di} = \mathbf{H}_d(\mathbf{r}_i) + \frac{4\pi}{3}M_s\mathbf{m}(\mathbf{r}_i) + M_s\Lambda\mathbf{m}(\mathbf{r}_i), \quad (1.15)$$

де макроскопічне поле \mathbf{H}_d шукається як розв'язок рівнянь магнітостатики

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{H}_d = 0, \\ \nabla \cdot (\mathbf{H}_d + 4\pi M_s \mathbf{m}) = 0 \end{cases} \quad (1.16)$$

зі звичайними межовими умовами на поверхні магнетика

$$(\mathbf{H}_d^{out} - \mathbf{H}_d^{in})_n = 4\pi M_s \mathbf{m}_n, \quad (\mathbf{H}_d^{in} - \mathbf{H}_d^{out})_t = 0, \quad (1.17)$$

де індекси n та t позначають відповідно нормальні та тангенціальні до поверхні складові векторів. А також з додатковою умовою $\mathbf{H}_d \rightarrow 0$ на нескінченності.

Поля \mathbf{H}_d , \mathbf{H}'_d всередині магнетика прийнято називати *полями розмагнічування*, а зовні — *полями розсіяння*. Вітчизняні автори часто користуються лише першим з цих термінів, а в англійській літературі більш поширеним є другий (stray field).

Підставляючи (1.15) до (1.13), та замінивши підсумовування на інтегрування, отримуємо феноменологічний вираз для магніто-дипольної енергії

$$U'_d = U_d - \frac{2}{3}\pi M_s^2 V - \frac{M_s^2}{2} \int \mathbf{m} \Lambda \mathbf{m} dV, \quad (1.18)$$

у якому величина U_d позначає *магнітостатичну* енергію

$$U_d = -\frac{M_s}{2} \int_V \mathbf{H}_d \cdot \mathbf{m} dV. \quad (1.19)$$

Другий доданок в (1.18) є константою, а підінтегральний вираз третього за-

лежить лише від локального напрямку намагніченості, тому може бути включеним до енергії магнітної анізотропії. Тож, для задач, які зводяться до варіювання повної енергії магнетика, мікроскопічний та макроскопічний підходи обрахунку магніто-дипольної взаємодії є еквівалентними.

Розв'язуючи систему (1.16), зручно ввести магнітостатичний потенціал Φ_d , такий що $\mathbf{H}_d = -\nabla\Phi_d$ (в силу першого рівняння системи). При цьому Φ_d можна знайти як розв'язок другого рівняння системи (1.16), що набуде вигляду

$$\Delta\Phi_d = 4\pi M_s \nabla \cdot \mathbf{m} \quad (1.20)$$

Межові умови (1.17) набувають вигляду

$$\Phi_d^{in} = \Phi_d^{out}, \quad \frac{\partial\Phi_d^{in}}{\partial n} - \frac{\partial\Phi_d^{out}}{\partial n} = 4\pi M_s \mathbf{m} \cdot \mathbf{n}, \quad (1.21)$$

де \mathbf{n} — одиничний нормальний до поверхні магнетика вектор. Окрім межових умов (1.21) вимагається також обмеженість функцій $|r\Phi_d|$ та $|r^2\nabla\Phi_d|$ при $r \rightarrow \infty$. В загальному вигляді розв'язок рівнянь (1.20)–(1.21) має вигляд

$$\Phi_d(\mathbf{r}) = M_s \left(\int \frac{\lambda(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV' + \int \frac{\sigma(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dS' \right), \quad (1.22)$$

де перший інтеграл береться по об'єму магнетика, а другий — по його поверхні, а величини $\lambda(\mathbf{r}) = -\nabla \cdot \mathbf{m}(\mathbf{r})$ та $\sigma(\mathbf{r}) = \mathbf{n} \cdot \mathbf{m}(\mathbf{r})$ мають смисл відповідно об'ємної та поверхневої густини фіктивного магнітного заряду. Слід зазначити, що для зразків симетричної форми з простим розподілом намагніченості процедура розв'язку рівнянь (1.20–1.21) може бути простішою, аніж інтегрування (1.22).

Записавши у (1.19) магнітостатичне поле як $\mathbf{H}_d = -\nabla\Phi_d$, та провівши інтегрування частинами, отримуємо часто застосовний на практиці вираз для

магнітостатичної енергії

$$U_d = \frac{M_s}{2} \left(\int \lambda(\mathbf{r}) \Phi_d(\mathbf{r}) dV + \int \sigma(\mathbf{r}) \Phi_d(\mathbf{r}) dS \right). \quad (1.23)$$

Для полів розмагнічування справедливою є теорема взаємності [68]: Нехай дві області (які можуть перекриватись або не перекриватись) мають розподіли намагніченості відповідно \mathbf{M}_1 та \mathbf{M}_2 , що створюють поля розмагнічування відповідно \mathbf{H}_{d_1} та \mathbf{H}_{d_2} . Тоді справедливою є рівність

$$\int \mathbf{H}_{d_1} \mathbf{M}_2 dV = \int \mathbf{H}_{d_2} \mathbf{M}_1 dV. \quad (1.24)$$

Важливою особливістю магнітостатичної взаємодії є те, що для необмеженої пластини товщиною h при умові $d\theta/dr \ll 1/h$ та за відсутності об'ємних магнітостатичних зарядів її врахування зводиться до перевизначення константи одноосьової анізотропії, перпендикулярної до площини магнетика, а саме: $K^u \rightarrow K^u - 2\pi M_s^2$ [3, 69, 70], тобто

$$U_d = -2\pi M_s^2 \int \sin^2 \theta dV. \quad (1.25)$$

1.1.5. Рівняння руху для намагніченості. Відомо, що при постійних температурі та тиску умовою термодинамічної рівноваги системи є мінімум її вільної енергії Гібса \mathcal{G} [71]. Як показано в [56], вільна енергія тіла з розподілом намагніченості \mathbf{M} , яке перебуває в зовнішньому полі \mathbf{H} , становить

$$\mathcal{G} = \int \left(U_{ex} + U_{an} - \frac{1}{2} \mathbf{M} \mathbf{H}_d - \mathbf{M} \mathbf{H} \right) dV. \quad (1.26)$$

Наклавши вимогу $\mathbf{M} = M_s \mathbf{m}$, де $\mathbf{m}^2 = 1$, конкретизувавши вигляд обмінної енергії U_{ex} як (1.4) та скориставшись теоремою взаємності, можна показати

[56], що умова $\delta\mathcal{G} = 0$ еквівалентна одночасному виконанню двох умов:

$$\begin{cases} [\mathbf{m} \times \mathbf{H}_{eff}] = 0 & \text{в об'ємі зразка,} \\ [\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial n}] = 0 & \text{на поверхні зразка,} \end{cases} \quad (1.27)$$

де

$$\mathbf{H}_{eff} = \frac{A}{M_s} \Delta \mathbf{m} - \frac{1}{M_s} \frac{\partial U_{an}}{\partial \mathbf{m}} + \mathbf{H} + \mathbf{H}_d, \quad (1.28)$$

а \mathbf{n} є напрямком нормалі до поверхні зразка. Рівняння (1.27)–(1.28) називають рівняннями Брауна та використовують для знаходження рівноважного стану магнетика. Зазвичай, рівняння Брауна мають більше одного розв'язку (звичайно, нас цікавлять лише стійкі розв'язки, що відповідають мінімумам \mathcal{G}). Тоді розв'язок $\tilde{\mathbf{m}}$, що відповідає найменшому значенню \mathcal{G} , називають основним станом магнетика, а інші розв'язки — метастабільними станами.

Розбиваючи поле намагніченості магнетика на фізично малі об'єми, і таким чином моделюючи його як сукупність взаємодіючих часток, кожна з яких має свій момент імпульсу, можна показати [56], що функція Лагранжа для магнетика запишеться як

$$L = -\frac{M_s}{\gamma_0} \int \cos \theta \frac{\partial \phi}{\partial t} dV - \mathcal{G}, \quad (1.29)$$

де θ та ϕ , як і раніше, кути вектора \mathbf{m} у сферичній системі координат, а γ_0 — гіромагнітне відношення для магнітного атома:

$$\gamma_0 = \frac{g|e|\hbar}{2m_e c}. \quad (1.30)$$

Фактор Ланде g для багатьох магнітних матеріалів близький до двійки внаслідок того, що магнітні моменти атомів в основному спінові. Рівняння руху

для (1.29) мають вигляд рівнянь Ландау-Ліфшиця

$$\sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\gamma_0}{M_s} \frac{\delta \mathcal{G}}{\delta \phi}, \quad \sin \theta \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\gamma_0}{M_s} \frac{\delta \mathcal{G}}{\delta \theta}, \quad (1.31)$$

або, що те саме

$$\frac{d\mathbf{m}}{dt} = -\gamma_0 [\mathbf{m} \times \mathbf{H}_{eff}]. \quad (1.32)$$

Таким чином, рівняння Брауна (1.27) є стаціонарним випадком рівняння Ландау-Ліфшиця (1.32).

У загальному випадку за наявності одноосьової анізотропії та магнітного поля, напрямленого уздовж осі симетрії, рівняння руху (1.31) набувають вигляду

$$\begin{cases} \Delta \theta - [(\nabla \phi)^2 + \frac{2K}{A}] \sin \theta \cos \theta - \frac{HM_s}{A} \sin \theta - \frac{1}{A} \frac{\delta U_d}{\delta \theta} + \frac{M_s}{\gamma_0 A} \sin \theta \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \\ \nabla \cdot (\sin^2 \theta \nabla \phi) - \frac{1}{A} \frac{\delta U_d}{\delta \phi} - \frac{M_s}{\gamma_0 A} \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial t} = 0. \end{cases} \quad (1.33)$$

В простішому випадку тертя враховується шляхом введення дисипативної функції [56]

$$F_{dis} = \frac{1}{2} \int \eta \dot{\mathbf{M}}^2 dV, \quad (1.34)$$

що дає вклад $-\eta \dot{\mathbf{M}}$ в узагальнену силу. При цьому рівняння руху (1.32) набуває вигляду

$$\dot{\mathbf{m}} = -\gamma_0 [\mathbf{m} \times \mathbf{H}_{eff}] + \gamma_0 \eta M_s [\mathbf{m} \times \dot{\mathbf{m}}]. \quad (1.35)$$

Рівняння руху (1.35) було запропоновано Гільбертом в 1955 році [27]. Історично перше рівняння руху для магнітного моменту з урахуванням ди-

сипації було записано Ландау та Ліфшицем в 1935 році [1, 2]:

$$\dot{\mathbf{m}} = -\gamma'_0[\mathbf{m} \times \mathbf{H}_{eff}] + \eta' M_s [\mathbf{m} \times [\mathbf{m} \times \mathbf{H}_{eff}]], \quad (1.36)$$

яке при

$$\gamma'_0 = \frac{\gamma_0}{1 + \gamma_0^2 \eta^2 M_s^2}, \quad \eta' = \frac{\gamma_0^2 \eta}{1 + \gamma_0^2 \eta^2 M_s^2} \quad (1.37)$$

є еквівалентним до рівняння (1.35).

З (1.29) видно, що узагальненій координаті ϕ відповідає узагальнений імпульс $\Pi = -\frac{M_s}{\gamma_0} \cos \theta$. Перейшовши при цьому від функції Лагранжа до функції Гамільтона, отримаємо, що $\mathcal{H} = \mathcal{G}$, а канонічні рівняння руху

$$\dot{\Pi} = -\frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \phi}, \quad \dot{\phi} = \frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \Pi} \quad (1.38)$$

є еквівалентними до (1.31).

Повна енергія магнетика \mathcal{G} завжди є інтегралом руху рівнянь (1.31). Крім того, за умов топологічної тривіальності розподілу намагніченості, зберігається повний імпульс поля намагніченості

$$\mathfrak{P} = \frac{M_s}{\gamma_0} \int \cos \theta \nabla \phi dV. \quad (1.39)$$

Часто при інтегруванні по об'єму нескінченного зразка інтеграл (1.39) розходиться, в цьому випадку зручно користуватись законом збереження не імпульсу, а його приросту, що виникає за рахунок відхилення намагніченості від основного стану $\cos \theta_0$:

$$\Delta \mathfrak{P} = \frac{M_s}{\gamma_0} \int (\cos \theta_0 - \cos \theta) \nabla \phi dV.$$

Аналогічно діють і з іншими інтегралами руху.

Якщо густина енергії не залежить явно від ϕ , то ϕ є циклічною координатою, що означає існування інтегралу руху

$$\mathfrak{N} = \int \cos \theta dV. \quad (1.40)$$

У випадку ізотропного магнетика зберігається сума $\mathfrak{L} + \mathfrak{M}$ повного моменту кількості руху

$$\mathfrak{L} = \frac{M_s}{\gamma_0} \int \cos \theta [\mathbf{r} \times \nabla \phi] dV \quad (1.41)$$

та сумарної намагніченості магнетика

$$\mathfrak{M} = M_s \int m dV. \quad (1.42)$$

При нехтуванні полем розмагнічування, величини \mathfrak{L} та \mathfrak{M} зберігатимуться окремо [72]. При наявності одноосьової анізотропії аналогічними властивостями збереження володіють проекції векторів \mathfrak{L} та \mathfrak{M} на напрямок осі анізотропії.

1.2. Властивості вихрового стану

1.2.1. Вихори в квазідвовимірних гайзенбергієвських магнетиках. Інтерес до вихорів у двовимірних магнетиках виник після робіт Березинського [4], а також Костерліца й Таулеса [5], у яких було показано, що у двовимірних системах з неперервним виродженням основного стану — легкої площини — та з відсутнім дальнім порядком при певній критичній температурі T_C відбувається топологічний фазовий перехід (перехід БКТ), що пов'язаний з утворенням та дисоціацією топологічно нетривіальних збурень. Прикладом магнітної системи, у якій може відбуватися БКТ-перехід є двовимірний магнетик, де дальній порядок руйнується магнонами. При цьому

відповідальними за перехід БКТ є вихор-антивихрові пари, які при температурах, менших за T_C , перебувають у зв'язному стані, а при температурах, вищих за критичну, дисоціюють.

Двовимірним магнітним вихором у загальному випадку називається розподіл намагніченості виду [73, 6]

$$\theta = \theta(r), \quad \phi = q\chi + \phi_0, \quad (1.43)$$

де (r, χ, z) — циліндричні координати. Причому $\theta(0) = 0, \pi$, а $\theta(\infty) = \theta_0$. За відсутності магнітного поля $\theta_0 = \pi/2$, у загальному випадку $0 < \theta_0 < \pi$. Величину $q = \pm 1, \pm 2, \dots$ називають завихреністю. Для від'ємних q розподіл (1.43) називають антивихором. ϕ_0 — довільна константа, наявність якої є наслідком неперервної виродженості основного стану. Варто відмітити, що термін *магнітний вихор* ввів Ковалев в [73].

З початку 80-х до сьогодні в більшості теоретичних робіт по магнітним вихорам розрахунки проводились в рамках моделі гайзенбергівського магнетика — моделі магнітної речовини, обмінна взаємодія в якій описується гамільтоніаном Гайзенберга (1.3), а анізотропні властивості середовища моделюються введенням обмінної анізотропії [6, 7, 9, 8, 74]. Так як в обмінна анізотропія в континуальному слабкоанізотропному наближенні може бути зведеною до одноіонної анізотропії [6], то врахування в гамільтоніані одноіонної анізотропії замість обмінної принципово не змінює результатів розрахунків [75]. Принциповою особливістю вказаної моделі є нехтування нелокальною магніто-дипольною взаємодією, що суттєво спрощує розрахунки.

При нехтуванні магніто-дипольною взаємодією, рівняння руху (1.33) дійсно допускають стаціонарний розв'язок у вигляді (1.43). Підставивши (1.43) у стаціонарну форму рівнянь (1.33), та поклавши $U_d \equiv 0$, отримуємо, що дру-

ге рівняння у (1.33) перетвориться на тотожність, а перше набуде вигляду [6]

$$\theta'' + \frac{1}{r}\theta' + \left(\frac{1}{l_d^2} - \frac{q^2}{r^2}\right) \sin \theta \cos \theta - \frac{\mathfrak{h}}{l_{ex}^2} \sin \theta = 0. \quad (1.44)$$

Тут введено позначення для характерних довжин $l_{ex} = \sqrt{A/4\pi M_s^2}$ (обмінна довжина) та $l_d = \sqrt{A/2|K|}$ (ширина доменної стінки), а також для приведенного магнітного поля $\mathfrak{h} = H/4\pi M_s$. При цьому вісь легкоплощинної анізотропії ($K < 0$) як і магнітне поле напрямлені перпендикулярно до площини магнетика. Так як основним станом для вказаного квазідвовимірному магнетика буде $\cos \theta_0 = \mathfrak{h} \frac{2\pi M_s^2}{|K|}$, то рівняння (1.44) слід розв'язувати з межовими умовами $\theta(0) = 0$, $\theta(\infty) = \theta_0$. Варто зазначити, що нетривіальний розв'язок рівняння (1.44) має лише при $K < 0$, та $\mathfrak{h} < \mathfrak{h}_0 = \frac{|K|}{2\pi M_s^2}$.

Асимптотичні розв'язки (1.44) є добре дослідженими [76, 6, 74] і мають наступний вигляд

$$\theta = \begin{cases} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{|q|}, & r \rightarrow 0, \\ \frac{\pi}{2} - \frac{c_1}{\sqrt{r}} \exp\left(-\frac{r}{l_d}\right), & r \rightarrow \infty, \mathfrak{h} = 0, \\ \theta_0 - q^2 \frac{l_d^2}{r^2} \operatorname{ctg} \theta_0, & r \rightarrow \infty, 0 < \mathfrak{h} < \mathfrak{h}_0, \end{cases} \quad (1.45)$$

де r_0 та c_1 є додатніми константами.

1.2.2. Врахування магнітостатичної енергії. Для пластини скінченної товщини h врахування магнітостатичної енергії значно ускладнюється через нелокальний характер останньої (1.23), (1.22). Більше того, друге рівняння системи (1.33) перетворюється тепер на тотожність лише при виконанні умови $\frac{\delta U_d}{\delta \phi} \equiv 0$. Так як густина поверхневих зарядів σ у пластині залежить лише θ , то вказана умова задовільняється при відсутності об'ємних магнітостатичних зарядів, тобто $\nabla \cdot \mathbf{m} \equiv 0$. Так як для вихрового розподілу (1.43)

дівергенція намагніченості

$$\nabla \cdot \mathbf{m} = \cos [(q - 1)\chi + \phi_0] \left(\theta' \cos \theta - \frac{q}{r} \sin \theta \right), \quad (1.46)$$

то це означає, що при врахуванні магнітостатичної взаємодії загальний вихровий розв'язок (1.43) у пластині ненульової товщини задовільняє стаціонарні рівняння Ландау-Ліфшиця (1.33) лише при $q = 1$ та $\phi_0 = \pm\pi/2$. Вихровий розподіл у формі

$$\theta = \theta(r), \quad \phi = \chi \pm \frac{\pi}{2} \quad (1.47)$$

є експериментальним фактом: [77, 78, 79]. Повідомлення про експериментальні спостереження вихорів з $q > 1$ авторів не відомі. У випадку (1.47) друге з рівнянь (1.33) перетвориться на тотожність, а перше запишеться у вигляді [80]

$$\begin{aligned} \theta'' + \frac{1}{r}\theta' - \left(\frac{1}{r^2} + \frac{2K}{A} \right) \sin \theta \cos \theta + \\ + \frac{\sin \theta}{l_{ex}^2} \int_0^\infty r' \cos \theta(r') g(h; r, r') dr' - \frac{\mathfrak{h}}{l_{ex}^2} \sin \theta = 0. \end{aligned} \quad (1.48)$$

Залежність від товщини міститься у ядрі інтегрування

$$g(h; r, r') = \int_0^\infty \frac{1 - e^{-hx}}{h} J_0(rx) J_0(r'x) dx, \quad (1.49)$$

де $J_0(x)$ — функція Бесселя.

Легко бачити, що $g(h \rightarrow 0; r, r') = \delta(r - r')/r'$ [80, 81] і при $h \rightarrow 0$ рівняння (1.48) співпадає з (1.44), якщо в останньому зробити заміну $l_d \rightarrow \ell = \sqrt{A/(4\pi M_s^2 - 2K)}$ та покласти $q = 1$. Тобто врахування магнітостатичної енергії для нескінченно тонкої пластини за умови відсутності об'ємних

зарядів еквівалентно перевизначенню константи анізотропії [69]: $K \rightarrow K - 2\pi M_s^2$. При цьому основний стан пластини визначатиметься як

$$\cos \theta_0 = \begin{cases} \mathfrak{h} \left(1 - \frac{K}{2\pi M_s^2}\right)^{-1} & \text{для } K < 2\pi M_s^2, \\ 1 & \text{для } K > 2\pi M_s^2, \end{cases} \quad (1.50)$$

що визначає межу умову $\theta(\infty) = \theta_0$.

Асимптотичні розв'язки для тонкої пластини співпадатимуть з (1.45), якщо в останньому виразі зробити заміни $l_d \rightarrow \ell$, $\mathfrak{h}_0 \rightarrow \mathfrak{h}'_0 = \left(1 - \frac{K}{2\pi M_s^2}\right)$, а θ_0 визначати як (1.50). Слід відмітити, що з урахуванням магнітостатичної взаємодії вихровий розв'язок у нескінченно тонкій пластині можливий лише при $K < 2\pi M_s^2$ (K може бути додатнім) і $\mathfrak{h} < \mathfrak{h}'_0$.

Неважко показати, що за відсутності залежності намагніченості від поперечної координати основний стан *нескінченної* пластини довільної скінченної товщини співпадатиме з (1.50). Тому вказані межові умови можна також використовувати для розв'язку загального рівняння (1.48) в нескінченній пластині. При цьому слід пам'ятати, що шукати розв'язок у плоскопаралельному вигляді (1.47) має сенс лише якщо h не перевищує кількох обмінних довжин.

Корисно зазначити, що магнітостатичний потенціал Φ_d для вихору (1.47) в нескінченній пластині має вигляд

$$\Phi_d^{in/out}(r, z) = 4\pi M_s \int_0^\infty r' \cos \theta(r') \int_0^\infty \mathfrak{g} J_0(rx) J_0(r'x) dx dr', \quad (1.51)$$

$$\mathfrak{g}^{in} = \text{sh}(zx) e^{-\frac{h}{2}x}, \quad \mathfrak{g}^{out} = \text{sh}\left(\frac{h}{2}x\right) e^{-zx},$$

де вважається, що точка $z = 0$ знаходиться на половині товщини пластини.

1.2.3. Топологічні та динамічні властивості вихорів. Великою частиною, що описує топологічні та динамічні властивості поля намагніченості

є поле гіровектора [72, 82, 83, 84]

$$\mathbf{g} = [\nabla\Pi \times \nabla\phi]. \quad (1.52)$$

Внаслідок обмеження $m^2 = 1$ поле $\mathbf{g}(\mathbf{r})$ є соленоїдальним: $\nabla \cdot \mathbf{g} = 0$. Лінії перетину поверхонь $\Pi(\mathbf{r}) = c_1$ та $\phi(\mathbf{r}) = c_2$, де c_1 та c_2 є довільними константами, називають вихровими лініями. Внаслідок соленоїдальності поля $\mathbf{g}(\mathbf{r})$ вихрові лінії в безмежному магнетику є замкненими. Крім того, кількість перетинів \mathbb{N} будь-яких двох вихрових ліній є фіксованим для даного розподілу намагніченості числом. Величину \mathbb{N} називають індексом Хопфа, вона є топологічним інваріантом і не змінюється при будь-якій неперервній деформації поля намагніченості. \mathbb{N} визначається через намагніченість наступним чином [82]

$$\mathbb{N} = \frac{1}{(4\pi)^2} \iint \epsilon_{ijk} g_i(\mathbf{r}) \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')_j}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} g_k(\mathbf{r}') dV dV'. \quad (1.53)$$

Проте за наявності поверхні вихрові лінії не обов'язково є замкненими, вони можуть обриватись на поверхні й індекс Хопфа втрачає свій сенс. Для топологічної класифікації намагніченості у нескінченних плівках використовують інший топологічний інваріант — індекс Понтрягіна [6, 28, 85]

$$\mathbb{Q} = \frac{1}{4\pi} \int g_z dx dy, \quad (1.54)$$

тут вісь z вважається перпендикулярною до площини плівки. Для локалізованих топологічних збурень індекс Понтрягіна може набувати лише цілих значень: $\mathbb{Q} = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Якщо $\mathbb{Q} \neq 0$ то канонічні змінні Π та ϕ не є всюди диференційовними. При цьому слід визначати гіровектор безпосередньо

через намагніченість [72, 82]:

$$g_i = -\frac{1}{2}\epsilon_{ijk}[\partial_j \mathbf{m} \times \partial_k \mathbf{m}] \cdot \mathbf{m}$$

Крім того, відповідно до [86], при $\mathbb{Q} \neq 0$ імпульс (1.39) не зберігається. В [72] було запропоновано означення імпульсу, що ґрунтується лише на топологічних властивостях намагніченості у плівці

$$\mathfrak{P}'_x = -\frac{M_s}{\gamma_0} \int y g_z dx dy, \quad \mathfrak{P}'_y = \frac{M_s}{\gamma_0} \int x g_z dx dy. \quad (1.55)$$

Для магнетиків зі скінченною магнітною енергією величина \mathfrak{P}' є інтегралом руху для будь-яких \mathbb{Q} . Проте для $\mathbb{Q} \neq 0$ жодна з величин \mathfrak{P}' і \mathfrak{P} не є справжнім імпульсом, бо дужки Пуассона для різних компонент вказаних імпульсів приймають ненульові значення [72, 82, 87]

$$\{\mathfrak{P}'_x, \mathfrak{P}'_y\} = -4\pi \frac{M_s^2}{\gamma_0^2} h \mathbb{Q}, \quad \{\mathfrak{P}_x, \mathfrak{P}_y\} = -4\pi \frac{M_s^2}{\gamma_0^2} h \mathbb{Q}.$$

Крім того, при трансляційному зміщенні у площині плівки $x \rightarrow x + x_0$, $y \rightarrow y + y_0$ величина \mathfrak{P}' змінюється наступним чином [72, 82]

$$\mathfrak{P}'_x \rightarrow \mathfrak{P}'_x - 4\pi \frac{M_s}{\gamma_0} h \mathbb{Q} x_0, \quad \mathfrak{P}'_y \rightarrow \mathfrak{P}'_y + 4\pi \frac{M_s}{\gamma_0} h \mathbb{Q} y_0. \quad (1.56)$$

Дана властивість величини \mathfrak{P}' використовується для визначення "центру мас" даного топологічного збурення при $\mathbb{Q} \neq 0$ [72, 82]

$$\mathfrak{R} = \frac{\int \mathbf{r} g_z dS}{\int g_z dS}, \quad (1.57)$$

де \mathbf{r} — двовимірний вектор у площині плівки. При вказаному трансляційному перетворенні величина \mathfrak{R} змінюється як $(\mathfrak{R}_x, \mathfrak{R}_y) \rightarrow (\mathfrak{R}_x + x_0, \mathfrak{R}_y + y_0)$, що визначає її смисл як характерного положення топологічного збурення. Вели-

чина \mathfrak{R} як і \mathfrak{P}' є інтегралом руху, тому збурення поля намагніченості, для якого $\mathbb{Q} \neq 0$, не може здійснювати вільного трансляційного руху.

Разом з імпульсом у [72, 82] введено також більш коректне для випадків $\mathbb{Q} \neq 0$ визначення моменту імпульсу

$$\mathfrak{L}_z = \frac{1}{2} \frac{M_s}{\gamma_0} \int r^2 g_z dx dy,$$

де \mathbf{r} – двовимірний вектор у площині плівки.

Окрім розглянутого вище усередненого положення, збурення поля намагніченості можна охарактеризувати рядом параметрів, що відповідають його внутрішнім ступеням вільності, таким як амплітуда, характерний розмір, тощо. Наближений опис динаміки всього поля намагніченості в термінах кількох вказаних параметрів становить зміст *методу колективних змінних* [28, 29, 8, 88]. У найпростішому випадку, коли внутрішні ступені вільності не враховуються, тобто вважається що форма збурення при русі не змінюється, маємо лише одну колективну змінну $\mathbf{P}(t)$ — деяке узагальнене положення збурення (не обов'язково співпадає з \mathfrak{R}). Динаміка поля намагніченості відповідає при цьому *моделі біжучої хвилі* [89]:

$$\mathbf{m}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{m}(\mathbf{r} - \mathbf{P}(t)). \quad (1.58)$$

Слід зазначити, що модель (1.58) є частинним випадком *узагальненої моделі біжучої хвилі* [90]: $\mathbf{m}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{m}(\mathbf{r} - \mathbf{P}(t), \dot{\mathbf{P}}, \ddot{\mathbf{P}}, \dots, \mathbf{P}^{(n)})$. Підставивши загальний вигляд розв'язку (1.58) у рівняння руху (1.35), та провівши інтегрування по об'єму магнетика отримаємо, рівняння Тіля [89, 91, 83]

$$\frac{M_s}{\gamma_0} [\mathbf{G} \times \dot{\mathbf{P}}] + M_s^2 \mathbf{D}\dot{\mathbf{P}} + \mathbf{F} = 0, \quad (1.59)$$

де $\mathbf{G} = \int \mathbf{g} dV$ — повний гірветтор магнетика. Для випадку пластини, на-

магніченість у якій не залежить від поперечної координати z , маємо

$$\mathbf{G} = h\hat{\mathbf{z}} \int g_z dx dy = 4\pi h\mathbb{Q}\hat{\mathbf{z}}, \quad (1.60)$$

де $\hat{\mathbf{z}}$ — одиничний уздовж осі z вектор. Елементи дисипативного тензора \mathbf{D} мають вигляд [89, 91]

$$D_{ij} = -\eta \int \left(\frac{\partial\theta}{\partial x_i} \frac{\partial\theta}{\partial x_j} + \sin^2\theta \frac{\partial\phi}{\partial x_i} \frac{\partial\phi}{\partial x_j} \right) dV. \quad (1.61)$$

Ефективна сила, що діє на збурення

$$\mathbf{F} = -\frac{d\mathcal{G}}{d\mathbf{P}}. \quad (1.62)$$

Варто зауважити, що рівняння (1.59) вдається отримати лише в припущенні, що густина магнітної енергії локально залежить від намагніченості, тобто значення густини енергії в певній точці визначається лише намагніченістю та її похідними у цій же точці, що за ненульової товщини пластини означає нехтування магнітостатичною взаємодією. При виведенні (1.59) використано також співвідношення

$$\mathbf{H}_{eff} = -\frac{\delta\mathcal{G}}{\delta\mathbf{M}}, \quad (1.63)$$

яке є справедливим при виконанні на поверхні магнетика другої умови з (1.27).

Для вихрового розподілу намагніченості

- Підставивши (1.43) до (1.54), та врахувавши межові умови для $\theta(r)$, отримуємо

$$\mathbb{Q} = -\frac{pq}{2}, \quad (1.64)$$

де $p \equiv \cos \theta(0) = \pm 1$ — полярність вихору. Слід зазначити, що, якщо $\cos \theta(\infty) = \cos \theta_0 \neq 0$, то $\mathbb{Q} = -(p - \cos \theta_0)q/2$. Для непарних q індекс Понтрягіна (1.64) є напівцілим, що є наслідком нелокалізованості вихорового розподілу.

- Підставивши (1.43) до (1.52) отримаємо

$$\mathbf{g} = \frac{\hat{\mathbf{z}}q}{r} \partial_r(\cos \theta). \quad (1.65)$$

Підстановка до (1.60) та врахування межових умов для $\theta(r)$ дає [83, 75]

$$\mathbf{G} = -2\pi h q r \hat{\mathbf{z}}. \quad (1.66)$$

Аналогічно, якщо $\cos \theta(\infty) = \cos \theta_0 \neq 0$, то $\mathbf{G} = -2\pi h q (p - \cos \theta_0) \hat{\mathbf{z}}$.

- Підставивши (1.43) до (1.61), отримаємо що дисипативний тензор матиме вигляд [83]

$$\mathbf{D} = D_0 \mathbf{I}, \quad D_0 = -\eta h \pi \int \left(\theta'(r)^2 + \frac{q^2}{r^2} \sin^2 \theta \right) d^2 r \approx -\eta h \pi q^2 \ln \frac{R}{\ell}, \quad (1.67)$$

де \mathbf{I} — дворядна одинична матриця, R — характерний розмір системи, а ℓ — розмір області локалізації функції $\theta(r)$.

Магнітні вихори взаємодіють між собою за законом, аналогічним до взаємодії плоских точкових вихорів в ідеальній рідині [92]. А саме, якщо в одній пластині знаходиться кілька магнітних вихорів, то між ними виникає взаємодія кулонівського типу, що має обмінну природу. Сила, з якою на i -й вихор діє уся сукупність інших вихорів обраховується як [83, 75, 8]

$$\mathbf{F}_i = 2\pi A h q_i \sum_{j \neq i} q_j \frac{\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_j}{|\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_j|^2}. \quad (1.68)$$

За відсутності зовнішніх впливів ефективна сила (1.62) співпадає з (1.68).

Тож, виходячи із (1.59), при наявності в пластині лише пари вихорів спостерігається 2 типи динаміки, характер якої визначається сумарним індексом Понтрягіна:

1. Якщо гіровектори обох вихорів паралельні, тобто $p_1q_1 = p_2q_2$ ($\mathbb{Q}_1 + \mathbb{Q}_2 \neq 0$), то обидва вихори, що початково знаходились на відстані $2R_0$, обертаються один навколо іншого по колу радіусу R_0 з частотою [8]

$$\omega_v = \frac{\gamma_0 A}{M_s} \frac{1}{2R_0^2} \frac{q_2}{p_1}. \quad (1.69)$$

При наявності тертя, якщо $q_1q_2 < 0$, то відстань між вихорами зменшуватиметься, поки вихори не зустрінуться, при цьому утвориться новий вихор з $q = q_1 + q_2$. Якщо ж $q_1q_2 > 0$, то вихори розходитимуться і їх швидкість при цьому зменшуватиметься, так що через нескінчений час матимемо 2 нерухомих вихори на нескінченій відстані один від одного.

2. Якщо гіровектори обох вихорів антипаралельні, тобто $p_1q_1 = -p_2q_2$ ($\mathbb{Q}_1 + \mathbb{Q}_2 = 0$), то пара вихорів, що початково перебувала на відстані $2R_0$ рухатиметься уздовж паралельних перпендикулярних до \mathbf{R}_0 ліній зі швидкістю [8]

$$V_v = \frac{\gamma_0 A}{M_s} \frac{1}{2R_0} \frac{q_2}{p_1}. \quad (1.70)$$

При наявності тертя поведінка вихорів є аналогічною до попереднього пункту.

1.2.4. Особливості статички та динаміки вихорів в магнітних структурах обмежених розмірів. На відміну від випадку необмеженої пластини, магнітостатична енергія вихору (1.43) в пластині скінчених розмірів виявляється суттєво залежною від параметра ϕ_0 . Так для диску, вихором з найменшою магнітною енергією буде вихор з $q = 1$ $\phi_0 = \pm\pi/2$. Лише

такі вихори спостерігались експериментально [77, 78, 79, 93, 94, 95, 96, 97] і отримувались як рівноважні стани в мікромагнітних моделюваннях, які враховували магнітостатичну взаємодію. У пластинах складішої форми спостерігався також рівноважний антивихровий ($q = -1$) розподіл [96, 97, 98]. Відомості про експериментальні спостереження вихорів з $|q| > 1$ авторів не відомі.

Рівняння для знаходження рівноважного вихрового розподілу в диску з радіусом R співпадає з рівнянням (1.48), у якому в якості верхньої межі в інтегралі стоїть величина R . При цьому часто користуються позначенням $\Theta(\rho) = \theta(\rho R)$, тож за відсутності анізотропії та зовнішнього поля рівняння (1.48) набуває вигляду [80]

$$\Theta'' + \frac{1}{\rho}\Theta' - \frac{1}{\rho^2}\sin\Theta\cos\Theta + \frac{R^2}{l_{ex}^2}\sin\Theta\int_0^1\rho'\cos\Theta(\rho')g(\epsilon;\rho,\rho')d\rho' = 0, \quad (1.71)$$

$$\Theta(0) = 0, \quad \Theta'(1) = 0,$$

де величину $\epsilon = h/R$ називають аспектним відношенням. Друга межева умова у рівнянні (1.71) співпадає з умовою рівноваги Брауна на поверхні магнетика (1.27). При $R \gg l_{ex}$ і $\epsilon \ll 1$ на краю диска з високою точністю виконується умова $\Theta(1) = \pi/2$, проте при зменшенні радіусу та збільшенні товщини остання рівність може значно порушуватись, причому величина $\cos\Theta(1)$ може набувати як від'ємних так і додатних значень. [80]

Рівняння (1.71) є рівнянням Ейлера-Лагранжа, що розв'язує варіаційну задачу мінімізації функціоналу енергії $\mathcal{G}[\Theta(\rho)]$. Так як точний розв'язок (1.71) побудувати не вдається, то часто користуються наближеним методом Рітца для розв'язку вказаної варіаційної задачі. При цьому важливим є питання вибору пробної функції. Історично першою пробною функцією, що використовувалась для наближеного дослідження структури магнітного вихору, була

модель Фельдкеллера [3]

$$\cos \Theta(\rho) = e^{-\rho^2/\rho_v^2}, \quad (1.72)$$

Тут варіаційний параметр ρ_v визначає розмір ядра вихору — області, в якій локалізована z -ва компонента намагніченості. Для збільшення точності в якості пробної функції можна брати суму кількох гаусіан [14, 99]

$$\cos \Theta(\rho) = \sum_i c_i e^{-\rho^2/\rho_{v_i}^2}, \quad \sum_i c_i = 1. \quad (1.73)$$

Така пробна функція містить $2n - 1$ варіаційних параметрів, де n — кількість доданків в сумі. Недоліком вказаної пробної функції є складність в обрахунку обмінної енергії. Тому часто використовують альтернативою є пробна функція, запропонована Усовим [100]

$$\cos \Theta(\rho) = \begin{cases} \frac{1-(\rho/\rho_v)^2}{1+(\rho/\rho_v)^2}, & \rho \leq \rho_v, \\ 0, & \rho \geq \rho_v. \end{cases} \quad (1.74)$$

При $\rho \leq \rho_v$ функція (1.74) є точним розв'язком рівняння (1.71) в обмінному наближенні, тому очікується, що вона точно описує розподіл намагніченості в області кору вихору ($0 \lesssim \rho < \rho_v$), де вклад обмінної енергії перевищує вклади від інших магнітних взаємодій. Проте вказана пробна функція не задовільняє необхідні для вихору межові умови. Для задоволення межових умов значення функції при деякому $\rho = \rho_v$, що є варіаційним параметром, штучно покладається рівним потрібному на нескінченності значенню. Це призводить до недиференційовності пробної функції (1.74), що є її основним недоліком. Пробна функція у вигляді (1.73), яка містить кілька доданків, досить точно описує структуру вихорового розподілу [14, 99], проте пов'язана з нею складність аналітичних розрахунків часто призводить до необхідності чисельного

аналізу, що зменшує універсальність отриманих результатів. Тому, якщо для досліджуваних ефектів деталі вихрової структури неприципові, краще користуватись пробною функцією Усова (1.74).

Дослідження динаміки вихору в магнетиках *обмежених* розмірів ставить питання про *межові умови* для намагніченості. Якщо вважати, що феноменологічний опис магнітних взаємодій на поверхні магнетика такий же, як і в його об'ємі, то поверхнева умова рівноваги співпадатиме з наведеною в (1.27). Проте, при виведенні виразу для обмінної енергії (1.5) передбачається наявність *усіх* найближчих сусідів, що не справджуватиметься на поверхні магнетика. Аналогічне твердження справедливе і для одноіонної анізотропії. Крім того, сфера Лоренца, побудована для магнітних диполів на поверхні, буде лише частково знаходитись в об'ємі магнетика, що змінить спосіб переходу від магніто-дипольної взаємодії до магнітостатичної (1.15), (1.18). В 1954р. Неель запропонував наближено враховувати вказані поверхневі ефекти шляхом введення енергії поерхневої анізотропії, поверхнева густина якої визначається як $U_s = \frac{1}{2}K_s(\mathbf{m} \cdot \mathbf{n})^2$. Наявність останньої призводить до модифікації поверхневої умови рівноваги (1.27) [56]:

$$\mathbf{m} \times \left[A \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial n} + K_s(\mathbf{m} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} \right] = 0, \quad (1.75)$$

що спричинює ефект залипання ("pinning") [101] намагніченості на поверхні. Проте, як показано в недавніх роботах [102, 101], поверхневі ефекти, спричинені суттєво неоднорідними полями розмагінчування біля поверхні магнетика, не можуть бути зведеними лише до ефективної поверхневої анізотропії — належного пояснення експериментально отриманих магнітонних спектрів в тонких ферромагнітних смужках авторам [102, 101] вдалось досягти, скориставшись межовими умовами [103, 102, 101]

$$\mathbf{m} \times \left[A \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial n} + K_s(\mathbf{m} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} + M_s h \mathbf{H}_d \right] = 0. \quad (1.76)$$

Для диску при $R \gg h \gtrsim l_{ex}$ використання межевої умови (1.76) в кілька разів збільшує параметр залипання [101] і робить його залежним від геометричних розмірів (магніто-дипольний режим) [101]. При $\sqrt{Rh} < l_{ex}$ ефект залипання спінів на поверхні є значно слабшим (обмінний режим), що робить доцільним використання більш простої моделі (1.75) [101]. Як буде показано в наступному розділі, диски, основним станом яких є вихровий, мають розміри, що відповідають саме магніто-дипольному режимові. Проте необхідність розрахунку магнітостатичного поля \mathbf{H}_d значно ускладнює використання моделі межевих умов (1.76) для опису динаміки вихора в диску. Тому при невеликих зміщеннях вихору з центру часто користуються моделлю *фіксованих межевих умов*: намагніченість на бічній поверхні зберігає напрямок, дотичний до краю диску. Математично ця модель записується так [104]:

$$\phi = \arg[\zeta - Z] + \arg[\zeta - Z_I] - \arg Z \pm \pi/2, \quad (1.77)$$

де $\zeta = x + iy$, $Z = X + iY$, $Z_I = ZR^2/P^2$, а вектор $\mathbf{P} = (X, Y)$ задає положення вихору. Модель (1.77) запобігає появі магнітостатичних зарядів на бічній поверхні, але призводить до появи зарядів об'ємних: $\nabla \cdot \mathbf{m} \neq 0$ для (1.77). Відповідний приріст магнітостатичної енергії $\Delta \mathcal{E}_d$ для випадку $\epsilon \ll 1$ та $P \ll R$ добре апроксимується гармонічним законом [105, 103, 81, 106, 107, 108]

$$\Delta \mathcal{E}_d = 4\pi \frac{M_s}{\gamma_0} h \Omega_G P^2. \quad (1.78)$$

Приріст обмінної енергії, який також виникає в моделі (1.77), пропорційний l_{ex}^2/R^2 і є значно меншим за (1.78) (див. пункт 4.1.1), тому можна вважати, що сила

$$\mathbf{F}_d = -\nabla \mathcal{E}_d = -2\pi \frac{M_s}{\gamma_0} h \Omega_G \mathbf{P}, \quad (1.79)$$

яка діє на зміщений з центру диску вихор, має магнітостатичну природу. За відсутності інших впливів сила F_d співпадає з ефективною силою (1.62) і результатом розв'язку рівняння Тіля (1.59) буде гіротропний рух вихору з частотою $\Omega_G = \Omega_G p \hat{z}$.

1.3. Заключні висновки до розділу

Магнітні вихори є предметом інтенсивних теоретичних досліджень протягом останніх 20 років. Більшість таких досліджень виконано в моделі двовимірного гайзенбергівського магнетика без урахування магнітодипольної взаємодії. Протягом останніх кількох років спостерігається значний інтерес до вихорового стану наномагнетиків, що пов'язано з розвитком експериментальних методик та можливим практичним застосуванням останніх. Проте, для магнетиків обмежених розмірів принциповим є врахування магнітодипольної взаємодії, бо остання є причиною того, що *основними* станами наномагнетиків можуть бути принципово неоднорідні розподіли намагніченості, такі як вихровий. Тому такі питання як вплив магніто-дипольної взаємодії на (i) структуру магнітного вихору, (ii) його динаміку в наномагнетіку, (iii) поведінку вихорового стану в постійному магнітному полі є сьогодні відкритими та потребують детального вивчення. Крім того, на сьогодні не побудована теорія процесу перемикавання полярності вихору, яка б включала магнітодипольну взаємодію. Вказаний процес має широкі перспективи практичного застосування (див. Вступ), тому його дослідження є актуальним.

РОЗДІЛ 2

РІВНОВАЖНІ СТАНИ НАМАГНІЧЕНОСТІ ВИСОКОСИМЕТРИЧНИХ НАНОМАГНЕТИКІВ

В цьому розділі розв'язується задача про знаходження основних станів намагніченості для феромагнітних кілець та дисків субмікрометрового розміру. Ми також використали наближений метод ефективної магнітодипольної анізотропії (див. додаток А) для розрахунку можливої доменної структури в плоских наномагнетиках у формі правильних багатокутників. Результати, отримані в даному розділі, опубліковано в роботах [34, 36, 37].

Для теоретичних розрахунків ми користуємось описаною в попередньому розділі феноменологічною моделлю магнетика, намагніченість якого вважається неперервною функцією координат. При цьому ми обмежуємось випадком ізотропного магнітного матеріалу, прикладом якого може бути пермалой $\text{Ni}_{81}\text{Fe}_{19}$. Врахування магнітної анізотропії не становить принципових труднощів, проте робить інтерпритування кінцевих результатів більш громіздким. Тож, за відсутності магнітного поля ми обмежуємось лише розглядом обмінної та магнітостатичної взаємодій, при цьому зрозуміло, що остання є відповідальною за можливу неоднорідність основного стану, та є причиною енергетичної нееквівалентності різних напрямків однорідної намагніченості.

Також для плоских магнітних наноточок у формі правильних багатокутників розраховано можливі основні стани намагніченості, що реалізуються при умові слабкої обмінної взаємодії. Розрахунок оснований на наближеному врахуванні магніто-дипольної взаємодії шляхом заміни останньої ефективною неоднорідною анізотропією, див. додаток А.

Більшість теоретичних розрахунків розділу супроводжуються перевір-

кою мікромагнітними моделюваннями, які виконувались за допомогою пакету OOMMF [21]. Для всіх моделювань використовувались матеріальні параметри пермалою: $A = 2.6 \times 10^{-6} \text{erg/cm}$, $M_s = 8.6 \times 10^2 \text{G}$, що відповідає обмінній довжині $l_{ex} = 5.3 \text{nm}$.

2.1. Нанодиски та нанокільця за відсутності зовнішнього поля

Природний шлях вирішення задачі про знаходження рівноважного стану нанокільця веде до розв'язку рівнянь Брауна (1.27–1.28) для заданої геометрії частинки (зовнішній радіус R , внутрішній радіус a , товщина h) та її матеріальних параметрів (намагніченості насичення M_s та константи обмінної взаємодії A). Проте врахування нелокальної магнітодипольної взаємодії перетворює (1.27) на систему складних інтегро-диференціальних рівнянь, загальний розв'язок яких є надто складною задачею навіть для такої високо-симетричної геометрії як диск чи кільце. Тому для розв'язування варіаційної задачі $\delta \mathcal{G} = 0$ ми застосуємо наближений метод Рітца, обмежившись при цьому скінченним числом пробних функцій. Тобто, зробивши припущення, що можливі основні стани намагніченості континуальної множини кілець, яка генерується набором (R, a, h) , утворюють деяку скінченну зчисленну множину, кожен елемент якої є розподілом намагніченості, вигляд якого є відомим з точністю до скінченного числа варіаційних параметрів. Грунтуючись на експериментальних даних та досвіді мікромагнітних моделювань, ми припускаємо, що за фіксованих матеріальних констант основним станом кільця (диску) залежно від його геометричних розмірів є один з 3-х наступних станів: (i) однорідна намагніченість в площині (EP — Easy Plane), (ii) однорідна намагніченість вздовж осі симетрії (EA — Easy Axis), (iii) вихровий стан (1.47). При цьому, розглядаючи вихровий стан, ми розрізнятимемо *планарний вихор* (IPV — In-Plane Vortex), для якого $\cos \theta \equiv 0$, *непланарний вихор* (OPV — Out-of-Plane Vortex), для якого $\cos \theta(0) = 1$ та *проміжний вихровий стан*

(IMV — InterMediate Vortex), для якого $1 > \cos \theta(0) > 0$. Останній, як буде показано нижче реалізується для кілець з внутрішнім радіусом меншим за обмінну довжину l_{ex} . Ми не розглядаємо C- та S-стани дисків [109, 110, 111] та опіон-стани кілець [13, 112, 113], бо, як слідує з вказаних робіт, ці стани є метастабільними. При цьому варто зауважити, що розглядувані нами однорідні стани намагніченості є певною модельною ідеалізацією. На практиці поблизу поверхні магнетика завжди має місце слабка неоднорідність намагніченості. Так при «однорідній» намагніченості в площині диску (кілця) реалізується квазіоднорідний, або слабо виражений опіон-стан [109, 110], а при намагнічуванні уздовж осі симетрії — flower-стан [114, 115].

Задача знаходження основного стану для дисків та кілець в певному вигляді вже розв'язувалась раніше [100, 105, 80, 116, 117, 118], проте у всіх цих роботах проміжний вихровий стан (IMV) не розглядався. Дослідження IMV-стану є важливою задачею в світлі подальшого розгляду процесів переманічування полярності вихору зовнішнім полем. Тому в цьому розділі ми наводимо послідовну побудову фазових діаграм станів намагніченості дисків та кілець, вважаючи що основним станом може бути один із 5-ти перерахованих вище: EP, EA, OPV, IPV, IMV.

2.1.1. Однорідна намагніченість. Магнітна енергія \mathcal{G} однорідно намагніченого тіла за відсутності анізотропії та зовнішнього поля має лише магнітостатичну складову: $\mathcal{G} = U_d$. Причому, так як для однорідного стану $\nabla \cdot \mathbf{m} \equiv 0$, то відповідно до (1.22) та (1.23)

$$U_d = \frac{M_s^2}{2} \int_S \int_{S'} \frac{(\mathbf{m}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{S})(\mathbf{m}(\mathbf{r}') \cdot d\mathbf{S}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}, \quad (2.1)$$

де інтегрування проводиться по поверхні магнетика. У випадку кілця, однорідно намагніченого у площині, енергія (2.1) має вигляд $U_d^x = M_s^2 \pi R^2 h W_d^x$,

де нормована магнітостатична енергія становить

$$W_d^x = \frac{\varepsilon}{2\pi} \int_S \int_{S'} \frac{\rho d\chi d\zeta \rho' d\chi' d\zeta' \cos \chi \cos \chi'}{\sqrt{\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\chi - \chi') + \varepsilon^2(\zeta - \zeta')^2}}. \quad (2.2)$$

Інтегрування проводиться по сумарній зовнішній та внутрішній бічних поверхнях кільця, (ρ, χ, ζ) — циліндричні координати, причому ρ позначає радіус, нормований на R , ζ — товщина, нормована на h . ε як і раніше позначає аспектне відношення: $\varepsilon = h/R$. Вираз (2.2) можна переписати у вигляді

$$W_d^x = \mathcal{E}(1, 1) - 2\alpha \mathcal{E}(1, \alpha) + \alpha^2 \mathcal{E}(\alpha, \alpha), \quad (2.3)$$

де введено позначення для відношення зовнішнього та внутрішнього радіусів $\alpha = R/a$, а

$$\mathcal{E}(\rho, \rho') = \frac{\varepsilon}{2\pi} \int_0^1 d\zeta \int_0^1 d\zeta' \int_0^{2\pi} d\chi \int_0^{2\pi} d\chi' \frac{\cos \chi \cos \chi'}{\sqrt{\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\chi - \chi') + \varepsilon^2(\zeta - \zeta')^2}}. \quad (2.4)$$

безпосереднім інтегруванням отримуємо

$$\mathcal{E}(\rho, \rho) = \frac{8\rho}{3\varepsilon} \left\{ \frac{1}{m} \left[\frac{\varepsilon^2}{4\rho^2} K(m) + \left(1 - \frac{\varepsilon^2}{4\rho^2} \right) E(m) \right] - 1 \right\},$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(1, \alpha) = & \frac{\sqrt{1 + \alpha^2}}{\varepsilon} I(m_1) - \frac{\sqrt{1 + \alpha^2 + \varepsilon^2}}{\varepsilon} I(m_2) + \frac{2\varepsilon}{m_2 \sqrt{\alpha}} \left[K(m_2) - E(m_2) \right] \\ & + \frac{2\varepsilon m_2 (1 - m_1^2)}{m_1^2 \sqrt{\alpha}} \left[K(m_2) - \Pi(m_1^2, m_2) \right], \end{aligned}$$

де вжито позначення

$$I(x) = \frac{8\sqrt{1-x^2/2}}{3x^2} \left[\frac{1-x^2}{1-x^2/2} K(x) - E(x) \right],$$

$$m = \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2/(4\rho^2)}}, \quad m_1 = \frac{2\sqrt{\alpha}}{1+\alpha}, \quad m_2 = \frac{2\sqrt{\alpha}}{\sqrt{(1+\alpha)^2 + \varepsilon^2}},$$

а функціями $K(x)$, $E(x)$, $\Pi(x, y)$ позначено повні еліптичні інтеграли відповідно першого, другого та третього роду [119].

В граничному випадку для диску ($\alpha \rightarrow 0$) отримуємо [120, 116]

$$W_d^{x(\text{disk})} = \mathcal{E}(1, 1) = \frac{8}{3\varepsilon} \left\{ \frac{1}{m} \left[\frac{\varepsilon^2}{4} K(m) + \left(1 - \frac{\varepsilon^2}{4}\right) E(m) \right] - 1 \right\} = 2\pi N_x, \quad (2.5)$$

$$m = \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2/4}}.$$

Для обрахунку W_d^z — енергії кільця, однорідно намагніченого уздовж своєї осі, ми скористаємось відомим співвідношенням між коефіцієнтами розмагнічування $2N_x + N_z = 1$ [62, 116], що в нашому випадку може бути записаним також у вигляді

$$2W_d^x + W_d^z = 2\pi(1 - \alpha^2), \quad (2.6)$$

де множник $(1 - \alpha^2)$ виник внаслідок нашого способу нормування енергії. Таким чином, співвідношення геометричних параметрів кільця, при яких відбувається перехід між станом однорідної намагніченості у площині (EP) та станом однорідної намагніченості уздовж осі симетрії (EA) задеться рівнянням $W_d^x(\varepsilon, \alpha) = W_d^z(\varepsilon, \alpha)$, яке з урахуванням (2.6) набуває вигляду

$$W_d^x(\varepsilon, \alpha) = \frac{3}{2}\pi(1 - \alpha^2) \quad (2.7)$$

та може розглядатись як неявно задана залежність $\varepsilon_c(\alpha)$, що визначає кри-

тичне аспектноє відношення, при якому для заданого співвідношення радіусів α відбувається перехід $EP \leftrightarrow EA$. Зокрема для диску $\varepsilon_c(0) = 1.813$, що співпадає з результатом, отриманим в [116]. Чисельний розв'язок рівняння (2.7) показано на Рис. 2.1.

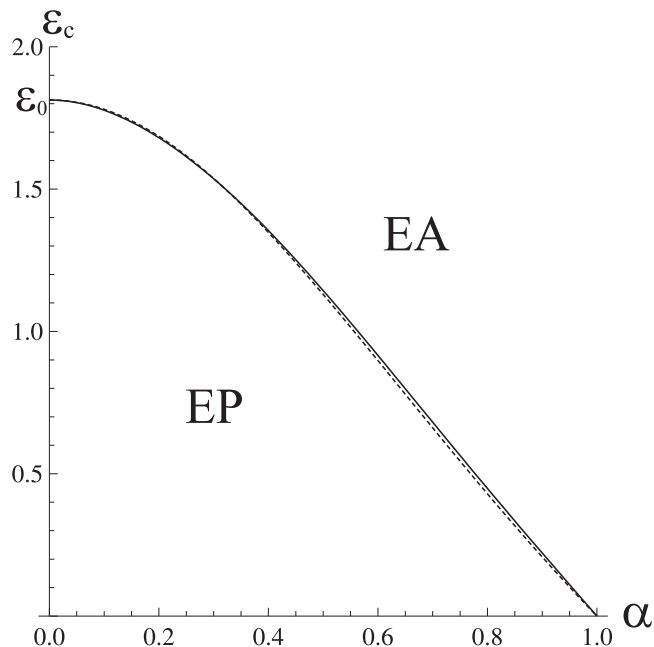


Рис. 2.1 Крива розділення 2-х рівноважних станів кільця — однорідної намагніченості в площині (EP) та однорідної намагніченості уздовж осі симетрії (EA). Суцільною лінією зображено залежність $\varepsilon_c(\alpha)$ (2.7), пунктирною — наближений розв'язок (2.8)

Для аналітичних розрахунків можна використовувати асимптотично правильне наближення

$$\varepsilon_c^{\text{approx}}(\alpha) = \varepsilon_0 \frac{1 - \alpha^2}{1 + \alpha^2(\varepsilon_0 - 1)}, \quad (2.8)$$

яке з точністю 1.2×10^{-2} співпадає з точним результатом, див. Рис 2.1.

2.1.2. Вихровий стан. Відповідно до (1.5), обмінну енергію кільця, що перебуває у вихровому стані (1.47) можна записати у вигляді $U_{ex} =$

$M_s^2 \pi R^2 h W_{ex}$, де

$$W_{ex} = \frac{4\pi l_{ex}^2}{R^2} \int_a^R r dr \left[\theta'(r)^2 + \frac{\sin^2 \theta(r)}{r^2} \right]. \quad (2.9)$$

Обчислюючи магнітостатичну енергію як $U_d = M_s/2 \int_V \mathbf{m} \cdot \nabla \Phi_d dV$, та врахувавши вигляд магнітостатичного потенціалу для вихору (1.51), отримаємо, що для кільця у вихровому стані нормована магнітостатична енергія становить

$$W_d^{\text{vortex}} = \frac{4\pi}{R^4} \int_0^\infty dx \frac{1 - e^{-\varepsilon x}}{\varepsilon} \left[\int_a^R r dr \cos \theta(r) J_0\left(\frac{r}{R}x\right) \right]^2. \quad (2.10)$$

Аналогічний результат для диску вперше було наведено в [3]. Як відомо, для нескінченно тонких магнетиків ($\varepsilon \rightarrow 0$) магнітостатична енергія набуває вигляду ефективної легкоплощинної анізотропії (1.25) [69]. Тож, для тонких кілець отримуємо

$$W_d^{\text{vortex}} \approx \frac{4\pi}{R^2} \int_a^R r dr \cos^2 \theta(r). \quad (2.11)$$

Таким чином сумарна магнітна енергія кільця у вихровому стані записується у вигляді функціоналу

$$W^{\text{vortex}}[\theta(r)] \approx \frac{4\pi l_{ex}^2}{R^2} \int_a^R r dr \left[\theta'(r)^2 + \frac{\sin^2 \theta(r)}{r^2} + \frac{\cos^2 \theta(r)}{l_{ex}^2} \right]. \quad (2.12)$$

Залежність $\theta(r)$, що мінімізує енергію (2.12) знаходиться як розв'язок відповідного рівняння Ейлера-Лагранжа разом з межевою умовою (1.27) на по-

верхні, тобто

$$\begin{aligned} \theta'' + \frac{1}{r}\theta' + \sin\theta \cos\theta \left(\frac{1}{l_{ex}^2} - \frac{1}{r^2} \right) &= 0, \\ \theta'(a) = 0 \quad \theta'(R) &= 0. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Розв'язок нелінійного рівняння (2.13) можливий лише чисельний. Тому для мінімізації функціоналу (2.12) ми скористаємось наближеним методом Рітца. У якості пробної функції виберемо модель (1.72), до якої введемо іще один варіаційний параметр — амплітуду вихору μ :

$$\cos\theta(r) = \mu \exp \left[- \left(\frac{r}{\lambda l_{ex}} \right)^2 \right], \quad (2.14)$$

Варіаційний параметр λ позначає розмір ядра вихора. Таким чином $\mu = 1$ відповідає непланарному вихору (OPV), $\mu = 0$ — планарному вихору (IPV), а випадок $0 < \mu < 1$ описує проміжний вихор (IMV). Підставивши (2.14) в (2.12), отримаємо

$$W_{\text{IMV}} = \frac{4\pi l_{ex}^2}{R^2} \int_{\frac{a}{\lambda l_{ex}}}^{\frac{R}{\lambda l_{ex}}} x dx \left[\frac{1}{x^2} + \mu^2 e^{-2x^2} \left(\frac{4x^2}{1 - \mu^2 e^{-2x^2}} - \frac{1}{x^2} + \lambda^2 \right) \right]. \quad (2.15)$$

З метою перевірки застосовності пробної функції (2.14) розглянемо спочатку вихоровий розподіл в диску. Для цього покладемо в (2.15) $a = 0$ та $\mu = 1$ і безпосереднім інтегруванням отримаємо

$$\begin{aligned} W_{\text{OPV}} &= \frac{2\pi l_{ex}^2}{R^2} \left[\gamma - \frac{1}{2}\xi^2 - \text{Ei}(-\xi) + \ln \xi + \xi \ln(e^\xi - 1) - \int_1^{e^\xi} \frac{\ln(t-1)}{t} dt \right] \\ &\quad + 2\pi \frac{1 - e^{-\xi}}{\xi}, \quad \xi = \frac{2R^2}{\lambda^2 l_{ex}^2}. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Тут γ — константа Ейлера, а $Ei(x)$ — експоненційна інтегральна функція. Варіаційний параметр λ знаходиться шляхом мінімізації енергії (2.16) по відношенню до λ : $\partial W_{OPV}/\partial\lambda = 0$, звідки

$$\lambda^2 = 2 \frac{1 + e^{-2\xi} + e^{-\xi}(\xi^2 - 2)}{1 + e^{-2\xi}(1 + \xi) - e^{-\xi}(\xi + 2)}. \quad (2.17)$$

Аналіз чисельного розв'язку $\lambda(R)$ трансцендентного рівняння (3.8) показує, що для достатньо великого радіусу диску ($R > 4l_{ex}$) залежність $\lambda(R)$ практично співпадає (з точністю 2×10^{-5}) зі своїм граничним значенням $\lambda(\infty) = \sqrt{2}$ [3]. З метою перевірки отриманого результату ми провели чисельне мікромагнітне моделювання рівноважного вихрового розподілу в пермалоевому диску з $R = 50\text{нм}$ та $h = 5\text{нм}$. Порівняння отриманого з моделювань розподілу $\cos\theta(r)$ з розрахованим теоретично (Рис. 2.2,а) показує, що пробна функція співпадає з чисельним результатом з точністю 0.09.

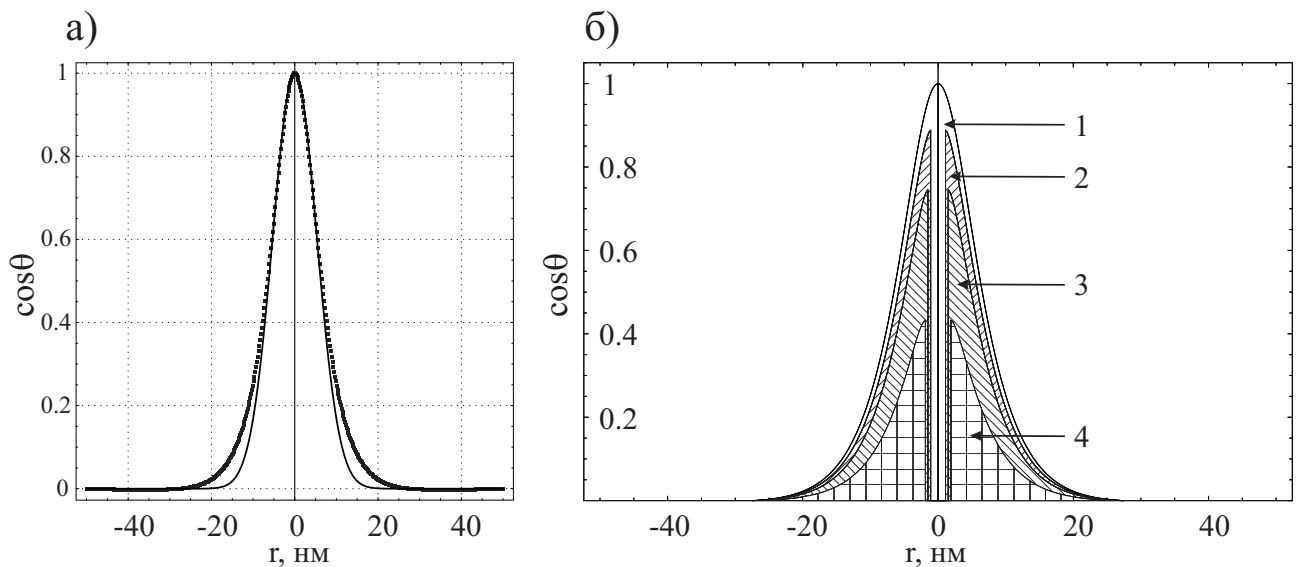


Рис. 2.2 Позаплощинні компоненти намагніченості вихору: а) порівняння теоретичної пробної функції (2.14) з $\mu = 1$ та $\lambda = \sqrt{2}$ (суцільна лінія) і розподілу, отриманого з мікромагнітних моделювань (точки). Параметри модел. див. в тексті. б) Профілі вихорів для кілець з різними внутрішніми радіусами: 1 — $a = 0$, 2 — $a = 0.19l_{ex}$, 3 — $a = 0.26l_{ex}$, 4 — $a = 0.34l_{ex}$.

Розглянемо тепер кільце з малим внутрішнім радіусом. Наявність отвору в центрі диску змінює топологічні властивості вихрового розв'язку в ньому, знімаючи умову $\cos \theta(0) = 1$. Відомо [13], що в кільцях з достатньо великим внутрішнім радіусом реалізується вихровий розподіл без позаплощинної компоненти (IPV). Природньо припустити, що при a меншому за розмір ядра вихору амплітуда вихору μ прийматиме значення в інтервалі $(0, 1)$. Ми перевірили це припущення, провівши ряд мікромагнітних моделювань для кілець з різними малими a . Можна бачити (Рис. 2.2,б), що при цьому розподіл позаплощинної компоненти намагніченості зберігає гаусоподібну форму, проте його амплітуда швидко спадає зі збільшенням a . Коли внутрішній радіус стає більшим за деяке критичне значення a_c (приблизно 2нм для пермалоєвих кілець), лише IPV-розв'язок може мати місце.

Для того щоб при заданих геометричних розмірах кільця конкретизувати значення варіаційних параметрів μ та λ , потрібно розв'язати систему рівнянь $\partial W_{IMV}/\partial \mu = 0$, $\partial W_{IMV}/\partial \lambda = 0$, що може бути зроблено лише чисельно. Аналіз показує, що розв'язок практично (з точністю 1×10^{-4}) не залежить від R при $R > 3l_{ex}$, тому при розрахунках виправданим є використання граничного наближення $R \rightarrow \infty$. Отримана таким чином залежність амплітуди вихору від внутрішнього радіусу кільця показана на Рис. 2.3.

Як бачимо, аналітично розрахована і отримана з моделювань залежності мають однакову загальну поведінку: для достатньо малих значень a амплітуда повільно зменшується зі збільшенням a , проте швидко спадає до 0 при підході до деякого критичного значення a_c . Проте, отримане з моделювань значення $a_c = 2\text{нм}$ відрізняється від теоретичного результату $a_c = 1.6\text{нм}$ ($0.302l_{ex}$). Така невідповідність критичних значень спричинена локальною моделлю магнітостатичної взаємодії. У підрозділі 2.1.4 ми врахуємо нелокальний характер магнітостатичної взаємодії і покажемо, що для вказаної товщини $a_c = 1.94\text{нм}$, що добре узгоджується з результатом моделювань. Варто зазначити, що в реальних спінових системах, завдяки ефектам дискретності [121],

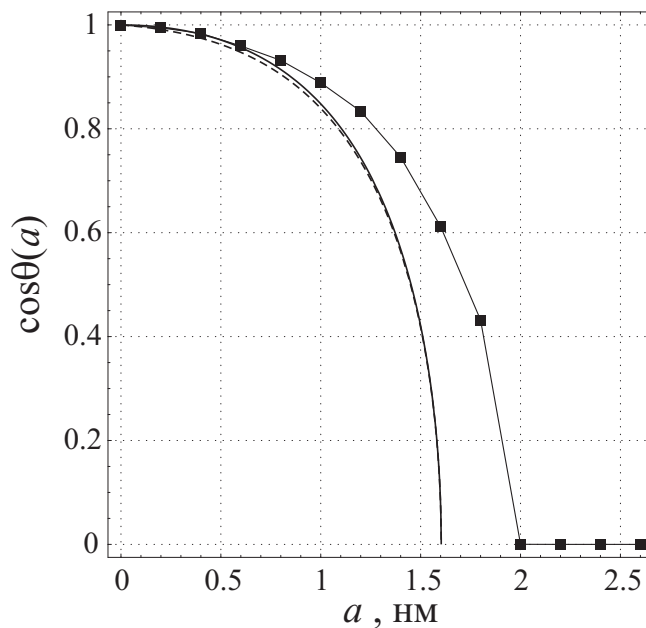


Рис. 2.3 Залежність амплітуди вихору від внутрішнього радіусу кільця. Точками позначено результати моделювання (парам. див. в тексті), суцільна лінія відповідає теоретичному чисельному розрахунку, пунктирна — наближенню (2.20).

амплітуда вихору завжди менша від одиниці, що в термінах вище наведених розрахунків може трактуватись як неможливість для внутрішнього радіусу a бути меншим за міжатомну відстань. Тобто наша модель може використовуватись для опису дискретних систем, в яких a дорівнює міжатомній відстані. Відомо, що збільшенням (по модулю) константи анізотропії в легкоплощинному магнетіку можна досягти переходу $OPV \rightarrow IPV$ [121]. Такий перехід виникає, коли магнітна довжина ℓ стає меншою за міжатомну відстань в аналогії з нашим переходом.

Для того щоб порахувати критичне значення a_c , при якому виникає перехід у стан IPV , ми розкладемо енергію IMV -вихору (2.15) в ряд по μ в

околі точки $\mu = 0$:

$$\begin{aligned}
 W_{\text{IMV}} &\approx \frac{\mu^2}{2} C_1(\lambda) + \frac{\mu^4}{4} C_2(\lambda), \\
 C_1(\lambda) &= \frac{8\pi l_{ex}^2}{R^2} \int_{\frac{a}{\lambda l_{ex}}}^{\infty} dx x e^{-2x^2} \left(4x^2 - \frac{1}{x^2} + \lambda^2 \right), \\
 C_2(\lambda) &= \frac{64\pi l_{ex}^2}{R^2} \int_{\frac{a}{\lambda l_{ex}}}^{\infty} dx x^3 e^{-4x^2}.
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

Можна бачити, що величина C_2 завжди додатна, це означає, що вихор з $\mu \neq 0$ може існувати лише, коли $C_1 < 0$. Це відповідає випадку 2-яного потенціалу з мінімумами в точках $\mu = \pm \sqrt{|C_1|/C_2}$. IPV-розв'язок ($\mu = 0$) відповідає випадку $C_1 > 0$. Таким чином умова $C_1 = 0$ задає власне перехід між станами IMV та IPV. Чисельний розв'язок рівняння

$$F(a, \lambda) = \int_{\frac{a}{\lambda l_{ex}}}^{\infty} dx x e^{-2x^2} \left(4x^2 - \frac{1}{x^2} + \lambda^2 \right) = 0 \tag{2.19}$$

показаний на Рис. 2.4 суцільною лінією. Немає потреби перевіряти другу умо-

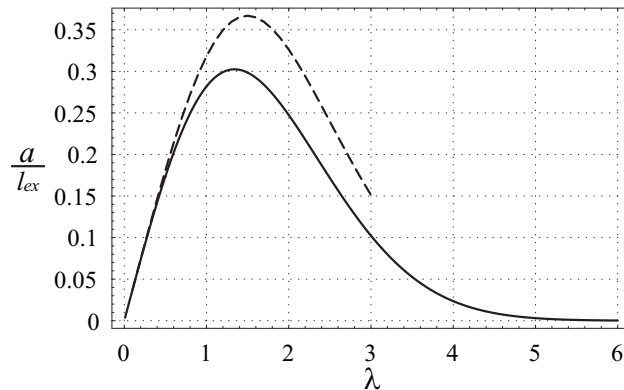


Рис. 2.4 Чисельний розв'язок рівняння (2.19) (суцільна лінія). Пунктирною лінією показаний чисельний розв. аналогічного рівняння (2.26), отриманого при врахуванні нелокальності магнітостатичної взаємодії.

ву мінімуму відносно λ , очевидно критичне значення внутрішнього радіусу відповідає найбільшому з можливих, при яких виконується умова $C_1 = 0$. Тому a_c відповідає максимуму залежності $a(\lambda)$. З умови $\partial F/\partial \lambda = 0$ легко отри-

мати $a_c = l_{ex} \sqrt{x_0 - x_0^2}$, де x_0 є додатнім коренем рівняння $2e^{-x} + \text{Ei}(-x) = 0$. Звідки $x_0 \approx 0.1$ та $a_c \approx 0.3l_{ex}$.

В околі критичної точки амплітуда вихору має асимптотичну поведінку $\mu \propto \sqrt{a_c - a}$. На основі цього можна побудувати наближену залежність

$$\mu^{\text{approx}} = \sqrt{\frac{1 - a/a_c}{(1 - a/l_{ex})^3}}, \quad (2.20)$$

яка відтворює точний чисельний розв'язок з точністю 9×10^{-3} та може бути використана в аналітичних розрахунках.

Якщо внутрішній радіус кільця a перевищує критичне значення a_c , то реалізується планарний вихор IPV з $\mu = 0$. В цьому випадку мантітостатичні заряди відсутні і магнітна енергія такого стану є чисто обмінною, тобто

$$W_{\text{IPV}}^{\text{vortex}} = \frac{4\pi l_{ex}^2}{R^2} \ln \frac{R}{a}. \quad (2.21)$$

2.1.3. Діаграми основних станів намагніченості. В якості узагальнення результатів, наведених в 2-х попередніх пунктах, ми побудували фазову діаграму рівноважних станів кілець різних геометрій. Так як ми маємо 3 геометричні параметри, що визначають кільце, R , a , h , то фазова діаграма є 3-вимірною. З міркувань зручності ми наводимо 4 діаграми для 4-х фіксованих значень параметра $\alpha = a/R$, див. Рис. 2.5. Загальні властивості фазових діаграм є наступними. Основним станом дуже тонких кілець є однорідна намагніченість в площині (EP). При збільшенні товщини можна перейти до стану однорідної намагніченості уздовж осі (EA), якщо радіус достатньо малий, або до вихрового стану для більших радіусів кілець. Лінія розділення фаз однорідної намагніченості є прямою $R = h/\varepsilon_0(\alpha)$, де залежність $\varepsilon_0(\alpha)$ можна описувати формулою (2.8), див. також Рис. 2.1. При збільшенні внутрішнього радіусу вихровий стан стає більш енергетично вигідним. Якщо розміри диска ($a = 0$) такі, що основним станом для нього є вихровий (OPV), то

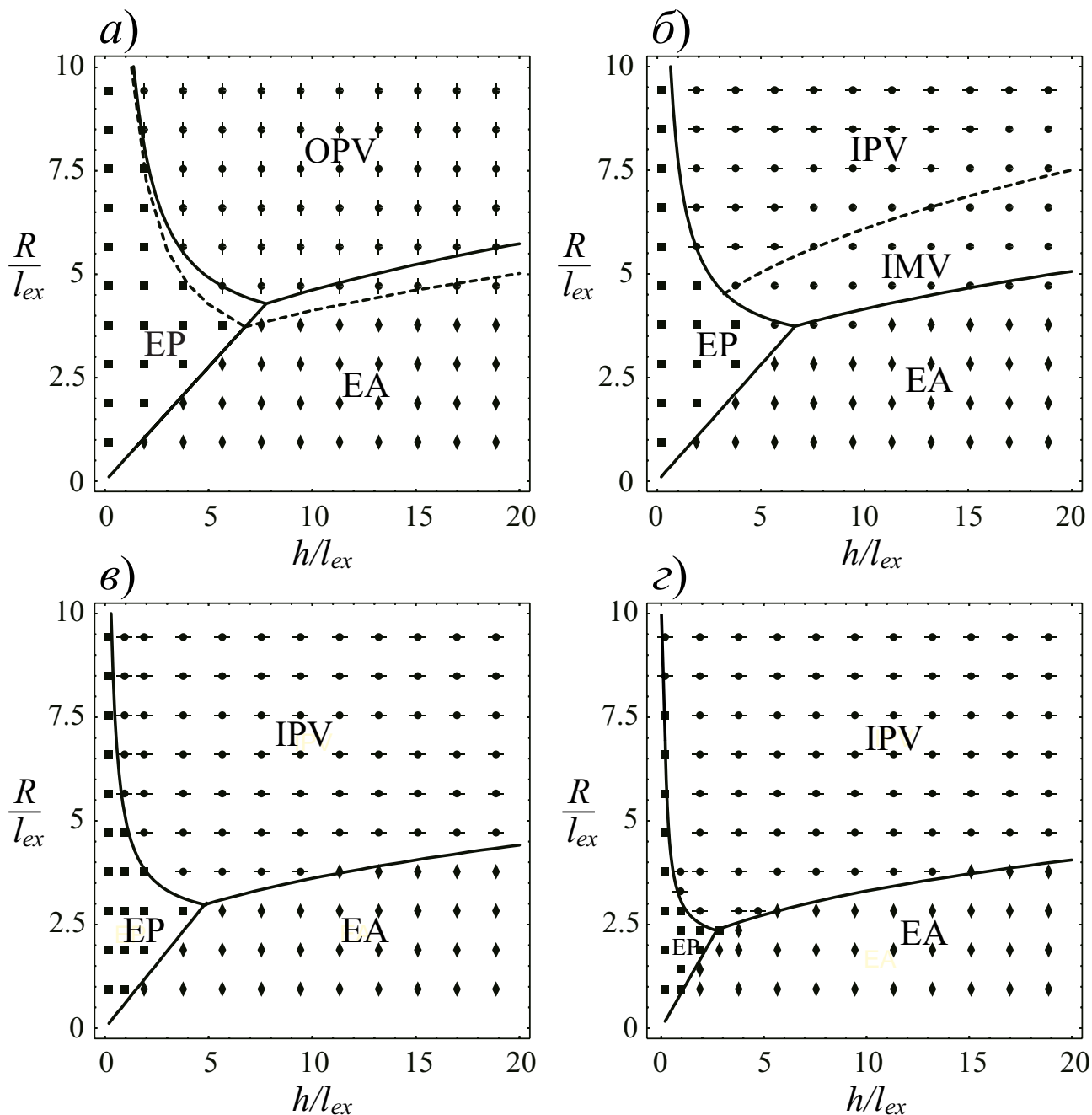


Рис. 2.5 Фазові діаграми основних станів намагніченості для різних відношень радіусів α : а) $\alpha = 0$; б) $\alpha = 0.1$; в) $\alpha = 0.25$; г) $\alpha = 0.5$. Символами показані дані моделювань: квадрати відповідають основному стану однорідної намагніченості у площині (EP), ромби — однорідній намагн. уздовж осі (EA), кружечки — проміжному вихровому стану (IMV), кружечки з вертикальними лініями — непланарному вихровому стану в диску (OPV), кружечки з горизонтальними лініями — планарному вихровому стану. (IPV) Пунктирними лініями на Рис. а) та б) показано межі, пораховані в рамках нелокальної моделі магнітостатичної взаємодії, суцільні ж лінії відповідають межам, порахованим в локальній моделі.

при невеликому внутрішньому радіусові ($a < a_c$) отримаємо проміжний стан (IMV), а при подальшому його збільшенні ($a > a_c$) отримаємо планарний вихор (IPV).

З метою перевірки теоретично розрахованих фазових діаграм ми провели серію мікромагнітних моделювань для близько 450 комбінацій параметрів (R, h, α). Для кожної з таких комбінацій, намагніченість кільця зрелаксовувалась до кожного з 3-х метастабільних станів EP, EA та вихрового. Стан з найменшою енергією вважався основним. Якщо основним станом виявлявся вихровий, то по величині позаплощинної компоненти визначався тип вихору IMV, IPV або OPV (для дисків). Отримані результати показано на Рис. 2.5 символами. Отримані нами результати добре узгоджуються з раніше отриманими теоретичними [117, 105] так і експериментальними [114] результатами.

Порівнюючи теоретичні лінії розділення фаз, отримані в рамках локальної (суцільні лінії) та нелокальної (пунктирні лінії) моделей магнітостатичної взаємодії, можна сказати, що для тонких дисків ці лінії співпадають і добре узгоджуються з результатами моделювань. Проте для товстих дисків межа (в локальній моделі) між вихровою фазою OPV та однорідною EA фазами лежить вище ніж дані моделювань. Причиною цього є те, що магнітостатична енергія, порахована в моделі локальної анізотропії (2.11) завжди більша за точне значення при тому самому розподілі намагніченості.

Наявність отвору в центрі диску суттєво змінює вихровий стан. Амплітуда вихору залежить від внутрішнього радіусу a і, якщо останній є достатньо малим, відповідна фазова діаграма містить 4 області, див Рис. 2.5, б). Якщо ж внутрішній радіус перевищує критичне значення a_c , то лише планарні вихрові розподіли можуть утворюватись, див. Рис. 2.5, в), д).

Об'єктом особливої уваги на фазових діаграмах є *потрійна* точка. Зокрема її координати визначають найменший розмір кільця, у якому ще можливий вихровий розподіл намагніченості. Аналіз потрійної точки для дисків проводився раніше з використанням методики масштабування [122, 123]. Ми

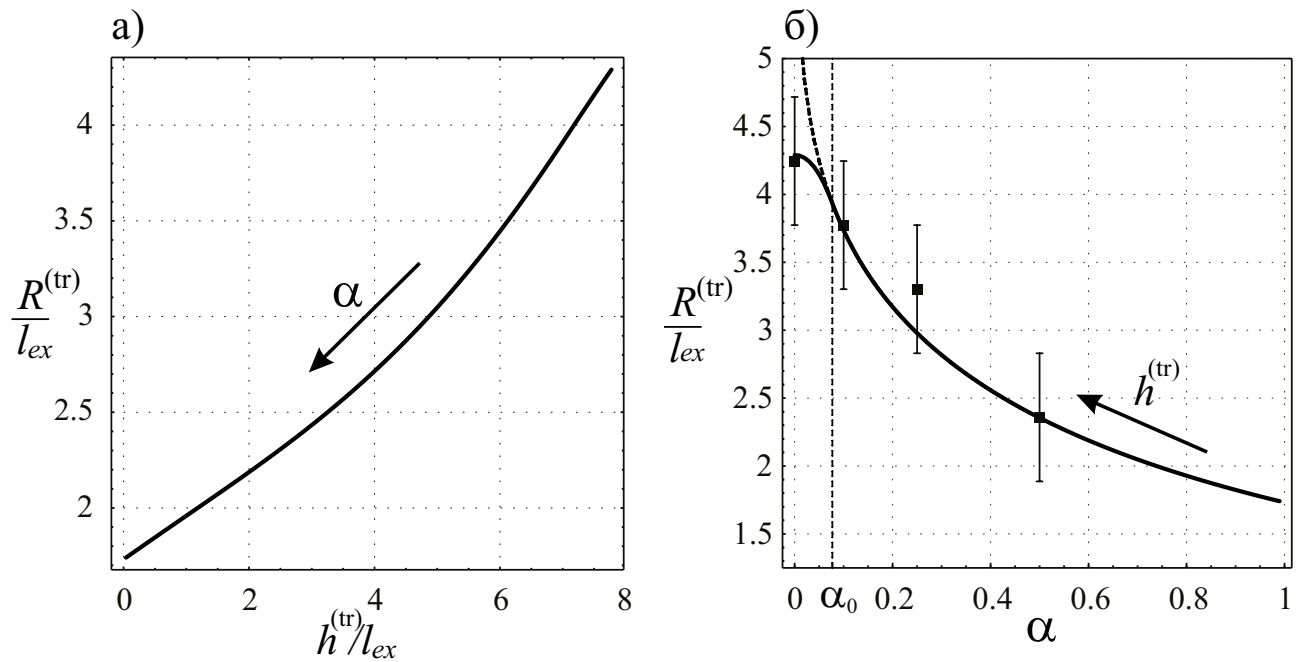


Рис. 2.6 Аналіз потрійної точки: залежність зовнішнього радіусу, що відповідає потрійній точці від а) товщини в потрійній точці (при зміні α), б) відношення радіусів (при зміні $h^{(tr)}$). Суцільні лінії відповідають точному чисельному розв'язку (в локальній моделі магнітостатики), пунктирною лінією зображено аналітичний розв'язок (2.22). Точки відповідають 4-м фазовим діаграмам на рис. 2.5.

наводимо загальний результат для кілець. Так як в потрійній точці енергія проміжного вихору W_{IMV} дорівнює енергіям станів однорідної намагніченості, більш того $W_d^x = W_d^z$, то координати потрійної точки можна визначити з рівняння $W_{IMV} = 2\pi/3(1 - \alpha^2)$. В загальному випадку це можна зробити лише чисельно, див. Рис. 2.6. Для диску координати потрійної становлять $(R^{(tr)}, h^{(tr)}) = (3.73, 6.76)l_{ex}$ (нелок. модель). Зі збільшенням внутрішнього радіусу, зовнішній радіус, що відповідає потрійній точці $R^{(tr)}$, зменшується, тобто проміжний вихровий стан IMV може існувати в менших частинках ніж стан OPV. Якщо $a < a_c$ то у потрійній точці «сходяться» 3 стани: 2 однорідних та стан IMV. При деякому критичному значенні внутрішнього радіусу a_c відбувається перехід до планарного вихрового стану IPV, енергія якого має простий вигляд (2.21). Тож координати потрійної точки в цьому випадку

легко знаходяться:

$$R^{(\text{tr})}(\alpha) = l_{ex} \sqrt{\frac{6}{1-\alpha^2} \ln \frac{1}{\alpha}}, \quad h^{(\text{tr})}(\alpha) = R^{(\text{tr})}(\alpha) \varepsilon_c(\alpha), \quad \alpha > \alpha_0, \quad (2.22)$$

де залежність $\varepsilon_c(\alpha)$ задається формулою (2.8). Такий простий аналіз справедливий лише коли в потрібній точці «сходяться» 3 стани: 2 однорідних та IPV-стан, див. Рис. 2.5, в), г). Умову цього можна записати у вигляді $\alpha > \alpha_0 \approx 0.077$, що легко отримати із залежності $R^{(\text{tr})}(\alpha)$ у (2.22), взявши до уваги, що в тонких дисках $a_c = 0.37l_{ex}$. Радіус у потрібній точці $R^{(\text{tr})}$ та товщина $h^{(\text{tr})}$ зменшуються зі збільшенням α і мають наступну асимптотичну поведінку

$$R^{(\text{tr})}(\alpha) \underset{\alpha \rightarrow 1}{\sim} l_{ex} \sqrt{3} [1 + (1 - \alpha)/2], \quad h^{(\text{tr})}(\alpha) \underset{\alpha \rightarrow 1}{\sim} 2l_{ex} \sqrt{3} (1 - \alpha). \quad (2.23)$$

Таким чином граничне значення $R^{(\text{tr})}(1) = l_{ex} \sqrt{3}$ визначає нижню межу зовнішніх радіусів кільця, при яких вихровий стан є можливим. Для пермалою ця межа становить 9.2нм.

2.1.4. Врахування нелокальності магнітостатичної взаємодії.

Точний вираз для повної магнітної енергії кільця у вихровому стані $W_{\text{IMV}} = W_{ex} + W_d$ з урахуванням (2.9) та (2.10) можна записати як

$$W_{\text{IMV}} = \frac{4\pi l_{ex}^2}{R^2} \int_{\frac{a}{\lambda_{ex}}}^{\frac{R}{\lambda_{ex}}} x dx \left[\frac{1}{x^2} + \mu^2 e^{-2x^2} \left(\frac{4x^2}{1 - \mu^2 e^{-2x^2}} - \frac{1}{x^2} \right) + \lambda^2 \mu^2 \mathcal{K} \left(x, \frac{a}{\lambda_{ex}}, \frac{R}{\lambda_{ex}}, \frac{h}{\lambda_{ex}} \right) \right], \quad (2.24)$$

де ядро інтегралу \mathcal{K} має вигляд

$$\mathcal{K}(x, \xi, \eta, \zeta) = \frac{e^{-x^2}}{\zeta} \int_{\xi}^{\eta} x' e^{-x'^2} \int_0^{\infty} (1 - e^{-\zeta t}) J_0(xt) J_0(x't) dt dx'. \quad (2.25)$$

Варто зазначити, що у граничному випадку нескінченно тонкої плівки $\mathcal{K}(x, \xi, \eta, \zeta \rightarrow 0) \rightarrow \exp(-2x^2)$, що відповідає локальній моделі (2.14).

Врахування нелокального характеру магнітостатичної взаємодії змінює значення критичного внутрішнього радіусу, при якому відбувається перехід у стан IPV. Рівняння, аналогічне до (2.19), чисельний розв'язок якого дозволяє знайти критичний радіус, має вигляд

$$\int_{\frac{a}{\lambda l_{ex}}}^{\infty} dx x \left[e^{-2x^2} \left(4x^2 - \frac{1}{x^2} \right) + \lambda^2 \mathcal{K} \left(x, \frac{a}{\lambda l_{ex}}, \infty, \frac{h}{\lambda l_{ex}} \right) \right] = 0. \quad (2.26)$$

Задля спрощення чисельних розрахунків зручно звести ядро до вигляду

$$\mathcal{K}(x, \xi, \infty, \zeta) = \frac{2 e^{-x^2}}{\pi \zeta} \left\{ \int_{\xi}^x \frac{t}{x} e^{-t^2} \text{K} \left(\frac{t}{x} \right) dt + \int_x^{\infty} e^{-t^2} \text{K} \left(\frac{x}{t} \right) dt - \int_{\xi}^{\infty} t e^{-t^2} \frac{\text{K} \left(\frac{2\sqrt{tx}}{\sqrt{\zeta^2 + (x+t)^2}} \right)}{\sqrt{\zeta^2 + (x+t)^2}} dt \right\}, \quad (2.27)$$

де $\text{K}(x)$ — повний еліптичний інтеграл першого роду. Розв'язок рівняння (2.26) з ядром (2.27) зображено на Рис. 2.4 пунктирною лінією. При розрахунку вважалось, що $h/l_{ex} = 5\text{нм}/5.3\text{нм}$, що відповідає параметрам проведених моделювань, див. Рис. 2.3. Критичне значення внутрішнього радіусу відповідає максимуму залежності $a(\lambda)$ і для вказаної товщини становить $a_c \approx 0.37l_{ex}$. Для пермалою отримуємо $a_c \approx 1.94\text{нм}$, що узгоджується з результатами моделювань, див. Рис. 2.3. Будуючи для різних товщин неявно задану рівнянням (2.26) залежність $a(\lambda)$, можна отримати залежність критичного внутрішнього радіусу від товщини кільця, див. Рис 2.7, а). З високою

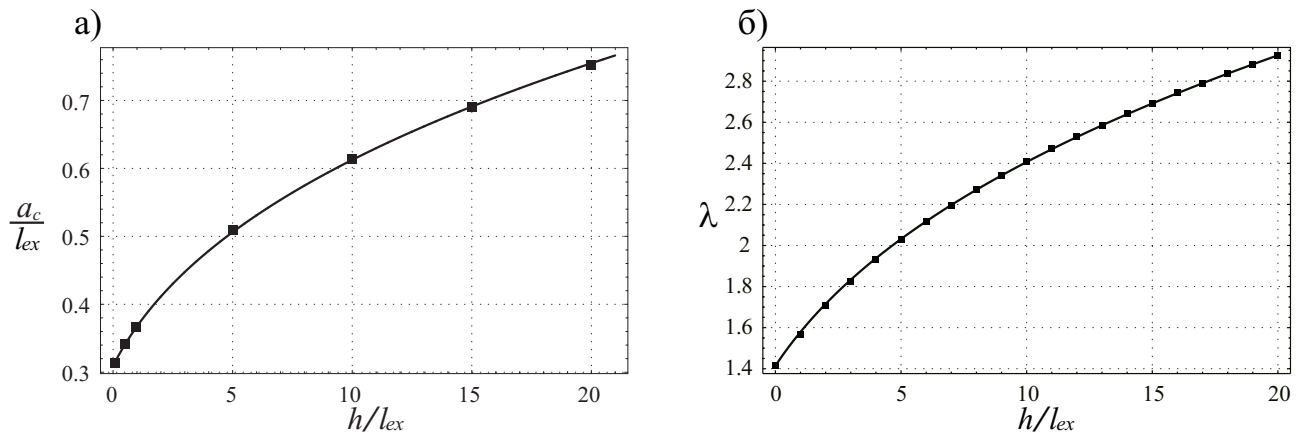


Рис. 2.7 а) Залежність критичного внутрішнього радіусу від товщини кільця, б) залежність розміру ядра вихору від товщини диску. Точками показано точні чисельні розв'язки, а суцільні лінії відповідають аналітичним наближенням (2.28) для а) та (2.29) для б).

точністю ця чисельно порахована залежність відтворюється функцією

$$a_c^{\text{fit}}(h) \approx a_c \sqrt[3]{1 + ch/l_{ex}}, \quad c \approx 0.68, \quad (2.28)$$

де $a_c = 0.3l_{ex}$ — граничне значення для нескінченно тонких кілець, яке було отримано в підрозділі 2.1.2.

У випадку диску ($a = 0$, $\mu = 1$) вираз для енергії (2.24) містить лише один варіаційний параметр λ , і в наближенні $R/l_{ex} \rightarrow \infty$ рівність $\partial W_{\text{IMV}}/\partial \lambda = 0$ можна розглядати як неявно задану залежність розміру ядра вихору від товщини диску $\lambda(h)$. Знайдена чисельно ця залежність показана на Рис. 2.7, б) точками. Отримані значення добре відтворюються аналітичною формулою

$$\lambda^{\text{fit}}(h) \approx \sqrt{2} \sqrt[3]{1 + dh/l_{ex}}, \quad d \approx 0.39. \quad (2.29)$$

Залежність розміру ядра вихору в диску як кубічного кореня від товщини було також отримано в роботі [100], з використанням пробної функції (1.74).

2.2. Нанопризми правильної форми. Метод ефективної магніто-дипольної анізотропії

У випадку розглянутих вище нанодисків та нанокілець загальний вигляд можливого основного стану наночастинки можна передбачити з міркувань симетрії, що дає можливість розв'язувати відповідне стаціонарне рівняння Ландау-Ліфшиця наближеними варіаційними методами, як це було зроблено у підрозділі 2.1. Проте вигляд рівноважного розподілу намагніченості у частинок складнішої форми є не очевидним і його розрахунок потребує розробки певних наближених методів врахування магнітостатичної взаємодії. Остання, як відомо, є причиною неоднорідності розподілу намагніченості частинок субмікрометрового розміру та відповідальною за виникнення доменної структури в магнетиках більших розмірів. Проте нелокальний характер магнітостатичної взаємодії створює значні труднощі для її точного врахування при розв'язку рівняння Ландау-Ліфшиця. Ще у 80-х роках ХХ-го ст. Ван-Ден-Берг (van den Berg) запропонував суто геометричний метод знаходження такого розподілу намагніченості у феромагнітній пластині заданої форми, при якому об'ємні та поверхневі магнітостатичні заряди є відсутніми [124, 125, 126] (окрім вказаних оригінальних статей детальний опис методу Ван-Ден-Берга можна знайти в книзі [14]). Наприклад, застосування вказаного методу до прямокутних частинок призводить до добре відомої структури Ландау-Ліфшиця [1, 2]. Крім того, метод Ван-Ден-Берга дає змогу передбачити доменну структуру для широкого класу плоских магнетиків, що мають форму однозв'язної області. Відповідні доменні структури спостерігались експериментально в магніто-м'яких феромагнітних пластинах розміром в кілька десятків мікрометрів [124, 125, 126]. Слід зазначити, що внаслідок нехтування обмінною взаємодією вказані домени не мають тонкої структури (нульова товщина доменної стінки), тому ідеалізована модель Ван-Ден-Берга виявляється непридатною для опису неоднорідних станів в магнетиках суб-

мікрометрової розміру, що є сумірними з товщиною доменної стінки. А саме магнетики такого розміру представляють сьогодні практичний інтерес.

На цей час аналітичний аналіз магніто-дипольної взаємодії було проведено лише для певних граничних співвідношень між параметрами системи: розміру L , товщини h та обмінної довжини l_{ex} . Зокрема, в роботі [69] було доведено, що для нескінченно тонких плівок за умов $h/L \rightarrow 0$ і $l_{ex}/L \rightarrow \text{const}$ магнітостатична енергія має локальний вигляд енергії анізотропії типу «легка площина»; при цьому реалізується однорідний основний стан в площині плівки. Магнітостатична інтерпретація зазначеної ефективної анізотропії зводиться до впливу поверхневих магнітостатичних зарядів: поверхневі заряди уздовж плівки утворюють магнітостатичний конденсатор з енергією $2\pi M_s^2$ [3, 69, 70]. Магнітостатичні заряди бічної поверхні зумовлюють поверхневу анізотропію [127, 103, 102], яка веде до появи поверхневих нелінійних збуджень, зокрема, напіввихорів або буджумів [128, 129, 130]. В роботах [103, 102, 101] також показано, що навіть в динамічному випадку магніто-дипольна взаємодія призводить до модифікації межових умов, що спричинює ефект залипання намагніченості на поверхні зразка, див. (1.76).

В додатку А показано, що магнітостатична взаємодія може бути наближено врахована шляхом введення неоднорідної ефективної анізотропії. При цьому магнітостатична енергія пластини, намагніченість якої не змінюється уздовж її товщини, визначається як

$$W_d = \pi M_s^2 h \int U_d d^2x, \quad U_d = \mathcal{A}[1 - 3 \cos^2 \theta] + \sin^2 \theta \operatorname{Re} \left[\mathcal{B} e^{2i(\phi - \chi)} \right]. \quad (2.30)$$

Величини $\mathcal{A} \equiv \mathcal{A}(\rho, \chi)$ та $\mathcal{B} \equiv \mathcal{B}(\rho, \chi)$ є функціями координат та визначають

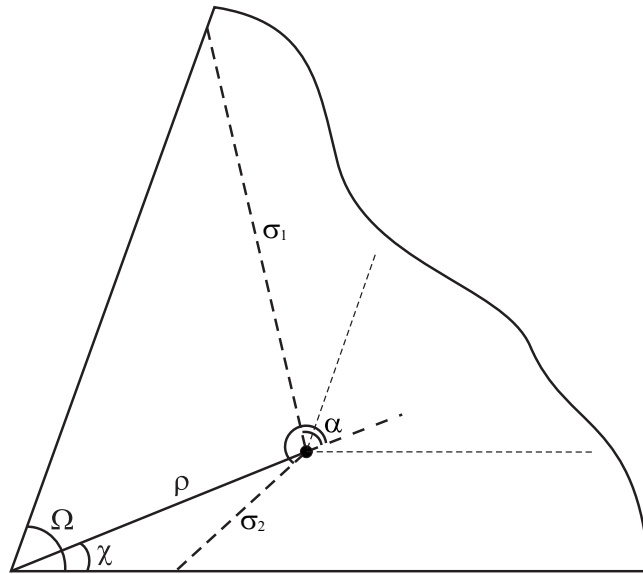


Рис. 2.8 Позначення для розрахунку ефективної анізотропії для кута.

коефіцієнти просторово неоднорідної анізотропії:

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} G(\sigma/h) d\alpha - \frac{2}{3}, \quad G(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x, \quad (2.31a)$$

$$\mathcal{B} = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [G(\sigma/h) + 2 \ln G(h/\sigma)] e^{-2i\alpha} d\alpha. \quad (2.31b)$$

Тут $\sigma \equiv \sigma(\rho, \chi|\alpha)$ позначає відстань від точки (ρ, χ) до бічної поверхні зразка у напрямку α (див. Рис. 2.8). Слід зауважити, що вигляд функцій $\mathcal{A}(\rho, \chi)$ та $\mathcal{B}(\rho, \chi)$ цілком визначається розміром та формою зразка, при цьому h відіграє роль одиниці довжини. Коефіцієнт \mathcal{A} завжди є дійсною величиною та відіграє роль константи ефективної одноосьової анізотропії (спрямованої перпендикулярно до площини зразка). За умови $\mathcal{A} > 0$ реалізується анізотропія типу «легка вісь», а при $\mathcal{A} < 0$ — «легка площина». Зазначимо, що для тонких зразків завжди матимемо легкоплощинну анізотропію. В тонких зразках, коли намагніченість переважно лежить в площині XY, напрямок ϕ в площині визначається другим доданком в енергії (2.30), а саме виразом $\text{Re}[\mathcal{B}e^{2i(\phi-\chi)}]$.

Мінімізацією енергії цей напрямок визначається як

$$\phi(\rho, \chi) = \chi + \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \text{Arg } \mathcal{B}(\rho, \chi). \quad (2.32)$$

Розглянемо лінії ефективної анізотропії, дотичні до яких у точках (ρ, χ) мають кут нахилу $\phi(\rho, \chi)$. Ці лінії визначають розподіл намагніченості при суто двовимірному розподілі, нехтуванні обмінною взаємодією та одноіонною анізотропією.

В цьому розділі вказаним методом досліджується розподіл намагніченості у феромагнітних пластинах у формі правильних багатокутників, пункт 2.2.2. Для цього у якості допоміжної задачі розглядається стаціонарний розподіл намагніченості у нескінченій пластині, що вирізана у формі кута, пункт 2.2.1.

2.2.1. Ефективна анізотропія поблизу плоского кута. Розглянемо плоску феромагнітну пластинку нескінченних розмірів завтовшки h , що має форму кута $\angle\Omega$, див. Рис. 2.8. При цьому відстані σ_1 та σ_2 до сторін кута визначаються як

$$\sigma_1(\rho, \chi|\alpha) = \frac{\rho \sin(\Omega - \chi)}{\sin(\chi + \alpha - \Omega)}, \quad \sigma_2(\rho, \chi|\alpha) = -\frac{\rho \sin(\chi)}{\sin(\chi + \alpha)}.$$

Розглянемо поведінку ефективної анізотропії уздовж бісектриси кута $\chi = \Omega/2$. Розрахунок за формулами (2.31) показує, що коефіцієнти \mathcal{A} і \mathcal{B} є дійснозначними вздовж бісектриси кута:

$$\mathcal{A} = \frac{1}{\pi} \int_{\Omega/2}^{\pi} G(\sigma/h) d\alpha - \frac{2}{3}, \quad \mathcal{B} = -\frac{1}{\pi} \int_{\Omega/2}^{\pi} \cos 2\alpha [G(\sigma/h) + 2 \ln G(h/\sigma)] d\alpha, \quad (2.33)$$

$$\sigma \equiv \sigma_1(\bullet|\alpha) = \sigma_2(\bullet|-\alpha) = \frac{\rho \sin \Omega/2}{\sin(\alpha - \Omega/2)}.$$

Відповідно до (2.32), лінії ефективної анізотропії паралельні до бісектриси

при $\mathcal{B} < 0$ та перпендикулярні до неї при $\mathcal{B} > 0$, а у тій точці бісектриси, де $\mathcal{B} = 0$, матимемо сідлову точку, причому густина лінійної частини магнітостатичної енергії у цій точці не буде залежати від орієнтації намагніченості у площині зразка ϕ . Безпосередній розрахунок виразів (2.33) для кутів $\Omega \in (0; \pi)$ дає

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(\xi) &= -\frac{1}{\pi} \left[\operatorname{arctg} \left(\xi \sin \frac{\Omega}{2} \right) + \operatorname{arctg} \left(\sqrt{1 + \xi^2} \operatorname{tg} \frac{\Omega}{2} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \xi \sin \frac{\Omega}{2} \ln \frac{\sqrt{1 + \xi^2} - \xi \cos \frac{\Omega}{2}}{2\xi \sin^2 \frac{\Omega}{4}} \right] + \frac{1}{3}, \\ \mathcal{B}(\xi) &= -\frac{3}{4} \cos \Omega + \frac{\cos \Omega}{\pi} \left[\operatorname{arctg} \left(\xi \sin \frac{\Omega}{2} \right) + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{\xi^2 \operatorname{tg} \frac{\Omega}{2} - 2 \operatorname{ctg} \Omega}{2\sqrt{1 + \xi^2}} - \right. \\ &\quad \left. - \xi \sin \frac{\Omega}{2} \ln \frac{2\xi \sin^2 \frac{\Omega}{4} \left(\sqrt{1 + \xi^2} + \xi \cos \frac{\Omega}{2} \right)}{1 + \xi^2 \sin^2 \frac{\Omega}{2}} \right] + \\ &\quad + \frac{\sin \Omega}{\pi} \left[\sqrt{1 + \xi^2} - \xi + \ln \frac{\xi}{\sqrt{1 + \xi^2} + 1} \right], \end{aligned}$$

де $\xi = \rho/h$. Залежність $\mathcal{A}(\xi)$ є завжди монотонно спадаючою, див. Рис. 2.9. Залежність $\mathcal{B}(\xi)$ якісно змінює свій вигляд при переході через критичне значення

$$\Omega_{\text{cr}} = \frac{2\pi}{3}. \quad (2.34)$$

Для кутів $\Omega \in (0; \Omega_{\text{cr}})$ функція $\mathcal{B}(\xi)$ приймає лише від'ємні значення та монотонно зростає. Проте при $\Omega \in (\Omega_{\text{cr}}; \pi)$ з'являється максимум в залежності $\mathcal{B}(\xi)$, при цьому функція змінює знак при деякому значенні ξ_{cr} , див. Рис. 2.9. Розраховуючи чисельно коефіцієнт $\mathcal{B}(\rho, \chi)$ у всій площині кута за формулою (2.31b), можна побудувати характерний розподіл ліній ефективної анізотропії для кутів різної величини, див. Рис. 2.10, а)–г). Головною особливістю кутів $\Omega \in (\Omega_{\text{cr}}; \pi)$ є поява на бісектрисі сідлової точки, яка на Рис. 2.10, г) показана

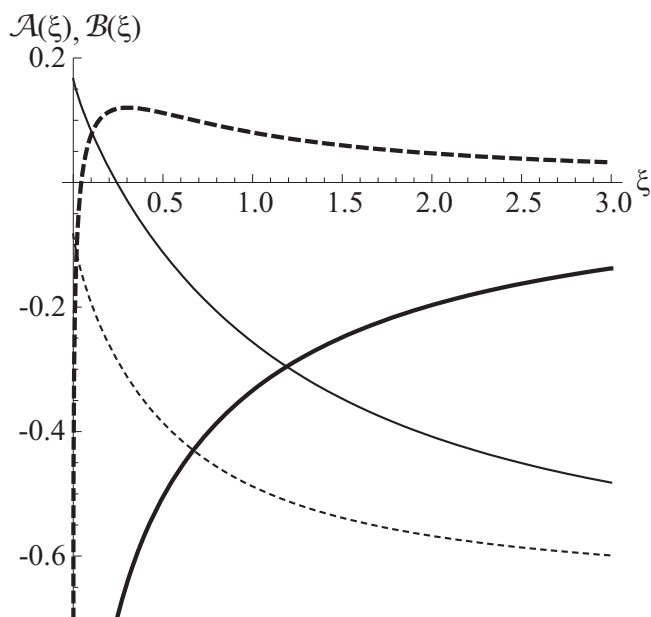


Рис. 2.9 Залежності $\mathcal{A}(\xi)$ (тонка лінія) та $\mathcal{B}(\xi)$ (товста лінія) уздовж бісектриси для різних значень кута Ω : суцільна лінія – $\Omega = \pi/3$, пунктирна лінія – $\Omega = 5\pi/6$.

кружечком.

Положення сідлової точки ξ_{cr} визначається з умов $\mathcal{B}(\xi_{\text{cr}}) = 0$, див. Рис. 2.10, д). Для кутів $\Omega \in (\Omega_{\text{cr}}; \pi)$, що мають сідлову точку, у випадку слабкої обмінної та сильної магніто-дипольної взаємодії можна очікувати наявність доменної стінки уздовж бісектриси кута, яка починається у вершині кута і обривається в точці ξ_{cr} .

Аналітичні оцінки для положенні сідлової точки можна провести в двох граничних випадках. Якщо $\Omega \lesssim \pi$, то критична відстань $\xi_{\text{cr}} \ll 1$ та справджується асимптотична оцінка

$$\xi_{\text{cr}} \approx \frac{2}{e} e^{(\pi - \Omega/2) \text{ctg} \Omega}. \quad (2.35)$$

В протилежному випадку $\Omega \gtrsim \Omega_{\text{cr}}$ характерна відстань $\xi_{\text{cr}} \gg 1$, для якої

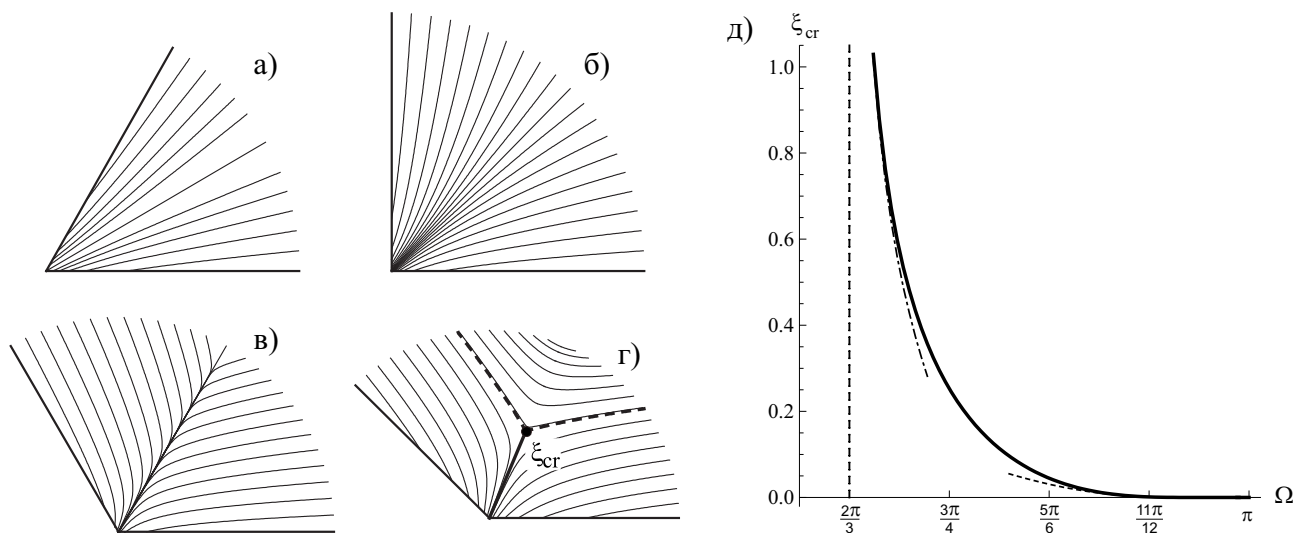


Рис. 2.10 Розподіл ліній ефективної анізотропії для кутів різної величини: а): $\Omega = \pi/3$, б): $\Omega = \pi/2$, в): $\Omega = 2\pi/3$, г): $\Omega = 3\pi/4$. д) — відстань від вершини кута до сідлової точки в залежності від величини кута. Пунктирною та штрих-пунктирною лініями показані оцінки (2.35) та (2.36) відповідно.

матимемо:

$$\xi_{cr} \approx \frac{C_1}{\sqrt{\Omega - \Omega_{cr}}} + C_2 \sqrt{\Omega - \Omega_{cr}}, \quad (2.36)$$

$$C_1 \approx 0.31, \quad C_2 \approx -0.882.$$

Також слід зазначити, що наведений у цьому розділі континуальний розрахунок може виявитись несправедливим для вершин дуже гострих кутів, такі задачі потребують окремого розгляду з урахуванням дискретної структури магнетика.

2.2.2. Ефективна анізотропія для правильних багатокутників. Проведений вище аналіз ефективної анізотропії поблизу кутів може бути узагальнений для розв'язку задачі про ефективну анізотропію для правильних багатокутників. Такий аналіз є ключовим для вирішення питання про розподіл намагніченості у наномагнетиках у формі багатокутників з урахуванням магніто-дипольної взаємодії.

Розглянемо правильний N -кутник завтовшки h , відстань від центра до

вершини кута якого рівна a . Розрахунок за формулою (2.31b) дає вираз для коефіцієнту ефективної анізотропії

$$\mathcal{B}(\rho, \chi) = -\frac{1}{2\pi} \left[\int_{\psi_0 - \varphi_0}^{\psi_0} \mathcal{F}(\sigma_0/h) e^{-2i\alpha} d\alpha + \sum_{k=1}^{N-1} \int_{\psi_{k-1}}^{\psi_k} \mathcal{F}(\sigma_k/h) e^{-2i\alpha} d\alpha \right],$$

$$\mathcal{F}(x) = G(x) + 2 \ln G(1/x);$$

$$\sigma_n = \frac{a_n a_{n+1} b^{-1} \sin \varphi_n}{\cos[\alpha + \chi - (2n + 1)\pi/N]}, \quad n = \overline{0, N-1};$$

$$\psi_0 = -\arcsin \left[\frac{a_0}{b} \sin \varphi_0 \right], \quad b = 2a \sin(\pi/N), \quad (2.37)$$

$$\psi_j = \psi_0 + \sum_{i=1}^j \varphi_i, \quad j = \overline{1, N-1};$$

$$\varphi_m = \arccos \frac{a_m^2 + a_{m+1}^2 - b^2}{2a_m a_{m+1}}, \quad m = \overline{0, N-1};$$

$$a_k = \sqrt{\rho^2 + a^2 - 2\rho a \cos(\chi - 2\pi k/N)}, \quad k = \overline{0, N}.$$

При розрахунку (2.37) вважалося, що початок системи координат (ρ, χ) співпадає з центром багатокутника, а кут χ відраховується у додатному напрямку від лінії, що з'єднує центр багатокутника з однією із його вершин. Лінії ефективної анізотропії, чисельно пораховані за формулами (2.37) для декількох правильних багатокутників наведено на Рис. 2.11.

В попередньому пункті було встановлено, що сідлова точка з'являється, для плоских кутів $\Omega > \Omega_{\text{cr}} = 2\pi/3$, що співпадає з кутом правильного 6-кутника. Однак розрахунок за формулами (2.37) свідчить про те, що для обмежених багатокутників сідлова точка з'являється вже в 5-кутників ($\Omega_5 = 3\pi/5$), див. Рис. 2.11. Сідлові точки розміщені на бісектрисах кутів N -кутника. Відстань r_{cr} від сідлової точки до вершини залежить від товщини багатокутника і при $N > 5$ ця залежність має однаковий характер: для нескінченно тонких магнетиків $r_{\text{cr}} \rightarrow 0$, для товстих $r_{\text{cr}} \rightarrow a$, див. Рис. 2.12, а). Для п'ятикутників $r_{\text{cr}} \rightarrow 0.49a$ при $h \rightarrow 0$, що, очевидно, є наслідком того, що кут п'ятикутника $\Omega_5 < \Omega_{\text{cr}}$, див. Рис. ??, а). Ці данні встановлено чисельно.

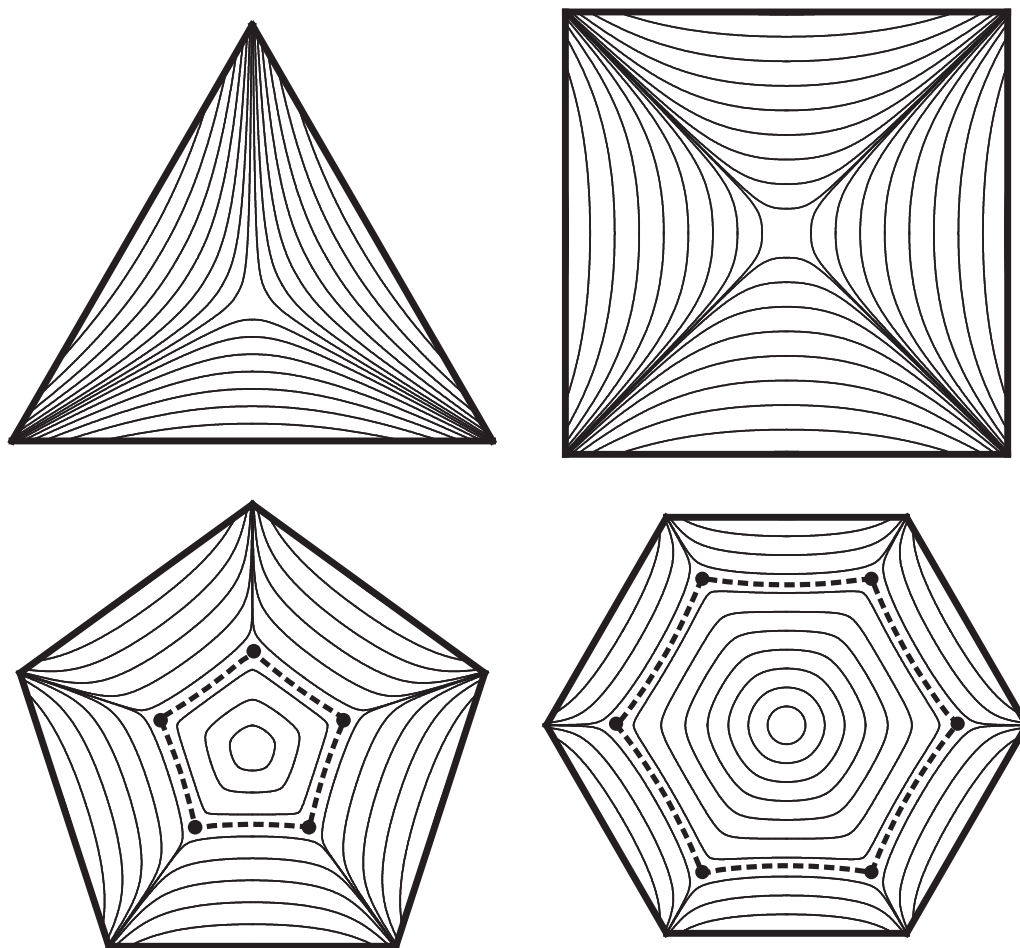


Рис. 2.11 Чисельно розраховані лінії ефективної анізотропії для кількох правильних багатокутників. Розрахунок зроблено за формулами (2.37). Жирною пунктирною лінією показано сепаратрисну криву, що проходить через сідлові точки та розділяє області з різним характером розподілу ліній ефективної анізотропії, що, у випадку сильної магніто-дипольної взаємодії, може призвести до різного характеру намагніченості: всередині утворюватиметься стан типу вихор, зовні — доменна структура. Для усіх багатокутників $h = a/2$.

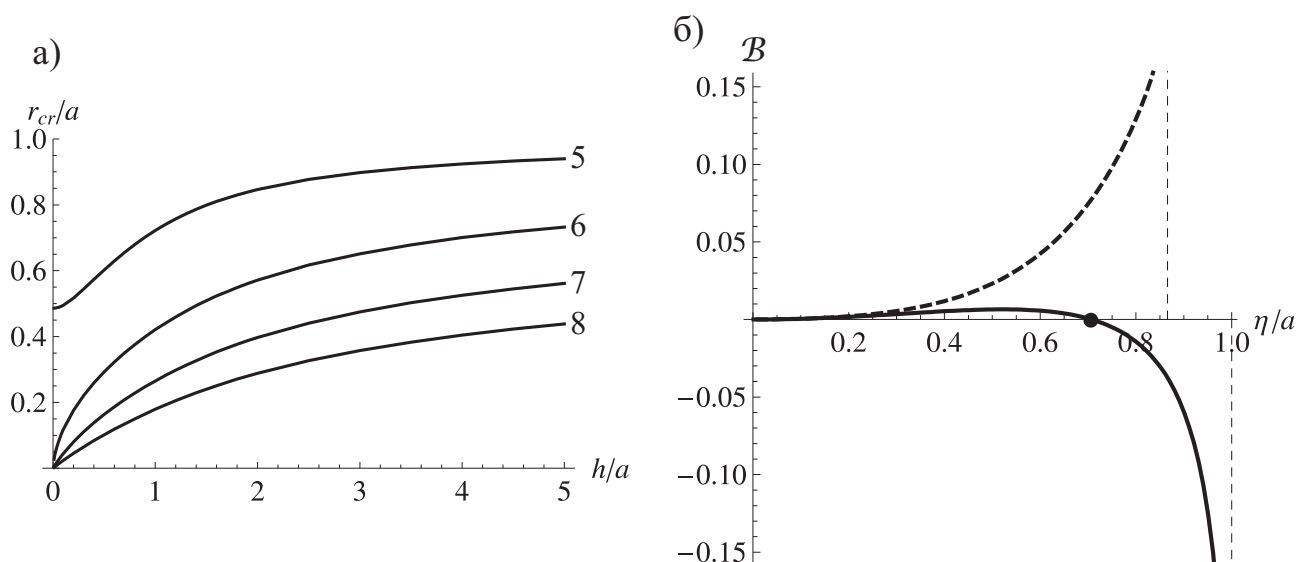


Рис. 2.12 а) — відстань r_{cr} від сідлової точки до вершини багатокутника як функція його товщини за результатами чисельного інтегрування співвідношень (2.37). Різні лінії відповідають різним багатокутникам, кількість кутів позначено цифрою праворуч. б) — величина коефіцієнта B в залежності від відстані від центра шестикутника у різних напрямках: суцільна лінія — уздовж діагоналі, пунктирна — у напрямку, перпендикулярному до сторони. Кружечком відмічено сідлову точку.

Варто нагадати, що наведені розподіли ліній ефективної анізотропії справедливі лише за відсутності залежності намагніченості від координати, перпендикулярної до площини магнетика. Ця умова може порушуватись при $h \gg l_{ex}$.

Рисунки 2.11 та 2.12, а) показують розподіл напрямків ліній ефективної анізотропії. Кількісні ж значення величини B , як коефіцієнта ефективної одноосьової анізотропії, напрямок якої визначається на вказаних рисунках, приведені на Рис. 2.12, б) (випадок $N = 6$).

Слід зауважити, що, коли відстань від сідлової точки до вершини становить кілька міжатомних відстаней, то при розрахунку розподілу намагніченості поблизу вершини кута слід користуватись моделями, що враховують дискретність кристалічної структури та поверхневі ефекти магнетика.

2.2.3. Оцінка розмірів неоднорідності намагніченості поблизу вершини плоского кута. Розподіл намагніченості наночастинки біля її бічної поверхні є дуже чутливим до нерівностей на останній, що впливає на динаміку процесу перемагнічування [131, 132]. Це створює труднощі при розробці запам'ятовуючих пристроїв на основі наномагнетиків, тому що контролювати нерівності поверхні при виготовленні частинок субмікрометрового розміру досить важко. Отже має практичний інтерес провести оцінку розмірів області поблизу бічної поверхні частинки, де стан суттєво відрізняється від стану в об'ємі.

В цьому пункті ми розглянемо частинки, що знаходяться у вихровому стані, обмежуючись для простоти суто планарним вихровим розподілом

$$\theta = \pi/2, \quad \phi = \chi \pm \pi/2. \quad (2.38)$$

Густина енергії магніто-дипольної взаємодії в наближенні (2.30) для планарного вихору (2.38) уздовж бісектриси кута $W^{\text{vor}} = \mathcal{A}(\xi) - \mathcal{B}(\xi)$. Аналогічним чином густина енергії для частинки, яка є однорідно намагніченою перпендикулярно до площини зразка ($\theta = 0$), має вигляд $W^{\text{uni}} = -2\mathcal{A}(\xi)$. Аналіз свідчить, що поблизу бічної поверхні ($\xi \ll 1$) для будь-яких кутів $\Omega \in (0; \pi)$ однорідний стан є більш вигідним ніж вихровий, див. Рис. 2.9. Навпаки, при віддаленні від вершини кута ($\xi \gg 1$), більш вигідним є вихровий стан ($W^{\text{vor}} < W^{\text{uni}}$). Отже має існувати критична відстань $\tilde{\xi}$ така, що при $\xi < \tilde{\xi}$ більш вигідною є квазіоднорідна орієнтація намагніченості перпендикулярно до площини зразка. Величину $\tilde{\xi}$ можна знайти як розв'язок рівняння $W^{\text{vor}} = W^{\text{uni}}$ або, що те саме,

$$3\mathcal{A}(\tilde{\xi}) = \mathcal{B}(\tilde{\xi}). \quad (2.39)$$

Аналітично це рівняння можна розв'язати лише в граничних випадках. Для малих кутів ($\Omega \ll 1$) характерний розмір неоднорідностей виявляється знач-

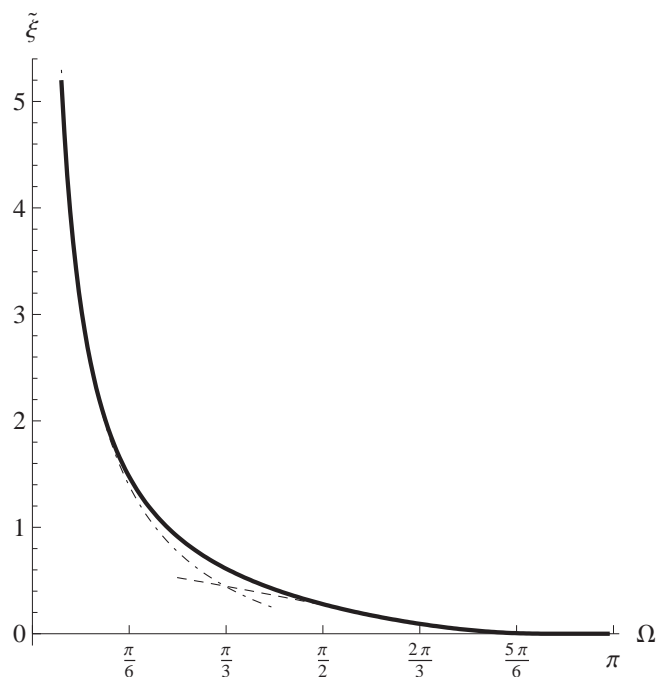


Рис. 2.13 Чисельний розв'язок рівняння (2.39) — оцінка зверху розміру області у куті Ω , де намагніченість виходить із площини кута. Штрихпунктирною та пунктирною лініями показані оцінки (2.40) та (2.41) відповідно.

ним ($\tilde{\xi} \gg 1$) і приблизно описується за формулою:

$$\tilde{\xi} \approx \frac{1}{\Omega} f^{-1} \left(\frac{1}{2} \pi (1 - \Omega^2/2) \right), \quad f(x) = x \left(1 - \ln \frac{x}{2} \right), \quad (2.40)$$

де f^{-1} позначає функцію, обернену до функції f . В протилежному випадку ($\Omega \lesssim \pi$) маємо $\tilde{\xi} \ll 1$:

$$\tilde{\xi} \approx 2 \exp \left(-\frac{1}{1 - \Omega/\pi} \right). \quad (2.41)$$

Чисельний розв'язок рівняння (2.39) подано на рис. 2.13.

Потрібно зауважити, що отримана залежність $\tilde{\xi}(\Omega)$ дає лише грубу оцінку зверху розміру області поблизу кута поверхні, де намагніченість виходить із площини частинки. Для більш точного розрахунку потрібно розв'язувати варіаційну задачу мінімізації функціоналу енергії, врахування обмінної енер-

гії у якому призведе до зменшення розміру оцінюваної області.

Для ілюстрації розглянемо пряму квадратну призму. За допомогою пакету для мікромагнітного моделювання OOMMF [21] було отримано вихровий розподіл намагніченості для призм різних товщин. Виявлено, що у кутах призми компонента намагніченості, перпендикулярна до площини зразка (M_z), є ненульовою. Максимальна величина такого відхилення величини M_z , а також розмір області, де це відхилення зосереджено, збільшується зі збільшенням товщини призми. Значення M_z/M_s уздовж діагоналі призми показано на вставці у рис. 2.14. Для моделювань були використані квадратні призми з матеріальними параметрами пермалою (чисельні значення матеріальних параметрів наведено на ст. 44.), з розміром сторони 200нм та товщинами 60, 70, 80, 90 і 100нм. На рис. 2.14 призмі з більшою товщиною відповідає профіль з більшою амплітудою відхилення на кінцях.

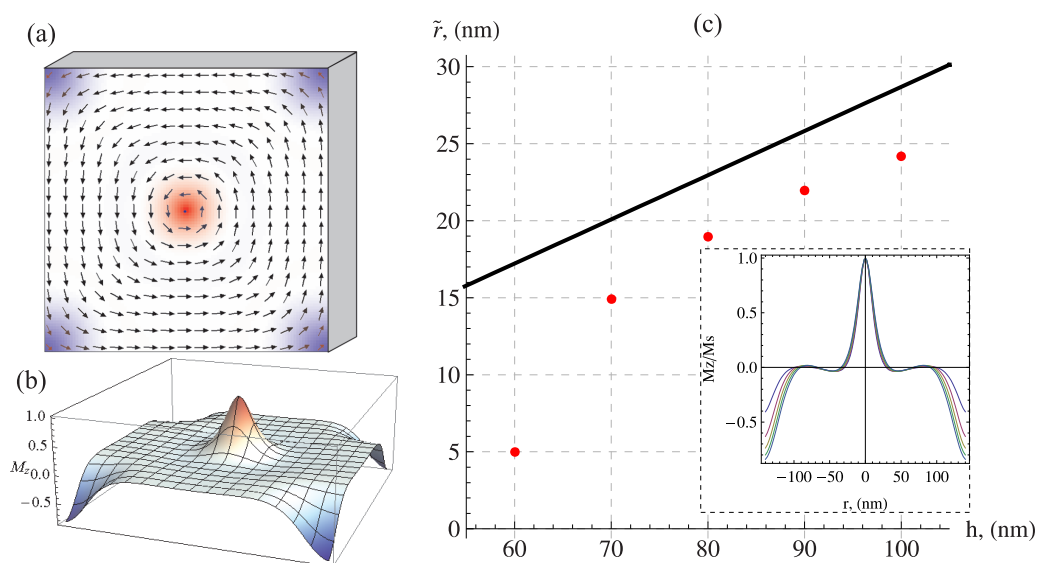


Рис. 2.14 а) –вихровий розподіл намагніченості у квадратній призмі, кольором показано величину M_z . б) – перпендикулярна до площини призми компонента намагніченості M_z . в) – залежність характерного розміру неоднорідності у куті призми від її останньої: символи (червоні кружечки) відповідають даним мікромагнітного моделювання, пряма лінія $\tilde{r} = h\tilde{\xi}(\pi/2)$ є верхньою теоретичною оцінкою, отриманою з розв'язку (2.39). На вставці показано величину M_z уздовж діагоналі призм (параметри див. у тексті).

Точками на рис. 2.14 позначено відстань від вершини кута призми до точки на бісектрисі, де величина відхилення M_z становить M_s/e . Такий критерій вибрано у наслідок припущення про гаусову форму відхилення $M_z(r)$. Для кута $\Omega = \pi/2$ розв'язок рівняння (2.39) становить $\tilde{\xi}(\Omega) \approx 0.278$. На рис. 2.14 зображено пряму $\tilde{r} = h\tilde{\xi}(\pi/2)$. Як бачимо, навіть у такій грубій моделі, де не враховано обмінну взаємодію та певний вигляд неоднорідності $M_z(r)$, ми маємо верхню оцінку розміру неоднорідності, яка по порядку величини співпадає з отриманими при моделюванні значеннями.

2.3. Заключні висновки до розділу

В даному розділі розв'язано задачу про знаходження основних станів намагніченості нанокілець та нанодисків різних розмірів, побудовано діаграми основних станів їх намагніченості. Продемонстровано наявність проміжного вихрового стану та описано перехід між проміжним та планарним вихорами. Оцінено мінімальні розміри нанодисків та нанокілець, при яких вихровий стан ще буде основним.

Крім того, на прикладі симетричних наночастинок продемонстровано можливість наближеного врахування магнітодипольної взаємодії шляхом заміни останньої деякою ефективною неоднорідною анізотропією. Вказаний метод застосовано для визначення рівноважного розподілу намагніченості за умови слабкої обмінної взаємодії для плоских кутів та наноточок у формі правильних багатокутників. В рамках вказаного методу зроблено оцінку розмірів неоднорідностей намагніченості поблизу бічних поверхонь у формі кутів.

Оригінальні результати, отримані в даному розділі є наступними:

- Мінімальний радіус кільця, при якому воно ще може знаходитись у вихровому стані становить $R_{\text{ring}}^{(\text{tr})} = \sqrt{3}l_{ex}$. При цьому його внутрішній радіус $a \rightarrow R$, а товщина $h \rightarrow 0$. В загальному випадку $R_{\text{ring}}^{(\text{tr})}$ та відповідна йому товщина визначається співвідношеннями внутрішнього та зовнішнього

радіусів. Див. (2.22) та Рис. 2.5, в),г).

- Якщо внутрішній радіус кільця a менший за деякий критичний радіус a_c , то вихровий стан кільця буде *проміжним* — його амплітуда μ лежатиме в інтервалі $\mu \in (0, 1)$, див Рис. 2.2, б) та Рис. 2.5, б). Для нескінченно тонкого кільця $a_c \approx 0.3l_{ex}$, при збільшенні товщини критичний радіус збільшуватиметься за законом кореня кубічного, див. (2.28) та Рис. 2.7, а).
- Показано, що врахування магнітостатичної взаємодії призводить до суттєвої неоднорідності розподілу намагніченості поблизу вершини плоского кута. Причому, характер розподілу є різним у випадку кутів менших та більших критичного значення $\Omega_{cr} = 2\pi/3$.
- Розподіл намагніченості для плоских наноточок у формі правильних N -кутників при $N \geq 5$ може представляти собою поєднання вихрового стану та доменної структури.
- Вихід намагніченості з площини наноточки є енергетично вихідним поблизу вершини кута. Характерний розмір області, де такий вихід має місце, швидко зростає при зменшенні величини кута.

РОЗДІЛ 3

ВПЛИВ ПОСТІЙНОГО ПОПЕРЕЧНОГО МАГНІТНОГО ПОЛЯ НА РІВНОВАЖНІ СТАНИ НАНОДИСКУ

В даному розділі досліджується поведінка різних станів намагніченості нанодиску в зовнішньому поперечному полі з урахуванням магнітодипольної взаємодії. Показано, що врахування нелокальності магнітодипольної взаємодії призводить до ряду нових ефектів. Отримані в розділі результати опубліковано в роботі [35].

В пункті 3.1 розглянуто перемагнічування диску, однорідно намагніченого у своїй площині (EP). Зі збільшенням поля відбувається безгістерезисний перехід у стан однорідної намагніченості уздовж осі (EA). Якщо радіус диску близький до радіусу однодоменності, але не досягає його, то при перемагнічуванні такої частинки зі стану EP в стан EA можливий перехід у проміжний вихровий стан (пункт 3.2). При подальшому збільшенні розмірів частинки основний стан диску стає вихровим. Перехід в однорідний EA з вихрового стану відбувається при значно більших полях ніж відповідний перехід із стану EP (пункт 3.2). Характерною особливістю переходу з вихрового стану в однорідний EA-стан є наявність гістерезису, що зумовлено додатковим переходом — перемиканням полярності вихору (пункт 3.3).

3.1. Однорідний стан нанодиску

Нормована магнітна енергія однорідно намагніченого у своїй площині диску визначається фактором розмагнічування N_x : $W_d^x = 2\pi N_x$, де N_x визначається з (2.5). Прикладемо до такого диска зовнішнє магнітне поле H , пер-

пендикулярне до його площини. Припустимо, що при цьому намагніченість, залишаючись однорідною, повернеться в напрямку поля і складе з ним кут θ_u . Нормована магнітна енергія отриманого стану визначатиметься виразом

$$W^u = 2\pi (N_z \cos^2 \theta_u + N_x \sin^2 \theta_u - 2\mathfrak{h} \cos \theta_u), \quad (3.1)$$

де $\mathfrak{h} = H/4\pi M_s$ — приведенне магнітне поле. Врахувавши, що для аксіально симетричних частинок $N_z = 1 - 2N_x$, мінімізуємо енергію (3.1) відносно θ_u . В результаті отримаємо, що

$$\cos \theta_u = \frac{\mathfrak{h}}{\mathfrak{h}_u}, \quad W^u = 2\pi \left(N_x - \frac{\mathfrak{h}^2}{\mathfrak{h}_u} \right), \quad \mathfrak{h}_u = 1 - 3N_x. \quad (3.2)$$

величина \mathfrak{h}_u описує поле насичення, при якому однорідний стан зі сприйнятливістю $\chi_u = 1/(4\pi\mathfrak{h}_u)$ переходить в однорідний насичений стан з намагніченістю напрямленою уздовж осі z . Такому переходу відповідає крива 1 на Рис. 3.1. Отримане при моделюванні значення поля насичення $\mathfrak{h}_u \approx 0.08$ узгоджується з теоретичною оцінкою $\mathfrak{h}_u \approx 1.1$. Для нескінченно тонкого диска $\mathfrak{h}_u = 1$, що відповідає полю розмагнічування однорідно намагніченої в перпендикулярному напрямку пластини нескінченно великих розмірів. В загальному випадку величина $\mathfrak{h}_u < 1$. Залежність \mathfrak{h}_u від товщини диска представлена на Рис. 3.2 пунктирною лінією.

3.2. Нанодиск у вихровому стані.

Досі розглядалась лише поведінка в полі дисків, що зберігали свою однорідну намагніченість. При збільшенні радіусу диску, як показано в попередньому підрозділі, основним станом стає вихровий (1.47). Обмінна та магнітостатична енергії диску у вихровому стані визначаються виразами (2.9) та (2.10) відповідно. Проте наявність зовнішнього поля змінює основний стан системи, тому наведений у пункті 2.1.2 розрахунок енергії має бути дещо

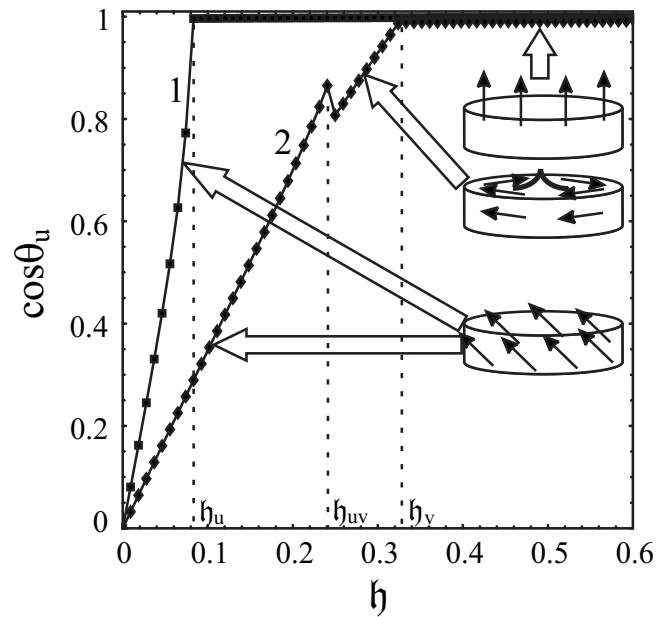


Рис. 3.1 Залежність намагніченості уздовж поля від величини поля для дисків, які в основному своєму стані намагнічені однорідно у площині. Дані отримані за допомогою мікромагнітних моделювань для дисків 20 нм завтовшки: крива 1 відповідає діаметру диска 30 нм, крива 2 — 50 нм.

модифікований. Ми пропонуємо скористатись пробною функцією, що має загальний вигляд [133]

$$\cos \theta(r) = f\left(\frac{r}{\lambda l_{ex}}\right)(\mu - \cos \theta_v) + \cos \theta_v, \quad (3.3)$$

де $f(x)$ є локалізованою в околі нуля функцією, причому $f(0) = 1$ та $f(\infty) = 0$. Величина $\mu = \cos \theta(0)$ описує значення намагніченості в центрі вихору, а варіаційні параметри λ та θ_v визначають відповідно розмір ядра вихору та рівноважну намагніченість далеко від центру вихору.

Якщо для розрахунку магнітостатичної енергії скористатись справедливим для тонких дисків наближенням (2.11), то сумарну магнітну енергію

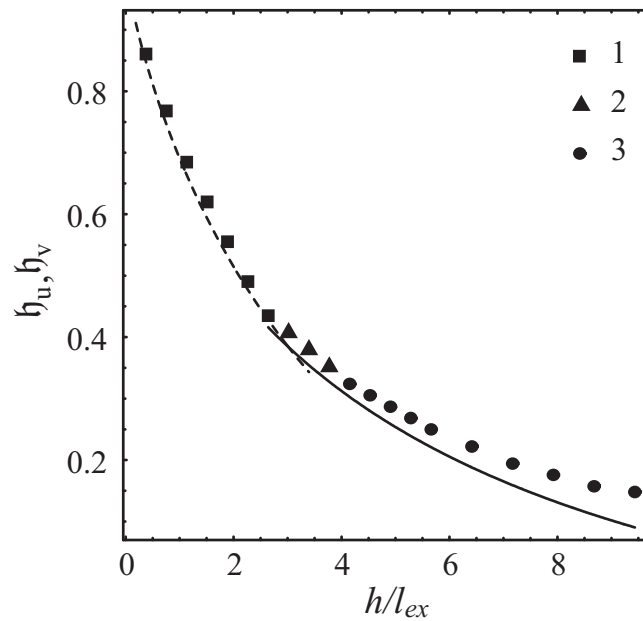


Рис. 3.2 Залежність поля насичення від товщини диску. Пунктирна лінія відповідає полю насичення для однорідного стану \mathbf{h}_u (див. (3.2)), суцільна — полю насичення для вихрового стану \mathbf{h}_v (див. (3.7)). Точками показано дані мікромагнітного моделювання: 1 та 2 — для дисків, основними станами яких є відповідно EP та OPV, 3 — для дисків, які мають основний стан EP, але при перемагнічуванні переходять у проміжний вихровий стан. Моделювання проводилось для дисків однакового радіусу 26нм.

диску з урахуванням зеєманівської взаємодії можна представити у вигляді

$$\frac{W^v}{2\pi} = \frac{2l_{ex}^2}{R^2} \int_0^{\frac{R}{\lambda l_{ex}}} x dx \left\{ \frac{\eta^2 f'(x)^2}{\sin^2 \theta_v + \eta f(x) [2 \cos \theta_v + \eta f(x)]} + \frac{\sin^2 \theta_v + \eta f(x) [2 \cos \theta_v + \eta f(x)]}{x^2} \right\} + \quad (3.4)$$

$$N_z \cos^2 \theta_v - 2\mathbf{h} \cos \theta_v + 2\mathcal{C}_1 \frac{l_{ex}^2}{R^2} \eta^2 \lambda^2 + 4\mathcal{C}_2 \frac{l_{ex}^2}{R^2} \eta \lambda^2 (\cos \theta_v - \mathbf{h}),$$

$$\mathcal{C}_1 = \int_0^{\frac{R}{\lambda l_{ex}}} f^2(x) x dx, \quad \mathcal{C}_2 = \int_0^{\frac{R}{\lambda l_{ex}}} f(x) x dx, \quad \eta = \mu - \cos \theta_v.$$

Для розрахунку енергії вихрового стану треба, конкретизувавши вигляд функ-

ції $f(x)$, мінімізувати сумарну енергію (3.4) відносно варіаційних параметрів λ та θ_v . В попередньому підрозділі було продемонстровано гарне узгодження теоретичних розрахунків та результатів моделювань при використанні для опису структури ядра вихору гаусового розподілу: $f(x) = e^{-x^2}$. При цьому за відсутності поля $\theta_v^0 = \pi/2$ та $\lambda^0 \approx \sqrt{2}$, а енергія W^v дорівнює (2.16).

Перехід із однорідного стану у вихровий. Розгляньмо диск, що знаходиться в однорідному стані. При збільшенні поля енергія диску зменшується у відповідності з (3.2) по квадратичному закону, $\Delta W^u \sim -\mathfrak{h}^2$. У той же час при малих полях структура вихрового розв'язку змінюється несуттєво, тому взаємодія з полем йде по лінійному закону $\Delta W^v \sim -\mathfrak{h}$ (див. (3.4)). Природно припустити, що при деякій критичній величині поля \mathfrak{h}_{uv} буде спостерігатись перехід з однорідного стану у вихровий. Детальний розрахунок показує, що такий перехід відсутній для гранично тонких дисків: енергія вихрового стану завжди більша за енергію однорідного стану, див. Рис. 3.3, а). Перемагнічуванню такого диска відповідає крива 1 на Рис. 3.1. Проте при збільшенні товщини перехід стає можливим, див. Рис. 3.3, б). Перемагнічування диска з такими параметрами супроводжується стрибкоподібною зміною намагніченості при характерному полі \mathfrak{h}_{uv} (крива 2 на Рис. 3.1).

Чисельний аналіз енергетичних залежностей (3.2) та (3.4) дає змогу побудувати фазову діаграму, основних станів диску, зображену на Рис. 2.5 а). Крім того, користуючись критерієм

$$(W^v - W^u) \Big|_{\mathfrak{h}=0} \cdot (W^v - W^u) \Big|_{\mathfrak{h}=\mathfrak{h}_u} < 0, \quad (3.5)$$

можна знайти на фазовій діаграмі область, що відповідає дискам таких розмірів, для яких є характерним перехід з однорідного стану у вихровий при перемагнічуванні. Ця область показана заштрихованою на Рис. 3.4 Чисельний розв'язок рівняння $W^u = W^v$ при виконаній умові (3.5) дозволяє знайти величину критичного поля переходу із однорідного стану у вихровий. Розрахунок

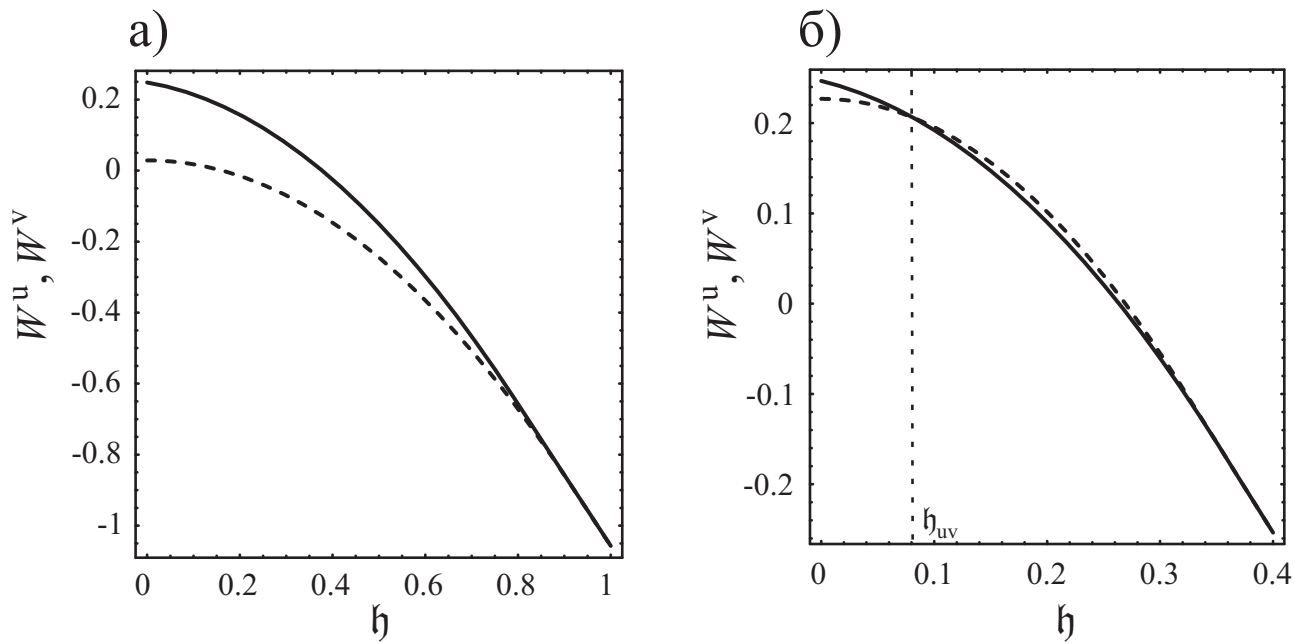


Рис. 3.3 Залежність енергій нанодиска від зовнішнього магнітного поля. Пунктирні лінії відповідають однорідному стану, суцільні — вихровому. Розрахунки проводились відповідно по формулах (3.2) та (3.4) для дисків з однаковим радіусом 27нм. Товщина дисків h , нм: а) — 1, б) — 20.

проведений для розмірів диска, яким відповідає лінія 2 на Рис. 3.1 та символ \bigcirc на Рис. 3.4, дає значення $h_{uv} \approx 0.19$, що є близьким до отриманого з моделювань $h_{uv} \approx 0.24$.

Перехід з вихрового стану в однорідний. Розглянемо тепер питання про перехід з вихрового стану в однорідний ЕА стан, що характеризується полем насичення h_v . Зазначимо, що при цьому основним станом диска за відсутності магнітного поля може бути як однорідний ЕР-стан так і вихровий.

При переході у стан насичення $\cos \theta_v \approx 1$. Це дає нам можливість скористатись розкладом енергії (3.4) в ряд по $\cos \theta_v$ в околі 1:

$$\begin{aligned} \frac{W^v}{2\pi} &\simeq N_z - 2h_v + 2\left[N_z - N_v - h_v - \mathcal{C}(1 - h_v)\right](\cos \theta_v - 1) + \dots, \\ N_v &= \frac{l_{ex}^2}{R^2} \int_0^{\frac{R}{\lambda_{ex}}} \left\{ \frac{2[1 - f(x)]}{x^2} + \frac{f'^2(x)}{2[1 - f(x)]} \right\} x dx, \quad \mathcal{C} = 2 \frac{\lambda^2 l_{ex}^2}{R^2} \int_0^{\frac{R}{\lambda_{ex}}} f(x) x dx. \end{aligned} \quad (3.6)$$

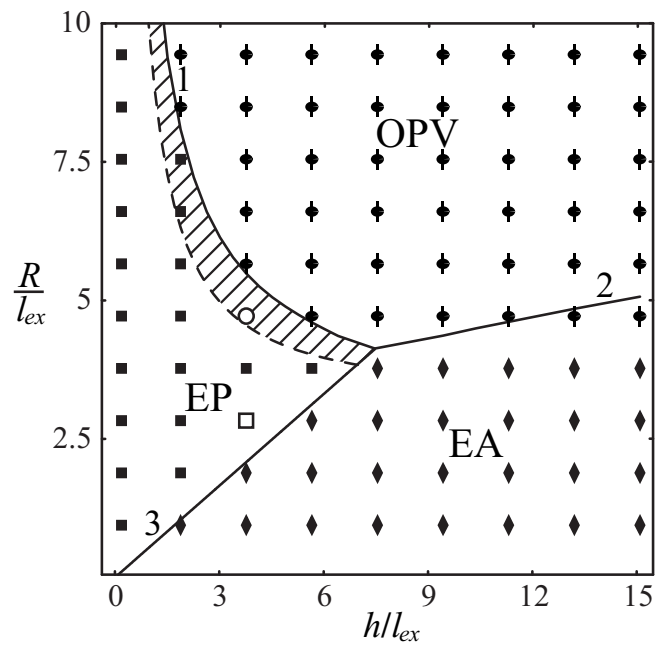


Рис. 3.4 Діаграма основних станів диска за відсутності магнітного поля. Позначення такі ж як і на Рис. 2.5 а). Заштрихована область відповідає дискам, для яких є характерним ефект переходу у вихровий стан при перемагнічуванні. Символами \square та \circ позначено розміри дисків, поведінка яких в полі показана на Рис. 3.1 лініями 1 та 2 відповідно.

При використанні пробної функції $f(x) = e^{-x^2}$ для досить великих значень радіуса диску $R/l_{ex} \gg \lambda$ можна зробити наступні асимптотичні оцінки:

$$N_v \approx 2 \frac{l_{ex}^2}{R^2} \ln \frac{R}{\lambda l_{ex}}, \quad \mathcal{C} \approx \frac{\lambda^2 l_{ex}^2}{R^2}.$$

Мінімізуючи енергію (3.6) відносно варіаційних параметрів $\cos \theta_v$ та λ отримуємо відповідно

$$\mathfrak{h}_v = \frac{N_z - N_v - \mathcal{C}}{1 - \mathcal{C}}, \quad \lambda = \frac{1}{\sqrt{1 - \mathfrak{h}_v}}. \quad (3.7)$$

Таким чином розмір кору вихору при переході у стан насичення визначається

розмірами диску R , h та обмінною довжиною матеріалу l_{ex} наступним чином:

$$\lambda = \frac{R}{l_{ex}} \omega(x), \quad x = 1 + [1 - N_z] R^2 / l_{ex}^2, \quad (3.8)$$

де функція $\omega(x)$ задається в неявному вигляді співвідношенням $2 \ln \omega + \omega^{-2} = x$, причому $0 < \omega < 1$ та $x > 1$. Аналіз показує, що у момент переходу розмір ядра вихору λ необмежено зростає при $R \rightarrow \infty$, але при цьому $\lambda l_{ex} / R \rightarrow 0$.

В іншому граничному випадку $R / l_{ex} \ll \lambda \rightarrow \infty$, згідно з (3.6), $N_v \rightarrow 0$, $\mathcal{E} \rightarrow 1$ і вираз для енергії (3.6) набуде вигляду

$$\frac{W^v}{2\pi} \simeq N_z - 2\mathfrak{h}_v + 2[N_z - 1](\cos \theta_v - 1) + \dots$$

Мінімуму енергії відповідає умова $N_z = 1$, що є справедливою лише для дисків, аспектне відношення яких прямує до нуля.

Таким чином, при скінченних розмірах диска перехід у стан насичення відбувається при скінченному значенні радіуса ядра вихора λ , яке визначається виразом (3.8) і прямує до нескінченності при $\varepsilon \rightarrow 0$.

Енергію вихрового стану диска, радіус якого значно перевищує розміри ядра вихора, можна записати у вигляді співвідношення, аналогічного до (3.2), якщо в останньому замінити N_x на $N_v \simeq 2(l_{ex}/R)^2 \ln[R/(l_{ex}\lambda)]$. При цьому рівноважне значення намагніченості далеко від вихрового центру описуватиметься виразом

$$\cos \theta_v = \frac{\mathfrak{h}}{\mathfrak{h}_v}, \quad \mathfrak{h}_v = N_z - N_v. \quad (3.9)$$

Залежність поля насичення \mathfrak{h}_v від товщини диска показана на Рис. 3.2 суцільною лінією. На Рис. 3.1 лінія 2 відповідає диску, перехід у стан насичення для якого відбувається з вихрового стану. При цьому теоретичне значення $\mathfrak{h}_v \approx 0.305$ добре узгоджується з отриманим при моделюванні значенням $\mathfrak{h}_v \approx 0.32$. Аналогічний розрахунок залишається справедливим і для дис-

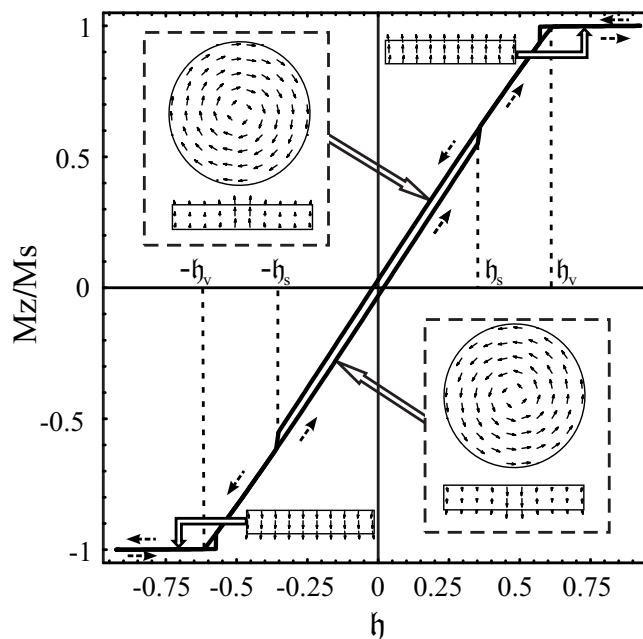


Рис. 3.5 Петля гістерезису, отримана за допомогою мікромагнітного моделювання для пермалоєвого диску з $R = 50\text{нм}$, $h = 20\text{нм}$.

ку, що початково знаходився у вихровому стані. На Рис. 3.5 показані дані мікромагнітного моделювання для диску з радіусом $R = 50\text{нм}$ та товщиною $h = 20\text{нм}$. Значення $h_v \approx 0.61$, отримане при чисельному моделюванні, з високою точністю узгоджується з аналітичною оцінкою $h_v \approx 0.615$.

3.3. Процес перемикання полярності вихору та його гістерезис

З'ясовано [134, 135, 136], що процес перемагнічування дисків у вихровому стані полем, яке лежить в площині диску, має чітко виражений гістерезисний характер, принциповою особливістю якого є значна різниця між полем переходу з вихрового у квазіоднорідний «С»-стан та полем зворотнього переходу із «С»-стану у вихровий. Перемагнічування поперечним полем теж характеризується гістерезисом, наявність якого пов'язана з існуванням двох типів вихорів, що відрізняються напрямком полярності, тобто напрямком намагніченості в центрі вихору [6]. При цьому, як буде показано нижче, поле переходу з вихрового стану в однорідний стан насичення не відрізняється від поля зворотнього переходу (наявність на Рис. 3.5 незначної невідповідності

між цими полями є зумовленою дискретністю похибкою чисельного розрахунку).

За відсутності поля протилежно поляризовані вихори мають однако-ву енергію. Під дією поля вихори переходять у так званий конусний стан. При цьому вихори поляризовані уздовж напрямку поля (легкі вихори) стають більш енергетично вигідними [76, 137]. Проте в континуальній моделі перехід від важкого вихору до легкого є неможливим у зв'язку з неперервністю розподілу поля намагніченості — вихори протилежних полярностей розділені нескінченним бар'єром. В реальній дискретній системі ситуація інша: полярність вихору не є топологічним інваріантом і ефекти перемикання полярності можуть мати місце [137, 138, 139]. Детальніше цей ефект буде розглянуто у розділі 4.

Нестійкість вихорів у дискретному легкоплощинному магнетикау під дією постійного магнітного поля, напрямленого уздовж важкої осі магнетика, була досліджена в роботі [138]. Ефекти дискретності автори [138] врахували, вводячи в модельний гамільтоніан вищі просторові похідні. Нестійкість важких вихорів приводить до ефекту перемикання полярності та супроводжується явищем гістерезису, при чисельному моделюванні вихорів в двовимірному легкоплощинному магнетикау методом Монте-Карло [140]. Магнітодипольна взаємодія у вказаних розрахунках не враховувалась, внаслідок чого магнітний вихор розглядався як збурення. Вказаний ефект перемикання полярності спостерігався також експериментально в наноточках [141, 93], де завдяки магнітодипольній взаємодії вихровий стан стабілізується і може бути основним. Відповідні мікромагнітні моделювання (з урахуванням магнітодипольної взаємодії), що проводились для відносно товстих дисків [139], свідчать про можливий механізм перемикання полярності з утворенням точки Блоха в центрі вихору. При цьому розмір області навколо точки Блоха, намагніченість якої суттєво відрізняється від вихрового розподілу, оцінювався як $d_{BP} \sim 4l_{ex}$ [139]. В цьому пункті ми ставимо собі за мету дослідити процес

перемикання полярності вихору в тонких дисках, товщина яких менша за d_{BP} і вказаний механізм стає, очевидно, невігідним. Слід зазначити, що вказаний механізм перемикання був описаний раніше при дослідженні квантового тунелювання полярності вихору в антиферомагнетику [142].

Для опису структури вихору скористаємось пробною функцією (3.3), з тією різницею, що амплітуда у центрі вихору μ є тепер варіаційним параметром. Таким чином припускаємо, що в процесі перемикання вихор проходить через стан планарного вихору. Ефекти дискретності врахуємо, ввівши внутрішній радіус a (порядку постійної ґратки). Таким чином, ми приходимо до задачі проміжного вихору у зовнішньому магнітному полі, який описується трьома варіаційними параметрами: θ_v , λ , μ . Для спрощення аналізу розглянемо випадок гранично тонких дисків, для яких $N_v \ll N_z \approx 1$. У відповідності з (3.9) рівноважне значення намагніченості для вихору в конусній фазі $\cos \theta_v \approx \mathfrak{h}$ і система має лише два варіаційні параметри λ та μ . Енергія такого вихорового стану з точністю до константи набуває вигляду

$$\begin{aligned}
 W^v &= \frac{4\pi l_{ex}^2}{R^2 - a^2} \left[(1 - \mathfrak{h}^2) \ln \frac{R}{a} + \mathcal{W} \right] - 2\pi \mathfrak{h}^2, \\
 \mathcal{W} &= \int_{\frac{a}{\lambda l_{ex}}}^{\infty} x dx \left\{ \lambda^2 \nu^2 f^2(x) - \frac{\nu f(x)}{x^2} [\nu f(x) + 2\mathfrak{h}] + \right. \\
 &\quad \left. \frac{\nu^2 f'(x)^2}{1 - \mathfrak{h}^2 - 2\mathfrak{h}\nu f(x) - \nu^2 f^2(x)} \right\}, \quad \nu = \mu - \mathfrak{h}.
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Записуючи цей вираз, ми врахували, що функція $f(x)$ локалізована. Це дало можливість розширити верхню межу інтегрування до нескінченності. Результати чисельного розрахунку енергії нанодиска \mathcal{W} як функції двох варіаційних параметрів λ та μ представлені на Рис. 3.6. За відсутності поля енергія описується симетричним двоямним потенціалом, який забезпечує рівні енергії для вихорів з $\mu \approx \pm 1$ (Рис. 3.6, а). Полярність μ , яка відповідає мінімумам енергії \mathcal{W} , не дорівнює строго ± 1 через наявність ненульового внутрішнього

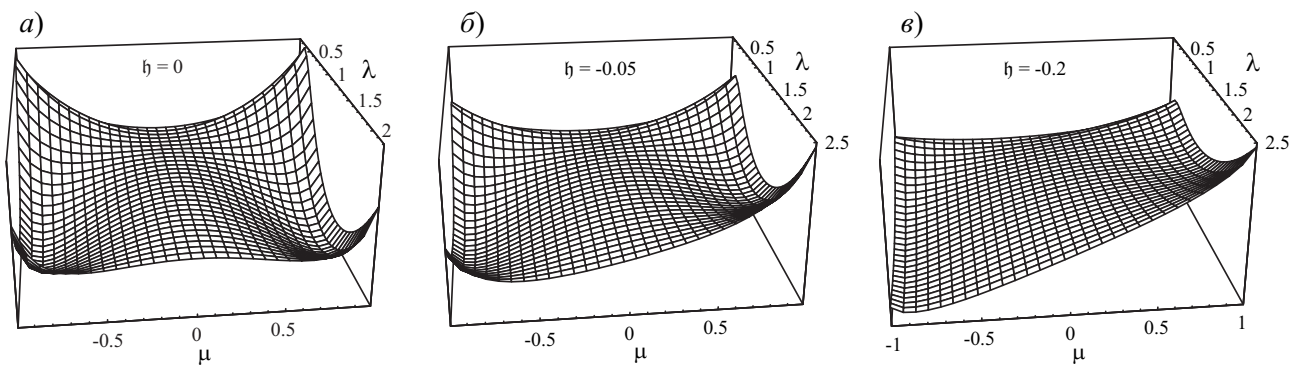


Рис. 3.6 Енергія диску (3.10) при різних значеннях зовнішнього поля h : а) 0, б) -0.05 , в) -0.2 . Розрахунок проведено для диску з внутрішнім радіусом $a/l_{ex} = 1/5.3$. Для даних параметрів пермикання відбувається при $h = -0.12$. радіусу a , що узгоджується з отриманими в попередньому підрозділі результатами для проміжного вихору. В зовнішньому полі вихори розділяються на енергетично вигідні легкі та невигідні важкі. Ми вважаємо, що в нульовому зовнішньому полі вихор має додатну полярність, відповідно, при прикладанні від'ємного зовнішнього поля вихори з додатною полярністю будуть важкими, а з від'ємною — легкими. Ці вихори розділені бар'єром, який виявляється скінченним (Рис. 3.6, б). При подальшому збільшенні поля величина бар'єру зменшується і при досягненні деякого критичного значення $|h| = h_s$ відбувається перемикання (Рис. 3.6, в). На Рис. 3.7, а) показані результати розрахунку амплітуди в центрі вихора $\mu(h)$ для різних значень a . Залежність радіуса ядра вихора від поля приведена на Рис. 3.7, б). Суцільна лінія на обох графіках відповідає параметрам пермалою: внутрішній радіус взятий рівним міжатомній відстані в пермалої $a = 0.3\text{нм}$, а обмінна довжина вважалась рівною $l_{ex} = 5.3\text{нм}$. Штрихова лінія на тих же графіках відповідає параметрам, для яких будувались залежності на Рис. 3.6.

Приведені на Рис. 3.7 залежності величин λ та μ від прикладеного поля опубліковані шляхом чисельного розв'язування системи рівнянь

$$\frac{\partial \mathcal{W}}{\partial \mu} = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial \lambda} = 0. \quad (3.11)$$

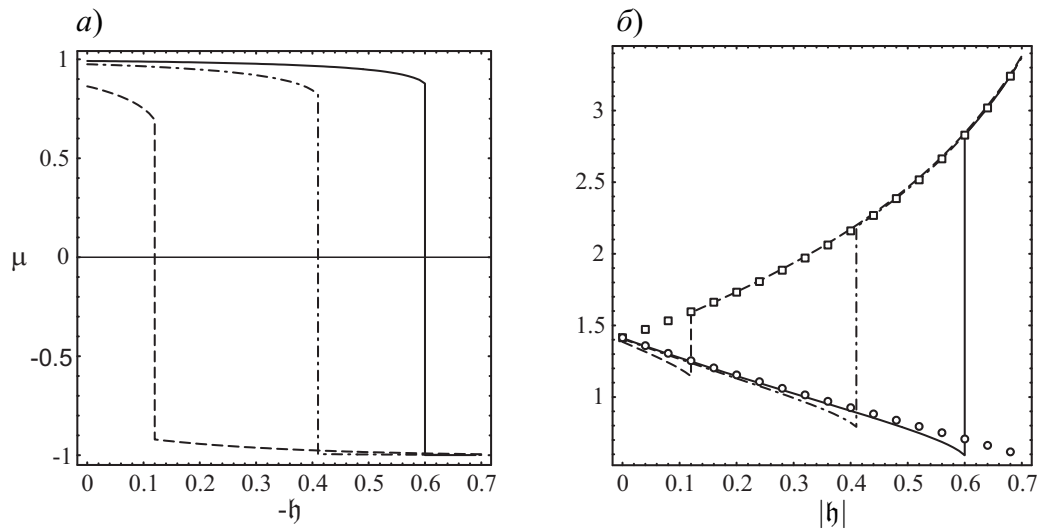


Рис. 3.7 Залежність полярності вихору μ (а) і радіуса ядра вихора λ (б) від величини прикладеного поля для різних значень внутрішнього радіусу: $a/l_{ex} = 0.3/5.3$ (суцільна лінія), $0.5/5.3$ (штрихпунктирна) і $1/5.3$ (штрихова). Точки \square та \circ відповідають залежності (3.13) при $\mu = 1$ для легких ($\hbar > 0$) та важких ($\hbar < 0$) вихорів відповідно.

Мінімальне по модулю значення зовнішнього поля \hbar , при якому система (3.11) переставала мати розв'язок на інтервалі $0 < \mu < 1$, вважалось рівним критичному полю \hbar_s , при якому відбувається перемикання полярності ядра вихора.

Для аналітичного аналізу залежності радіуса ядра вихору від прикладеного поля перепишемо вираз для енергії (3.10) у вигляді

$$\mathcal{W} = 2 \int_0^{e^{-\xi}} \frac{t \ln t dt}{(t - \frac{1-\hbar}{\nu})(t + \frac{1+\hbar}{\nu})} - \hbar \nu E_1(\xi) - \frac{\nu^2}{2} E_1(2\xi) + \frac{\lambda^2 \nu^2}{4} e^{-2\xi}, \quad \xi = \frac{a^2}{\lambda^2 l_{ex}^2}. \quad (3.12)$$

Тут $E_1(x)$ — інтегральна показникова функція. Так як величина a порядку постійної ґратки, то значення ξ буде близьким до нуля, що дає нам можливість скористатись асимптотичною оцінкою

$$\mathcal{W} \sim \text{const} + \left(\hbar \nu + \frac{\nu^2}{2} \right) \ln \xi + \frac{\nu^2 a^2}{4 l_{ex}^2 \xi}.$$

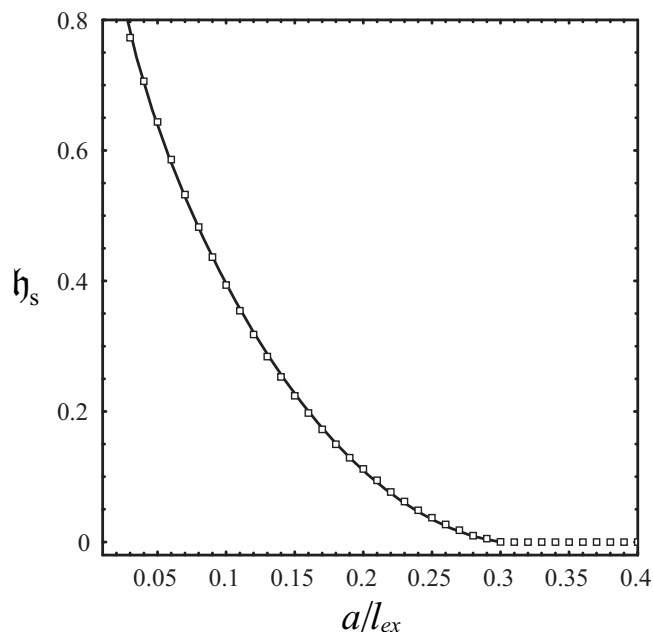


Рис. 3.8 Залежність критичного поля перемикання полярності вихору від величини внутрішнього радіусу. Точки — результат чисельного розрахунку, суцільна лінія відповідає апроксимації (3.14).

Значення λ , що мінімізує цю енергію задається виразом

$$\lambda = \sqrt{2 \frac{\mu + \mathfrak{h}}{\mu - \mathfrak{h}}}. \quad (3.13)$$

Із отриманої залежності, що справедлива для нескінченно тонких дисків, видно, що радіус ядра вихору нескінченно збільшується при $\mathfrak{h} \rightarrow 1$. Це підтверджує висновки, зроблені в попередньому пункті.

Величина критичного поля перемикання суттєво залежить від величини внутрішнього радіусу a , Рис. 3.8. Із графіка видно, що існує деякий критичний внутрішній радіус a_c , при якому критичне поле $h_s = 0$. В наведених розрахунках $a_c/l_{ex} = 0.3$, що співпадає з отриманим в попередньому підрозділі критичним внутрішнім радіусом кільця, при якому відбувається перехід від проміжного вихору до планарного. Залежність критичного поля від величини внутрішнього радіусу може бути з гарною точністю апроксимо-

вана виразом

$$\mathfrak{h}_s(a) = \alpha \ln \frac{a}{a_c} + \beta \ln^2 \frac{a}{a_c} + \gamma \left(\frac{a - a_c}{a_c} \right)^2, \quad (3.14)$$

який при $\alpha = 0.09$, $\beta = 0.01$ та $\gamma = 0.64$ з точністю 6.9×10^{-3} співпадає з результатами чисельного розрахунку (Рис. 3.8).

Проведені теоретичні розрахунки якісно співпадають з даними мікромагнітного моделювання (Рис. 3.5), проте мають місце кількісні розбіжності між даними моделювання ($\mathfrak{h}_s \approx 0.35$) та теоретичним розрахунком ($h_s \approx 0.6$). Розбіжність пояснюється тим, що при моделювання роль внутрішнього радіусу грає крок просторової дискретизації, який через обмеженість обчислювальних ресурсів у кілька разів перевищує відповідну міжатомну відстань. Отримані дані для петлі гістерезису добре узгоджуються з даними експерименту [93].

Залишкова намагніченість при гістерезисі обумовлена лише намагніченістю кора вихора:

$$M_r = \frac{M_s}{\pi R^2} \int d^2x \cos \theta(r) \Big|_{\mathfrak{h}=0} \simeq 2M_s \frac{l_{ex}^2}{R^2}.$$

Тут ми врахували, що за відсутності зовнішнього поля $\lambda = \sqrt{2}$. Коерцитивна сила \mathfrak{h}_c може бути знайдена з рівняння $\int d^2x \cos \theta(r) \Big|_{\mathfrak{h}=-\mathfrak{h}_c} = 0$. Якщо знехтувати зміною структури ядра вихору в малому зовнішньому полі, то можна отримати оцінку $\mathfrak{h}_c \simeq 2l_{ex}^2/R^2$.

3.4. Заключні висновки до розділу

В даному розділі досліджено поведінку різних станів намагніченості нанодиску в зовнішньому поперечному полі з урахуванням магнітодипольної взаємодії. Показано, що врахування нелокальності магнітодипольної взаємодії призводить до ряду нових ефектів, таких як перехід під дією поля з

однорідного стану у вихрових та скінченність розміру осердя вихору при переході у стан насичення. Описано процес перемикавання полярності вихору в тонких дисках.

Коротко оригінальні результати розділу можна сформулювати наступним чином:

- При переході з вихрового стану в однорідний стан насичення уздовж осі диску, розмір ядра вихору збільшується до величини (3.8), яка є скінченною для скінченної товщини h , та необмежено зростає при $h \rightarrow 0$.
- Існує область розмірів дисків, для яких процес перемагнічування з однорідного площинного стану в стан за полем супроводжується переходом у проміжний вихровий стан, див. Рис. 3.4.
- Процес перемикавання полярності під дією поперечного поля в тонких дисках добре описується в рамках моделі, у якій дискретний розподіл намагніченості моделюється неперервним розподілом у кільці з внутрішнім радіусом, рівним міжатомній відстані. При цьому процес перемикавання є наступним: непланарний вихор \rightarrow проміжний вихор \rightarrow планарний вихор \rightarrow проміжний вихор протилежної полярності \rightarrow непланарний вихор протилежної полярності.

РОЗДІЛ 4

ПЕРЕМИКАННЯ ПОЛЯРНОСТІ ВИХОРУ ЦИРКУЛЯРНО ПОЛЯРИЗОВАНИМ ЗОВНІШНІМ ПОЛЕМ

В даному розділі розв'язано задачу про взаємодію магнітного вихору в диску з циркулярно поляризованим зовнішнім магнітним полем, а також розглянуто процес перемикання полярності осердя вихору під дією вказаного поля. Результати, отримані в даному розділі, опубліковано в роботах [38, 39].

В рамках неперервної моделі полярність вихору в диску є топологічним інваріантом і зовнішніми впливами зміненою бути не може. Проте, реальні магнетики є системами дискретними і, як показано в [138], врахування ефектів дискретності призводить до того, що вихор в зовнішньому полі, напрямленому проти його полярності (важкий вихор), стає нестабільним, що призводить до ефекту перемикання його полярності за полем (легкий вихор). Разом з тим, енергетичний бар'єр, що розділяє стани з різними полярностями виявляється високим [139] настільки, що вимагає для перемикання прикладання відносно великого зовнішнього перпендикулярного поля: 0.25–0.35Т відповідно до експериментальних робіт [141, 93] та 0.4–0.5Т відповідно до мікромагнітних моделювань [99, 139]. Подібна стійкість полярності вихору відносно зовнішніх впливів робить його багатообіцяючим кандидатом для використання в якості біту інформації. Проте прикладання полів такої величини з субмікрометровою просторовою роздільною здатністю є технологічною проблемою, крім того, як показано в [99], наслідком перемикання вихора імпульсом перпендикулярного поля вказаної величини є збудження інтенсивної динаміки намагніченості, що призводить до повторних перемикань і ускладнює контроль кінцевої полярності. Тому розробка методів *кон-*

трольованого перемикання полярності є актуальною темою мікромагнітних досліджень останніх кількох років. Наразі запропоновано кілька методів.

Найбільш простим в сенсі практичної реалізації є метод перемикання полярності вихору під дією імпульсу магнітного поля, що прикладається в площині диску [143, 31]. Величина імпульсу при цьому становить від кількох до кількох десятків мілітесл, а тривалість відповідно від кількох наносекунд до кількох десятків пікосекунд.

В основі іншого багатообіцяючого методу лежить використання спін-поляризованого струму [144]. Ефект перемикання полярності вихору під дією спін-поляризованого струму досліджено в роботах [145, 133, 146]. У вказаній методиці використовується ефект появи додаткового спінового крутильного моменту під дією спін-поляризованого струму [147, 148]. При цьому величина густини струму, необхідна для перемикання полярності вихору, становить $\sim 10^{11} \text{ A/m}^2$.

Найбільш інтенсивно обговорюваним методом перемикання полярності є перемикання під дією однорідного поля \mathbf{B} , що рівномірно обертається у площині диску, так що

$$\mathbf{B} = B_0(\cos \omega t, \sin \omega t, 0). \quad (4.1)$$

Вперше вказаний ефект було передбачено у роботах [149, 150], де наведено результати чисельних експериментів по такому перемиканню в легкоплощинних двовимірних гайзенбергівських магнетиках, тобто без врахування магнітостатичної взаємодії. В результаті проведених чисельних моделювань побудовано діаграму перемикання вихору (B, ω) і показано, що однонаправленому перемиканню відповідає лише певна область на цій діаграмі. Крім того показано, що перемикання можливе лише, коли напрямок частоти протилежний до напрямку полярності. В роботах [150, 151, 152] побудовано теоретичний опис процесу перемикання в рамках вказаної моделі гайзенбергівського маг-

нетика. При цьому показано, що перемикання вихору відбувається завдяки взаємодії його осердя із симетричною (радіальною) модою, яка збуджується внаслідок нелінійної взаємодії осердя вихору із азимутальною модою, яка у свою чергу резонансним чином збуджується магнітним полем. Нещодавно процес перемикання вихору під дією циркулярно та лінійно поляризованих полів досліджено за допомогою мікромагнітних (з урахуванням магнітостатичної взаємодії) моделювань [153]. Показано, що динаміка вихору під дією циркулярно поляризованого поля є відмінною від аналогічної динаміки в гайзенберґівській магнетиках [154]. Наразі теорія руху вихора в диску та його перемикання, яка б точно враховувала магнітостатичну взаємодію не розроблена. Дещо ширше це питання розглянуто в підрозділі 4.1.

Важливим моментом є те, що в усіх описаних методах механізм власне перемикання полярності є однаковим [143, 31]: (i) вихор зміщується із центру диску, (ii) в деякий момент поблизу вихору народжується пара вихор-антивихор з протилежною полярністю, (iii) щойно народжений антивихор анігілює зі старим вихором, залишається лише новий вихор, що має протилежну полярність. Питання перемикання вихору детально розглянуто в підрозділі 4.2.

4.1. Рух вихору в диску

Рух магнітного вихору в системі обмеженого розміру, найпростішим прикладом якої є диск, детально досліджувався в рамках моделі гайзенберґівського магнетика [90, 104, 155, 149, 154] без урахування магнітодипольної взаємодії. Проте в нещодавніх експериментальних та теоретичних роботах [107, 81, 106, 156, 108] було продемонстровано принциповість впливу магнітодипольної взаємодії на характер руху вихору виведеного з центру диску вихору. Ми наводимо рівняння руху вихору в нанодиску під впливом циркулярно поляризованого магнітного поля та відповідні результати мікромагнітних мо-

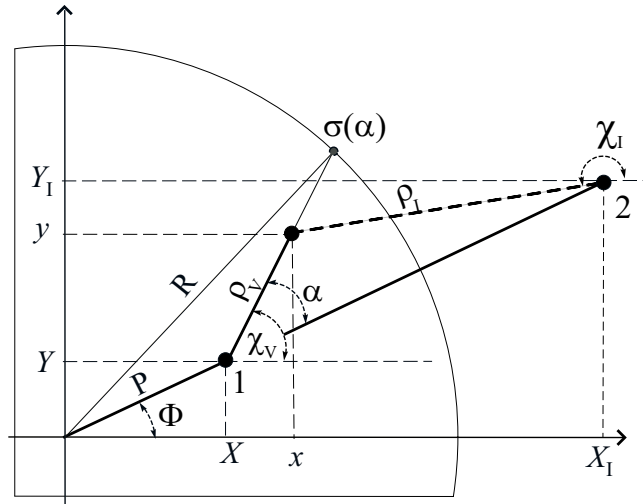


Рис. 4.1 Позначення в різних системах координат, в який описується рух вихору в диску. Точками 1 та 2 позначено відповідно положення вихору та його образу.

делювань.

Для опису руху вихора в диску ми користуватимемось моделлю з фіксованими межовими умовами (1.77), яка, як показано в [157, 107], добре описує гіротропну динаміку вихору поблизу центру диску. Положення вихору в диску задаватимемо полярними координатами (P, Φ) . При цьому в обчисленнях часто буває зручно користуватись координатами систем відліку, пов'язаних з вихором (ρ_v, χ_v) та його образом (ρ_I, χ_I) , див. Рис. 4.1. У вказаних позначеннях модель (1.77) набуває вигляду

$$\phi = \chi_v + \chi_I - \Phi + \pi/2. \quad (4.2)$$

При цьому зв'язок між координатами систем відліку пов'язаних з вихором та його образом є наступним

$$\begin{aligned} \chi_I(\rho_v, \chi_v) &= \pi + \Phi - \arcsin \left[\frac{\rho_v}{\rho_I(\rho_v, \chi_v)} \sin(\chi_v - \Phi) \right], \\ \rho_I(\rho_v, \chi_v) &= \sqrt{\rho_v^2 + \frac{(R^2 - P^2)^2}{P^2} - 2\rho_v \frac{R^2 - P^2}{P} \cos(\chi_v - \Phi)} \end{aligned} \quad (4.3)$$

4.1.1. Енергія вихора, зміщеного з центру диску. Почнемо з розрахунку приросту *обмінної* енергії $\Delta W_{ex}(P)$, яка виникає при зміщенні вихора на відстань P із центру диску. При $P \ll R$ та $r_v \ll R$ деформацією ядра вихору при зміщенні можна знехтувати, тому шуканий приріст обмінної енергії можна вважати рівним аналогічному приросту у випадку планарного вихору ($\cos \theta \equiv 0$), для якого з метою спрощення й проведемо розрахунок. Для вказаного випадку, відповідно до (1.5), густина обмінної енергії становить $U_{ex} = A(\nabla\phi)^2/2$. Підставивши сюди вигляд розподілу ϕ (4.2), та взявши до уваги (4.3), отримаємо

$$U_{ex}(\alpha, \rho) = \frac{A}{2} \frac{1}{\rho^2} \frac{(R^2 - P^2)^2 + 4P^2\rho^2 - 4P\rho(R^2 - P^2) \cos \alpha}{(R^2 - P^2)^2 + P^2\rho^2 - 2P\rho(R^2 - P^2) \cos \alpha}, \quad (4.4)$$

де введено позначення $\alpha = \chi_v - \Phi$, $\rho = \rho_v$, див. Рис. 4.1. Інтеграл для повної енергії $W_{ex} = \int_V U_{ex} dV$ розбігається через сингулярність густини U_{ex} в центрі вихору. Проте сумарна сила, що діє на вихор $\mathbf{F}_{ex} = -\partial W_{ex}/\partial \mathbf{P}$ є величиною скінченною:

$$\mathbf{F}_{ex} = -h \frac{\partial}{\partial \mathbf{P}} \int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^{\sigma(\alpha)} U_{ex}(\alpha, \rho) \rho d\rho = -2\pi h A \frac{\mathbf{P}}{R^2 - P^2}. \quad (4.5)$$

Тут величина $\sigma(\alpha) = -P \cos \alpha + \sqrt{R^2 - P^2 \sin^2 \alpha}$ позначає відстань від центру вихору до краю диска у напрямку кута α , див. Рис. 4.1. Тож, при зміщенні вихора із центру на нього діє напрямлена до центру сила \mathbf{F}_{ex} , що означає додатній приріст енергії (нормованої на величину $4\pi M_s^2 V$ задля обезрозмірення):

$$\Delta W_{ex} = -\frac{1}{4\pi M_s^2} \frac{1}{\pi R^2 h} \int_0^P \mathbf{F}_{ex} \cdot d\mathbf{P} = -\frac{l_{ex}^2}{R^2} \ln(1 - s^2), \quad (4.6)$$

де $s = P/R$ — відносне зміщення вихора. Аналогічний результат можна знайти в [105]. Для малих зміщень s енергія (4.6) набуває гармонічного вигляду

$\Delta W_{ex} \approx \frac{k_{ex}}{2} s^2$, де $k_{ex} = 2l_{ex}^2/R^2$.

Проведемо аналогічний розрахунок для приросту *магнітостатичної* енергії ΔW_d , що виникає при зміщенні планарного вихору із центру диску. Враховуючи (1.23) та (1.22), а також відсутність поверхневих магнітостатичних зарядів, отримуємо, що нормована магнітостатична енергія становить

$$\Delta W_d = \frac{1}{8\pi V} \int_V dV \int_{V'} dV' \frac{\lambda(\mathbf{r})\lambda(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}, \quad (4.7)$$

де $\lambda(\mathbf{r}) = -\nabla \cdot \mathbf{m}(\mathbf{r})$. Так як для моделі (4.2)

$$\begin{aligned} \lambda(r, \chi) &= \frac{2s}{R} f\left(\frac{r}{R}, s, \chi\right), \\ f(\xi, s, \chi) &= \frac{\xi \sin \chi}{\sqrt{s^2 + \xi^2 - 2s\xi \cos \chi} \sqrt{1 + s^2\xi^2 - 2s\xi \cos \chi}}, \end{aligned} \quad (4.8)$$

то енергію (4.7) можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} \Delta W_d &= \varepsilon F(\varepsilon, s) s^2, \\ F(\varepsilon, s) &= \frac{1}{\pi^2} \int_0^1 d\zeta \int_0^1 d\xi \int_0^1 d\xi' \int_0^{2\pi} d\chi \int_0^{2\pi} d\psi \frac{\xi\xi'(1-\zeta) f(\xi, s, \chi) f(\xi', s, \chi + \psi)}{\sqrt{\xi^2 + \xi'^2 - 2\xi\xi' \cos \psi + \varepsilon^2\zeta^2}}. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Для малих зміщень енергія (4.9) теж допускає гармонічне наближення $\Delta W_d \approx k_d s^2/2$, де $k_d = 2\varepsilon F(\varepsilon, 0)$, а величина $F(\varepsilon, 0)$ може бути записаною у вигляді

$$F(\varepsilon, 0) = 2 \int_0^\infty \frac{\varepsilon x - 1 + e^{-\varepsilon x}}{\varepsilon^2 x^2} \left[\int_0^1 \xi J_1(x\xi) d\xi \right]^2 dx. \quad (4.10)$$

Такий же результат було отримано в роботі [105], в якій також стверджується, що врахування позаплощинної структури вихору приведе до поправок в енергії W_d порядку $(l_{ex}/R)^3$.

Взявши до уваги відомий результат [158]

$$\int_0^\infty J_1(\xi x) J_1(\xi' x) dx = \begin{cases} \frac{2}{\pi \xi'} [\mathbf{K}(\xi'/\xi) - \mathbf{E}(\xi'/\xi)], & \xi' < \xi \\ \frac{2}{\pi \xi} [\mathbf{K}(\xi/\xi') - \mathbf{E}(\xi/\xi')], & \xi' > \xi, \end{cases}$$

неважко отримати, що $F(0, 0) = \frac{4}{3\pi} \int_0^1 [\mathbf{K}(x) - \mathbf{E}(x)] dx$. Тепер, маючи на увазі, що $\frac{d}{dx} \mathbf{E}(x) = [\mathbf{E}(x) - \mathbf{K}(x)]/x$, і, проводячи інтегрування частинами, отримуємо $F(0, 0) = \frac{2}{3\pi} (2\mathcal{K} - 1)$, де $\mathcal{K} = \frac{1}{2} \int_0^1 \mathbf{K}(x) dx \approx 0.916$ — константа Каталана. Таким чином, у наближенні нескінченно тонкого диску ($\varepsilon \rightarrow 0$) енергія (4.9) набуває простого аналітичного вигляду

$$\Delta W_d \approx \frac{2}{3\pi} (2\mathcal{K} - 1) \varepsilon s^2. \quad (4.11)$$

На Рис. 4.2 для дисків різної товщини порівнюються теоретично пораховані залежності приростів енергій від зміщення вихору з відповідними результатами мікромагнітних моделювань. Як видно з рисунку, для дисків з $\varepsilon \lesssim 0.1$ гармонічне наближення (4.11) із задовільною точністю відтворює точний результат (4.9).

4.1.2. Гіротропний рух та вплив на нього змінного поля. В попередньому пункті показано, що зміщенню вихора з центру диску відповідають додатні прирости магнітостатичної та обмінної енергій, що зумовлює виникнення напрямленої до центру диску ефективної сили $\mathbf{F}^{\text{cntr}} = 4\pi M_s^2 V (k_{ex} + k_d) \mathbf{P} / R^2$. Підставивши \mathbf{F}^{cntr} в рівняння Тіля (1.59) та зваживши на отримані в попередньому пункті значення k_{ex} і k_d , знайдемо, що частота гіротропного руху вихору при невеликому його зміщенні з центру диска становить

$$\Omega_G = \Omega_0 [\varepsilon F(\varepsilon, 0) + l_{ex}^2 / R^2], \quad (4.12)$$

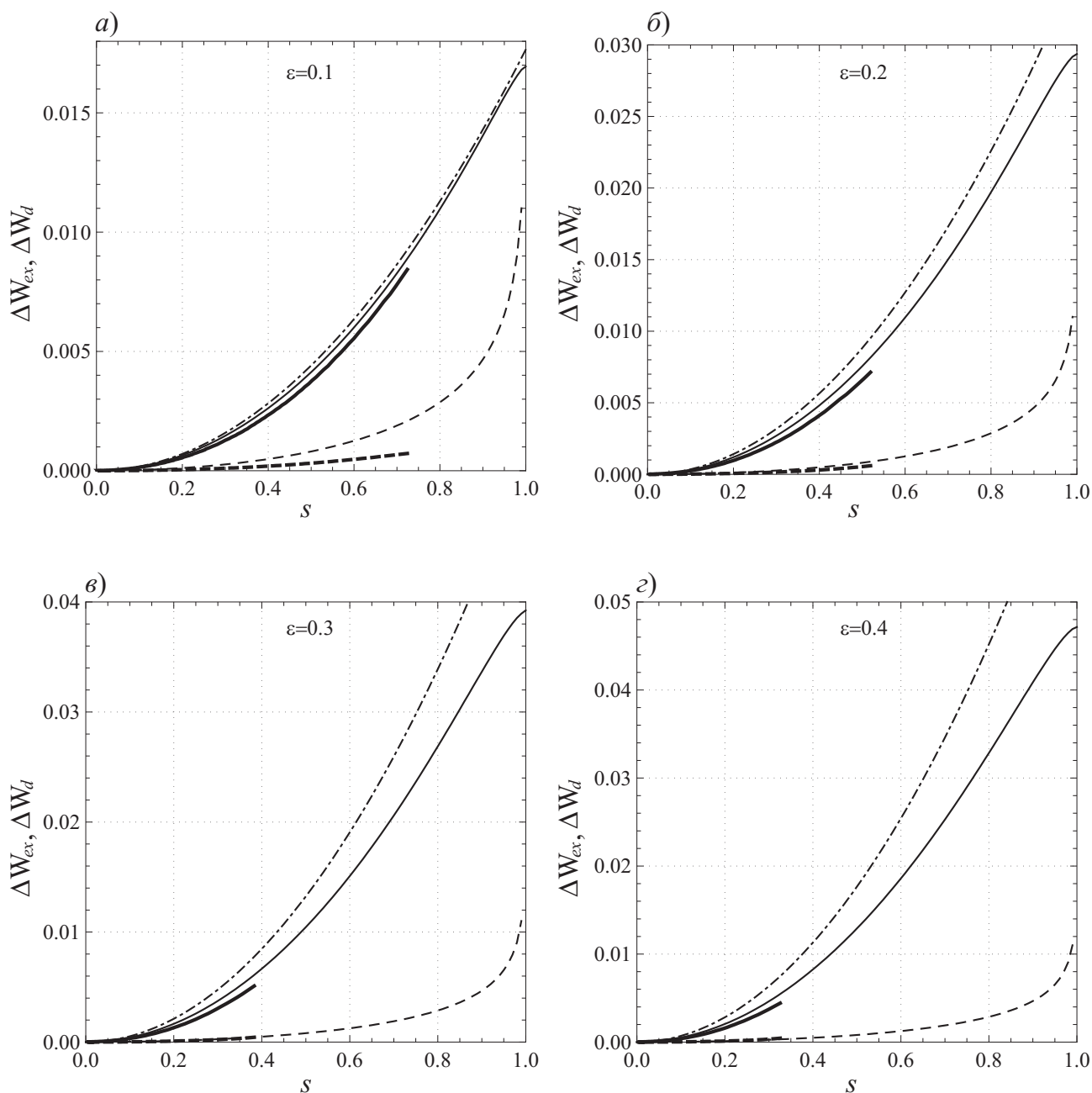


Рис. 4.2 Прирости енергій при зміщенні вихора для пермалоєвих дисків однакового радіусу $R = 100\text{nm}$, але різної товщини h : а) 10nm , б) 20nm , в) 30nm , г) 40nm . Суцільні лінії відповідають магнітостатичній енергії, штрихові — обмінній. Жирні лінії відповідають моделюванню, тонкі — теоретичному розрахунку: штрихова лінія — (4.6), суцільна лінія — (4.9). Штрих-пунктирною лінією показано гармонічне наближення (4.11).

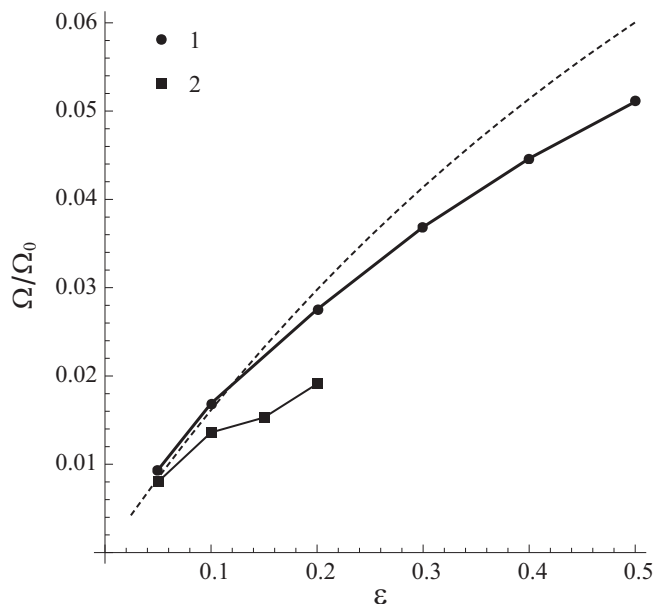


Рис. 4.3 Залежність гіротропної частоти від аспектного відношення. Штрихова лінія відповідає теоретичному розрахунку (4.12), точками 1 позначено результати, отримані з мікромагнітних моделювань, а точки 2 відповідають експериментальним даним [106].

де $\Omega_0 = 4\pi\gamma_0 M_s$ (для пермалою $\Omega_0 = 30.3\text{ГГц}$). При цьому вихор з вказаною частотою рухається по коловій траєкторії. При наявності тертя траєкторія являтиме собою логарифмічну спіраль, що прямує до центру. За малих аспектних відношень доцільніше використовувати менш громіздкий вираз для гіротропної частоти:

$$\Omega_G \approx \frac{2}{3\pi}(2\mathcal{K} - 1)\Omega_0\varepsilon. \quad (4.13)$$

Порівняння теоретичної залежності (4.12) з експериментальними даними та результатами моделювань наведено на Рис. 4.3. Як видно, у випадку малих аспектних відношень теоретичний розрахунок гарно відтворює результати чисельного та реального експериментів.

Більш точні значення гіротропної частоти отримувались із задачі про магنونні збурення на фоні основного вихрового стану [103, 81, 106, 156], де межові умови враховувались в більш точному вигляді (1.76), а гіротропний

рух вихору інтерпретувався як трансляційна голдстоунська мода з азимутальним хвильовим числом $m = \pm 1$ та радіальним $n = 0$. Як показано в роботах [81, 106, 156], частота вказаної моди лінійно залежить від аспектного відношення за малих значень останнього. Що цілком відповідає результату (4.13), отриманому в моделі з фіксованими межовими умовами.

Вплив циркулярно поляризованого зовнішнього поля (4.1) ускладнює спосіб руху вихору. Як показано в [154], наявність такого поля призводить до появи додаткової сили \mathbf{F}_{fld} , що діє на вихор

$$\mathbf{F}^{\text{fld}} = -\pi B M_s h \frac{R}{P} \left\{ \mathbf{P} \cos(\Phi - \omega t) + [\mathbf{P} \times \hat{\mathbf{z}}] \sin(\Phi - \omega t) \right\}. \quad (4.14)$$

Підставивши в рівняння Тіля (1.59) сили \mathbf{F}^{cntr} та \mathbf{F}_{fld} , отримаємо рівняння руху у вигляді

$$\frac{M_s}{\gamma_0} [\mathbf{G} \times \dot{\mathbf{P}}] + \mathbf{F}^{\text{cntr}} + \mathbf{F}^{\text{fld}} - \eta \dot{\mathbf{P}} = 0. \quad (4.15)$$

Зважаючи на те, що зазвичай $R \gg l_{ex}$, в силі \mathbf{F}^{cntr} доцільно враховувати лише магнітодипольну складову (1.79): $\mathbf{F}^{\text{cntr}} = \mathbf{F}_d$, а гіротропну частоту Ω_G для тонких дисків зручно обраховувати як (4.13).

Залежно від величини амплітуди поля B та співвідношення частот ω та Ω_G траєкторії руху вихора можуть набувати складних форм. На Рис. 4.4 показані приклади отриманих при мікромагнітних моделюваннях траєкторій для різних частот поля. Моделювання проводились для пермалоевого диску з $R = 66\text{нм}$ та $h = 20\text{нм}$ ($\Omega_G = 1.26\text{ГГц}$). Напрямок обертання поля при цьому був таким, що вектор частоти був антипаралельний полярності вихора.

Для дослідження складного руху вихору під дією змінного поля використовувався Фур'є аналіз. Так, Фур'є спектр від залежності $M_x(t)$ — сумарної намагніченості диску уздовж деякої фіксованої осі в площині диску — містить інформацію про характерні частоти руху, див. Рис. 4.5, а). На вказа-

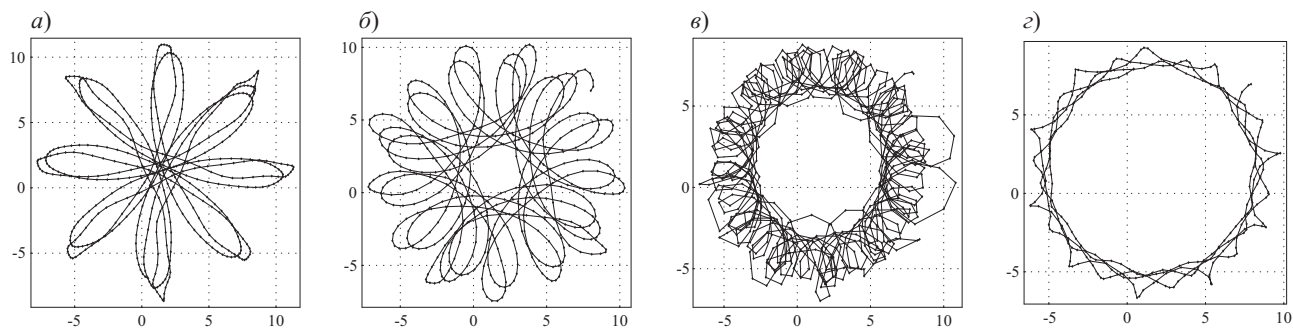


Рис. 4.4 Траєкторії руху вихора (розміри в нм) для різних частот поля: а) $\omega = 2\text{ГГц} = 1.58\Omega_G$, б) $\omega = 4\text{ГГц} = 3.16\Omega_G$, в) $\omega = 14\text{ГГц} = 11.08\Omega_G$, г) $\omega = 20\text{ГГц} = 15.82\Omega_G$. Амплітуда поля в усіх випадках однакова $B = 0.02T$ ($\frac{B}{2\pi M_s} \approx 0.0185$).

ному спектрі добре видно дві частоти: більша дорівнює частоті прикладеного поля (в даному випадку $\omega = 14\text{ГГц}$), менша близька до частоти гіротропного руху Ω_G .

З Рис. 4.5, б) видно що середня швидкість осердя вихору при його русі в диску становить $v \sim 10^2\text{м/с}$. Періодичний вплив змінного поля зумовлює відповідну періодичну зміну швидкості з амплітудою Δv , що визначається амплітудою та частотою поля. Для характеристик поля, що відповідають досліджуваній траєкторії (Рис. 4.4, в), $\Delta v \approx 50\text{м/с}$.

Варто зазначити, що при великих частотах поля вихор виходить на деякий граничний цикл, рухаючись при цьому по майже коловій траєкторії, див. Рис. 4.4, г). Частота його обертання при цьому приблизно рівна Ω_G і не залежить від частоти накачки ω , проте радіус граничного циклу збільшується при збільшенні ω . Очікується, що такий низькочастотний відгук є результатом взаємодії рухомого вихору та внутрішніх спінових мод диску, по аналогії із Гайзенбергівськими магнетиками [159, 154].

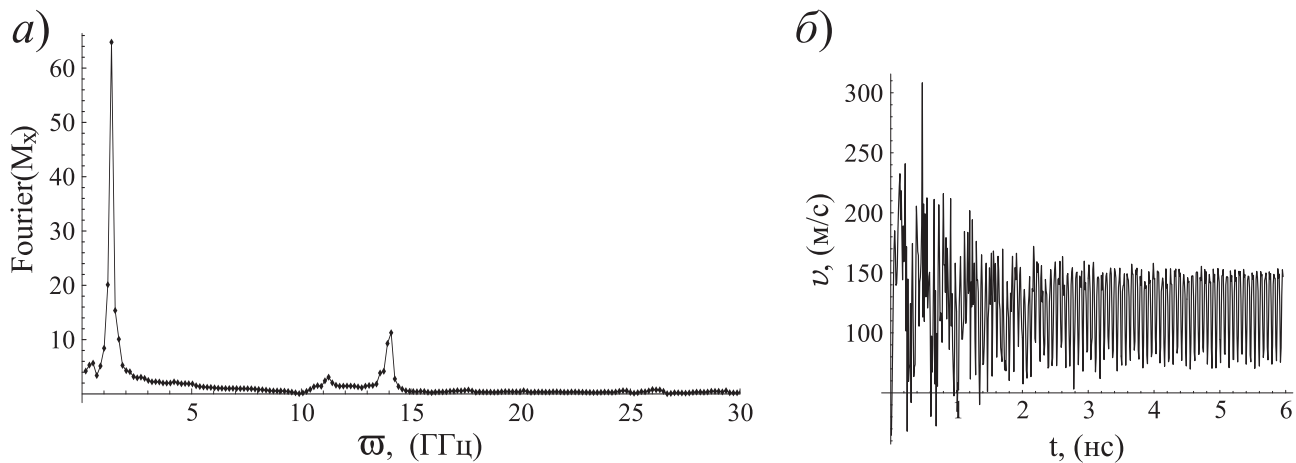


Рис. 4.5 Дослідження траєкторії вихора, представленої на Рис. 4.4, в): а) — Фур'є спектр від сумарної намагніченості диска уздовж осі x ; б) — зміна лінійної швидкості осердя вихору під час спостереження.

4.2. Перемикання полярності під дією поля

В розділі 2 описано вплив постійного поперечного магнітного поля на однорідний та вихровий стани диску. При цьому показано, що при деякому критичному значенні поля $B_s \sim 1.5\pi M_s$ відбувається перемикання полярності вихору, якщо початково вона була напрямлена проти поля. В Гайзенберґівських магнетиках аналогічний процес перемикання полярності під дією змінного поля (4.1) зводився до задачі з постійним поперечним полем [149]. Дійсно, якщо перейти до системи координат, що обертається разом з полем із частотою ω , то отримаємо статичне поле B у площині диску. Крім того, відповідно до теореми Лармора, виникне також ефективне перпендикулярне поле $B_{\perp} = \omega/\gamma_0$, що й спричинює перемикання полярності. Проте такий підхід неможливий у випадку реальних магнетиків з магнітостатичною взаємодією, див. пункт 4.2.1.

Власне сам процес перемикання та дослідження умов, при яких він відбувається описано в пункті 4.2.2.

4.2.1. Вплив змінного поля на основний стан диску. Задля перевірки можливості моделювання впливу змінного поля на основний стан

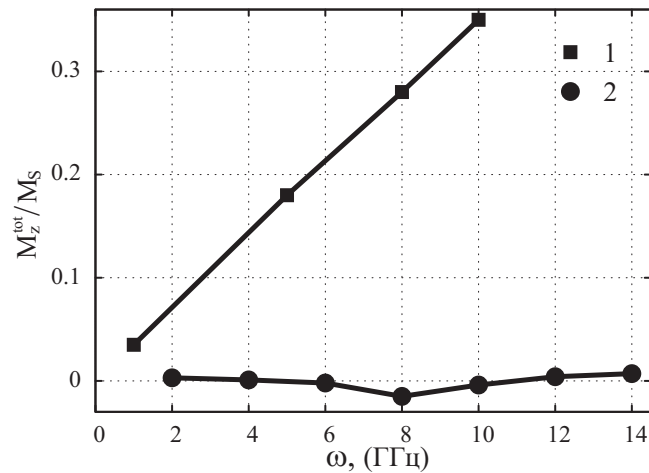


Рис. 4.6 Позаплощинна компонента намагніченості як функція частоти змінного поля: 1 — однорідно намагнічений диск у площині ($R = 40\text{нм}$, $h = 2\text{нм}$), 2 — нанодиск у вихровому стані ($R = 66\text{нм}$, $h = 20\text{нм}$). Амплітуда поля однакова $B = 0.05\text{Т}$.

ефективним поперечним постійним полем, ми провели ряд мікромагнітних моделювань для двох дисків різних розмірів, що відповідають різним основним станам: однорідній намагніченості у площині та вихровому стану. Отримана при цьому залежність сумарної поперечної компоненти намагніченості M_z^{tot} від частоти ω прикладеного поля (4.1) показана на Рис. 4.6. Як видно, для однорідного стану вказана залежність є лінійною: $M_z^{\text{tot}} = \omega/(4\pi\gamma_0)$, що відповідає впливові ефективного статичного поля B_{\perp} . Проте подібні аналогії не працюють для вихрового стану, де $M_z^{\text{tot}} \approx 0$, див. Рис. 4.6. Причина цьому є наступною. У гайзенбергівському магнетизму з вільними межовими умовами за допомогою переходу у просторі спінових змінних $\phi \rightarrow \tilde{\phi} = \phi + \omega t$ вдавалось отримати гамільтоніан, незалежний від часу. У реальному ж магнетизму скінчених розмірів модель вільних межових умов є незастосовною через наявність магнітодипольної взаємодії. Врахування останньої призводить до модифікації межових умов (1.76) [103, 102, 81, 101], що у свою чергу веде до ефекту залипання (pinning) [101] намагніченості біля бічної поверхні в режимі динаміки. Вказаний вплив магнітодипольної взаємодії можна наближено врахувати в більш простій моделі фіксованих межових умов (1.77), яка , як

показано в [157], добре описує гіротропну динаміку вихора в диску. Енергетична вигідність вихору, намагніченість якого під час динаміки залишається паралельною бічній поверхні, також слідує з моделі ефективної магнітодипольної анізотропії (див. додаток В). В рамках вказаної моделі магнітодипольна енергія для диску з плоскопаралельним розподілом намагніченості має вигляд

$$W_d \approx \pi R^2 h M_s^2 \int d^2x \left\{ \mathcal{A}(r) [1 - 3 \cos^2 \theta] + \mathcal{B}(r) \sin^2 \theta \cos 2(\phi - \chi) \right\}. \quad (4.16)$$

Для тонких нанодисків параметр легкоплощинної анізотропії $\mathcal{A}(r)$ є від'ємним і практично константою. Параметр анізотропії в площині $\mathcal{B}(r)$ є додатнім та сильно локалізованим поблизу бічної поверхні диску. Можна бачити, що для однорідно намагніченого диску в площині ($\phi = \text{const}$, $\theta = \pi/2$) другий доданок в (4.16) зникає після інтегрування і не робить внеску до енергії. Для вихорового стану

$$\cos \theta = pf \left(\frac{r}{l_{ex}} \right), \quad \phi = q\chi + \phi_0, \quad (4.17)$$

де $f(x)$ — локалізована функція, при $q \neq 1$ та довільному фіксованому ϕ_0 другий доданок в (4.16) при інтегруванні також зникає і робить нульовий вклад в енергію. Проте для випадку $q = 1$ вклад від другого доданку є від'ємним: енергія W_d мінімізується за умови $\cos 2\phi_0 = -1$, тобто при $\phi_0 = \pm\pi/2$. Таким чином, найменшу магнітодипольну енергію мають вихори, для яких $\phi = \chi \pm \pi/2$ в області локалізації функції $\mathcal{B}(r)$, тобто поблизу бічної поверхні.

Для того щоб для випадку фіксованих межових умов отримати незалежний від часу гамільтоніан треба, окрім вказаного переходу в просторі спінових змінних, зробити ще один перехід до системи, що обертається, в реальному просторі: $\chi \rightarrow \tilde{\chi} = \chi + \omega t$. Таким чином, в новій системі координат матимемо постійне поле \mathbf{B} в площині диску. Крім того, беручи до уваги,

що лагранжіан системи містить гіроскопічний доданок $\int d^2x(p - \cos \theta)\partial_t\phi$, то ларморівський та гіроскопічний доданки призведуть до появи в новій системі додаткової енергії [87]

$$\Delta W = \frac{M_s h \omega}{\gamma} \int d^2\tilde{x}(p - \cos \theta) \left(1 - \frac{\partial\tilde{\phi}}{\partial\tilde{\chi}} \right). \quad (4.18)$$

За відсутності вихору додаткова енергія (4.18) рівна енергії взаємодії з ефективним поперечним полем, $\Delta W = -B_\perp M_z^{\text{tot}}$, що означає появу ненульової перпендикулярної компоненти намагніченості M_z^{tot} , що і спостерігалось на моделюваннях, Рис. 4.6. За наявності вихору ситуація суттєво змінюється. Зокрема $\Delta W = 0$ для вихору, який знаходиться точно в центрі. Тому помітний вплив змінного поля на вихор слід очікувати при зміщенні останнього із центру диску, що і спостерігалось при подальших моделюваннях.

4.2.2. Процес перемикання полярності та його характеристики. Для вихору в диску з матеріальними параметрами пермалою та розмірами $R = 66\text{нм}$ та $h = 20\text{нм}$ було проведено біля сотні чисельних мікромагнітних моделювань динаміки намагніченості під впливом змінного поля (4.1) для різних значень B та ω при умові $p\omega < 0$. Для визначення положення центру вихора зручно користуватись способом, запропонованим в [143]. При цьому центр вихору визначався як точна перетину двох ізоліній $M_x = 0$ та $M_y = 0$. Ми також користувались своїм способом, визначаючи положення центру вихора як точку, що відповідає максимуму густини гіровектора (1.52). Спостерігаючи таким чином за динамікою вихору, останню, залежно від частоти накачки, можна умовно розділити на два режими. При $\omega \gtrsim \Omega_G$ вихор демонструє фінітний рух поблизу центру диска уздовж доволі складних траєкторій, див. Рис. 4.4, а), б). При $\omega \gg \Omega_G$ (за малою амплітуди B) рух вихора можна розглядати як суму двох складових: (i) гіротропного орбітального руху з частотою Ω_G , як у випадку без поля, та (ii) циклоїдальних

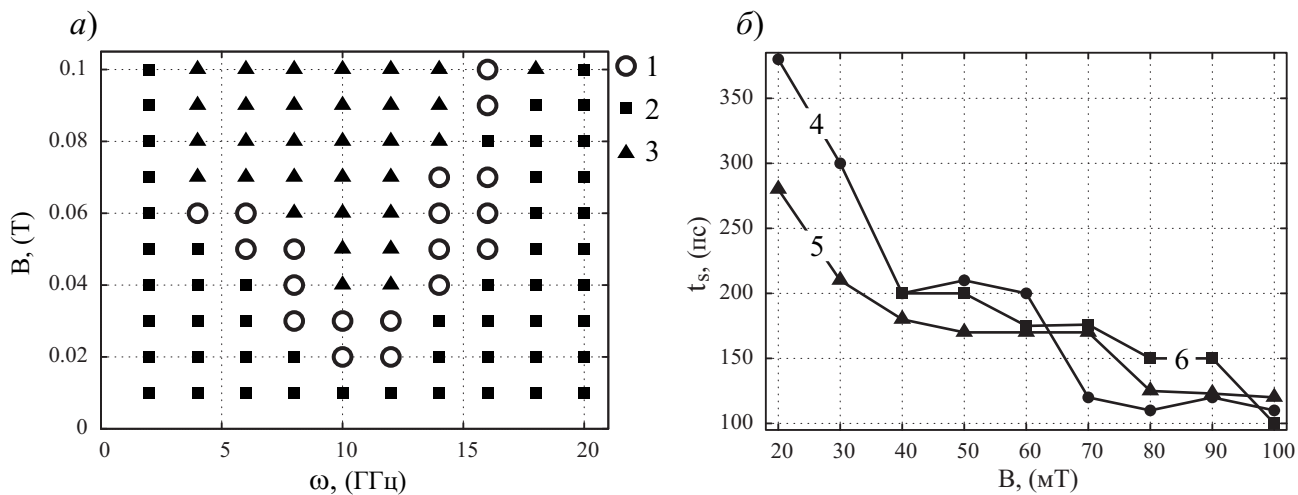


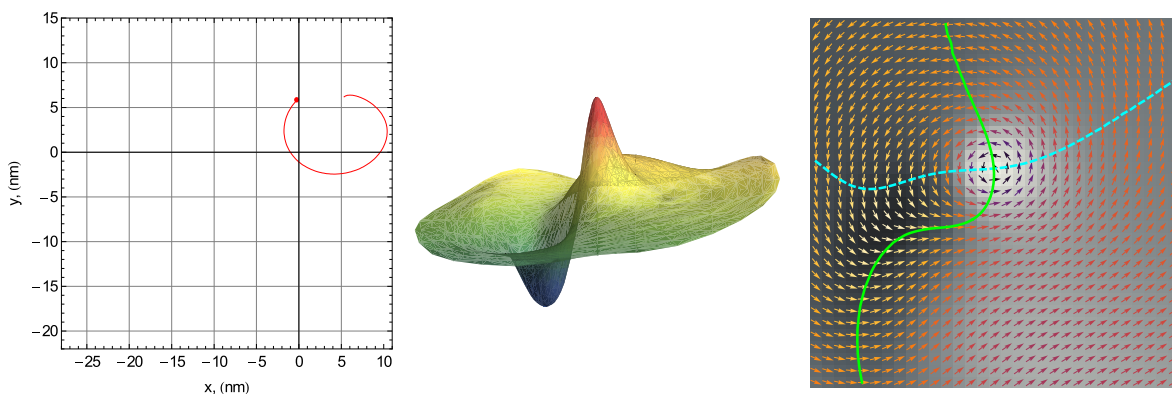
Рис. 4.7 Характеристики процесу перемикання полярності. а) діаграма параметрів поля, що відповідають: 1 — однонапрямленому перемиканню, 2 — відсутності перемикання, 3 — багатократному перемиканню. б) час перемикання. Різні лінії відповідають різним частотам: 4 — 10ГГц, 5 — 12ГГц, 6 — 14ГГц.

осциляцій, спричинених впливом поля, див. Рис. 4.4, в), г). Для $p\omega < 0$ напрямок руху у вказаних осциляціях співпадає з напрямком обертання поля, у той час як напрямок гіротропного орбітального руху і разом з ним усереднений напрямок руху вихору протилежний до напрямку обертання поля. Для більших амплітуд поля рух вихору стає більш складним і його усереднений рух може бути навіть протилежним до напрямку гіротропного обертання, саме такий випадок показано на Рис. 4.8 та 4.9.

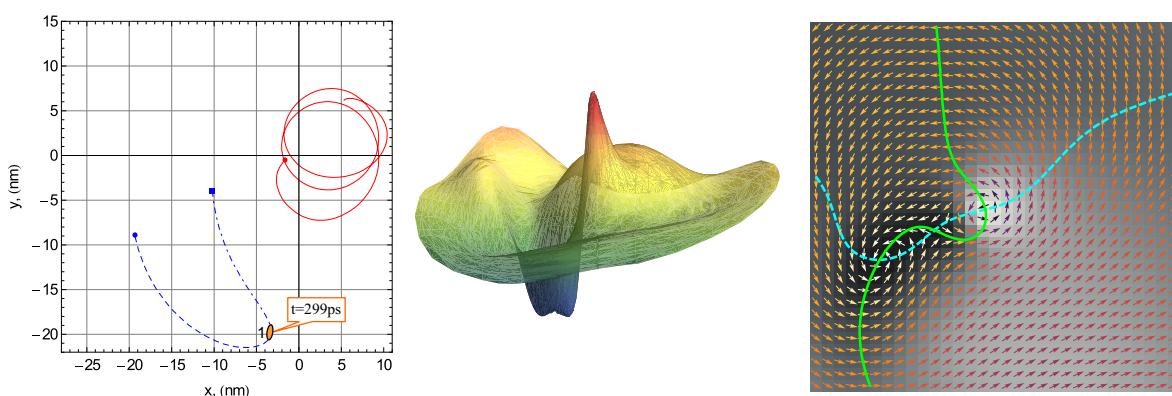
Нами було також з'ясовано, що однонапрямлене перемикання полярності вихора виникає лише в деякій області параметрів поля (ω, B) з мінімальним полем $B = 0.02$ Т, і відповідною йому частотою $\omega = 10$ ГГц, див. Рис. 4.7, а). Отримана діаграма перемикання полярності відрізняється від аналогічної діаграми для гайзенбергівських магнетиків, де ігнорувались нелокальні магнітостатичні ефекти, а вплив змінного поля (4.1) зводився до ефективного поперечного поля B_{\perp} . Таким чином, перемикання полярності вихору характеризувалось деяким порогом $B_{cr}(\omega)$, і могло виникати для будь-яких частот, якщо амплітуда поля перевищувала вказане порогове значення [150, 149]. Від-

повідно до проведених чисельних експериментів, перемикання полярності вихора в реальних наноточках виникає лише у відносно вузькій області частот та амплітуд поля. Якщо амплітуда поля не достатньо велика, вихор рухається без перемикання. У протилежному випадку сильного поля має місце багатократне перемикання полярності, в аналогії з [143, 160]. Якщо частота занадто мала або занадто велика, то перемикання також не виникає. Таким чином контрольований процес перемикання може бути експериментально здійснений лише для відносно вузької області параметрів поля (кружки на Рис. 4.7). Типовий час перемикання при цьому становить сотні пікосекунд і може бути зменшений шляхом збільшення амплітуди поля, Рис. 4.7, б).

Механізм власне перемикання полярності вихору в наночастинках є однаковим для усіх систем де таке перемикання спостерігалось [145, 146, 161, 162, 31, 163, 143, 160]. Вихор під дією зовнішнього впливу виводиться із центру диску. Під час такого руху збуджуються численні спінові коливання [164]. В основному присутні дві спінові моди: симетрична та антисиметрична [150, 149]. Завдяки неперервній накачці система переходить у нелінійний режим і поблизу ядра вихора формується «провал» — область, що має протилежну полярності початкового вихора позаплощинну компоненту намагніченості, див. Рис. 4.8, а). Коли амплітуда провалу досягає мінімуму ($M_z = -M_s$) народжується пара вихор-антивихор з полярностями, протилежними до полярності початкового вихору, див. Рис. 4.8, б). Вказаний процес появи пари зумовлений дією на провал внутрішніх гіросил, які виникають завдяки його руху на фоні вихорового розподілу $\phi = \chi + \text{const}$. Задля ілюстрації сказаного наведемо розрахунок розподілу гіросил, які діють на провал, що знаходиться на відстані \mathbf{R}^d від вихорового центру та рухається відносно нього зі швидкістю $\dot{\mathbf{R}}^d$. Для зменшення громіздкості розрахунків, вважатимемо, що $\mathbf{R}^d = (R^d, 0)$. Змодельовавши розподіл намагніченості в провалі як $\cos \theta_d(\rho, \chi) = -\exp\{-|\mathbf{R}^d - \boldsymbol{\rho}|^2/l_{ex}^2\}$, отримаємо, що при цьому розподіл

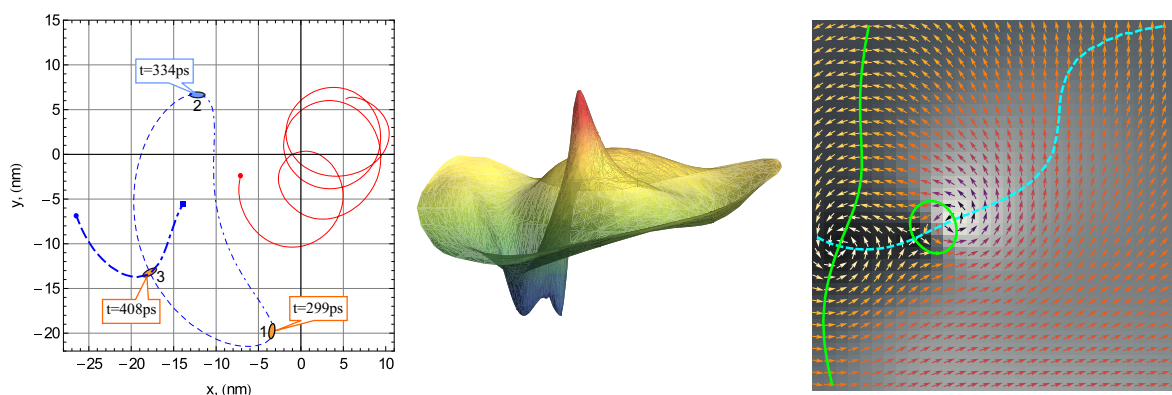


а) $t=110\text{пс}$: Під час спричиненого полем руху вихора поблизу останнього формується провал.

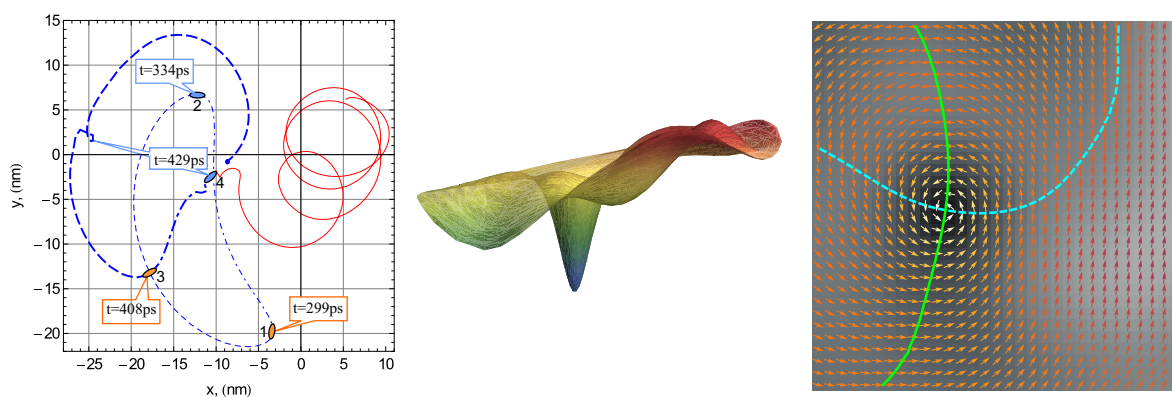


б) $t=320\text{пс}$: В області 1 з провалу народжується пара вихор-антивихор з протилежними до початкового вихору полярностями.

Рис. 4.8 Процес перемикання полярності вихору (початок). Ліворуч показані траєкторії вихорів: суцільна червона лінія відповідає початковому вихору, штрихова синя — новому вихору, штрих-пунктирна — новому антивихору. Праворуч показано розподіл намагніченості в площині диску, штрихова синя та суцільна зелена лінії відображають ізолінії $M_x = 0$ та $M_y = 0$ відповідно. Посередині позаплощинна компонента M_z (вона також показана праворуч градацією сірого). Параметри поля $B = 0.07\text{T}$, $\omega = 10\text{ГГц}$.



в) $t=420\text{пс}$: В області 2 щойно народжена пара вихор-антивихор анігілює, через деякий час в області 3 народжується нова пара.



г) $t=495\text{пс}$: Щойно народжений антивихор анігілює зі старим вихором в області 4 і залишається лише новий вихор з протилежною полярністю.

Рис. 4.9 Процес перемикання полярності вихору (продовження). Позначення та параметри такі ж як і на Рис. 4.8

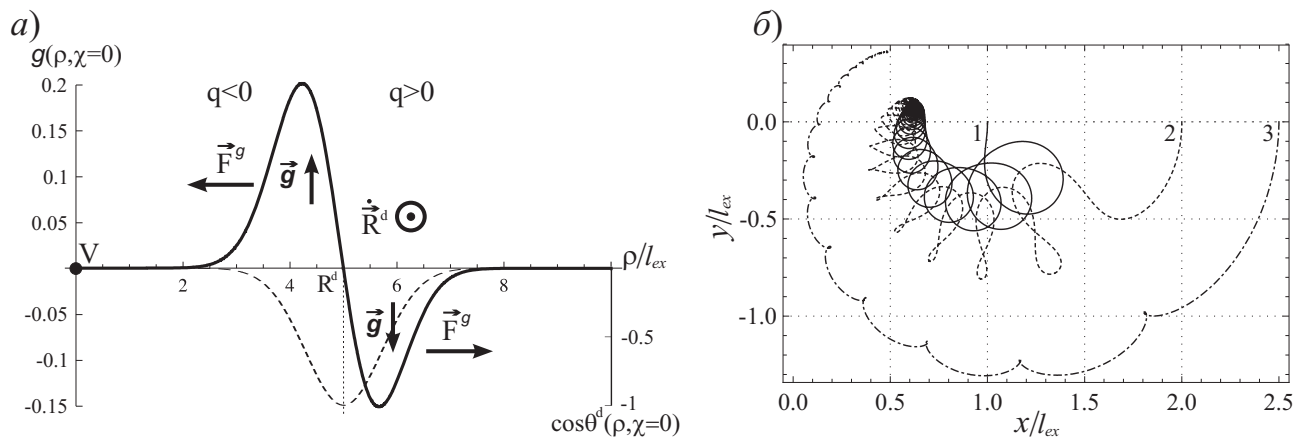


Рис. 4.10 Народження пари вихор-антивихор а) та подальший їх рух разом з початковим вихором б). На Рис. а) суцільною лінією показано розподіл $g(\rho, 0)$, а штриховою — $\cos \theta^d(\rho, 0)$, позначення див. в тексті. На Рис. б) показано чисельний розв'язок системи рівнянь (4.21), при цьому точки 1, 2, 3 позначають початкові положення відповідно старого вихору та новоутворених антивихора і вихора.

густини гіровектора відповідно до (1.65) має вигляд

$$\mathbf{g}(\rho, \chi) = -\frac{2\hat{z}}{l_{ex}^2} e^{-\frac{|\rho - \mathbf{R}^d|^2}{l_{ex}^2}} \left(1 - \frac{R^d}{\rho} \cos \chi \right).$$

Розподіли величин $g(\rho, 0)$ та $\cos \theta^d(\rho, 0)$ показано на Рис. 4.10, а), де для конкретизації взято $R^d = 5l_{ex}$. Положення ж початкового вихору позначено точкою V. З рисунку видно, що при русі провалу на читача гіросили $\mathbf{F}^g = M_s/\gamma_0 h [\mathbf{g} \times \dot{\mathbf{R}}^d]$ розриватимуть провал на дві частини. Причому полярність тієї його частини, що знаходиться далі від початкового вихору, співпадає з напрямком \mathbf{g} , що відповідає вихору ($q > 0$), а в тій частині, що ближче до вихора, навпаки — полярність протилежна до \mathbf{g} , що відповідає антивихору ($q < 0$).

Варто зазначити, що якби провал рухався у протилежну сторону, то гіросили \mathbf{F}^g на рисунку теж мали б протилежний напрямок, що призвело б до зникнення провалу. Так як напрямок руху провалу визначається напрямком обертання поля (4.1), то наведена модель якісно пояснює, чому перемикання

полярності відбувається лише при певному напрямку обертання поля ($\omega p < 0$).

З наведеного якісного опису процесу народження пари вихор-антивихор варто відзначити дві особливості: (i) антивихор завжди народжується ближче до початкового вихору, (ii) гіросили, що спричинили утворення пари, надають вихору та антивихору початкові швидкості, напрямлені протилежно одна одній, причому швидкість антивихора завжди напрямлена в бік початкового вихору.

Між утвореними таким чином трьома збуреннями існують сили взаємодії обмінного характеру (1.68). Крім того, завдяки фіксованості межових умов, виникають пропорційні до зміщення сили \mathbf{F}_d в основному магнітостатичної природи (1.79) (див. також пункт 4.1.1). Тут варто зробити два зауваження: (i) модель фіксованих межових умов (1.77) може бути розширеною на більшу кількість вихорів(антивихорів)

$$\phi = \sum_i \{q_i \arg[\zeta - Z_i] + \arg[\zeta - Z_{Ii}] - \arg Z_i\} \pm \pi/2, \quad (4.19)$$

лише, коли кількість антивихорів ($q = -1$) в диску на одиницю менша за кількість вихорів ($q = +1$), (ii) в моделі (4.19) сила \mathbf{F}_d , що діє на i -й вихор(антивихор) становить

$$\mathbf{F}_{di} = -2\pi \frac{M_s}{\gamma_0} h \Omega_G q_i \sum_j q_j \mathbf{P}_j. \quad (4.20)$$

Варто відмітити, що сила \mathbf{F}_d , яка діє на вихор завжди напрямлена, до центру диска, а відповідна сила, що діє на антивихор, — у протилежний бік.

Таким чином динаміку трійки вказаних збурень можна описати за до-

помогою наступної системи рівнянь руху

$$\frac{M_s}{\gamma_0} \left[\mathbf{G}_i \times \dot{\mathbf{P}}_i \right] + \mathbf{F}_{di} + \mathbf{F}_i^{\text{fld}} + 2\pi Ahq_i \sum_{j \neq i} q_j \frac{\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_j}{|\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_j|^2} - \eta \dot{\mathbf{P}}_i = 0. \quad (4.21)$$

Її чисельний розв'язок для певних початкових положень трійки показано на Рис. 4.10, б).

В обмінному наближенні пара вихор-антивихор однакової полярності здійснює колінеарний Кельвінівський рух [165]. Якщо при цьому народження пари відбулося далеко від початкового вихору, то новоутворені вихор та антивор за рахунок, тертя та магнітостатичних сил \mathbf{F}_d поступово зближуються і анігілюють між собою, як це показано на Рис. 4.9, в). Так як новоутворена пара представляє собою топологічно тривіальне ($\mathbb{Q} = 0$) утворення, то процеси його народження та анігіляції не є високоенергетичними. Але якщо народження пари відбулось достатньо близько до початкового вихору, то початковий вихор та антивихор можуть сформувати топологічно нетривіальну ($\mathbb{Q} = 1$) пару що здійснює обертальний рух навколо певного центру, утворюючи вихровий диполь [166]. Ця пара топологічно еквівалентна солітону Белавіна-Полякова [167], і при неперервному розподілові намагніченості є стійкою. Проте в дискретній системі радіус такого солітона, тобто відстань між вихором та антивихором, швидко зменшується практично без втрати енергії, і коли стає рівною міжатомній відстані, відбувається анігіляція [166]. Процес анігіляції супроводжується інтенсивним випромінюванням спінових хвиль, що зумовлено зміною топологічних властивостей системи. Описаному сценарію відповідає Рис. 4.9, г).

4.3. Заключні висновки до розділу

В даному розділі в рамках моделі колективних змінних та моделі фіксованих межових умов досліджено гіротропну динаміку вихору поблизу цен-

тру диску. Хоча ця задача розв'язувалась раніше [157, 107, 108], нам вперше вдалось отримати *точний* аналітичний вираз для гіротропної частоти Ω_G у наближенні тонкого диску.

Досліджено вплив змінного зовнішнього магнітного поля, що обертається у площині диску на гіротропний рух вихору. Використовуючи мікромагнітні моделювання, показано, що інтенсивність взаємодії вказаного поля з вихором розподілом намагніченості залежить від взаємної орієнтації вектора частоти та полярності вихору: при їх протилежній орієнтації ($\omega p < 0$), взаємодія значно інтенсивніша та може призвести до перемикання полярності вихора. Вперше побудовано діаграму перемикання полярності вихора під дією змінного поля кругової поляризації з урахуванням магнітодипольної взаємодії для $\omega > \Omega_G$, див. Рис. 4.7, а). Показано, що однонапрямленому перемиканню відповідає обмежена в обох напрямках область на площині (частота поля, амплітуда поля). Це принципово відрізняє отриману діаграму від аналогічної діаграми перемикання, отриманої для гайзенбергівського магнетика [149, 150].

З'ясовано, що час перемикання становить $t_s \sim 10^{-10}$ с. та залежить від амплітуди прикладеного поля: зменшується при збільшенні останньої, див. Рис. 4.7, б).

Описане в даному розділі явище однонапрямленого перемикання полярності вихору циркулярно поляризованим полем спостерігалось нещодавно експериментально [33]. Слід відмітити якісну відповідність наведеного теоретичного опису вказаним експериментальним результатам. Відмінності в чисельних значеннях параметрів поля пояснюються суттєвою різницею гіротропних частот для експериментальних та теоретично досліджуваних зразків.

Аналогічне явище перемикання полярності вихора в циркулярно поляризованому полі для $\omega < \Omega_G$ було нещодавно теоретично описано в [153]. У вказаній роботі отримано, що однонапрямлене перемикання відбувається при

протилежному напрямку обертання поля: $\omega p > 0$. Цей висновок суперечить не лише отриманим в даному розділі результатам, а й експериментальним даним [33], тому потребує додаткової перевірки.

ВИСНОВКИ

В даній дисертаційній роботі в рамках феноменологічної моделі Ландау-Ліфшиця-Гільберта проведено теоретичне дослідження властивостей вихрового стану наномагнетиків симетричної форми. Зокрема з'ясовано області розмірів нанокілець, для яких вихровий стан є основним. Продемонстровано наявність проміжного вихрового стану та описано фазовий перехід між проміжним та планарним вихорами. Оцінено мінімальні розміри нанодисків та нанокілець, при яких вихровий стан є основним. Досліджено поведінку різних станів намагніченості нанодиску в зовнішньому поперечному полі з урахуванням магнітодипольної взаємодії. Описано процес перемикання полярності вихору в тонких дисках.

На прикладі симетричних наночастинок продемонстровано можливість наближеного врахування магнітодипольної взаємодії шляхом заміни останньої деякою ефективною неоднорідною анізотропією. Вказаний метод застосовано для визначення рівноважного розподілу намагніченості за умови слабкої обмінної взаємодії для плоских кутів та наноточок у формі правильних багатокутників. В рамках вказаного методу зроблено оцінку розмірів неоднорідностей намагніченості поблизу нерівностей бічних поверхонь, що мають форму кутів.

В рамках моделі колективних змінних та моделі фіксованих межових умов досліджено гіротропну динаміку вихору поблизу центру диску та вплив змінного зовнішнього магнітного поля, що обертається у площині диску на гіротропний рух вихору. Використовуючи мікромагнітні моделювання, показано, що інтенсивність взаємодії вказаного поля з вихровим розподілом намагніченості залежить від взаємної орієнтації вектора частоти та полярності вихору: при їх протилежній орієнтації ($\omega p < 0$), взаємодія значно інтенсив-

ніша та може призвести до перемикання полярності вихора. Вперше побудовано діаграму перемикання полярності вихора під дією змінного поля кругової поляризації з урахуванням магнітодипольної взаємодії для $\omega > \Omega_G$, див. Рис. 4.7, а). Показано, що однонаправленому перемиканню відповідає обмежена в обох напрямках область на площині (частота поля, амплітуда поля). Це принципово відрізняє отриману діаграму від аналогічної діаграми перемикання, отриманої для гайзенбергівського магнетика [149, 150]. З'ясовано, що час перемикання становить $t_s \sim 10^{-10}$ с. та залежить від амплітуди прикладеного поля: зменшується при збільшенні останньої, див. Рис. 4.7, б).

Основні оригінальні результати можуть бути коротко сформульовані у наступній формі:

1. Вихровий стан нанокілець є основним, якщо зовнішній радіус не перевищує деякого критичного значення, що визначається матеріальними параметрами та співвідношенням геометричних розмірів.
2. При збільшенні внутрішнього радіусу кільця величина позаплощинної компоненти осердя вихору швидко зменшується і при досягненні деякого критичного значення, яке залежить від товщини кільця, відбувається перехід до планарного вихору.
3. Існує певна область розмірів дисків, близьких до межі переходу між однодоменним та вихровим станами, які під дією зовнішнього поперечного поля можуть змінити свій основний стан з однодоменного на вихровий.
4. Під впливом однорідного магнітного поля, що рівномірно обертається у площині диску, є можливим перемикання полярності вихору. Однонаправленому, контрольованому процесу перемикання відповідає обмежена в обох напрямках область частоти та амплітуди поля.

Дослідження, що лягли в основу даної дисертації, проведено у співавторстві з кандидатом фіз.-мат. наук, доцентом Д.Д. Шекою, доктором фіз.-мат. наук, професором Ю.Б. Гайдідеєм та професором Ф.Г. Мертенсом.

На завершення хочу висловити подяку Денису Дмитровичу Шеці за чуйне керівництво даною дисертаційною роботою.

ДОДАТКИ

Додаток А

Розрахунок ефективної магнітодипольної анізотропії

Нижче показано, що з магнітостатичної енергії зразка виявляється можливим виділити локальну по намагніченості частину, що має вигляд неоднорідної анізотропії. Розподіл вказаної ефективної анізотропії у зразку визначається формою та розмірами його поверхні. При повільній зміні намагніченості, енергія такої ефективної магнітодипольної анізотропії становить основну частину магнітостатичної енергії зразка.

Відповідно до (1.14) та (1.13) мікроскопічна магнітостатична енергія магнетика становить

$$U'_d = \frac{M_s^2 a_0^6}{2} \sum_{\substack{n,l \\ n \neq l}} \left[\frac{\mathbf{m}_n \cdot \mathbf{m}_l}{r_{nl}^3} - 3 \frac{(\mathbf{m}_n \cdot \mathbf{r}_{nl})(\mathbf{m}_l \cdot \mathbf{r}_{nl})}{r_{nl}^5} \right]. \quad (\text{A.1})$$

Тут \mathbf{m}_n , як і раніше, одиничний вектор в напрямку магнітного моменту атома, що знаходиться в n -й комірці 3-вимірної ґратки: $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$. Також введено позначення $\mathbf{r}_{ln} \equiv \mathbf{r}_n - \mathbf{r}_l$, а подвійне сумування проводиться по всіх магнітних атомах магнетика.

Головне наше припущення полягатиме в тому, що намагніченість \mathbf{m} залежить лише від координат x та y , що цілком справедливо для магнітних пластин, товщина яких не перевищує кількох обмінних довжин.

Ввівши векторні індекси $\boldsymbol{\nu} = (n_x, n_y)$ та $\boldsymbol{\lambda} = (l_x, l_y)$, та скориставшись

ПОЗНАЧЕННЯМИ

$$\begin{aligned} \frac{x_{nl}}{a_0} &= n_x - l_x, & \frac{y_{nl}}{a_0} &= n_y - l_y, & \frac{z_{nl}}{a_0} &= n_z - l_z, \\ \rho_{\nu\lambda} &= \sqrt{x_{nl}^2 + y_{nl}^2}, & r_{nl} &= \sqrt{\rho_{\nu\lambda}^2 + z_{nl}^2}, \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

магнітостатичну енергію (A.1) можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} U'_d &= \frac{M_s^2 a_0^6}{2} \sum_{\substack{\mathbf{n}, \mathbf{l} \\ r_{nl} \neq 0}} \left\{ \frac{(\mathbf{m}_n \cdot \mathbf{m}_l)}{r_{nl}^3} - \frac{3m_n^z m_l^z z_{nl}^2}{r_{nl}^5} - \frac{6}{r_{nl}^5} m_n^z z_{nl} (m_l^x x_{nl} + m_l^y y_{nl}) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{3}{r_{nl}^5} (m_n^x x_{nl} + m_n^y y_{nl}) (m_l^x x_{nl} + m_l^y y_{nl}) \right\} = \\ &= M_s^2 a_0^6 \sum_{\substack{\nu, \lambda \\ \rho_{\nu\lambda} \neq 0}} \left\{ m_\nu^z m_\lambda^z K_z(\rho_{\nu\lambda}) + (m_\nu^x m_\lambda^x + m_\nu^y m_\lambda^y) K_1(\rho_{\nu\lambda}) - \right. \\ &\quad \left. - (m_\nu^x x_{\nu\lambda} + m_\nu^y y_{\nu\lambda}) (m_\lambda^x x_{\nu\lambda} + m_\lambda^y y_{\nu\lambda}) K_2(\rho_{\nu\lambda}) \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Тут ми скористались очевидними співвідношеннями $x_{nl} = x_{\nu\lambda}$ та $y_{nl} = y_{\nu\lambda}$. А також співвідношеннями $\mathbf{m}_n = \mathbf{m}_\nu$, $\mathbf{m}_l = \mathbf{m}_\lambda$, які є записом зробленого припущення про незалежність намагніченості від z -ї координати, що також дало нам можливість перейти до сумування по 2-вимірній ґратці. Інформація ж про початкову 3-вимірну структуру системи міститься у ядрах K_1 , K_2 та K_z :

$$\begin{aligned} K_1(s) &= \frac{1}{2} \sum_{n_z, l_z} \frac{1}{(s^2 + z_{nl}^2)^{3/2}}, & K_2(s) &= \frac{3}{2} \sum_{n_z, l_z} \frac{1}{(s^2 + z_{nl}^2)^{5/2}}, \\ K_z(s) &= \frac{1}{2} \sum_{n_z, l_z} \frac{s^2 - 2z_{nl}^2}{(s^2 + z_{nl}^2)^{5/2}}. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Беручи до уваги, що

$$m_\nu^x m_\lambda^x x_{\nu\lambda}^2 + m_\nu^y m_\lambda^y y_{\nu\lambda}^2 = \frac{1}{2} \rho_{\nu\lambda}^2 (m_\nu^x m_\lambda^x + m_\nu^y m_\lambda^y) + \frac{1}{2} (x_{\nu\lambda}^2 - y_{\nu\lambda}^2) (m_\nu^x m_\lambda^x - m_\nu^y m_\lambda^y),$$

магнітостатичну енергію можна представити в більш симетричному вигляді

$$U'_d = -\frac{M_s^2 a_0^6}{2} \sum_{\substack{\nu, \lambda \\ \rho_{\nu\lambda} \neq 0}} \left\{ K_z(\rho_{\nu\lambda}) (\mathbf{m}_\nu \cdot \mathbf{m}_\lambda - 3m_\nu^z m_\lambda^z) + \right. \\ \left. + K_2(\rho_{\nu\lambda}) (x_{\nu\lambda}^2 - y_{\nu\lambda}^2) (m_\nu^x m_\lambda^x - m_\nu^y m_\lambda^y) + \right. \\ \left. + 2K_2(\rho_{\nu\lambda}) x_{\nu\lambda} y_{\nu\lambda} (m_\nu^x m_\lambda^y + m_\nu^y m_\lambda^x) \right\}. \quad (\text{A.5})$$

Тепер, скориставшись співвідношенням

$$\sum_{n,l} C_{ln} m_n m_l = \sum_n \mathcal{C}_n m_n^2 - \frac{1}{2} \sum_{n,l} C_{nl} (m_n - m_l)^2, \quad \mathcal{C}_n = \sum_l C_{nl},$$

що є справедливим при $C_{nl} = C_{ln}$, магнітостатичну енергію (A.5) можна представити у вигляді суми локальної та нелокальної по намагніченості складових $U'_d = U'_d{}^{\text{loc}} + \Delta U'_d$, де локальна частина становить

$$U'_d{}^{\text{loc}} = -\frac{M_s^2 a_0^6}{2} \sum_\nu \left\{ A_\nu [(\mathbf{m}_\nu)^2 - 3(m_\nu^z)^2] + B_\nu [(m_\nu^x)^2 - (m_\nu^y)^2] + 2C_\nu m_\nu^x m_\nu^y \right\}, \quad (\text{A.6})$$

а нелокальна по намагніченості поправка має вигляд

$$\Delta U'_d = \frac{M_s^2 a_0^6}{4} \sum_{\substack{\nu, \lambda \\ \rho_{\nu\lambda} \neq 0}} \left\{ K_z(\rho_{\nu\lambda}) [(\mathbf{m}_\nu - \mathbf{m}_\lambda)^2 - 3(m_\nu^z - m_\lambda^z)^2] + \right. \\ \left. + K_2(\rho_{\nu\lambda}) (x_{\nu\lambda}^2 - y_{\nu\lambda}^2) [(m_\nu^x - m_\lambda^x)^2 - (m_\nu^y - m_\lambda^y)^2] + \right. \\ \left. + 4K_2(\rho_{\nu\lambda}) x_{\nu\lambda} y_{\nu\lambda} [(m_\nu^x - m_\lambda^x) (m_\nu^y - m_\lambda^y)] \right\}. \quad (\text{A.7})$$

Тут коефіцієнти A_ν , B_ν та C_ν визначаються як

$$A_\nu = \sum_{\substack{\lambda \\ r_{nl} \neq 0}} K_z(\rho_{\nu\lambda}) = \frac{1}{2} \sum_{\substack{\lambda \\ r_{nl} \neq 0}} \sum_{n_z, l_z} \frac{\rho_{\nu\lambda}^2 - 2z_{nl}^2}{(\rho_{\nu\lambda}^2 + z_{nl}^2)^{5/2}}, \quad (\text{A.8a})$$

$$B_\nu = \sum_{\substack{\lambda \\ r_{nl} \neq 0}} K_2(\rho_{\nu\lambda}) (x_{\nu\lambda}^2 - y_{\nu\lambda}^2) = \frac{3}{2} \sum_{\substack{\lambda \\ r_{nl} \neq 0}} \sum_{n_z, l_z} \frac{x_{\nu\lambda}^2 - y_{\nu\lambda}^2}{(\rho_{\nu\lambda}^2 + z_{nl}^2)^{5/2}}, \quad (\text{A.8b})$$

$$C_\nu = \sum_{\substack{\lambda \\ r_{nl} \neq 0}} K_2(\rho_{\nu\lambda}) 2x_{\nu\lambda} y_{\nu\lambda} = \frac{3}{2} \sum_{\substack{\lambda \\ r_{nl} \neq 0}} \sum_{n_z, l_z} \frac{2x_{\nu\lambda} y_{\nu\lambda}}{(\rho_{\nu\lambda}^2 + z_{nl}^2)^{5/2}}. \quad (\text{A.8c})$$

Зробивши перехід до неперервного розподілу намагніченості

$$\mathbf{m}(\mathbf{r}) = \sum_{\nu} \mathbf{m}_\nu \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_\nu),$$

можна отримати наступний вираз для локальної частини магнітостатичної енергії (A.6)

$$U_d = \pi M_s^2 h \int dx dy \left\{ \mathcal{A}(x, y) [1 - 3 \cos^2 \theta(x, y)] + \right. \\ \left. + \sin^2 \theta(x, y) \operatorname{Re} [\mathcal{B}(x, y) e^{2i[\phi(x, y) - \chi]}] \right\}. \quad (\text{A.9})$$

Тут h — товщина пластини, кути $\theta(x, y)$ та $\phi(x, y)$, як і раніше, визначають напрямок намагніченості у даній точці. Задля компактності запису разом з декартовими координатами (x, y) у площині пластини, ми також використовуємо полярні координати: $\chi = \operatorname{arctg}(y/x)$, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Вираз (A.9) можна інтерпретувати, як енергію деякої неоднорідної анізо-

тропії, коефіцієнти \mathcal{A} та \mathcal{B} якої визначаються наступним чином

$$\mathcal{A}(x, y) = -\frac{2}{3} - \frac{a_0}{12h} \left[8\Theta_+(h) + 3 + \frac{3a_0^3}{(a_0^2 + h^2)^{3/2}} \right] + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\alpha \left[\frac{\sqrt{P^2 + h^2} - P}{h} + \frac{a_0}{\sqrt{P^2 + h^2}} + \frac{a_0^2}{4Ph} + \frac{a_0^2 P^2}{4h(P^2 + h^2)^{3/2}} \right], \quad (\text{A.10a})$$

$$\mathcal{B}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mathcal{F}(P, h) e^{-2i\alpha} d\alpha, \quad (\text{A.10b})$$

$$\mathcal{F}(P, h) = \frac{P - \sqrt{P^2 + h^2}}{h} - 2 \left(1 + \frac{a_0}{h} \right) \ln \frac{\sqrt{P^2 + h^2} - h}{P} + \frac{a_0}{\sqrt{P^2 + h^2}} + \frac{3a_0^2}{4Ph} + \frac{a_0^2}{4h} \frac{3P^2 + 2h^2}{(P^2 + h^2)^{3/2}}, \quad (\text{A.10c})$$

Тут величина $P = P(x, y; \alpha)$ позначає відстань від точки (x, y) до бічної поверхні зразка у напрямку кута α , який вимірюється в додатному напрямку від вектора \mathbf{r} . Функція Хевісайда $\Theta_+(x)$ дорівнює одиниці для усіх додатних x та нулю для $x \leq 0$.

В граничному випадку суттєво двовимірної системи, коли $h \rightarrow 0$ (мошар магнітних атомів), матимемо

$$U_d^{h=0} = \pi M_s^2 a_0 \int dx dy \left\{ \mathcal{A}^{h=0}(x, y) [1 - 3 \cos^2 \theta] + \sin^2 \theta \operatorname{Re} \left[\mathcal{B}^{h=0}(x, y) e^{2i(\phi - \chi)} \right] \right\},$$

$$\mathcal{A}^{h=0}(x, y) = -\frac{1}{2} + \frac{a_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\alpha}{P}, \quad \mathcal{B}^{h=0}(x, y) = \frac{3a_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{e^{-2i\alpha} d\alpha}{P}. \quad (\text{A.11})$$

На практиці ж більш важливим є інший граничний випадок $h \gg a_0$. У цьому випадку локальна по намагніченості частина магнітостатичної енергії визначається виразом (A.9), а коефіцієнти анізотропії можуть бути записаними у

більш простому вигляді

$$\mathcal{A}(x, y) \approx \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\alpha \frac{\sqrt{P^2 + h^2} - P}{h} - \frac{2}{3}, \quad (\text{A.12a})$$

$$\mathcal{B}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mathcal{F}(P, h) e^{-2i\alpha} d\alpha, \quad (\text{A.12b})$$

$$\mathcal{F}(P, h) \approx \frac{P - \sqrt{P^2 + h^2}}{h} - 2 \ln \frac{\sqrt{P^2 + h^2} - h}{P}. \quad (\text{A.12c})$$

З виразу для енергії (A.9) видно, що величина \mathcal{A} може розглядатись як коефіцієнт деякої ефективної одноосьової анізотропії уздовж осі z . Причому для тонких зразків коефіцієнт \mathcal{A} є завжди від'ємним ($\mathcal{A} \rightarrow -2/3$ при $h \rightarrow 0$), що підтверджує відомий висновок про те, що в нескінченно тонкій пластині врахування магнітостатичної взаємодії може бути зробленим шляхом введення ефективної легкоплощинної анізотропії [69]. Коефіцієнт \mathcal{B} відповідає за анізотропію в межах площини XY . Припустимо, що намагніченість повністю лежить у площині зразка, що цілком справедливо для випадку малих товщин. Тоді розподіл намагніченості, що відповідає мінімуму енергії (A.9), визначається такою функцією ϕ , яка мінімізує вираз $\text{Re} \left[\mathcal{B} e^{2i(\phi - \chi)} \right]$. Це означає, що

$$\phi(x, y) = \chi + \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \text{Arg} \mathcal{B}(x, y). \quad (\text{A.13})$$

Таким чином, вираз (A.13) визначає розподіл намагніченості у площині зразка за умови сильної магнітостатичної взаємодії. Вигляд коефіцієнтів \mathcal{A} та \mathcal{B} повністю визначається формою та розмірами магнітного зразка. Для нанодиску можна показати, що \mathcal{B} — дійсна величина. Відповідно до (A.13), це означає, що розподіл намагніченості, який мінімізує магнітостатичну енергію, має вигляд

$$\phi = \chi \pm \frac{\pi}{2}.$$

Тобто, маємо вихровий розподіл.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] Landau L., Lifshitz E. On the theory of the dispersion of magnetic permeability in ferromagnetic bodies // Phys. Zs. Sowjet. –1935. –Vol. 8. –P. 153–169.
- [2] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. К теории дисперсии магнитной проницаемости ферромагнитных тел // Собрание трудов. – М.: Наука., 1969. –Т.1. –С. 128-143.
- [3] Feldkeller E., Thomas H. Struktur und Energie von Blochlinien in dünnen ferromagnetischen Schichten // Phys. kondens. Materie. –1965. –Vol. 4, –P. 8–14.
- [4] Березинский В.Л. Разрушение дальнего порядка в одномерных и двумерных системах с непрерывной группой симметрии. II Квантовые системы // ЖЭТФ, –1971. –Т. 61, № 3, –С. 1144-1155.
- [5] Kosterlitz J.M., Thouless D.J. Ordering, metastability and phase transitions in two-dimensional systems // J. Phys. C: Solid State Phys. –1973. –Vol. 6, № 7. –P. 1181-1203.
- [6] Косевич А.М., Иванов Б.А., Ковалев А.С. Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны. – К.: Наукова думка., 1983. – 189 с.
- [7] Kosevich A.M., Ivanov B.A., Kovalev A.S. Magnetic solitons: a new type of collective excitations in magnetically ordered crystals // Sov. Sci. Rev. A. Phys. –1985. –Vol. 9. –P. 161–260.
- [8] Mertens F.G., Bishop A.R. Dynamics of Vortices in Two-Dimensional Magnets / Nonlinear Science at the Dawn of the 21th Century. – Berlin:

Springer-Verlag, 2000. –34 p.

- [9] Kosevich A.M., Ivanov B.A., Kovalev A.S. Magnetic Solitons // Phys. Rep. –1990. –Vol. 194, № 3. –P. 117–238.
- [10] Bar'yakhtar V.G. Ivanov B.A. Soliton thermodynamics of low-dimensional magnets // Sov. Sci. Rev. Sec. A. –1993. –Vol. 16, № 3. –P. 3–323.
- [11] Martin J.I., Nogues J., Liu K., Vicent J.L., Schuller I.K. Ordered magnetic nanostructures: fabrication and properties // J. Magn. Magn. Matter. –2003. –Vol. 256. –P. 449–501.
- [12] Silverman J.P. X-ray lithography: Status, challenges, and outlook for 0.13 μm // J. Vac. Sci. Technol. B. –1997. –Vol. 15, Issue 6. –P. 2117-2124.
- [13] Kläui M., Vaz C.A.F., Lopez-Diaz L., Bland J.A.C. Vortex formation in narrow ferromagnetic rings // J. Phys.: Condens. Matter. –2003. –Vol. 15, № 21. –P. R985-R1023.
- [14] Hubert A., Schäfer R. Magnetic Domains. The Analysis of Magnetic Microstructures. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg., 1998. – 649 p.
- [15] Scheinfein M.R., Unguris J., Kelley M.H., Pierce D.T. Celotta R.J. Scanning electron microscopy with polarization analysis (SEMPA) // Rev. Sci. Instrum. –1990. –Vol. 61, № 10. –P. 2501-2527.
- [16] Hartmann U., Göddenhenrich T., Heiden C. Magnetic force microscopy: Current status and future trends // J. Magn. Magn. Matter. –1991. –Vol. 101. –P. 263-270.
- [17] Schneider C.M., Kirschner J. Spin- and Angle-Resolved Photoelectron Spectroscopy from Solid Surfaces with Circularly Polarized Light // Critical Reviews in Solid State and Materials Sciences –1995. –Vol. 20, № 3. –P. 179-283.
- [18] Stöhr J. Exploring the microscopic origin of magnetic anisotropies with X-ray magnetic circular dichroism (XMCD) spectroscopy // J. Magn. Magn.

- Matter. –1999. –Vol. 200. –P. 470-497.
- [19] Mankos M., Cowley J.M., Scheinfein M.R. Quantitative Micromagnetics at High Spatial Resolution Using Far-out-of-Focus STEM Electron Holography // Phys. Status Solidi A. –1996. –Vol. 154. –P. 469-504.
- [20] Fidler J., Schrefl T. Micromagnetic modelling - the current state of the art // J. Phys. D: Appl. Phys. –2000. –Vol. 33, № 15. –P. R135–R156.
- [21] The Object Orientated MicroMagnetic Framework. Пакет розроблено в національному інституті стандартів (NIST), США. Автори Mike Donahue та Don Porter. Ми використовуємо 3D версію, реліз 1.2 α 2. <http://math.nist.gov/oommf/>
- [22] Bader S.D. Colloquium: Opportunities in nanomagnetism // Rev. Mod. Phys. –2006. –Vol. 78, № 1. –P. 1–15.
- [23] Cowburn R.P. Magnetic nanodots for device applications // J. Magn. Magn. Matter. –2002. –Vol. 242–245. –P. 505–511.
- [24] Cowburn R.P., Welland M.E. Room Temperature Magnetic Quantum Cellular Automata // Science. –2000. –Vol. 287. –P. 1466–1468.
- [25] Барьяхтар В.Г. Феноменологическая теория релаксационных процессов в магнетиках // Интегрируемость и кинетические уравнения для солитонов: Зб. наук. праць. –К.: Наукова думка, 1990. –С. 6–43.
- [26] Tserkovnyak Y., Brataas A., Bauer G.E.W. Enhanced Gilbert Damping in Thin Ferromagnetic Films // Phys. Rev. Lett. –2002. –Vol. 88, № 11. –P. 117601-1–117601-4.
- [27] Gilbert T.L. A Phenomenological Theory of Damping in Ferromagnetic Materials // IEEE Transactions on Magnetics. –2004. –Vol. 40, № 6. –P. 3443–3449.
- [28] Раджараман Р. Солитоны и инстантоны в квантовой теории поля. – М.: Мир., 1985. – 416 с.

- [29] Schnitzer H.J., Mertens F.G., Bishop A.R. A collective-variable theory for nonlinear coherent excitations in classical Hamiltonian systems // *Physica D*. –2000. –Vol. 141. –P. 261–280.
- [30] Мышкис А.Д. Математика для ВТУЗов. Специальные курсы. —М.: Наука. – 1971. – 632 с.
- [31] Van Waeyenberge B., Puzic A., Still H. et al. Magnetic vortex core reversal by excitation with short bursts of an alternating field // *Nature*. –2006. –Vol. 444. –P. 461-464.
- [32] Chou K.W., Puzic A., Stoll H., Dolgos D., Schütz G., Van Waeyenberge B., Vansteenkiste A., Tyliczszak T., Woltersdorf G. Back C.H. Direct observation of the vortex core magnetization and its dynamics // *Appl. Phys. Lett.* –2007. –Vol. 90, № 20. –P. 202505-1 – 202505-3.
- [33] Curcic M., Van Waeyenberge B., Weigand M., Vansteenkiste A., Sackmann V., Stoll H., Faehle M., Tyliczszak T., Woltersdorf G., Back C.H., Schütz C.H. Polarisation selective magnetic vortex dynamics and core reversal in rotating magnetic fields // arXiv:0804.2944 (<http://arxiv.org/pdf/0804.2944>)
- [34] Kravchuk V.P., Sheka D.D., Gaididei Yu.B. Equilibrium magnetisation structures in ferromagnetic nanorings // *J. Magn. Magn. Matter*. –2007. –Vol. 310, № 1. –P. 116-125.
- [35] Кравчук В.П., Шека Д.Д. Тонкий ферромагнитный диск в поперечном магнитном поле // *Физика твердого тела* –2007. –Т. 49, № 10. –С. 1834-1841.
- [36] Caputo J.-G., Gaididei Yu.B., Kravchuk V.P., Mertens F.G., Sheka D.D. Effective anisotropy of thin nanomagnets: Beyond the surface-anisotropy approach // *Phys. Rev. B*. –2007. –Vol. 76, № 17. –P. 174428-1–174428-13.
- [37] Кравчук В.П., Шека Д.Д. Ефективна магнітодипольна анізотропія наноманетиків: рівноважні конфігурації намагніченості // *Український фізичний журнал* –2008. –Т. 53, № 8. –С. 804-811.

- [38] Kravchuk V.P., Sheka D.D., Gaididei Yu.B., Mertens F.G. Controlled vortex core switching in a magnetic nanodisk by a rotating field // J. Appl. Phys. –2007. –Vol. 102, № 4. –P. 043908-1–043908-4.
- [39] Gaididei Yu.B., Kravchuk V.P., Mertens F.G., Sheka D.D. Switching phenomena in magnetic vortex dynamics // Физика низких температур –2008. –Т. 34, № 7. –С. 669-676.
- [40] Kravchuk V.P., Sheka D.D., Gaididei Yu.B., Mertens F.G. Magnetic phase transitions in ferromagnetic nanorings // I International Conference "Electronics and applied physics". –Kyiv (Ukraine). –November 24-27. –2005. –p. 32-33.
- [41] Kravchuk V.P., Sheka D.D. Magnetization reversal of cylinder shaped nanodots // Sixth international young scientists' conference on applied physics. –Kyiv (Ukraine). –June 14-16. –2006. –p. 82-83.
- [42] Kravchuk V.P., Sheka D.D., Gaididei Yu.B., Mertens F.G. The ultrafast control of the switching process in the vortex state magnetic nanodots // Seventh international young scientists' conference on applied physics. –Kyiv (Ukraine). –June 13-15. –2007. –p. 59-60.
- [43] Kravchuk V.P., Sheka D.D., Mertens F.G., The ultrafast control of the switching process in the vortex state magnetic nanodots // International Conference on Nanoscale Magnetism, ICNM-2007. –Istanbul (Turkey). –June 25-29. –2007, p.69.
- [44] Kravchuk V.P., Sheka D.D., Gaididei Yu.B., Mertens F.G. Ultrafast control of a vortex core dynamics in magnetic nanodisks // International Conference "Functional Materials". –Partenit (Ukraine). –October 1-6. –2007. –p. 400.
- [45] Kravchuk V.P., Sheka D.D., Gaididei Yu.B. Magnetostatics as an effective anisotropy: applications for angular shaped nanodots // III International Conference "Electronics and applied physics". –Kyiv (Ukraine). –October 25-27. –2007. –p. 44-45.

- [46] Mertens F.G., Sheka D.D., Gaididei Yu.B., Kravchuk V.P. Vortex polarity switching in magnetic nanodots by a rotating magnetic field or a spin-polarized current // Eighth international young scientists' conference on applied physics. –Kyiv (Ukraine). –June 11-13. –2008. –p. 7.
- [47] Уайт Р. Квантовая теория магнетизма. – М.: Мир. – 1985. – 303 с.
- [48] Aharoni A. Introduction to the Theory of Ferromagnetism. – New York: Oxford University Press Inc., 2000. – 319 p.
- [49] Bruno P. Tight-binding approach to the orbital magnetic moment and magnetocrystalline anisotropy of transition-metal monolayers // Phys. Rev. B. –1989. –Vol. 39, № 1. –P. 865–868.
- [50] Brown W.F. Ferromagnetic Domains and the Magnetization Curve // J. Appl. Phys. –1940. –Vol. 11, № 3. –P. 160-172.
- [51] Brown W.F. Virtues and Weaknesses of the domain concept // Rev. Mod. Phys. –1945. –Vol. 17, № 1. –P. 15–19.
- [52] Brown W.F. Magnetic Energy Formulas and their Relation to Magnetization Theory // Rev. Mod. Phys. –1953. –Vol. 25, № 1. –P. 131–135.
- [53] Brown W.F. Criterion for Uniform Micromagnetization // Phys. Rev. –1957. –Vol. 105, № 5. –P. 1479–1482.
- [54] Brown W.F. Rigorous Approach to the Theory of Ferromagnetic Microstructure // J. Appl. Phys. –1958. –Vol. 29, № 3. –P. 470–471.
- [55] Brown W.F. The Fundamental Theorem of Fine-Ferromagnetic-Particle Theory // J. Appl. Phys. –1968. –Vol. 39, № 2. –P. 993–994.
- [56] Браун У.Ф. Микромагнетизм. – М.: Наука, 1979. – 160 с.
- [57] Kittel Ch. Theory of the Structure of Ferromagnetic Domains in Films and Small Particles // Phys. Rev. –1946. –Vol. 70, № 11-12. –P. 965–971.
- [58] Kittel Ch. Physical Theory of Ferromagnetic Domains // Rev. Mod. Phys. –1949. –Vol. 21, № 4. –P. 541–583.

- [59] Kittel Ch., Abrahams E. Relaxation Process in Ferromagnetism // Rev. Mod. Phys. –1953. –Vol. 25, № 1. –P. 233–238.
- [60] Нагаев Э.Л. Магнетики со сложными обменными взаимодействиями: Монография. — М.: Наука. — 1988. — 231 с.
- [61] Теоретическая физика: в 10т. / М.: Физматлит, 2004. — Т.3: Квантовая механика (нерелятивистская теория). — 800 с.
- [62] Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Спиновые волны: Монография. — М.: Наука., 1967. — 368 с.
- [63] Wang C.S. Magnetism in iron and nickel // Phys. Rev. B. –1982. –Vol. 25, № 9. –P. 5766–5777.
- [64] Slater J.C. The Ferromagnetism of Nickel // Phys. Rev. –1936. –Vol. 49, № 7. –P. 537–545.
- [65] Skomski R. Nanomagnetism // J. Phys.: Condens. Matter. –2003. –Vol. 15, № 20. –P. R841–R896.
- [66] Stöhr J., Siegmann H.C. Magnetism. From Fundamentals to Nanoscale Dynamics. / Springer Series in solid-state sciences, Vol. 152. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg., 2006. – 820 p.
- [67] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: в 10т. / М.: Физматлит, 2003. — Т.8: Электродинамика сплошных сред. — 656 с.
- [68] Brown W.F. Magnetostatic Principles in Ferromagnetism. — Amsterdam: North-Holland Publishing Company., 1962. — 202 с.
- [69] Gioia G., James R.D. Micromagnetics of very thin films // Proc. R. Soc. Lond. A. –1997. –Vol. 453. –P. 213–223.
- [70] Иванов Б.А., Ястремский И.А. Нелинейные колебания намагниченности в малых цилиндрических ферромагнитных частицах // Физика низких температур –2001. –Vol. 27, № 7. –P. 752–760.

- [71] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: в 10т. / М.: Физматлит, 2005. – Т.5: Статистическая физика. Часть 1. – 616 с.
- [72] Paranicolau N., Tomaras T.N. Dynamics of magnetic vortices // Nuclear Physics B, –1991. –Vol. 360, Issue 2-3. –P. 425–462.
- [73] Ковалев А.С., Косевич А.М., Маслов К.В. Магнитный вихрь — топологический солитон в ферромагнетике с анизотропией типа легкая ось // Письма в ЖЭТФ, –1979. –Т. 30, № 6. –С. 321-324.
- [74] Gouvea M.B., Wysin G.M., Bishop A.R. Vortices in two-dimensional anisotropic Heisenberg model // Phys. Rev. B. –1989. –Vol. 39, № 16. –P. 11840–11849.
- [75] Никифоров А.В., Сонин Э.Б. Динамика магнитных вихрей в планарном ферромагнетике // ЖЭТФ –1983. –Т. 83, Вып. 2. –С. 642–651.
- [76] Косевич А.М., Воронов А.П., Манжос И.В. Нелинейные коллективные возбуждения в легкоплоскостном магнетике // ЖЭТФ. –1983. –Т. 84, № 1. –С. 148-159.
- [77] Shinjo T., Okuno T., Hassdorf R., Shigeto K., Ono T. Magnetic Vortex Core Observation in Circular Dots of Permalloy // Science, –2000. –Vol. 289. –P. 930–932.
- [78] Raabe J., Pulver R., Sattler R., Schweinböck T., Zweck J., Weiss D. Magnetization pattern of ferromagnetic nanodisks // J. Appl. Phys., –2000. –Vol. 88, № 7. –P. 4437–4439.
- [79] Wachowiak A., Wiebe J., Bode M., Pietzsch O., Morgenstern M., Wiesendanger R. Direct Observation of Internal Spin Structure of Magnetic Vortex Cores // Science, –2002. –Vol. 298. –P. 577–580.
- [80] Guslienko K.Yu., Novosad V. Vortex state stability in soft magnetic cylindrical nanodots // J. Appl. Phys. –2004. –Vol. 96, № 8. –P. 4451–4455.

- [81] Ivanov B.A., Zaspel C.E. Gyrotropic mode frequency of vortex-state permalloy disks // J. Appl. Phys. –2004. –Vol. 95, № 11. –P. 7444-7446.
- [82] Komineas S., Papanicolaou N. Topology and dynamics in ferromagnetic media // Physica D, –1996. –Vol. 99, –P. 81-107.
- [83] Huber D.L. Equation of motion of a spin vortex in a two-dimensional planar magnet // J. Appl. Phys. –1982. –Vol. 53, № 3. –P. 1899–1900.
- [84] Huber D.L. Dynamics of spin vortices in two-dimensional planar magnets // Phys. Rev. B. –1982. –Vol. 26, № 7. –P. 3758-3765.
- [85] Manton N., Sutcliffe P. Topological Solitons. – Cambridge: Cambridge University Press., 2004. – 493 p.
- [86] Haldane F.D.M. Geometrical Interpretation of Momentum and Crystal Momentum of Classical and Quantum Ferromagnetic Heisenberg Chains // Phys. Rev. Lett. –1986. –Vol. 57, № 12. –P. 1488-1491.
- [87] Sheka D.D. Field momentum and gyroscopic dynamics of classical systems with topological defects // J. Phys. A: Math. Gen. –2006. –Vol. 39. –P. 15477–15489.
- [88] Völkel A.R., Wysin G.M., Mertens F.G., Bishop A.R., Schitzer H.J. Collective-variable approach to the dynamics of nonlinear magnetic excitation with application to vortices // Phys. Rev. B. –1994. Vol. 50, № 17. –P. 12711-12720.
- [89] Thiele A.A. Steady state motion of Magnetic Domains // Phys. Rev. Lett. –1973. –Vol. 30, № 6. –P. 230–233.
- [90] Mertens F.G., Schnitzer H.J., Bishop A.R. Hierarchy of equations of motion for nonlinear coherent excitations applied to magnetic vortices // Phys. Rev. B. –1997. –Vol. 56, № 5. –P. 2510-2520.
- [91] Thiele A.A. Applications of the gyrocoupling vector and dissipation dyadic in the dynamics of magnetic domains // J. Appl. Phys. –1974. –Vol. 45, №

1. –P. 377-393.
- [92] Мелешко В.В., Константинов М.Ю. Динамика вихревых структур. – К.: Наукова думка. – 1993. – 267 с.
- [93] Okuno T., Shigeto K., Ono T., Mibu K., Shinjo T. MFM study of magnetic vortex cores in circular permalloy dots: behavior in external field // J. Magn. Magn. Matter. –2002. –Vol. 240. –P. 1-6.
- [94] Schneider M., Hoffmann H., Zweck J. Lorentz microscopy of circular ferromagnetic permalloy nanodisks // Appl. Phys. Lett. –2000. –Vol. 77, № 18. –P. 2909-2911.
- [95] Schneider M., Hoffmann H., Otto S., Haug Th., Zweck J. Stability of magnetic vortices in flat submicron permalloy cylinders // J. Appl. Phys. –2002. –Vol. 92, № 3. –P. 1466-1472.
- [96] Okuno T., Mibu K., Shinjo T. Two types of magnetic vortex cores in elliptical permalloy dots // J. Appl. Phys. –2004. –Vol. 95, № 7. –P. 3612-3617.
- [97] Kuepper K., Buess M., Raabe J., Quitmann C., Fassbender J. Dynamic Vortex-Antivortex Interaction in a Single Cross-Tie Wall // Phys. Rev. Lett. –2007. –Vol. 99, № 16. –P. 167202-1–167202-4.
- [98] Gliga S., Ming Y., Hertel R., Schneider C.M. Ultrafast dynamics of a magnetic antivortex: Micromagnetic simulations // Phys. Rev. B –2008. –Vol. 77. –P. 060404(R)–060408(R).
- [99] Höllinger R., Killinger A., Krey U. Statics and fast dynamics of nanomagnets with vortex structure // J. Magn. Magn. Matter. –2003. –Vol. 261. –P. 178-189.
- [100] Усов М.А., Песчаный С.Е. Вихревое распределение намагниченности в тонком ферромагнитном цилиндре // Физика металлов и металловедение. –1994. –Т. 78, № 6. –С. 13-24.

- [101] Guslienko K.Yu., Slavin A.N. Boundary conditions for magnetization in magnetic nanoelements // Phys. Rev. B. –2005. –Vol. 72, № 1. –P.014463-1–014463-5.
- [102] Guslienko K.Y., Demokritov S.O., Hillebrands B., Slavin A.N. Effective dipolar boundary conditions for dynamic magnetization in thin magnetic stripes // Phys. Rev. B. –2002. –Vol. 66., № 13. –P. 132402-1 – 132402-4.
- [103] Ivanov B.A., Zaspel C.E. Magnon modes for thin circular vortex-state magnetic dots // Appl. Phys. Lett. –2002. –Vol. 81, № 7. –P. 1261-1263.
- [104] Kovalev A.S., Mertens F.G., Schnitzer H.J. Cycloidal vortex motion in easy-plane ferromagnets due to interaction with spin waves // Eur. Phys. J. B. –2003. –Vol. 33. –P. 133-145.
- [105] Metlov K.L., Guslienko K.Yu. Stability of magnetic vortex in soft magnetic nano-sized circular cylinder // J. Magn. Magn. Matter. –2002. –Vol. 242–245. –P. 1015–1017.
- [106] Zaspel C.E., Ivanov B.A., Park J.P., Crowell P.A. Excitations in vortex-state permalloy dots // Phys. Rev. B. –2005. –Vol. 72. –P. 024427-1 – 024427-8.
- [107] Guslienko K.Yu., Han X.F., Keavney D.J., Divan R., Bader S.D. Magnetic Vortex Core Dynamics in Cylindrical Ferromagnetic Dots // Phys. Rev. Lett. –2006. –Vol. 96. –P. 067205-1 – 067205-4.
- [108] Ivanov B.A., Zaspel C.E. Excitation of Spin Dynamics by Spin-Polarized Current in Vortex State Magnetic Disks // Phys. Rev. Lett. –2007. –Vol. 99. –P. 247208-1 – 247208-4.
- [109] Wei Z.-H., Lai M.-F., Chang Ch.-R., Usov N.A., Wu J.S., Lai J.-Y. Nonuniform micromagnetic states in thin circular dots // J. Magn. Magn. Matter. –2004. –Vol. 282. –P. 11-14.
- [110] Ha J.K., Hertel R., Kirschner J. Micromagnetic study of magnetic configurations in submicron permalloy disks // Phys. Rev. B. –2003. –Vol. 67. –P. 224432-1 – 224432-9.

- [111] Savel'ev S., Nori F. Magnetic and mechanical buckling: Modified Landau theory approach to study phase transitions in micromagnetic disks and compressed rods // Phys. Rev. B. –2004. –Vol. 70. –P. 214415-1 – 214415-19.
- [112] Castano F.J., Ross C.A., Frandsen C., Eilez A., Gil D., Henry I., Redjdal M., Humphrey Smith F.B. Metastable states in magnetic nanorings // Phys. Rev. B. –2003. –Vol. 67. –P. 184425-1 – 184425-5.
- [113] Park M.H., Hong Y.K., Choi B.C., Donahue M.J., Han H., Gee S.H. Vortex head-to-head domain walls and their formation in onion-state ring elements // Phys. Rev. B. –2006. –Vol. 73. –P. 094424-1 – 094424-5.
- [114] Ross C.A. Hwang M., Shima M., Cheng J.Y., Farhoud M., Savas T.A., Smith H.I., Schwarzacher W., Ross F.M., Redjdal M., Humphrey F.B. Micromagnetic behavior of electrodeposited cylinder arrays // Phys. Rev. B. –2002. –Vol. 65. –P. 144417-1 – 144417-8.
- [115] Usov N.A., Grebenshchikov Yu.B., Kurkina L.J., Chang Ch.-R., Wei Z.-H. Micromagnetics of nanostructures // J. Magn. Magn. Matter. –2003. –Vol. 258–259. –P. 6–10.
- [116] Aharoni A. Upper bound to the single-domain behavior of a ferromagnetic cylinder // J. Appl. Phys. –1990. –Vol. 68. –P. 2892-2900.
- [117] Scholz W., Gusliencko K.Yu., Novosad V., Suess D., Schrefl T., Chantrell R.W., Filder J. Transition from single-domain to vortex state in soft magnetic cylindrical nanodots // J. Magn. Magn. Matter. –2003. –Vol. 266. –P. 155–163.
- [118] Vaz C.A.F., Athanasiou C., Bland J.A.C., Rowlands G. Energetics of magnetic ring and disk elements: Uniform versus vortex state // Phys. Rev. B. –2006. –Vol. 73. –P. 054411-1 – 054411-9.
- [119] Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. – М.: Наука., 1979. – 832 с.

- [120] Joseph R.I. Ballistic Demagnetizing Factor in Uniformly Magnetized Cylinders // J. Appl. Phys. –1966. –Vol. 37, № 13. –P. 4639–4643.
- [121] Wysin G.M. Instability of in-plane vortices in two-dimensional easy plane ferromagnets // Phys. Rev. B. –1994. –Vol. 49, № 13. –P. 8780-8789.
- [122] Landeros P., Escrig J., Altrib D., Laroze D., d'Albuquerque J., Vargas P. Scaling relations for magnetic nanoparticles // Phys. Rev. B –2005. –Vol. 71. –P. 094435-1 – 094435-6.
- [123] d'Albuquerque J.C., Altbir D., Retamal J.C., Vargas P. Scaling Approach to the Magnetic Phase Diagram of Nanosized Systems // Phys. Rev. Lett. –2002. –Vol. 88, № 23. –P. 237202-1 – 237202-4.
- [124] van den Berg H.A.M. Self-consistent domain theory in soft-ferromagnetic media. II. Basic domain structures in thin film objects // J. Appl. Phys. –1986. –Vol. 60, № 3. –P. 1104-1113.
- [125] van den Berg H.A.M., van den Brandt A.H.J. Self-consistent domain theory in soft-ferromagnetic media. III. Composite domain structures in thin-film objects // J. Appl. Phys. –1987. –Vol. 62, № 5. –P. 1952-1959.
- [126] van den Berg H.A.M. Domain structures in soft-ferromagnetic thin-film objects (invited) // J. Appl. Phys. –1987. –Vol. 61, № 8. –P. 4194-4199.
- [127] Carbou G. Thin Layers in Micromagnetism // Mathematical Models and Methods in Applied Sciences. –2001. –Vol. 11. –P. 1529-1546.
- [128] Kireev V.E., Ivanov B.A. Inhomogeneous states in a small magnetic disk with single-ion surface anisotropy // Phys. Rev. B. –2003. –Vol. 68., № 10. –P. 104428-1 – 104428-9.
- [129] Kohn R.V., Slastikov V.V., Another Thin-Film Limit of Micromagnetics // Arch. Rational Mech. Anal. –2005. –Vol. 178. –P. 227–245.
- [130] Tchernyshyov O., Chern G.-W. Fractional Vortices and Composite DomainWalls in Flat Nanomagnets // Phys. Rev. Lett. –2005. –Vol. 95., №

19. –P. 197204-1 – 197204-4.
- [131] Zheng Y., Zhu J.-G. Switching field variation in patterned submicron magnetic film elements // J. Appl. Phys. –1997. –Vol. 81, № 8. –P. 5471-5473.
- [132] Fang T.-N., Zhu J.-G. Switching fluctuations and density limitations of pseudospin valve memory // J. Appl. Phys. –2000. –Vol. 87, № 9. –P. 7061-7063.
- [133] Caputo J.-G., Gaididei Yu., Mertens F.G., Sheka D.D. Vortex Polarity Switching by a Spin-Polarized Current // Phys. Rev. Lett. –2007. –Vol. 98. –P. 056604-1 – 056604-4.
- [134] Cowburn R.P., Koltsov D.K., Adeyeye A.O., Welland M.E., Tricker D.M. Single-Domain Circular Nanomagnets // Phys. Rev. Lett. –1999. –Vol. 83, № 5. –P. 1042–1045.
- [135] Guslienko K.Yu., Novoad V., Otani Y., Shima H., Fukamichi K. Field evolution of magnetic vortex state in ferromagnetic disks // Appl. Phys. Lett. –2001. –Vol. 78, № 24. –P. 3848-3850.
- [136] Guslienko K.Y., Novosad V., Otani Y., Shima H., Fukamichi K. Magnetization reversal due to vortex nucleation, displacement, and annihilation in submicron ferromagnetic dot arrays // Phys. Rev. B. –2001. –Vol. 65., № 2. –P. 024414-1 – 024414-10.
- [137] Иванов Б.А., Шека Д.Д. Вихри в конусной фазе классического квази-двумерного ферромагнетика // Физика низких температур –1995. –Vol. 21, № 11. –P. 1148-1156.
- [138] Ivanov B.A., Wysin G.M. Magnon modes for a circular two-dimensional easy-plane ferromagnet in the cone state // Phys. Rev. B. –2002. –Vol. 65. –P. 134434-1 – 134434-17.

- [139] Thiaville A., Garcia J.M., Dittrich R., Miltat J., Schrefl T. Micromagnetic study of Bloch-point-mediated vortex core reversal // Phys. Rev. B. –2003. –Vol. 67. –P. 094410-1 – 094410-12.
- [140] Lee K.W., Lee Ch.E. Out-of-plane vortex in a two-dimensional easy-plane ferromagnet with a magnetic field along the hard axis // Phys. Rev. B. –2004. –Vol. 70. –P. 144420-1 – 144420-4.
- [141] Kikuchi N., Okamoto S., Kitakami O., Shimada Y., Kim S.G, Otani Y., Fukamichi K. Vertical bistable switching of spin vortex in a circular magnetic dot // J. Appl. Phys. –2001. –Vol. 90, № 12. –P. 6548-6549.
- [142] Галкина Е.Г., Иванов Б.А. Квантовое туннелирование в магнитном вихре легкоплоскостного магнетика // Письма в ЖЭТФ. –1995. –Т. 61, № 6. –С. 495-498.
- [143] Hertel R., Gliga S., Fähnle M., Schneider C.M. Ultrafast Nanomagnetic Toggle Switching of Vortex Cores // Phys. Rev. Lett. –2007. –Vol. 98. –P. 117201-1 – 117201-4.
- [144] Третьяк О.В., Львов В.А., Барабанов О.В. Фізичні основи спінової електроніки: Монографія. — К.: ВПЦ "Київський університет". – 2002. – 314 с.
- [145] Sheka D.D., Gaididei Yu., Mertens F.G. Current induced switching of vortex polarity in magnetic nanodisks // Appl. Phys. Lett. –2007. –Vol. 91. –P. 082509-1 – 082509-3.
- [146] Yamada K., Kasai S., Nakatani S., Kobayashi K., Kohno H., Thiaville A., Ono T. Electrical switching of the vortex core in a magnetic disk // Nature Materials. –2007. –Vol. 6. –P. 270-275.
- [147] Slonczewski J.C. Current-driven excitation of magnetic multilayers // J. Magn. Magn. Matter. –1996. –Vol. 159. –P. L1–L7.
- [148] Berger L. Emission of spin waves by a magnetic multilayer traversed by a current // Phys. Rev. B. –1996. –Vol. 54, № 13. –P. 9353-9358.

- [149] Zagorodny J.P., Gaididei Yu., Mertens F.G., Bishop A.R. Switching of vortex polarization in 2D easy-plane magnets by magnetic fields // *Eur. Phys. J. B.* –2003. –Vol. 31. –P. 471–487.
- [150] Gaididei Yu., Kampetter P., Mertens F.G., Bishop A.R. Switching between different vortex states in two-dimensional easy-plane magnets due to an ac magnetic field // *Phys. Rev. B.* –2000. –Vol. 61, № 14. –P. 9449–9452.
- [151] Ковалев А.С., Прилепский Я.Е. Механизм переворота вихрей в магнитных нанодотах под действием циркулярного магнитного поля. I. Резонансное воздействие поля на собственные моды нанодота // *Физика низких температур.* –2002. –Т. 28, № 12. –С. 1292–1303.
- [152] Ковалев А.С., Прилепский Я.Е. Механизм переворота вихрей в магнитных нанодотах под действием циркулярного магнитного поля. II. Динамика спинового плакета с вихрем // *Физика низких температур.* –2003. –Т. 29, № 1. –С. 71–83.
- [153] Kim S.-K., Lee K.-S., Yu Y.-S., Choi Y.-S. Reliable low-power control of ultrafast vortex-core switching with the selectivity in an array of vortex states by in-plane circular-rotational magnetic fields and spin-polarized currents // *Appl. Phys. Lett.* –2008. –Vol. 92. –P. 022509-1 – 022509-3.
- [154] Sheka D.D., Zagorodny J.P., Caputo J.-G., Gaididei Yu.B., Mertens F.G. Vortex motion in a finite-size easy-plane ferromagnet and application to a nanodot // *Phys. Rev. B.* –2005. –Vol. 71. –P. 134420-1 – 134420-15.
- [155] Wysin G.M. Magnetic vortex mass in two-dimensional easy-plane magnets // *Phys. Rev. B.* –1996. –Vol. 54, № 21. –P. 15156–15162.
- [156] Ivanov B.A., Zaspel C.E. High Frequency Modes in Vortex-State Nanomagnets // *Phys. Rev. Lett.* –2005. –Vol. 94, № 2. –P. 027205-1 – 027205-4.
- [157] Guslienکو K.Yu., Ivanov B.A., Novosad V., Otani Y., Shima H., Fukamichi K. Eigenfrequencies of vortex state excitations in magnetic submicron-size

disks // J. Appl. Phys. –2002. –Vol. 91, № 10. –P. 8037-8039.

- [158] Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Специальные функции. – М.: Наука., 1983. – 752 с.
- [159] Zagorodny J.P., Gaididei Yu., Sheka D.D., Caputo J.-G., Mertens F.G. Importance of the Internal Shape Mode in Magnetic Vortex Dynamics // Phys. Rev. Lett. –2004. –Vol. 93, № 16. –P. 167201-1 – 167201-4.
- [160] Lee K.-S., Guslienko K.Yu., Lee J.-Y., Kim S.-K. Ultrafast vortex-core reversal dynamics in ferromagnetic nanodots // Phys. Rev. B. –2007. –Vol. 76. –P. 174410-1 – 174410-5.
- [161] Liu Y., Gliga S., Hertel R., Schneider C.M. Current-induced magnetic vortex core switching in a Permalloy nanodisk // Appl. Phys. Lett. –2007. –Vol. 91. –P. 112501-1 – 112501-3.
- [162] Liu Y., He H., Zhang Z. Spin-torque-driven vortex dynamics in a spin-valve pillar with a perpendicular polarizer // Appl. Phys. Lett. –2007. –Vol. 91. –P. 242501-1 – 242501-3.
- [163] Xiao Q.F., Rudge J., Choi B.C., Hong Y.K., Donohoe G. Dynamics of vortex core switching in ferromagnetic nanodisks // Appl. Phys. Lett. –2006. –Vol. 89. –P. 262507-1 – 262507-3.
- [164] Choi S., Lee K.-S., Guslienko K.Yu., Kim S.-K. Strong Radiation of Spin Waves by Core Reversal of a Magnetic Vortex and Their Wave Behaviors in Magnetic Nanowire Waveguides // Phys. Rev. Lett. –2007. –Vol. 98. –P. 087205-1 – 087205-4.
- [165] Papanicolaou N., Spathis P.N. Semitopological solitons in planar ferromagnets // Nonlinearity. –1999. –Vol. 12. –P. 285–302.
- [166] Komineas S. Rotating Vortex Dipoles in Ferromagnets // Phys. Rev. Lett. –2007. –Vol. 99, № 11. –P. 117202-1 – 117202-4.

- [167] Белавин А.А., Поляков А.М. Метастабильные состояния двумерного изотропного ферромагнетика // Письма в ЖЭТФ –1975. –Т. 22, № 10. –Р. 503-506.